

***INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA***



Cássio dos Santos Sousa

Resolução otimizada de problemas com uso de algoritmos  
evolutivos

*Trabalho de Graduação*  
*2016*

***Computação***

Número da CDU (tamanho 10)

Cássio dos Santos Sousa

## **Resolução Otimizada de Problemas com uso de Algoritmos Evolutivos**

Orientador

Prof. Dr. Carlos Henrique Quartucci Forster (ITA)

**Engenharia de Computação**

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

2016

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**

**Divisão de Informação e Documentação**

Sousa, Cássio dos Santos

Resolução Otimizada de Problemas com uso de Algoritmos Evolutivos / Cássio dos Santos Sousa.

São José dos Campos, 2016.

15f.

Trabalho de Graduação – Divisão de Ciência da Computação –

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2016. Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Quartucci Forster.

1. Algoritmo Evolutivo. 2. Inteligência Artificial. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

II. Resolução Otimizada de Problemas com uso de Algoritmos Evolutivos.

**REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

SOUSA, Cássio dos Santos. **Resolução Otimizada de Problemas com uso de Algoritmos Evolutivos**. 2016. 15f. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

**CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Cássio dos Santos Sousa

TÍTULO DO TRABALHO: Resolução Otimizada de Problemas com uso de Algoritmos Evolutivos

TIPO DO TRABALHO/ANO: Graduação / 2016

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias deste trabalho de graduação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de graduação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

*Cássio dos Santos Sousa*

Cássio dos Santos Sousa

Pça Mal-do-Ar Eduardo Gomes, 50

12228-900 – São José dos Campos – SP

# **RESOLUÇÃO OTIMIZADA DE PROBLEMAS COM USO DE ALGORITMOS EVOLUTIVOS**

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação.



---

Cássio dos Santos Sousa  
Autor

---

Prof. Dr. Carlos Henrique Quartucci Forster (ITA)  
Orientador

---

Prof. Dr. Juliana de Melo Bezerra  
Coordenadora do Curso de Engenharia de Computação

São José dos Campos, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2016.

Dedico este trabalho à minha mãe Lucinez, que me trouxe suporte durante todo meu tempo no ITA, e ao Instituto Ismart, oportunidade que muda a minha vida desde 2006.

## *Agradecimentos*

À minha família, que se esforçou tanto para que eu ficasse até o fim no ITA.

Ao meu professor orientador Carlos Forster, que me guiou por caminhos tortuosos até a conclusão deste trabalho de graduação.

Aos meus colegas de turma, que foram uma família a mais enquanto estive no ITA, e que despertaram em mim o desejo de sempre voar mais alto.

Aos demais professores da COMP, que nos acompanham desde antes do Curso Profissional, e que podem nos ver hoje como verdadeiros engenheiros.

E ao Instituto Ismart, que investe em minha formação acadêmica, profissional e pessoal desde 2006 com muito amor e carinho.

*When you are inspired by some great purpose, some extraordinary project, all your thoughts break their bounds. Your mind transcends limitations, your consciousness expands in every direction and you find yourself in a new, great and wonderful world. Dormant forces, faculties and talents become alive, and you discover yourself to be a greater person by far than you ever dreamed yourself to be.*

Patañjali, criador das práticas do Ioga.

# *Resumo*

Este trabalho focou no uso de Algoritmos Evolutivos (AE), mais especificamente de um Algoritmo Genético (AG), para a resolução de diferentes problemas. Tais algoritmos trabalham com populações onde a menor parte de um indivíduo dela é o gene, o qual contém informação suficiente para que o indivíduo tente resolver o problema. O AG desenvolvido foi utilizado para três problemas: OneMax Booleano, com genes expressados por 0 ou 1; OneMax Real, com genes expressados no intervalo  $[0, 1)$ ; e uma variação do Problema do Caixeiro Viajante que permite utilizar atalhos entre as cidades. De modo a otimizar o AG, utilizou-se duas implementações extras. A primeira delas foi a de elitismo entre as gerações, mantendo o melhor indivíduo imune a variações. A segunda foi o uso não só da versão estática do AG, na qual os parâmetros de entrada são fixos durante a execução, mas também de um módulo extra chamado Algoritmo Genético Adaptativo (AGA), o qual foi adicionado ao código do AG e permite que parâmetros de variação (recombinação e mutação) mudem durante a execução. A conclusão deste trabalho foi a de que, por se utilizar a mesma implementação do AG para diferentes problemas (com exceção das entradas específicas de cada problema), o tratamento que facilitaria a convergência de um problema para a(s) melhor(e)s resposta(s) acabou não sendo o melhor para outros problemas. Em termos de otimização, o uso do AGA se mostrou eficaz no encontro de boas soluções, e deve ser dado mais atenção a ele. Para trabalhos futuros, sugere-se, quando o foco for trabalhar em um problema específico, moldar o AG para se beneficiar desta escolha ao máximo, e utilizar também alguma versão de AGA em sua implementação.



# *Abstract*

This work focused on using Evolutionary Algorithms (EA), more specifically Genetic Algorithms (GA), to solve different problems. Such algorithms work with populations where the smallest portion of an individual is the gene, which contains enough information for the individual to try to solve the problem. The GA developed was used for three problems: Boolean OneMax, with genes expressed by 0 or 1; Real OneMax, with genes expressed in the interval  $[0, 1)$ ; and a variation of the Traveling Salesman Problem, in which it's possible to go through shortcuts between the cities. In order to optimize the GA, two extra implementations were used. The first one was the elitism between generations, keeping the best individual immune to variations. The second one was using not only a static version of the GA, in which the input parameters are fixed during the execution, but also an extra module called Adaptive Genetic Algorithm (AGA), which was added to the GA's code and allows variation parameters (recombination and mutation) to change during the execution. The conclusion of this work was that, since the same GA was used to different problems (with the exception of problem-specific inputs), the treatment that would ease convergence for one problem towards the best solution(s) is not the same for other problems. In terms of optimizations, using an AGA turned out to be effective for finding good solutions. For future works, we suggest, when the focus is to solve a specific problem, to mold the GA to benefit from this choice to the fullest, and use some version of AGA in its implementation, too.

# *Sumário*

<b>Agradecimentos</b>	p. 6
<b>Resumo</b>	p. 8
<b>Abstract</b>	p. 9
<b>Lista de Figuras</b>	p. 12
<b>Lista de Tabelas</b>	p. 13
<b>Lista de Algoritmos</b>	p. 14
<b>Lista de Abreviaturas</b>	p. 16
<b>1 Introdução</b>	p. 17
1.1 Objetivo . . . . .	p. 18
1.2 Abordagem . . . . .	p. 18
1.3 Plano de Trabalho . . . . .	p. 19
1.4 Organização do Trabalho . . . . .	p. 19
<b>2 Problemas Escolhidos</b>	p. 20
2.1 OneMax Booleano . . . . .	p. 20
Gene . . . . .	p. 20
Indivíduo . . . . .	p. 21
Função de fitness . . . . .	p. 21
2.2 OneMax Real . . . . .	p. 21

Gene . . . . .	p. 21
Indivíduo . . . . .	p. 21
Função de fitness . . . . .	p. 21
2.3 Caixeiro Viajante Adaptado . . . . .	p. 22
Gene . . . . .	p. 22
Indivíduo . . . . .	p. 22
Função de fitness . . . . .	p. 23
Algoritmo de Dijkstra . . . . .	p. 24
<b>3 Algoritmo Genético</b>	p. 26
3.1 Parâmetros de entrada . . . . .	p. 26
3.2 Seleção dos pais . . . . .	p. 27
3.3 Recombinação / Crossover . . . . .	p. 27
3.4 Mutação . . . . .	p. 28
3.5 Sobrevivência . . . . .	p. 28
<b>4 Otimização do Algoritmo</b>	p. 29
4.1 Elitismo . . . . .	p. 29
4.2 Algoritmo Genético Adaptativo . . . . .	p. 30
<b>5 Análises e Resultados</b>	p. 32
5.1 Parâmetros analisados . . . . .	p. 32
5.2 OneMax Booleano . . . . .	p. 32
5.3 OneMax Real . . . . .	p. 32
5.4 Caixeiro Viajante Adaptado . . . . .	p. 32
<b>6 Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	p. 36
<b>Referências</b>	p. 37

## *Lista de Figuras*

1	Framework de um algoritmo evolutivo. . . . .	p. 17
2	Ação de crossover em dois pontos. . . . .	p. 28
3	Evolução do fitness para o problema do OneMax Booleano com mínimo, máximo e valor médio, com $p_c = 0.9$ e $p_m = 0.01$ . . . . .	p. 34
4	Desvio padrão ao longo das gerações para o problema do OneMax Booleano, com $p_c = 0.9$ e $p_m = 0.01$ . . . . .	p. 34
5	Evolução do fitness para o problema do OneMax Real com mínimo, máximo e valor médio, com $p_c = 0.9$ e $p_m = 0.01$ . . . . .	p. 35
6	Desvio padrão ao longo das gerações para o problema do OneMax Real, com $p_c = 0.9$ e $p_m = 0.01$ . . . . .	p. 35

## *Lista de Tabelas*

# *Lista de Algoritmos*

1	Pseudocódigo do Algoritmo de Dijkstra. . . . .	p. 24
2	Pseudocódigo de um Algoritmo Evolutivo. . . . .	p. 26
3	Pseudocódigo de um Algoritmo Evolutivo. . . . .	p. 31

## *Lista de Listagens*

5.1	Mapa de cidades para o problema do Caixeiro Viajante Adaptado. . . .	p. 33
-----	--	-------

# *Lista de Abreviaturas*

**AE** Algoritmo Evolutivo

**AG** Algoritmo Genético



# 1 Introdução

A resolução de diversos problemas se dá na forma de algoritmos, de instruções bem definidas. No entanto, alguns algoritmos podem pedir inúmeras instruções até concluírem, o que pode até mesmo inviabilizar a solução encontrada. A Inteligência Artificial pode atuar sobre tais problemas de modo a interagir com o problema e aprender com ele a encontrar uma solução. Ótimos candidatos para esta tarefa são os chamados *Algoritmos Evolutivos (AE)*.

Algoritmos evolutivos são aqueles que se baseiam nos princípios de evolução natural da Biologia, e são aplicados em um modo particular de solução de problemas: o da tentativa-e-erro. Tais algoritmos seguem um framework mais ou menos comum, atuante sobre diferentes *gerações* de um problema, por meio de mudanças e combinações de *indivíduos* existentes numa *população* (5). Tal framework, conjuntamente com as ações evolutivas, pode ser visto na figura 1.

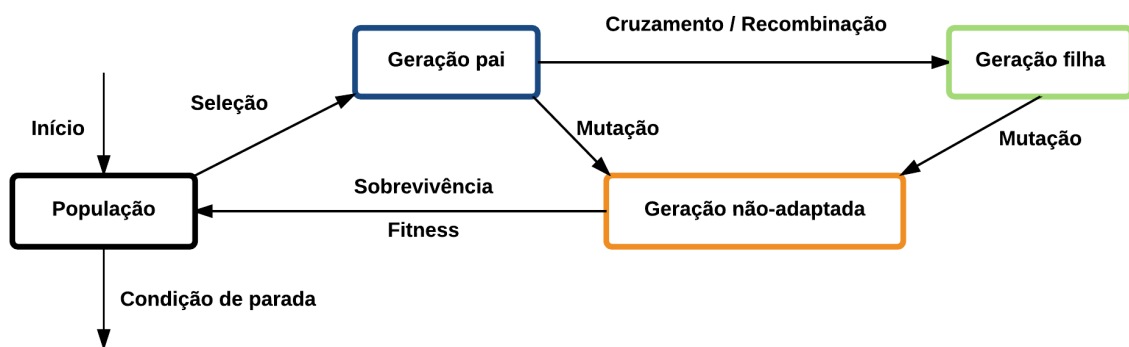


Figura 1: Framework de um algoritmo evolutivo.

Cada indivíduo está tentando resolver o problema durante a execução do algoritmo evolutivo. A população contém estes indivíduos e é o alvo de interesse do processo evolutivo, e uma geração é a população que sobrevive após um ciclo de processos evolutivos do Algoritmo Evolutivo (AE) sobre o problema. Similar ao processo evolutivo, seus com-

ponentes principais são as operações de variação (mutação e recombinação) e de seleção (seleção da geração pai e sobrevivência), chamadas aqui simplesmente de *operações de evolução* (4).

Este trabalho se utilizou de um grupo específico de Algoritmo Evolutivo, chamado de **Algoritmo Genético (AG)**. Um AG possui, como a menor estrutura de seus indivíduos, o *gene*. Um gene costuma ter apenas duas propriedades: uma expressividade, normalmente associada a um valor numérico, e uma forma de mudá-la aleatoriamente.

Para um AG, a *mutação* é uma mudança não controlada de um indivíduo feita a partir da mudança na expressividade de um ou mais genes. A *recombinação* envolve a mistura de genes vindos de dois indivíduos que são cruzados. A *seleção* envolve uma escolha a dedo dos melhores exemplares para cruzamento (a geração pai). A *sobrevivência* envolve a rejeição de indivíduos que não estejam aptos o suficiente para resolver o problema. Tal aptidão é normalmente associada a uma função definida conjuntamente com o problema, chamada de *função de fitness*.

## 1.1 Objetivo

Este trabalho propôs implementar um algoritmo genético capaz de resolver problemas determinados de diferentes complexidades e encontrar boas soluções após uma quantidade razoável de gerações.

## 1.2 Abordagem

Em termos de implementação, o AG deve ser tal que, uma vez aplicado sobre um problema e uma população, as gerações se desenvolvam automaticamente. O trabalho foi então dividido em 4 etapas:

- [1] Escolha e implementação de problemas compatíveis com a aplicação do AE;
- [2] Implementação do AG e de suas operações de evolução;
- [3] Otimização do AG;
- [4] Análise de performance e coleta de dados.

As primeiras duas etapas são interdependentes, e precisaram ser completadas primeiro e conjuntamente. As demais etapas foram feitas sequencialmente, e foi encima da última etapa que as conclusões foram feitas.

De modo a permitir a reutilização deste código em outros problemas, o AG foi feito de modo a ser compatível com mais de um problema. As ferramentas de análise e coleta de dados consideraram tanto métricas comuns da literatura quanto parâmetros específicos dos problemas abordados.

Optou-se por utilizar Python como linguagem principal do código feito para este trabalho.

## 1.3 Plano de Trabalho

Este trabalho foi planejado de forma que as etapas de otimização e análise do AE demorassem mais tempo. A validação dos resultados foi feita com base na literatura encontrada e nos resultados obtidos por algoritmos de código aberto (*open source*) aplicados aos mesmos problemas.

## 1.4 Organização do Trabalho

- **Capítulo 1:** Introdução
- **Capítulo 2:** Problemas Escolhidos
- **Capítulo 3:** Algoritmo Genético
- **Capítulo 4:** Otimização do Algoritmo
- **Capítulo 5:** Análises e Resultados
- **Capítulo 6:** Conclusões e Trabalhos Futuros

## 2 *Problemas Escolhidos*

Por mais que a estrutura básica de um algoritmo evolutivo seja capaz de resolver múltiplos problemas, é importante que ele seja validado por problemas de diferentes naturezas. Para isso, este trabalho focou sua atenção na resolução de três problemas com implementações diferentes para a construção do algoritmo genético.

Como o AG atua diretamente com populações, um problema deve defini-las de antemão, tanto em termos de indivíduo quanto em termos de gene. Conjuntamente, é necessário definir quão apto um indivíduo está frente à solução que ele propõe. Isso é feito por meio da *função de fitness*. Para o número de indivíduos na população (ao menos inicialmente), utilizou-se um valor padrão de 100 indivíduos.

Três problemas foram escolhidos: OneMax Booleano (6), OneMax Real e uma adaptação do problema do Caixeiro Viajante (1). Os dois primeiros foram escolhidos em termos não só de sua facilidade de implementação, mas também porque são problemas "fáceis" em termos de encontro de solução ótima (como será detalhado a seguir), o que permite testar hipóteses e heurísticas de modo bem mais simples. O terceiro problema foi escolhido por não só ter uma literatura rica, mas também por ser um problema complexo, cujos resultados podem ser analisados e comparados de modo mais rico.

### 2.1 OneMax Booleano

Dado um conjunto de 100 bits iniciados em 0, o AG deve ser capaz de tornar todos os bits iguais a 1.

#### Gene

Utilizou-se aqui o *BooleanGene*, um gene com expressividade booleana (0 ou 1). Sua operação de mutação consiste numa operação semelhante a jogar cara-e-coroa, trocando o valor expresso para 0 ou 1 aleatoriamente, com igual probabilidade.

## Indivíduo

Cada indivíduo tentará resolver o problema, o que faz com que cada indivíduo tenha 100 genes do tipo `BooleanGene`.

## Função de fitness

Conta-se o número de genes de um indivíduo que sejam iguais a 1. Quanto maior a contagem, melhor.

## 2.2 OneMax Real

Dado um conjunto de 100 variáveis reais iniciadas em 0, o AG deve ser capaz de tornar todas elas o mais próximo de 1. Este OneMax possui uma caminhada bem mais lenta que o anterior, pois um gene booleano possui apenas dois estados, o que faz com que as ações de mutação permitam uma evolução muito mais rápida, enquanto um gene real muda sua expressividade num espectro bem maior.

## Gene

Utilizou-se aqui o *RealGene*, um gene com expressividade real entre 0.0 e 1.0. Sua operação de mutação consiste numa escolha aleatória de um número real no intervalo  $[0.0, 1)$ .

## Indivíduo

Cada indivíduo tentará resolver o problema, o que faz com que cada indivíduo tenha 100 genes do tipo `RealGene`.

## Função de fitness

Soma-se a expressividade de todos os genes de um indivíduo. Quanto maior a contagem, melhor. Feita de maneira apropriada, esta função pode ser a mesma utilizada para o OneMax Booleano.

## 2.3 Caixeiro Viajante Adaptado

Dado um conjunto de cidades e as distâncias entre elas, o AG deve ser capaz de descobrir qual o menor caminho que possibilita a um caixeiro visitar todas as cidades e retornar à cidade original. Tal problema é NP-Hard, e avaliar se uma solução candidata é algo tão complexo quanto a resolução do problema em si.

Este problema é uma adaptação do original por não obrigar ao problema que as cidades sejam visitadas uma única vez. Isso permite que um indivíduo possa atravessar duas cidades através de um atalho que passe por outras cidades (com isso, o grafo não precisa ser completo).

### Gene

Utilizou-se o *IntegerGene*, um gene com expressividade inteira entre 0 e  $K-1$ , com uma operação de mutação capaz de escolher aleatoriamente um valor inteiro neste intervalo. A inicialização deste gene possui  $K$  como parâmetro.

### Indivíduo

No caso de um indivíduo do problema do Caixeiro Viajante, foi pensado que o mesmo deveria ser capaz de gerar, a partir da expressividade de seus genes, um percurso que passasse uma única vez por todas as cidades. Para isso, os genes aqui foram organizados de modo um pouco diferente dos problemas OneMax.

Digamos, por exemplo, que um caixeiro na cidade A precise passar pelas cidades [B, C, D, E, F] e voltar à cidade A. O indivíduo de tal problema teria então quatro genes (o número total de cidades, menos dois) criados da seguinte forma:

- O primeiro gene possui expressividade de 0 a 4;
- O segundo gene possui expressividade de 0 a 3;
- O terceiro gene possui expressividade de 0 a 2;
- O quarto gene possui expressividade de 0 a 1.

Digamos que um dos indivíduos do AG tenha, pela expressividade de seus genes, os valores [3, 0, 1, 0]. Para se calcular o percurso feito por tal indivíduo, escolhe-se a cidade

da lista naquela posição, a qual é removida antes de se escolher a próxima cidade. Ou seja:

- Gene 1: [3] mapeia a cidade E na lista [B, C, D, E, F]. Sem ela, a lista se torna [B, C, D, F];
- Gene 2: [0] mapeia a cidade B na lista [B, C, D, F]. Sem ela, a lista se torna [C, D, F];
- Gene 3: [1] mapeia a cidade D na lista [C, D, F]. Sem ela, a lista se torna [C, F];
- Gene 4: [0] mapeia a cidade C na lista [C, F]. Sem ela, a lista se torna [F].

Como [F] foi a única cidade que tais genes não escolheram, ela será visitada por último. Com isso, o indivíduo com genes [3, 0, 1, 0] traz o percurso  $A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow A$ .

O percurso inicial terá sempre genes com expressividade zero. No exemplo fornecido, o caminho inicial (trazido por [0, 0, 0, 0]) de todos os indivíduos seria  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A$ .

## Função de fitness

A função de fitness aqui calcula a distância percorrida pelo caixeiro no trajeto completo trazido pelo indivíduo, considerando sempre o menor caminho a ser percorrido entre quaisquer duas cidades. Isso é trazido pelo uso do algoritmo de Dijkstra (3) no grafo constituído pelas cidades. Seu uso será detalhado melhor a seguir, mas quanto menor a distância que um indivíduo encontrar, melhor.

Como parte do problema do Caixeiro Viajante é o de encontrar um trajeto de menor custo, não é dito à função de fitness qual é a menor distância que o grafo possui.

## Algoritmo de Dijkstra

O algoritmo de Dijkstra possui o seguinte pseudocódigo (2):

---

**Algoritmo 1:** Pseudocódigo do Algoritmo de Dijkstra.

---

```

Dijkstra(Grafo, cidade) begin
    Inicializar(Q);
    Inicializar(dist);
    Inicializar(prev);
    foreach cidade v no Grafo do
        dist[v]  $\leftarrow \infty$ ;
        prev[v]  $\leftarrow desconhecido$ ;
        Q.adicionar(v);
    end
    dist[cidade]  $\leftarrow 0$ ;
    while Q não estiver vazio do
        u  $\leftarrow VerticeEmQComMenorDist(Q, dist)$ ;
        Q.remove(u);
        foreach vizinho w de u do
            atalho  $\leftarrow dist[u] + DistanciaEntre(u, w)$ ;
            if atalho < dist[w] then
                dist[w]  $\leftarrow atalho$ ;
                prev[w]  $\leftarrow u$ ;
            end
        end
    end
    return dist, prev
end

```

---

A complexidade de tal algoritmo, por possuir um loop dentro de outro, é, para o pior caso,  $O(N^2)$ , sendo  $N$  o número de cidades. No entanto, ele só descobre a menor distância tendo como referência a cidade utilizada como parâmetro. Por conta disso, o algoritmo precisa ser rodado uma vez para cada cidade, trazendo uma complexidade total  $O(N^3)$  para o seu uso.

O requerimento para este algoritmo convergir é o de que a distância entre quaisquer duas cidades seja maior que zero, e que a distância de uma cidade para ela mesma (se existir) seja zero. Para ser utilizada com o AG, considerou-se também um grafo inicial conexo,



de tal forma que qualquer percurso sugerido por um indivíduo fosse sempre possível.

O algoritmo de Dijkstra buscará atalhos entre as cidades. Um indivíduo que propuser um trajeto, a princípio, não saberá dizer se há atalhos. Se houver um, ele será apresentado na tela, mas a função de fitness não irá considerar as cidades do atalho como visitadas. Esperou-se que, ao longo das gerações, tais cidades fossem escolhidas naturalmente pela população.

## 3 *Algoritmo Genético*

O pseudocódigo tradicional de um algoritmo evolutivo pode ser dado por (7):

---

**Algoritmo 2:** Pseudocódigo de um Algoritmo Evolutivo.

---

```

AG(fitness) begin
   $P \leftarrow \text{InicializarPopulacao}(\textit{fitness});$ 
   $P.\textit{fitness}();$ 
   $t = 0;$ 
  while  $t < \textit{número de gerações}$  do
     $\textit{Pais} \leftarrow \textit{Selecao}(P);$ 
     $\textit{Filhos} \leftarrow \textit{Crossover}(\textit{Pais});$ 
     $P \leftarrow P \cup \textit{Filhos};$ 
     $\textit{Mutacao}(P);$ 
     $P.\textit{fitness}();$ 
     $P \leftarrow \textit{Sobrevivem}(P);$ 
  end
end

```

---

Cada uma destas funções principais pode ser feita de diferentes maneiras. No entanto, tais implementações independem do problema a ser resolvido, o que torna sua confecção e manutenção bem mais simples.

Para que este trabalho não fugisse muito de seu escopo, que é o de resolver problemas, as decisões feitas para o AG tentaram ser as mais simples possíveis frente à literatura existente.

### 3.1 Parâmetros de entrada

O AG possui uma série de algoritmos de entrada. No entanto, excetuando-se os parâmetros específicos de cada problema (como os associados à função de fitness ou ao

tipo de indivíduo que comporá a população), restam um total de 4 parâmetros:

- O número de indivíduos na população ( $\mu$ );
- O número de gerações ( $NGEN$ );
- A probabilidade de crossover ( $p_c$ );
- A probabilidade de mutação ( $p_m$ ).

As variáveis  $p_c$  e  $p_m$  serão discutidas a seguir. O valor de  $NGEN$  variou de acordo com o problema e com sua complexidade, mas foi padronizado um valor empírico de 120 gerações para cada execução do AG. O valor de  $\mu$  ficou padronizado como 100.

## 3.2 Seleção dos pais

A escolha dos pais foi feita ordenando a geração em função de seu valor de fitness, com os pais sendo pareados sequencialmente, dois a dois.

## 3.3 Recombinação / Crossover

Escolhidos os pais, avalia-se, com probabilidade  $p_c$ , se eles serão cruzados. Se sim, seus materiais genéticos serão misturados por uma ação chamada *crossover*.

O crossover envolve a quebra da sequência de genes de dois indivíduos em uma mesma secção, com a subsequente troca de material na região delimitada por esta secção. Este trabalho se utilizou do crossover em dois pontos, o qual divide as sequências em duas partes distintas, ocorrendo troca do material genético entre estas partes. Tal ação é mostrada na figura 1.

Toda ação bem sucedida de crossover gera duas sequências de genes (filhas) novas a partir das sequências originais (pais), as quais são transformadas em indivíduos e adicionadas à população.

O valor normalmente associado à variável  $p_c$  na literatura costuma ficar sempre em torno de 0.9, valor padronizado neste trabalho. Tal valor precisa ser alto para que os filhos tenham maiores chances de variar seus genes ao longo das gerações.

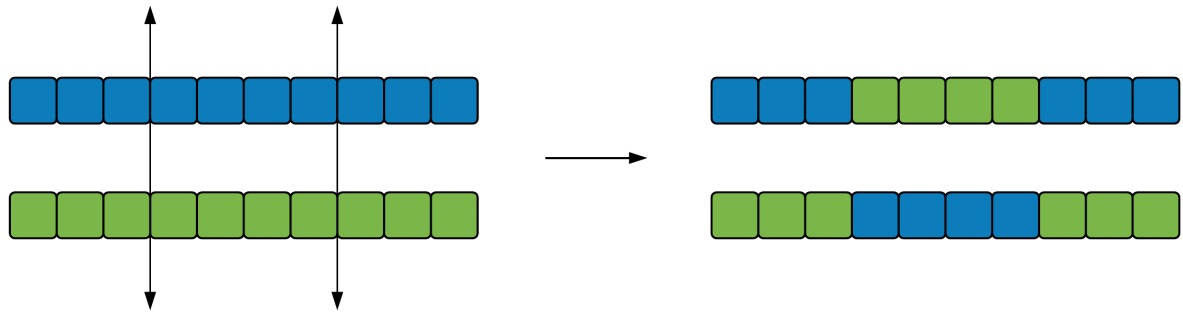


Figura 2: Ação de crossover em dois pontos.

### 3.4 Mutação

A ação de mutação atua sobre todos os genes da população (pais e filhos), a qual avalia, com probabilidade  $p_m$ , se a expressividade destes genes será alterada. Se sim, o valor deste gene é alterado de acordo com a assinatura de mutação do gene, tal como foi explicado no capítulo anterior. Normalmente, esta mudança de valor é aleatória.

O valor normalmente associado à variável  $p_m$  na literatura costuma ser mais baixo, pois um valor muito alto não seria capaz de permitir a convergência das soluções. O valor padronizado neste trabalho foi de 0.01.

### 3.5 Sobrevivência

A ação de sobrevivência aqui também tentou ser relativamente simples. Os indivíduos (pais e filhos) após a mutação são ordenados de acordo com a função de fitness, e apenas os  $\mu$  melhores indivíduos são mantidos. Ou seja, a população não aumenta de tamanho ao longo das gerações.

## 4 *Otimização do Algoritmo*

Como proposta deste trabalho, pensou-se em como seria possível otimizar um AG de modo a encontrar boas soluções em poucas gerações. Dado o pseudocódigo de um AE, é possível propor uma série de otimizações, desde aquelas voltadas à melhoria de processamento, como o processamento paralelo de indivíduos em uma dada geração, àquelas que otimizam cada uma das quatro operações evolutivas principais (seleção, recombinação, mutação e sobrevivência).

De modo geral, o que traz novas soluções ao problema são as operações de variação (recombinação e mutação), e por conta disso, foram as mais analisadas neste capítulo. Otimizações mais simples discutidas em outros trabalhos, mas que se mostraram eficazes no encontro ou manutenção de boas soluções, também foram discutidas neste capítulo.

A manutenção de boas soluções foi obtida pelo uso de *elitismo*. A otimização nas operações de variação foi obtida pelo uso dos chamados Algoritmos Genéticos Adaptativos (AGA).

### 4.1 Elitismo

A literatura mostra uma série de possíveis formas de se interpretar elitismo. De modo geral, uma ação de elitismo age sobre os indivíduos mais adaptados em uma determinada geração, mantendo seus genes fora das ações de mutação. Isso serve para que uma boa solução não seja perdida por conta de tal operação, uma vez que toda a população é sujeita a uma série de mutações. Tais sujeitos ainda são considerados para recombinação, uma vez que o material genético dos pais não é modificado.

É possível desenvolver um AG que permita optar ou não por elitismo na execução de um AG, assim como escolher quantos indivíduos (valor absoluto ou porcentagem da população) serão mantidos fora das operações de mutação. Os benefícios são variados, mas uma taxa muito alta de elitismo pode comprometer a variação dos indivíduos.

Este trabalho trabalhou com elitismo ativo (mas opcional) em todas as gerações, mantendo o melhor indivíduo intacto. Isso garante que a melhor solução nunca é perdida, facilitando a convergência da população em direção à melhor solução.

## 4.2 Algoritmo Genético Adaptativo

Da forma como um AG é normalmente desenvolvido, os parâmetros de entrada que controlam as ações de variação (recombinação e mutação) são estáticos. De modo geral, é interessante que o parâmetro de crossover seja alto, compartilhando os genes entre os indivíduos o máximo possível, e que o parâmetro de mutação seja baixo, para que as soluções encontradas não sejam completamente aleatórias. No entanto, se o AG encontrar um extremo local, é possível que, com parâmetros estáticos, fique difícil encontrar o extremo global e a solução ótima. Sugere-se então o uso dos chamados Algoritmos Genéticos Adaptativos (AGA).

Um AGA é uma implementação feita em cima de um AG capaz de modificar seus parâmetros ao longo do tempo, mais precisamente, os parâmetros de crossover e mutação. Um AGA é capaz de não só modificar  $p_c$  e  $p_m$  ao longo das gerações, como também associar valores diferentes destes parâmetros para cada indivíduo, de acordo com o valor de fitness. Isso permite que os indivíduos não fiquem travados em extremos locais e busquem melhores soluções.

Para este trabalho, optou-se por trabalhar com modificações diretas aos parâmetros  $p_c$  e  $p_m$ , sem chegar ao ponto de modificar seu valor para cada indivíduo. Tal implementação foi feita por meio do seguinte pensamento: se os pais estiverem mais adaptados que os filhos, os valores de  $p_c$  e  $p_m$  devem aumentar. Caso contrário, estes valores são mantidos ou vão diminuindo, sem, é claro, extrapolar limites para tais parâmetros. O algoritmo 3,

a seguir, ilustra este pensamento.

---

**Algoritmo 3:** Pseudocódigo de um Algoritmo Evolutivo.

---

```

begin
  if  $f_{pais}/f_{filhos} - 1 < -K_f$  then
     $p_c \leftarrow \min(p_c + K_c, 1.0);$ 
     $p_m \leftarrow \min(p_m + K_m, 0.1);$ 
  end
  else if  $f_{pais}/f_{filhos} - 1 > K_f$  then
     $p_c \leftarrow \max(p_c - K_c, 0.5);$ 
     $p_m \leftarrow \max(p_m - K_m, 0);$ 
  end
  else
     $p_c \leftarrow p_c;$ 
     $p_m \leftarrow p_m;$ 
  end
end

```

---

Valores consistentes com outras literaturas sugerem  $K_c = 0.05$  e  $K_m = 0.015$ , com  $K_f$  sendo normalmente igual a 0.1 se o fitness crescer, e 10 se o fitness decrescer (em busca de uma boa solução). Os limites de  $[0.5, 1]$  para  $p_c$  e  $[0, 0.1]$  para  $p_m$  servem justamente para se manter a ideia inicial da implementação estática do AG.

Foram feitas execuções tanto com o uso do AGA quanto do uso estático de  $p_c$  e  $p_m$ .

## 5 *Análises e Resultados*

### 5.1 Parâmetros analisados

Foram escolhidos parâmetros simples para analisar a evolução feita ao longo das gerações:

- Valor mínimo de fitness em um indivíduo;
- Valor máximo de fitness em um indivíduo;
- Valor médio de fitness entre todos os indivíduos;
- Desvio padrão dos valores de fitness.

O desvio padrão aqui foi calculado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (5.1)$$

### 5.2 OneMax Booleano

Texto.

### 5.3 OneMax Real

Texto.

### 5.4 Caixeiro Viajante Adaptado

Texto.



Listagem 5.1: Mapa de cidades para o problema do Caixeiro Viajante Adaptado.

[0, 633, 257, 91, 412, 150, 80, 134, 259, 505, 353, 324, 70, 211, 268, 246, 121],
[633, 0, 390, 661, 227, 488, 572, 530, 555, 289, 282, 638, 567, 466, 420, 745, 518],
[257, 390, 0, 228, 169, 112, 196, 154, 372, 262, 110, 437, 191, 74, 53, 472, 142],
[91, 661, 228, 0, 383, 120, 77, 105, 175, 476, 324, 240, 27, 182, 239, 237, 84],
[412, 227, 169, 383, 0, 267, 351, 309, 338, 196, 61, 421, 346, 243, 199, 528, 297],
[150, 488, 112, 120, 267, 0, 63, 34, 264, 360, 208, 329, 83, 105, 123, 364, 35],
[80, 572, 196, 77, 351, 63, 0, 29, 232, 444, 292, 297, 47, 150, 207, 332, 29],
[134, 530, 154, 105, 309, 34, 29, 0, 249, 402, 250, 314, 68, 108, 165, 349, 36],
[259, 555, 372, 175, 338, 264, 232, 249, 0, 495, 352, 95, 189, 326, 383, 202, 236],
[505, 289, 262, 476, 196, 360, 444, 402, 495, 0, 154, 578, 439, 336, 240, 685, 390],
[353, 282, 110, 324, 61, 208, 292, 250, 352, 154, 0, 435, 287, 184, 140, 542, 238],
[324, 638, 437, 240, 421, 329, 297, 314, 95, 578, 435, 0, 254, 391, 448, 157, 301],
[70, 567, 191, 27, 346, 83, 47, 68, 189, 439, 287, 254, 0, 145, 202, 289, 55],
[211, 466, 74, 182, 243, 105, 150, 108, 326, 336, 184, 391, 145, 0, 57, 426, 96],
[268, 420, 53, 239, 199, 123, 207, 165, 383, 240, 140, 448, 202, 57, 0, 483, 153],
[246, 745, 472, 237, 528, 364, 332, 349, 202, 685, 542, 157, 289, 426, 483, 0, 336],
[121, 518, 142, 84, 297, 35, 29, 36, 236, 390, 238, 301, 55, 96, 153, 336, 0]

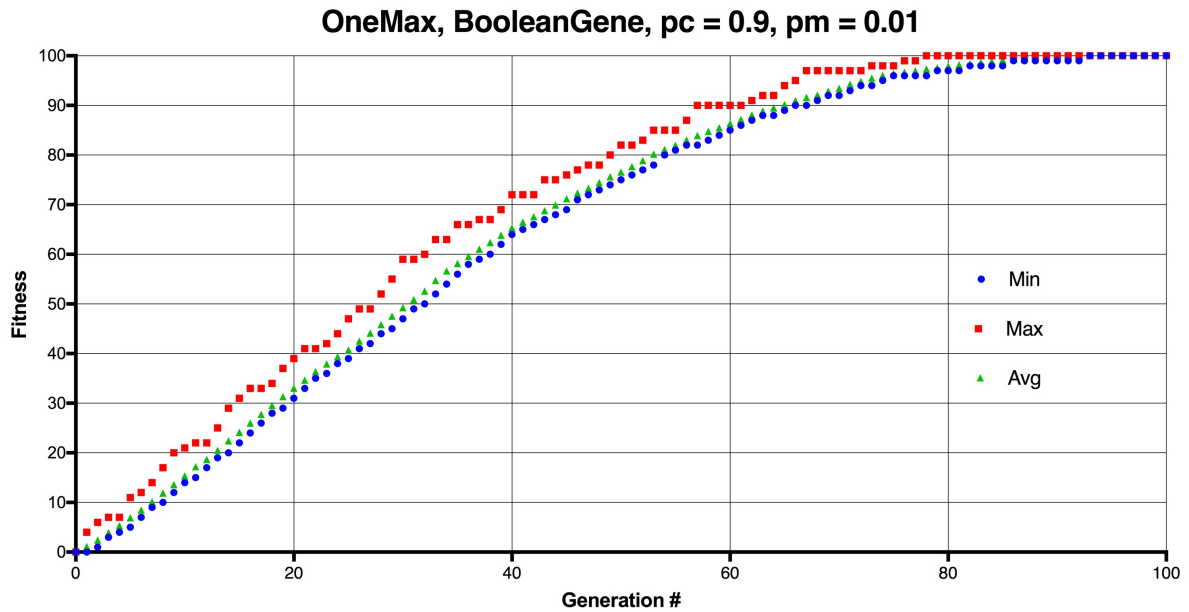


Figura 3: Evolução do fitness para o problema do OneMax Booleano com mínimo, máximo e valor médio, com  $p_c = 0.9$  e  $p_m = 0.01$ .

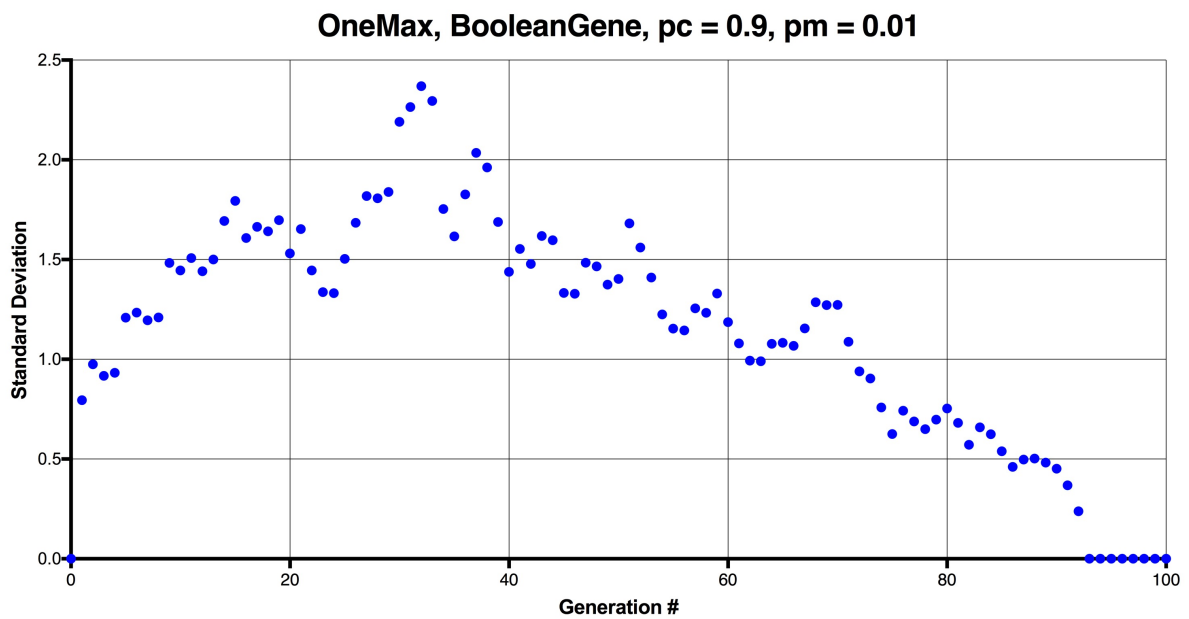


Figura 4: Desvio padrão ao longo das gerações para o problema do OneMax Booleano, com  $p_c = 0.9$  e  $p_m = 0.01$ .

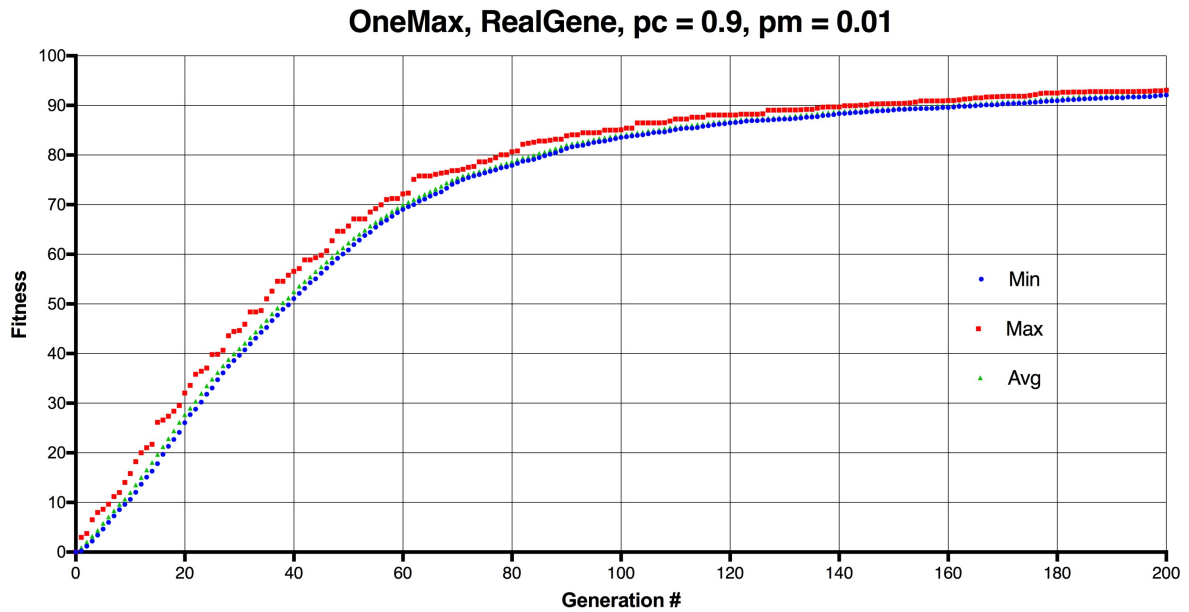


Figura 5: Evolução do fitness para o problema do OneMax Real com mínimo, máximo e valor médio, com  $p_c = 0.9$  e  $p_m = 0.01$ .

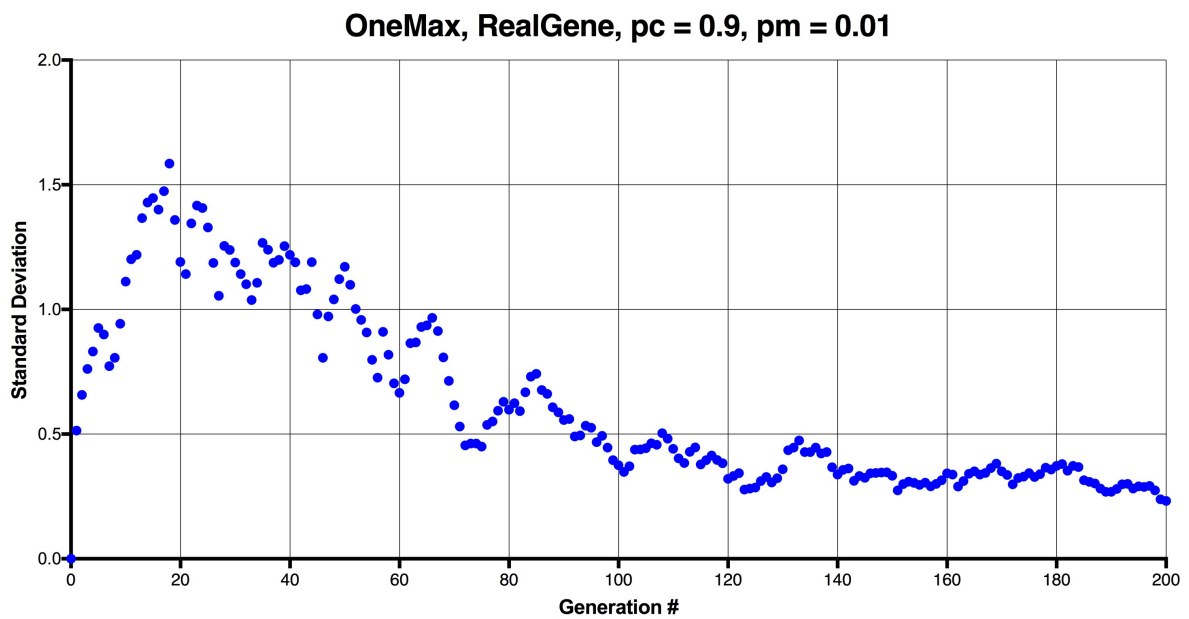


Figura 6: Desvio padrão ao longo das gerações para o problema do OneMax Real, com  $p_c = 0.9$  e  $p_m = 0.01$ .

## ***6 Conclusões e Trabalhos Futuros***

Texto aqui.

## *Referências*

- 1 D. L. Applegate, R. E. Bixby, V. Chvatal, and W. J. Cook. *The Traveling Salesman Problem: a computational study*. Princeton university press, 2011.
- 2 T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and outros. Dijkstra's algorithm. 2001.
- 3 E. W. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1):269–271, 1959.
- 4 A. E. Eiben and S. K. Smit. Parameter tuning for configuring and analyzing evolutionary algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(1):19–31, 2011.
- 5 A. E. Eiben and J. E. Smith. *Introduction To Evolutionary Computing*, volume 53. Springer-Verlag, 2003.
- 6 P. Giguere and D. E. Goldberg. Population sizing for optimum sampling with genetic algorithms: A case study of the onemax problem. *Genetic Programming*, 98:496–503, 1998.
- 7 ICMC-USP. Algoritmos genéticos. <http://conteudo.icmc.usp.br/pessoas/andre/research/genetic/>. [Online; acessado em 06 de novembro de 2016].

## FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO  TC	2. DATA	3. REGISTRO N°	4. N° DE PÁGINAS  15
5. TÍTULO E SUBTÍTULO:  Resolução Otimizada de Problemas com uso de Algoritmos Evolutivos			
6. AUTOR(ES):  Cássio dos Santos Sousa			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES):  Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR:  Algoritmo Evolutivo, Inteligência Artificial.			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO:  Solicite preenchimento dos campos 2, 3 e 9 – envie este formulário para <a href="mailto:doc.pt@ita.br">doc.pt@ita.br</a>			
10. APRESENTAÇÃO: <div style="display: flex; justify-content: flex-end; gap: 20px;"> <span><b>X Nacional</b></span> <span><b>Internacional</b></span> </div> ITA, São José dos Campos. Curso de Graduação em Engenharia de Computação. Orientador: Carlos Henrique Quartucci Forster. Publicado em 2016.			
11. RESUMO:  Insira algum texto interessante aqui.			
12. GRAU DE SIGILO:  <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <span>(X) OSTENSIVO</span> <span>( ) RESERVADO</span> <span>( ) SECRETO</span> </div>			