1.神经网络简介

1.1 神经元

在深度学习中，必须要说的就是神经网络，或者说是人工神经网络（artificial neural network）。神经网络是一种人类受到生物神经细胞结构启发而研究出的算法体系。

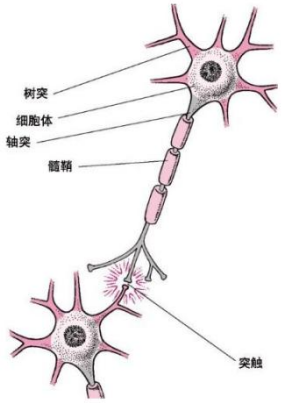


图 1 生物神经元结构图

如图 1 所示是一幅生物神经元的结构图，神经细胞使用的是化学信号传递，但是有机化学分子比较复杂，目前为止，人类并不了解这些化学分子具体承载的信息，然而人类通过从这种神经细胞之间的刺激来传递信息的方式中获得启发，从而设计了网络状的处理单元。

神经网络这个名字容易让人觉得特别神秘，不像我们接触过的程序算法那样直观，在编程的时候我们常用到的都是一些加减乘除、循环、分支、比大小、读写等等，使用这些基本步骤就能够完成一个明确的目标任务，然而神经网络和这种直观的方式还真有些不同。

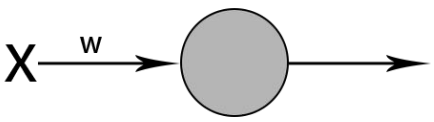


图 2 最简单的神经元

图 2 就是一个最简单的神经元，有一个输入，一个输出，中间是一个参数，然后节点表示进行某种运算，所以它表达的含义跟一个普通函数没什么区别。不过需要注意的是，我们目前使用的神经元内部的运算通常有两个部分组成，第一部分是所谓的“线性模型”，可以把它理解为一个简单的包含加减乘除的函数，假设为 $f(x) = 2x + 1$，它是图 2 中圆圈内的第一个部分。图 2 中圆圈内运算的另外一部分是“激活函数”，这一部分也不是很复杂，就是将第一部分线性模型的结果再通过一个“激活函数”计算，这个函数通常是非线性的，例如 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-(2x+1)}}$ ，其中 2x+1 是第一部分的线性函数。我们可以看出它虽然和普通的函数没什么区别，但这种方式的确是神经网络工作的原理。

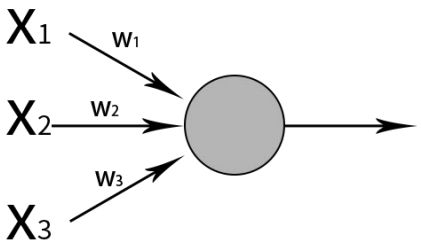


图 3 n 维的函数 f(x)

我们接着看图 3，输入 x 可以是一个一维向量，也可以是三维向量，当然也可以是一个更多的 n 维向量，对于 n 维向量输入项的神经元 $f(x)$来说，这个函数就是：

$$f(x) = wx + b$$

其中 x 是一个 n × 1 的矩阵也就是 n 维列向量，而 w 是一个 1 × n 的权重矩阵，b 是偏执项。这个过程是在计算什么？权重矩阵和偏执项到底是什么？我们举一个例子来说明，假设 x 是一个这样的矩阵：

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 180 \\ 70 \end{pmatrix}$$

这个特征向量有三个维度，比如说第一行代表性别，数值 1 代表男生，数值 0 代表女生，第二行代表身高 180cm，第三行代表体重 70kg，这是一个多维度的描述，可能是描述人的体重情况。然后根据不同的人有不同的特征向量，w 是一个 1 × n 的矩阵，它表示权重的概念，就是表示每一项的重要程度，例如$[0.1 \quad 0.03 \quad 0.06]$，b 是偏置项，它是一个实数值，假设在这里 b 就是 1 × 1 的矩阵 0，整个函数则表示为 w 与 x 进行内积操作，乘出来是一个实数，然后加上 b，即：

$$f(x)=0.1 \times 1+ 0.03 \times 180 + 0.06 \times 70 + 0 = 9.7$$

最终的结果是 9.7，那么我们在这定义一个区间(6,13)，只要结果在这个区间内则体重正常。不在区间的话就通过一些算法计算，进而调整 w 与 b，使得计算结果尽量落在这个区间，这样做的前提是我们给出的数据都是正常体重的数据，经过大量数据的演算推导，我们就能够获得精确度极高的 w 和 b 的值，从而确定 $f(x)$，如此一来，我们就可以使用这个确定的函数 $f(x)$来检验新的体重值是否标准了。

在以后训练神经网络的时候，这些 w 与 b 参数，是我们最终想要得到的最有价值的东西，有这些参数之后我们就可以拿新的输入 x，通过计算来预测结果。

通常，我们在训练神经网络的时候，会需要大量的数据样本，这些数据样本里面我们已知的有输入 x，然后还会有已经知道的输出 $f(x)$或 y,这个输出通常称为标签，例如一张猫的图片，输入就是这张图片的像素矩阵，输出就是图片的名称-猫（当然可以拿数字来代替，计算机并不清楚文字猫和数字 0 的区别）。

这里我们引入一个新的概念，叫做损失函数，我们简单解释一下，在训练神经网络的时候，一开始，我们会初始化 w 与 b 参数，假设定义它们的矩阵里面全是接近 0 的浮点小数，那么输入与其计算后会得到结果 f'(x)，但是这个数据真实的标签却是 $f(x)$，我们会定义一个损失函数，它代表了计算输出的标签与真实数据的标签的差距，通常把这个函数写作为 Loss：

$$\text{Loss} = \sum_{i=1}^{n} |wx_i + b - y_i|$$

上式举了一个损失函数的例子，$wx_i + b$ 为输入通过线性模型计算得出的 f'(x)，$|wx_i + b - y_i|$代表求 f'(x)与 $f(x)$之间差的绝对值，$\sum_{i=1}^{n} |wx_i + b - y_i|$代表将从 1 开始到 n 所有差的绝对值加起来，那么这个函数有什么用途呢？我们训练神经网络的最终目的是得到合适的 w 与 b，那么这个损失函数足够小的情况下，就代表神经网络计算出的结果与真实的结果差距足够小，也就说明我们的 w 与 b 越可靠，至于怎么通过这个函数去不断的调整 w 与 b 呢？我们后面部分会讲解。

1.2 激活函数

激活函数(activation function)，也叫作激励函数，在第一小节神经元中，我们提到过这个名词，也大概说明了一下什么是激活函数，它是在神经元中跟随 $f(x) = wx + b$ 之后加入的非线性因素，激活函数在神经元线性模型之后，如下图 4 红色部分：

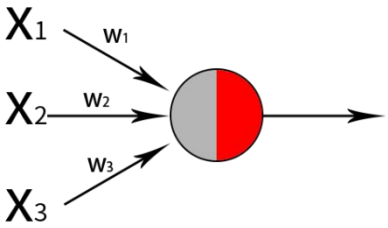
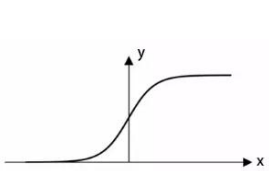
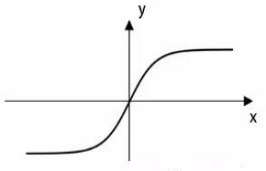
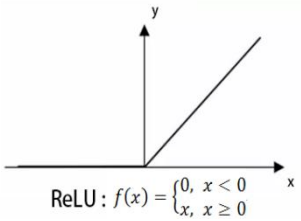


图 4 激活函数

那么解释一下什么是非线性，生活中的各种事物抽象为数学模型后几乎都是非线性，举个例子，理想情况下房子越大，价格越贵，这里的面积与价格可以视作线性关系，但是真实情况下，房价不仅受到面积的影响因素，还会受到地理位置、时间、楼层等等因素的影响，那么这几种因素与房价就不是线性关系了。通常神经元的串联和并联叠加构成了神经网络，如果都是线性模型的叠加，那最终整个网络也是线性的，也就是矩阵相乘的关系，但是其中加入了激活函数，那么叠加之后的神经网络理论上就可以构成任意复杂的函数从而解决一些复杂问题。下面我们给出神经网络中常用到的三种激活函数：







可以看到第一种 sigmoid 函数，是将线性模型的计算结果投射到 0 到 1 之间，第二个 TanH 函数是将线性模型的计算结果投射到-1 到 1 之间，最后一个 ReLU 是将线性模型计算结果小于 0 的部分投射为 0，大于等于 0 的部分投射为计算结果本身。

1.3 神经网络

学习完前两小节之后，我们大概能够想象出来一个神经网络的样子，通俗的说，就

是神经元首尾相接形成一个类似网络的结构来协同计算，这个算法体系被称为神经网络，见图 5.

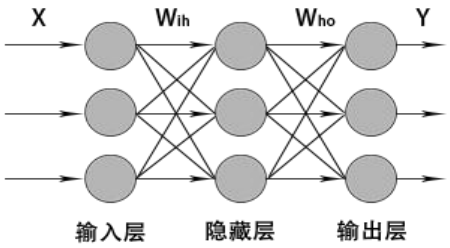


图 5 神经网络结构图

图 5 是一个非常简单的神经网络结构，在神经网络中通常会分为：输入层、隐藏层、输出层。输入层在整个网络最前端，图中为最左侧（也有自下而上的结构示意图），它直接接受输入的向量，输入层通常不计入层数，隐藏层这一层可以有多层，在比较深的网络中，隐藏层能达到数十上百层，输出层是最后一层，用来输出整个网络计算后的结果，这一层可能是比较复杂的类型的值或者向量，根据不同的需求输出层的构造也是不同的。

神经元就是通过这种结构进行数据传递，数据经过前一个神经元的计算输出给下一层的神经元当做输入，因为前一层的神经元节点连接了下一层的所有节点，因此这种前后层相互连接的网络也叫作全连接神经网络，这是一种非常常见的网络结构。

2.神经网络的工作过程

2.1 前向传播

在前面的学习中，我们介绍了神经网络的基本结构，还有神经元的计算方式，本节开始我们继续深入讲解神经网络的工作过程。在前面我们接触过了一种简单的神经网络结构，叫做全连接神经网络，同时，这种神经元从输入层开始，接受前一级输入，并输出到后一级，直至最终输出层，由于数据是一层一层从输入至输出传播的，也叫作前馈神经网络。

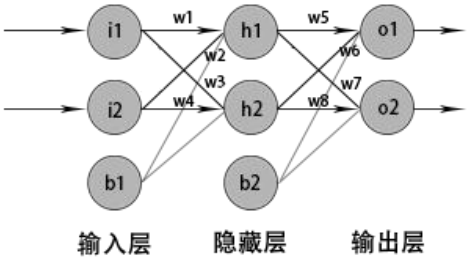


图 6 某神经网络例子

接下来我们看图 6 所示的神经网络，这是一个简单的神经网络结构，i1 与 i2 分别是两个输入，隐藏层有两个神经元节点 h1 与 h2，偏置项 b1 与 b2，输出层也有 2 个神经元节点 o1 与 o2，那么前向传播过程中，隐藏层神经元节点线性部分计算有$l_{h1} = w1 \times i1 + w2 \times i2 + b1$,假设激活函数为 sigmoid，那么第一个隐藏层节点输出为$\text{out}_{h1} = \frac{1}{1+e^{-l_{h1}}}$，同理$\text{out}_{h2} = \frac{1}{1+e^{-l_{h2}}}$，输出层 o1 节点假设激活函数为 sigmoid（这里使用激活函数的作用往往是根据特定的需求，比如多分类问题需要用到 softmax 函数），那么$l_{o1} = w5 \times out_{h1} + w6 \times out_{h2} + b2$,同理$l_{o2} = w7 \times out_{h1} + w8 \times out_{h2} + b2$，这样整个网络的前向传播输出$out_{o1} = \frac{1}{1+e^{-l_{o1}}}$、$out_{o2} = \frac{1}{1+e^{-l_{o2}}}$ 。

这时如果将我们的参数都赋值常数带入进去，然后设定一组真实的数据（其中包含输入 i1 与 i2，也包含一个与之对应的输出 out），输入之后会计算得到一个计算结果，

然后将计算结果与我们设定的真实结果 out 做比较，会出现差距，那么损失函数我们上一章已经提到了，假设损失函数是

$$E_{total} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(target - output)^2$$

其中 target 代表数据样本的标签,是理应输出的值,output 代表神经网络计算的输出,那么这两者之间的差值就能代表当前神经网络计算的误差,这里取其平方再加和除 n 的意义是,实际输出与我们期望的输出差距越大,代价越高,然后取其均方差,则有$E_{o1} = \frac{1}{2}(target - out_{o1})^2$, $E_{o2} = \frac{1}{2}(target - out_{o2})^2$, $E_{total} = E_{o1} + E_{o2}$,有了这个损失函数我们就可以学习接下来的反向传播了!

2.2 反向传播

现在我们来讲一下反向传播，顾名思义，反向传播算法是利用损失函数进而从输出到输入方向传播达到调整参数的目的，它的存在主要是解决深层（多个隐藏层）神经网络的参数更新问题，反向传播算法就是梯度下降应用了链式法则，梯度下降这一概念我们下一小节会讲到，链式法则是微积分中的求导法则，用于复合函数的求导，在神经网络中只要有了隐藏层，那么隐藏层的权重参数与损失函数会构成复合函数，因此使用链式法则解决复合函数求导问题达到调整权重参数的目的。

具体链式法则的计算方式大家可以查阅高数资料了解。可能在这里出现了一些难理解的专有名词，那么举个例子来帮助我们更直观的理解，例如输入是小红，隐藏层是小蓝，输出层是小黄，根据神经网络的计算方式，最终会产生损失函数，那么利用梯度下降算法，可以将损失函数的反馈直接反馈到输出层小黄，尽而调整输出层小黄前面的参数矩阵，但是隐藏层小蓝不能得直接反馈而不能优化前面的参数矩阵，这时候利用链式法则，将小蓝与损失函数形成复合函数从而让误差反馈也能调整隐藏层小蓝前面的权重矩阵。最后迭代几次后最终误差会降低到最小。梯度下降具体是做什么的我们先不用管，知道它是利用损失函数进而调整权重参数最终使损失函数尽量小就可以了。

接下来我们将上一小节中的神经网络拿过来,并将输入、输出、权值、偏置都赋予实数,来演示一下反向传播的过程,具体实数赋值如下:

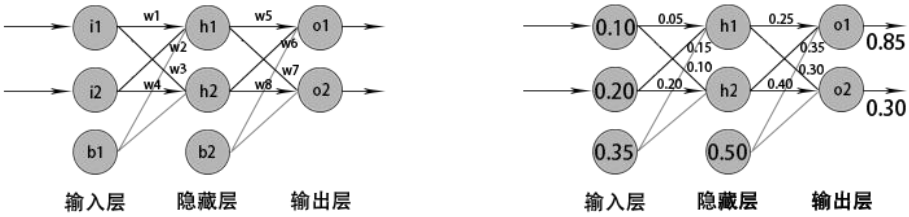


图 7 赋值后的神经网络

图 7 中，左侧是原来我们搭建的神经网络，右侧是将输入赋值 0.10 与 0.20，隐藏层权重为 0.05、0.15、0.10、0.20，偏置为 0.35，输出层权重为 0.25、0.35、0.30、0.40，偏置为 0.50，最终赋值输出为 0.85、0.30，注意这个输出是我们预设好的标签，就是我们希望输入 0.10 与 0.20 后，通过神经网络计算，最终输出 0.85 与 0.30。 通过上一节的前向传播，我们得到了前向传播中各个节点的计算公式，将实数带入公式我们可以得到：

隐藏层第一个节点线性部分：$l_{h1} = 0.05 \times 0.10 + 0.15 \times 0.20 + 0.35 = 0.385$

隐藏层第二个节点线性部分：$l_{h2} = 0.10 \times 0.10 + 0.20 \times 0.20 + 0.35 = 0.400$

隐藏层第一个节点输出：$\text{out}_{h1} = \dfrac{1}{1+e^{-0.385}} = 0.595078474$

隐藏层第二个节点输出：$\text{out}_{h2} = \dfrac{1}{1+e^{-0.4}} = 0.598687660$

同理：输出层线性部分：

$$l_{o1} = 0.25 \times 0.595078474 + 0.35 \times 0.598687660 + 0.50 = 0.8583102995$$

$$l_{o2} = 0.30 \times 0.595078474 + 0.40 \times 0.598687660 + 0.50 = 0.9179986062$$

输出层输出：

$$out_{o1} = \frac{1}{1+e^{-0.8583102995}} = 0.702307507$$

$$out_{o2} = \frac{1}{1+e^{-0.9179986062}} = 0.714634132$$

损失函数计算结果：

$$E_{o1} = \sum \frac{1}{2}(0.85 - 0.702307507)^2 = 0.010906536$$

$$E_{o2} = \sum \frac{1}{2}(0.30 - 0.714634132)^2 = 0.085960731$$

$$E_{total} = 0.010906536 + 0.085960731 = 0.096867268$$

到这之后可以看到我们的总误差的数值，那么接下来进行反向传播算法，在反向传播算法里面应用了很多导数的知识，现在我们重点放在过程上，在下一节中我们再详细讲解梯度下降。

反向传播：

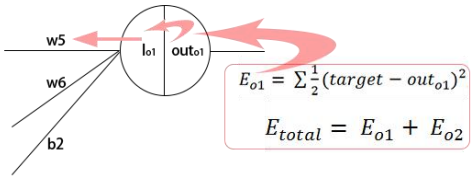


图 8 反向传播示意图

图 8 是反向传播示意图，对于权重参数 w5 来说，我们想知道它的变化对损失函数的影响有多大，是根据最后的总损失函数反馈到out_{o1}，然后由out_{o1}反馈到l_{o1}，最后由l_{o1}反馈到 w5，那么我们对其求偏导并且根据链式法则有：

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w5} = \frac{\partial E_{total}}{\partial out_{o1}} \times \frac{\partial out_{o1}}{\partial l_{o1}} \times \frac{\partial l_{o1}}{\partial w5}$$

那么：

$$E_{total} = \frac{1}{2}(0.85 - out_{o1})^2 + \frac{1}{2}(0.3 - out_{o2})^2$$

对上式out_{o1}求偏导，根据求导公式得：

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{o1}} = 2 \times \frac{1}{2}（0.85 - out_{o1}）^{2-1} \times -1 = 0.702307507 - 0.85$$

$$= -0.147692493$$

接着计算$\frac{\partial out_{o1}}{\partial l_{o1}}$：

$$out_{o1} = \frac{1}{1 + e^{-l_{o1}}}$$

这儿是对 sigmod 函数进行求导，我们具体可以通过配项推导一下，此处省略推导过程（如果感兴趣可以去找一下相关资料手动推一次）：

$$\frac{\partial out_{o1}}{\partial l_{o1}} = out_{o1} \times (1 - out_{o1}) = 0.702307507 \times (1 - 0.702307507) = 0.209071672$$

接着往下计算$\frac{\partial l_{o1}}{\partial w5}$:

$$l_{o1} = w5 \times out_{h1} + w6 \times out_{h2} + b2$$

$$\frac{\partial l_{o1}}{\partial w5} = 1 \times out_{h1} \times w5^{1-1} + 0 + 0 = 0.595078474$$

最后三项相乘得出$\frac{\partial E_{total}}{\partial w5}$:

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w5} = -0.147692493 \times 0.209071672 \times 0.595078474 = -0.018375021$$

到这之后我们可以根据梯度下降的算法来更新 w5 权重了：

$$w_5^+ = w_5 - \eta \frac{\partial E_{total}}{\partial w5} = 0.25 - 1 \times （-0.018375021） = 0.268375021$$

上述的式子是梯度下降的算法，η是学习率，就是说梯度下降的步幅，是由工程师凭借经验或者测试而确定的数值，在这我们先认识一下这些名词，那么w_5就被更新为w_5^+。同理我们也可以将 w6，w7，w8 更新完成。当我们使用更新完之后的参数再带入神经网络去计算时，会发现最终的输出与真实的输出已经更接近了。这就是梯度下降算法的作用，是不是迫不及待的想了解梯度下降了？让我们先把隐藏层的权重是如何通过反向传播算法更新的理解清楚。

对于隐藏层更新权重时，例如更新 w1，使用的方法基本与前文更新 w5 是一致的，从out_{o1}, l_{o1}, w5 三处分别求偏导再求其乘积，但有区别的是，更新 w1 时候，损失函数传递方式变为下图 9 所示：

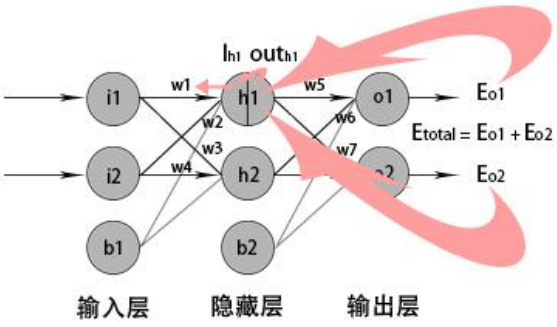


图 9 损失函数传递方式变化

那么就有损失函数对 w1 权重求偏导：

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w1} = \frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} \times \frac{\partial out_{h1}}{\partial l_{h1}} \times \frac{\partial l_{h1}}{\partial w1}$$

由上图中的传递方式可以看到，out_{h1}会接受有E_{o1}, 与E_{o2}两个地方传来的误差损失。

那么$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}}$则可以拆为：

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} + \frac{\partial E_{o2}}{\partial out_{h1}}$$

继续往下计算$\frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}}$, 主要是利用链式法则将隐藏层与输出层链接起来计算：

$$\frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial l_{o1}} \times \frac{\partial l_{o1}}{\partial out_{h1}}$$

那么可以利用输出层的计算结果($\frac{\partial E_{o1}}{\partial \mathrm{out}_{o1}}$与$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{o1}}$结果相等)：

$$\frac{\partial E_{o1}}{\partial l_{o1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial \mathrm{out}_{o1}} \times \frac{\partial out_{o1}}{\partial l_{o1}} = -0.147692493 \times 0.209071672 = -0.030878316$$

接着：

$$l_{o1} = w5 \times out_{h1} + w6 \times out_{h2} + b2$$

$$\frac{\partial l_{o1}}{\partial out_{h1}} = \mathrm{w5} = 0.25$$

最终：

$$\frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial l_{o1}} \times \frac{\partial l_{o1}}{\partial out_{h1}} = -0.030878316 \times 0.25 = -0.007719579$$

同样我们可以计算出：

$$\frac{\partial E_{o2}}{\partial out_{h1}} = 0.025367174$$

那么：

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} + \frac{\partial E_{o2}}{\partial out_{h1}} = -0.007719579 + 0.025367174 = 0.017647595$$

在这之后我们计算第二部分$\frac{\partial out_{h1}}{\partial l_{h1}}$：

$$out_{h1} = \frac{1}{1 + e^{-l_{h1}}}$$

$$\frac{\partial out_{h1}}{\partial l_{h1}} = out_{h1}(1 - out_{h1}) = 0.595078474 \times (1 - 0.595078474) = 0.240960084$$

然后计算第三部分$\frac{\partial l_{h1}}{\partial w1}$：

$$l_{h1} = w1 \times i1 + w2 \times i2 + b1$$

$$\frac{\partial l_{h1}}{\partial w1} = i1 = 0.1$$

那么三项相乘：

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w1} = \frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} \times \frac{\partial out_{h1}}{\partial l_{h1}} \times \frac{\partial l_{h1}}{\partial w1}$$

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w1} = 0.017647595 \times 0.240960084 \times 0.1 = 0.000425237$$

最后梯度下降算法更新 w1：

$$w_1^+ = w_1 - \eta \frac{\partial E_{total}}{\partial w1} = 0.05 - 1 \times 0.000425237 = 0.049574763$$

同理也可以将 w2、w3、w4 更新完成，最后将更新完的所有参数全部带入重新计算，得出新的输出，然后再根据损失函数、反向传播、梯度下降不停的去迭代更新参数，最终理论上输出的结果会无限接近真实结果，那么这一组参数就会变得非常有价值，上文中的理论推导都是基于简单的实数，并且网络结构简单，目的是让大家理解神经网路的工作过程，真实的环境中都是使用矩阵批量计算的，并且已经有很多深度学习工具帮我们实现了计算过程，我们学会调用对应的函数就能便捷的实现计算过程。

2.3 训练神经网络

2.3.1 梯度下降算法

在前文中，神经网络的工作过程相信大家在熟读之后已经有了一个认识，里面我们有几处提到了梯度下降，这个算法是优化权重参数的关键，并且目前主流的神经网络训练模型基本都使用梯度下降或改进后的梯度下降作为优化算法。这一小节我们就揭开梯度下降算法的神秘面纱。

说到梯度下降，不得不说的就是下山问题，梯度下降的思想其实就是一个下山的过程，假设我们爬到了山顶，然后感觉很累想尽快下山休息。但是这个时候起雾了，山上都是浓雾，能见度很低。那么我们下山的路径是无法确定的，这时候我们要怎么下山呢？聪明的你肯定能想到利用周围能看见的环境去找下山的路径，这个时候梯度下降的思想就能体现了，我们首先要找到周围最陡峭的地方，然后朝着地势往下的方向走，走完一段距离发现最陡峭的方向变了，那么我们调整一下方向接着沿地势往下的方位走。这样不断的进行下去，理论上最后一定会到达山脚，如图 10 所示。

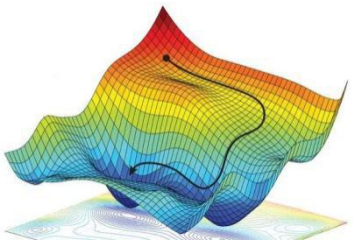


图 10 梯度下降图示

假设这座山有的坡特别平缓，那么几个方向的陡峭程度很接近，我们无法用肉眼测量出最陡峭的，假如恰好我们带了一个测量仪，然后每走一段距离我们就会测量一次，这时候就会出现一个问题，如果我们每走几步就测量一次，那么可能走到明天我们都下不去山，但是我们如果减少测量次数，那么可能就会偏离下山的最快的路径。这里我们就会需要一个合适的测量频率，保证我们下山路径足够快，然后又不需要太多时间去测量。

这个例子对应到神经网络训练过程中的梯度下降算法是怎么样的呢？学完前面的内容都知道，神经网络前向传播会计算出一个输出，输出与真实的数据标签输出对比会产生一个误差，然后根据误差会设定一个损失函数，那么损失函数与之前的权重能形成一个复杂的函数，这个函数就是在刚才举例中的那一座山，那么山脚对应损失函数的最小值。最快的下山方式就是在当下位置找最陡峭的地方然后沿着这个方向往下走，对应到上述复杂函数中，就是根据当前的权重参数找到梯度的方向，然后朝梯度的反向走，这样函数值就能下降最快，因为梯度方向是函数变化最快的方向。

因此，我们不断的使用这种方法，反复的求取梯度，函数就能达到相对的最小值。为什么是相对而不是绝对呢？我们下山过程中可能会遇到这种情况，根据地势往下走，不小心进入了一个很深的洼地，这时四周都是地势向上了，人是很聪明的，我们可以爬出来继续找个其它地势向下的方向，但是计算机可没有那么聪明，它可能会深陷其中无论怎么求梯度都爬不出来了。这就是函数可能只能够达到局部的最小值，而不是全局的最小值。

下面再来讲讲梯度下降的梯度是什么。函数在某一点的梯度是这样一个向量，它的方向与取得最大方向导数的方向一致，而它的模为方向导数的最大值。在多个变量函数中，梯度是一个向量，向量有方向，梯度的方向就指出了函数在给定点的上升最快的方向。这就意味着我们需要到达山底，那么在我们下山测量中，梯度就告诉我们下山的方向。梯度的方向是函数在给定点上升最快的方向，那么反方向就是函数在给定点下降最

快的方向，所以我们只要沿着梯度的反方向一直走，就能走到局部的最低点！对于梯度的理解可能不太容易，我们需要搜索一些梯度与导数的资料，然后再去看一部分拟牛顿法的资料来进行深刻的体会理解。

从前文中我们可以知道，因为神经网络里有众多的权重参数，所以我们常常需要处理的是多元复合函数，要想知道某一个权重对损失函数的影响，那么求其偏导数即可，因此对于这个权重，我们是可以确定向量的方向，求其值即可，这里涉及到了微分导数及偏导数的高数知识，如果忘记可以去查资料理解一下。要想理解梯度下降的数学原理必须要明白导数微分的概念。下面我们给出梯度下降的描述方程：

$$x_{n+1} = x_n - \eta\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$$

在这解释一下上式，例如原函数为 z=f(x, y)=$x^2 + y^2$, 那么上述公式是一次迭代更新 x 求解的过程。x_{n+1}是更新后的 x，x_n是当前的 x，$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$代表在 f(x, y)函数中对 x 求偏导，η代表学习率。学习率看起来很陌生，不要着急，下一节我们就详细的介绍它了，还记得下山问题吗？我们说要找一个合适的测量频率，保证我们下山又快，测量次数又少。那么这个学习率就是影响我们测量频率的因素。可以将其理解为梯度下降过程中的步长。

2.3.2 学习率

在我们训练神经网络模型的时候，学习率是里面很重要的一个超参数，它决定着我们的损失函数能否收敛到最小值，还有需要多长时间才能收敛到最小值。一个合适的学习率能够让我们的损失函数在合适的时间内收敛到局部最小值。

在梯度下降算法里，例如一次权重更新中，$w_{n+1} = w_n - \eta\frac{\partial f(w)}{\partial w}$为我们梯度下降的方程，假设它是一元函数，如果学习率设置的过小时, 函数收敛过程如图 11 所示：

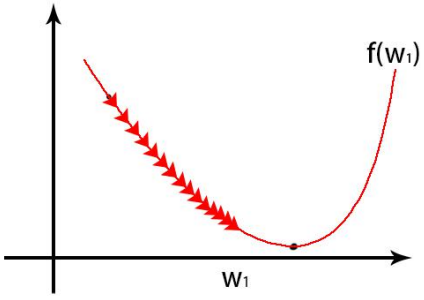


图 11 学习率过小时函数收敛过程

如果学习率过大的时候，函数收敛过程如图 12 所示：

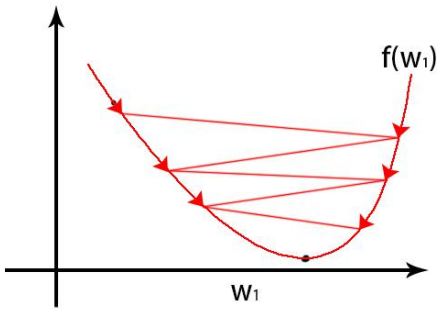


图 12 学习率过大时函数收敛过程

可以看出来，当学习率设定太小时，收敛过程将变得十分缓慢并且可能不收敛。反而学习率设置的过大时，梯度可能会在最小值附近来回震荡，甚至可能无法收敛。学习率有一些优化方法，它可以是固定的也可以是有衰减的，对于优化方法，我们后面再详细讲解。

2.3.3 损失函数

这一小节我们着重来介绍神经网络中的损失函数,以及与它关系很紧密的代价函数和目标函数。

损失函数（loss function）是用来评估模型的预测结果与真实结果不一致程度的函数。学完前几节之后，我们已经知道了神经网络的工作过程，在前向传播计算完之后会得出一个输出，这个输出就是模型的预测值，真实值是在准备数据时就定义好的，再来复习一遍，比如说 1000 张猫的图片，那么图片像素矩阵就是我们的输入，我们命名这些图为猫 1、猫 2…，这个就是手动打上去的标签，但是计算机是不能理解的，这样就需要将名字为猫的图片也转化为一个输出值矩阵，矩阵中以猫为名字的图片我们定义为 1，我们就知道将猫图片的像素矩阵输入之后经过计算得出的结果我们去和 1 比较，如果计算的预测值和真实值 1 不同，接着进行反向传播、梯度下降优化等等训练神经网络，这样我们最终会得到一个猫图片像素矩阵与数字 1 的映射关系。这个过程中，每次计算的值是预测值，真实值就是 1，是我们定义好的。

损失函数一个非负实值函数，通常会经过绝对值或者平方的方式让其变为非负，因为如果第一次计算差距是负数，第二次是正数，那么就会抵消了，变为没有误差，那肯

定是不合适的。损失函数越小，模型就越健壮。

在很多文章中代价函数与损失函数基本差不多，代价函数一般是说将所有样本的损失函数进行加和平均。在神经网络进行优化算法的时候会加入一些正则化项，目的是为了解决过拟合问题，让模型的泛化能力变强，体现在算法中就是减少更新权重的程度，让神经网络学习更小的权重。那么目标函数就是指损失函数与正则化项的和，人工智能虽然有一段历史，但是深度学习总的来说是一门比较新的学科，各种术语没有完全确定下来。我们读到一些名词的时候，一定要根据所在的场景里去理解。

2.3.4 训练数据

在训练神经网络的过程中，最重要的就是数据这一块,我们所做的所有算法都是为数据服务的，但是在深度学习中我们最容易忽视，也很容易出错的问题就是训练数据的规范了。我们训练的所有数据在输入到模型中的时候都要进行一些规范化。当我们使用一些预训练好的模型时，要知道这些模型本身就是通过规范后的数据训练的，注意在将自己的数据投入模型之前要首先对数据进行规范化处理。

下面我们来讲一下常用的训练数据预处理 的技巧。

- ✓ 标准化：

  数据标准化是指数据的各维度减均值除以标准差，这是最常用的标准化方法。

  公式：$\frac{xi-\mu}{\sigma}$ 其中 μ 指的是样本的均值， σ 指的是样本的标准差。

- ✓ 归一化：

  数据归一化是指数据减去对应维度的最小值除以维度最大值减去维度最小值，这样做可以将数值压缩到[0,1]的区间。

  公式：$\frac{xi-\min(x)}{\max(x)-\min(x)}$

- ✓ 白化：

白化的目的是去除输入数据的冗余信息。

例如：训练数据是图像，由于图像中相邻像素之间具有很强的相关性，因此输入是冗余的。白化的目的就是降低输入的冗余性。

输入数据集，经过白化处理后，生成的新数据集满足两个条件：一是特征相关性较低；

二是特征具有相同的方差。

3.总结

到此我们基本已经对深度学习中的神经网络有了一个初步的认识，目前应用最广泛的神经网络有卷积神经网络（RNN）与循环神经网络（CNN），这两种网络是对基本的神经网络加入了一些新的处理模块，当然还有其它多种多样的网络，这个不需要我们完全掌握，在应对具体项目时有能力快速去掌握就可以了，在深度学习领域中要注重打好基础，才能以不变应万变。

接下来学习的内容是从源生 python 到机器学习再到深度学习的一个过程，本文的目的是让大家对深度学习中的常用概念术语有一个初步的了解，对一些名词有一个初步的认识。切勿将思维沉浸深度学习当中，深度学习仅是机器学习的一个分支，当我们学习的内容足够多的时候，就会发现里面知识的微妙变化，可以理解现在初入这个领域的学习者，脑子中肯定如一锅粥一般，不知道体系结构，不知道要学多少，那么请你一定要稳扎稳打的把基础打牢，过不了多久你的大脑就会清晰起来。一定要相信时间，也相信你自己!