Introducción modelos VAR

Gustavo A. García

ggarci24@eafit.edu.co

Econometría II

Programa de Economía

Universidad EAFIT

Link slides en formato html

Link slides en formato PDF

En este tema

- Introducción
- Especificación y estimación de un VAR
- Diagnóstico, causalidad, predicción y análisis impulso respuesta
- Ejercicio aplicado en R: un modelo VAR de consumo para los Estados Unidos

Lecturas

- Pfaff, B (2008). *Analysis of integrated and cointegrated time series with R*. 2a edición, Springer. Cap 2
- Enders, W. (2014). *Applied econometric time series*. 4th edition, Wiley. Cap 5
- Pfaff, B (2008). "VAR, SVAR and SVEC models: implementation within R package vars". *Journal of Statistical Software*, 27(4): 1-32. https://doi.org/10.18637/jss.v027.i04
- Hyndman, R.J., y Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: principles and practice*, 3rd edition, OTexts: Melbourne, Australia.

Introducción

- Una limitación de los modelos que se han consideredo hasta ahora es que imponen una relación unidireccional $\Longrightarrow$ la variable predicha es influencida por las variables predictoras pero bo viceversa
- Sin embargo, existen muchos casos donde la relación en ambos lados debería ser permitido $\Longrightarrow$ todas las variables se afectan unas a otras
- En macroeconomía sabemos que el gasto en consumo está determinado por el ingreso disponible, pero también es posible pensar que incrementos en el consumos llevan a incrementos en el ingreso
- Un ejemplo de tal situación ocurrió en Australia durante la crisis financiera global de 2008 a 2009. El gobierno autraliano realizó políticas que incluyeron pagos en efectivo en diciembre de 2008, justo en tiempos de navidad. Como resultado de esta política, los vendedores reportaron incrementos en la ventas y la economía fue estimulada, y como consecuencia los ingresos incrementaron
- Estas relaciones bidireccionales son permitidas en el marco de vectores autorregresivos (VAR):
  - todas las variables son tratadas simétricamente
  - todas las variables se influencian entre ellas en igual forma
  - todas las variables so tratadas como endógenas

Especificación y estimación de un VAR

Características de un modelo VAR:

- es una generalizción del modelo univariante
- es un sistema de ecuaciones, una para cada variable
- el lado derecho de cada ecuación incluye una constante y rezagos de todas las variables en el sistema

Consideremos un VAR de dos variables con un rezago $\Longrightarrow$ VAR(1) de dos dimensiones:

$$y_{1,t} = c_1 + \phi_{11,1} y_{1,t-1} + \phi_{12,1} y_{2,t-1} + \epsilon_{1,t}$$

$$y_{2,t} = c_2 + \phi_{21,1} y_{1,t-1} + \phi_{22,1} y_{2,t-1} + \epsilon_{2,t}$$

donde $\epsilon_{1,t}$ y $\epsilon_{2,t}$ son ruido blanco y pueden estar cotemporáneamente correlacionados. El coeficiente $\phi_{ii,l}$ captura la influencia del l-esimo rezago de la variable y_i sobre si misma, mientras que el coeficiente $\phi_{ij,l}$ captura la influencia de l-esimo rezago de la variable y_j sobre y_i

Si las series son estacionarias, la predicción se hace estimando el VAR con los datos directamente (VAR en niveles). Si las series no son estacionarias, se debe tomar diferencias de los datos para hacer ellos estacionarios y luego estimar el VAR (VAR en diferencias)

El VAR es estimado ecuación por ecuación usando el principio de mínimos cuadrados. Para cada ecuación, los parámetros son estimados por la minimización de la SCR. Hay otros métodos cuando las series pueden no ser estacionarias pero cointegradas, qué significa que existe una combinación líneal de las series que es estacionaria

Especificación y estimación de un VAR

En forma matricial, un VAR consiste de un conjunto de K variables endógenas $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, \ldots, y_{kt}, \ldots, y_{Kt})$ para $k = 1, \ldots, K$. El VAR(p) se define como

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \ldots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{C}\mathbf{D}_t + \mathbf{u}_t$$

donde $\mathbf{A}_i$ son $(K\mathrm{x}K)$ matrices de coeficientes para $i = 1, \ldots, p$ y $\mathbf{u}_t$ es un reuido blanco de dimensión K. $\mathbf{C}$ es una matriz de coeficientes de regresores con dimensión $(K\mathrm{x}M)$, y $\mathbf{D}_t$ es un vector columna de $(M\mathrm{x}1)$ que incluye los regresores, tales como una constante, la tendencia, variables dummy o dummy estacionales

La anterior ecuación puede escribirse en términos del operador de rezagos $A(L) = (I_K - \mathbf{A}_1 - \ldots - \mathbf{A}_p)$:

$$A(L)\mathbf{y}_t = \mathbf{C}\mathbf{D}_t + \mathbf{u}_t$$

Una importante característica de un proceso VAR(p) es su estabilidad. En el modelo AR(1) $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \epsilon_t$, la condición de estabilidad es que $|a_1| < 1$. Existe una analogía en la condición de estabilidad en $\mathbf{A}_1$ en un VAR(1)

Para chequear la condición de estabilidad en un VAR(p), se debe evaluar la inversa del polinomio característico:

$$\det\left(I_K - \mathbf{A}_1 z - \ldots - \mathbf{A}_p z^p\right) \neq 0 \text{ para } |z| \leq 1$$

Si la solución a la anterior ecuación tiene una raiz para $z = 1$, entonces, o bien algunas variables o todas ellas en el VAR(p) son integradas de orden 1

El VAR será estable si todas las variables incluidas en el modelo son estacionarias

Problemas de estabilidad son signo de la presencia de no estacionariedad en las variables del VAR

Especificación y estimación de un VAR

Un punto importante en la especificación del VAR, es el orden apropiado de los rezagos. Como en los modelo univariantes AR(p), la longitud de los rezagos puede ser determinado por los criterios de información, tales como:

$$\text{Akaike (1981): } AIC(p) = log \det(\sum_u^{\sim}(p)) + \frac{2}{T} pK^2$$

$$\text{Hannan y Quinn (1979): } HQ(p) = log \det(\sum_u^{\sim}(p)) + \frac{2log(log(T))}{T} pK^2$$

$$\text{Schwarz (1978): } SC(p) = log \det(\sum_u^{\sim}(p)) + \frac{log(T)}{T} pK^2$$

$$\text{Error de predicción final: } FPE(p) = \left(\frac{T+p^*}{T-p^*}\right)^K \det(\sum_u^{\sim}(p))$$

con $\sum_u^{\sim}(p) = T^{-1}\sum_{t=1}^{T} \widehat{\mathbf{u}}_t \widehat{\mathbf{u}}_t'$, y p^* es el número total de parámetros en cada ecuación y p es el orden del rezago

Lütketpohl (2006) muestra que $ln(FPE)$ y AIC indicarán ordenes de rezago similares para muestras grandes. La siguientes relaciones pueden ser establecidas:

$$\hat{p}(SC) \leq \hat{p}(AIC) \text{ si } T \geq 8$$
$$\hat{p}(SC) \leq \hat{p}(HQ) \text{ para todo } T$$
$$\hat{p}(HQ) \leq \hat{p}(AIC) \text{ si } T \geq 16$$

Diagnóstico, causalidad, predicción y análisis impulso respuesta

Tests de diagnóstico

Una vez el modelo VAR ha sido estimado, es importante probar que los residuales del modelo cumplen con los supuestos estandar:

- ausencia de correlación serial
- homoscedasticidad
- normalidad

Test de causaliad de Granger

A menudo estamos interesados en la detección de causalidad entre variables. El test más común es el test de causalidad de Granger (Granger, 1969). En la práctica en este test decimos que la variable x causa Granger la variable y, lo que indicaría que la variable x ayuda a predecir la variable y. La $H_0 : x$ no causa Granger y

Predicción

Una vez el modelo VAR es estimado y pasa los tests de diagnóstico, puede ser utilizado para hacer predicción

Funciones impulso respuesta (FIR)

Las FIR son usadas para analizar las interacciones dinámicas entre las variables endógenas, y la idea es ver qué cambios existen en una variable endógena cuando hay cambios en otra

Ejercicio aplicado en R: un modelo VAR de consumo para los Estados Unidos

Para este ejemplo utilizamos los datos de cambios en el consumo e ingreso disponible para los Estados Unidos. Se dispone de datos trimestrales entre 1970 y 2016. En el siguiente link se encuentra el código utilizado en R:

- Código en R