

# Trabalho Final

*Gustavo Vieira, Marcus Vinicius, Thais Matos, Rafael Castro*

*04 de maio de 2016*

## 1. Introdução

Um pesquisador está interessado em investigar o efeito de diferentes operadores de recombinação no desempenho do algoritmo de evolução diferencial para uma dada classe de problemas. Dessa forma, o fator de impacto é o operador utilizado e o efeito a ser observado é o desempenho.

Considerando quatro operadores de recombinação para o experimento (problema de quatro tratamentos), torna-se necessário utilizar a análise de variância *ANOVA* para comparação das médias em um único problema de teste.

Após a análise do experimento, responderemos perguntas como: *Há alguma diferença no desempenho médio do algoritmo quando equipado com estes diferentes operadores, para o problema de teste utilizado? Caso haja, qual o melhor operador em termos de desempenho médio, e qual a magnitude das diferenças encontradas? Há algum operador que deva ser recomendado em relação aos demais?*

## 2. Formulação das hipóteses de teste

Através da modelagem de efeitos fixos podemos estimar os efeitos dos operadores no algoritmo de evolução diferencial. Os efeitos dos operadores  $\tau_i$ , que representam desvios da média global  $\mu$ , são variáveis aleatórias. Como os conhecimentos acerca dos tratamentos particulares investigados não são relativamente importantes, testaremos as hipóteses sobre a variabilidade de  $\tau_i$  e tentaremos estimar essa variabilidade.

Estamos interessados em testar a igualdade das médias dos quatro tratamentos,  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ . Logo, as hipóteses são:

- $H_0 : \tau_i = 0$
- $H_1 : \tau_i \neq 0$  (para pelo menos um  $i$ )

Se a hipótese nula for verdadeira, significa que a mudança dos operadores de recombinação não tem efeito no desempenho médio do algoritmo evolutivo.

## 3. Cálculo do tamanho amostral

O problema nos fornece os dados necessários para o cálculo do tamanho da amostra. É desejado um poder de 0.85 ( $1 - \beta = 0.85; \beta = 0.15$ ) para uma mínima diferença de importância prática  $d^* = \delta^*/\sigma = 0.25$  e um nível de significância  $\alpha = 0.05$ .

```
alpha <- 0.05;
beta <- 0.15;
d <- 0.25;
a <- 4;

#Calculando o tamanho amostral (suficiente)
```

```
library(pwr);
n <- pwr.anova.test(k = a, f = d, sig.level = alpha, power = 1-beta)$n;
n <- ceiling(n);
```

Dessa forma, encontramos um tamanho amostral suficiente para os parâmetros desejados de  $n = 51$ .

## 4. Coleta e tabulação dos dados

Realizaremos a comparação dos seguintes operadores de recombinação:

```
library(ExpDE);
selpars <- list(name = "selection_standard");
stopcrit <- list(names = "stop_maxeval", maxevals = 60000, maxiter = 1000);
probpars <- list(name = "sphere", xmin = -seq(1,20), xmax = 20 + 5 * seq(5, 24));

# Grupo C (Operadores para comparação)
recpars1 <- list(name = "recombination_blxAlphaBeta", alpha = 0, beta = 0)
mutpars1 <- list(name = "mutation_rand", f = 4)
popsize1 <- 200
recpars2 <- list(name = "recombination_linear")
mutpars2 <- list(name = "mutation_rand", f = 1.5)
popsize2 <- 250
recpars3 <- list(name = "recombination_mmax", lambda = 0.25)
mutpars3 <- list(name = "mutation_best", f = 4)
popsize3 <- 375
recpars4 <- list(name = "recombination_npoint", N = 17)
mutpars4 <- list(name = "mutation_rand", f = 2.2)
popsize4 <- 225
```

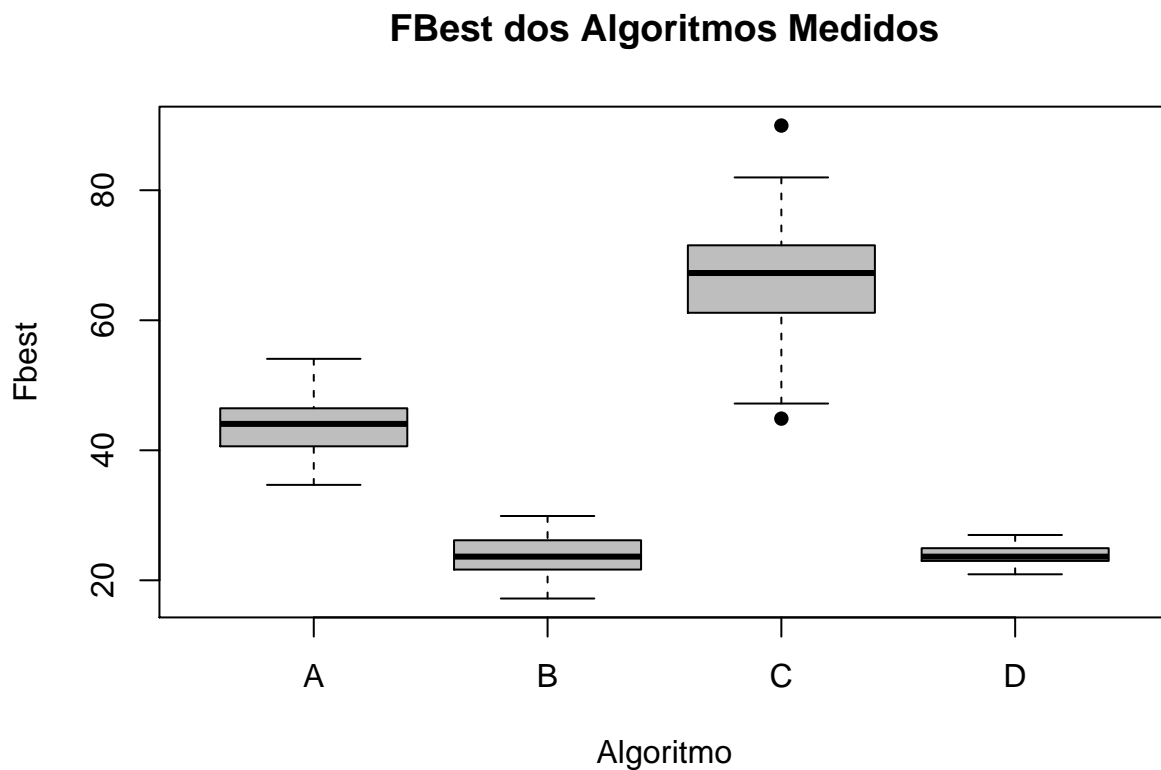
Coletamos  $n$  observações para cada operador de forma não sequencial, pois buscamos intercalar as observações entre os operadores com o objetivo de evitar o efeito de qualquer variável de ruído que possa influenciar o desempenho do algoritmo.

```
#Gerando n observações para cada operador
fbest1 <- c(0);
fbest2 <- c(0);
fbest3 <- c(0);
fbest4 <- c(0);
for (i in seq(1:n)){
  out1 <- ExpDE(popsize1, mutpars1, recpars1, selpars, stopcrit, probpars);
  fbest1[i] <- out1$Fbest;
  out2 <- ExpDE(popsize2, mutpars2, recpars2, selpars, stopcrit, probpars);
  fbest2[i] <- out2$Fbest;
  out3 <- ExpDE(popsize3, mutpars3, recpars3, selpars, stopcrit, probpars);
  fbest3[i] <- out3$Fbest;
  out4 <- ExpDE(popsize4, mutpars4, recpars4, selpars, stopcrit, probpars);
  fbest4[i] <- out4$Fbest;
}
algoritmo <- c(rep("A",n), rep("B",n), rep("C",n), rep("D",n));
fbest <- c(fbest1, fbest2, fbest3, fbest4);
dadosColetados <- data.frame(algoritmo, fbest);
summary(dadosColetados);
```

```
## algoritmo      fbest
## A:51          Min.   :17.20
## B:51          1st Qu.:23.64
## C:51          Median :32.28
## D:51          Mean   :39.57
##              3rd Qu.:52.79
##              Max.   :89.95
```

A distribuição dos dados coletados está representada no gráfico abaixo, o qual mostra evidências de que há diferença no desempenho do algoritmo de acordo com o operador de recombinação utilizado.

```
# Boxplot
boxplot(fbest~algoritmo,
        data = dadosColetados,
        xlab = "Algoritmo",
        ylab = "Fbest",
        main = "FBest dos Algoritmos Medidos",
        pch = 16,
        col = "gray");
```



## 5. Teste das hipóteses

Utilizando o teste ANOVA, obtemos o seguinte resultado:

```
# Teste da hipótese
model <- aov(fbest~algoritmo, data = dadosColetados);
summary.aov(model);
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## algoritmo      3  63245    21082   762.7 <2e-16 ***
## Residuals    200    5528         28
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Analisando o teste de hipótese podemos ver que o valor p é bastante inferior ao nível de significância  $\alpha$ . Dessa forma, podemos rejeitar a hipótese nula, em favor da alternativa, com 95% de confiança. Esse resultado indica uma diferença entre o desempenho dos operadores de recombinação.

O ANOVA não identifica quais médias são diferentes, portanto precisamos utilizar métodos de comparações múltiplas para este fim. Basicamente, faremos uma série de t-testes para saber como cada um dos operadores difere dos demais.

*All vs. All - Tukey's Honest Significant Difference*

```
# All vs. all
library(multcomp);
```

```
## Loading required package: mvtnorm
```

```
## Loading required package: survival
```

```
## Loading required package: TH.data
```

```
## Loading required package: MASS
```

```
##
```

```
## Attaching package: 'TH.data'
```

```
## The following object is masked from 'package:MASS':
```

```
##
```

```
##      geyser
```

```
tukey <- glht(model, linfct = mcp(algoritmo = "Tukey"));
tukey_CI <- confint(tukey, level = 0.95);
summary(tukey_CI);
```

```
##
```

```
## Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses
```

```
##
```

```
## Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts
```

```
##
```

```
##
```

```
## Fit: aov(formula = fbest ~ algoritmo, data = dadosColetados)
```

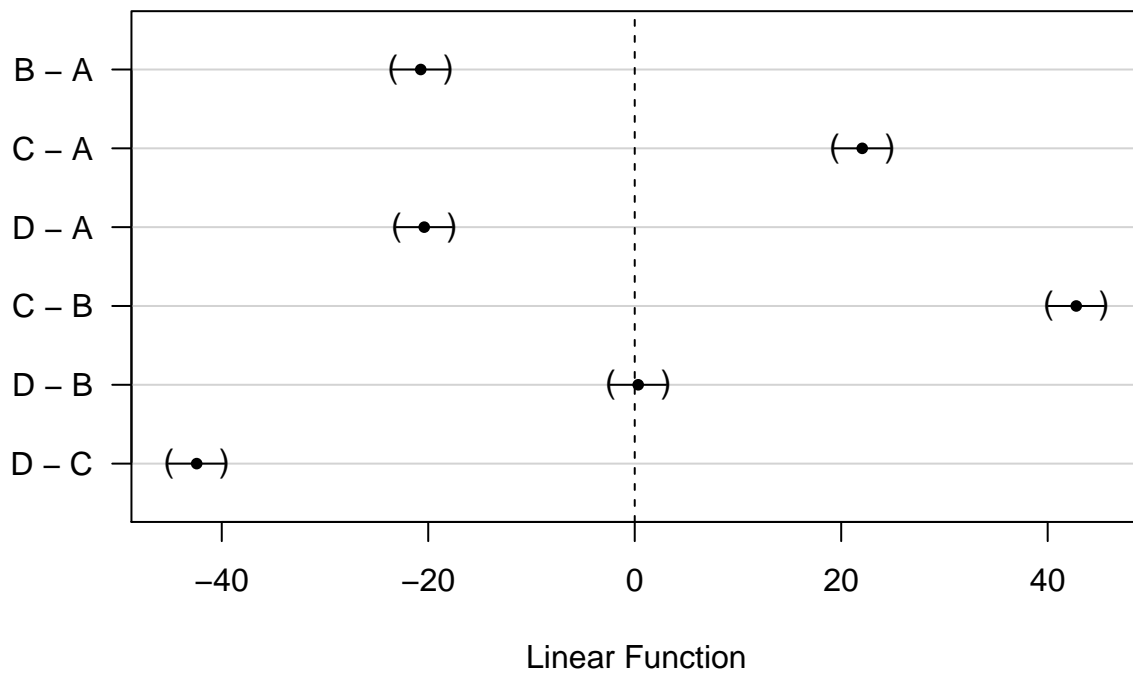
```
##
```

```
## Linear Hypotheses:
```

```
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## B - A == 0 -20.7268      1.0411 -19.908  <1e-05 ***
## C - A == 0  22.0399      1.0411  21.170  <1e-05 ***
## D - A == 0 -20.3892      1.0411 -19.584  <1e-05 ***
## C - B == 0  42.7667      1.0411  41.078  <1e-05 ***
## D - B == 0   0.3376      1.0411   0.324   0.988
## D - C == 0 -42.4290      1.0411 -40.754  <1e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## (Adjusted p values reported -- single-step method)
```

```
plot(tukey_CI);
```

### 95% family-wise confidence level



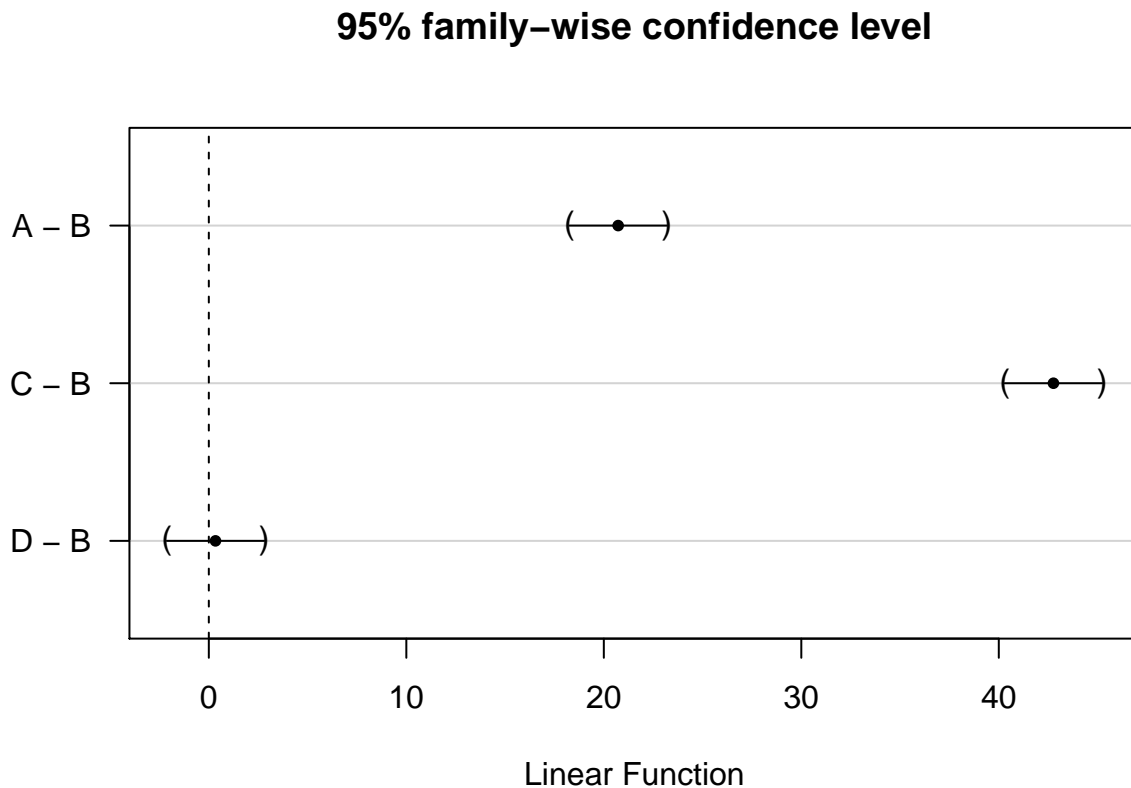
*All vs. One - Dunnett's test*

```
# All vs. one
dadosColetados$algoritmo <- relevel(dadosColetados$algoritmo, ref = "B");
model2 <- aov(fbest~algoritmo, data = dadosColetados);
dunnet <- glht(model2, linfct = mcp(algoritmo = "Dunnett"));
dunnet_CI <- confint(dunnet, level = 0.95);
summary(dunnet_CI);
```

```
##
## Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses
##
```

```
## Multiple Comparisons of Means: Dunnett Contrasts
##
##
## Fit: aov(formula = fbest ~ algoritmo, data = dadosColetados)
##
## Linear Hypotheses:
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## A - B == 0  20.7268     1.0411  19.908  <1e-06 ***
## C - B == 0  42.7667     1.0411  41.078  <1e-06 ***
## D - B == 0   0.3376     1.0411   0.324    0.977
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## (Adjusted p values reported -- single-step method)
```

```
plot(dunnet_CI);
```

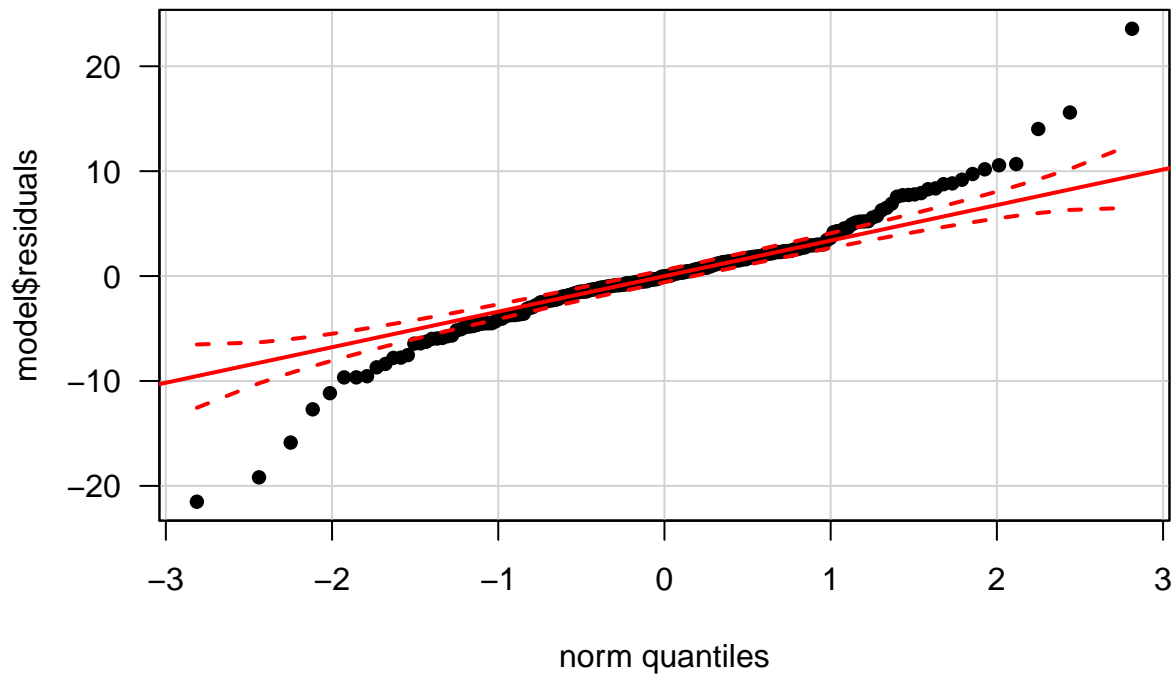


## 6. Verificação das premissas dos testes

As premissas dos teste: normalidade, homoscedasticidade e independência podem ser validadas nos seguintes gráficos:

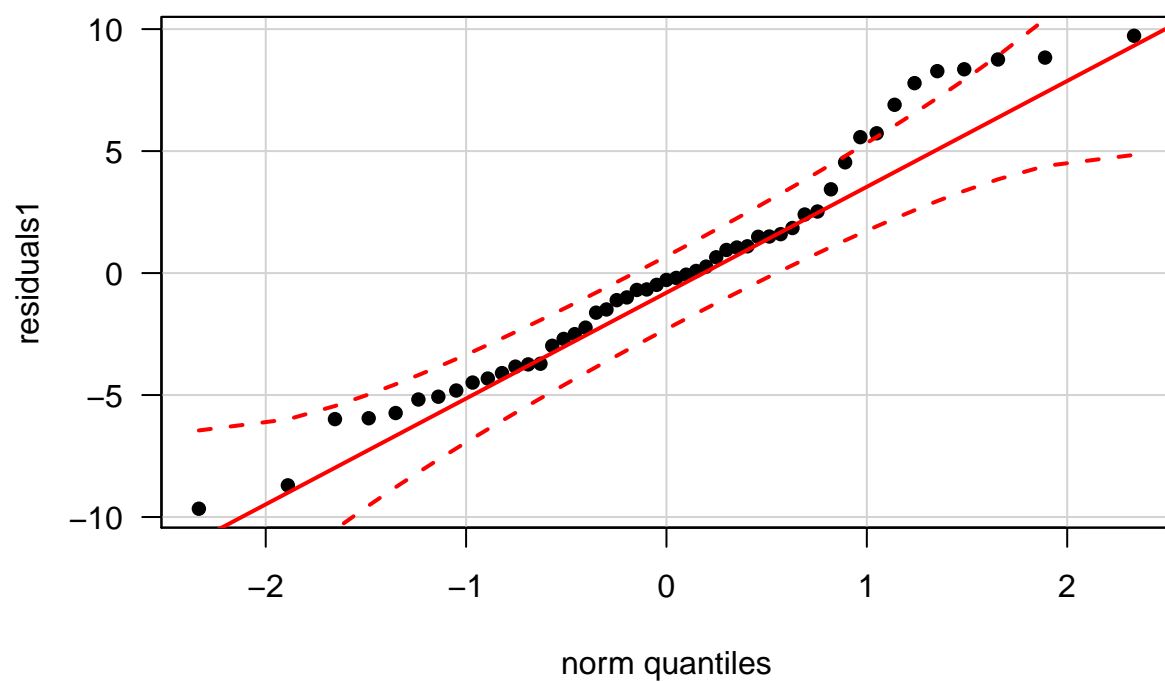
```
# Verificando normalidade
library(car);
qqPlot(model$residuals, pch=16, cex=1.0, las=1, main="Figura 3: Normalidade dos resíduos");
```

**Figura 3: Normalidade dos resíduos**



```
residuals1 <- fbest1 - mean(fbest1);  
residuals2 <- fbest2 - mean(fbest2);  
residuals3 <- fbest3 - mean(fbest3);  
residuals4 <- fbest4 - mean(fbest4);  
qqPlot(residuals1, pch=16, cex=1.0, las=1, main="Normalidade dos resíduos - Algoritmo A");
```

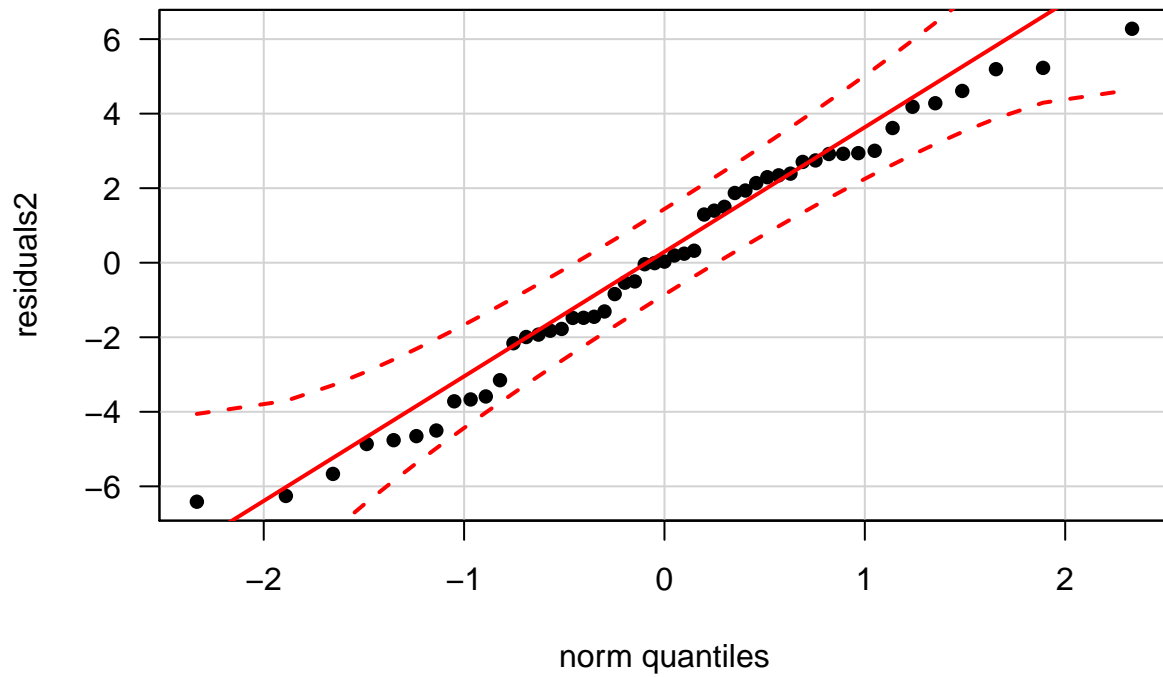
## Normalidade dos resíduos – Algoritmo A



```
qqPlot(residuals2, pch=16, cex=1.0, las=1, main="Normalidade dos resíduos - Algoritmo B");
```

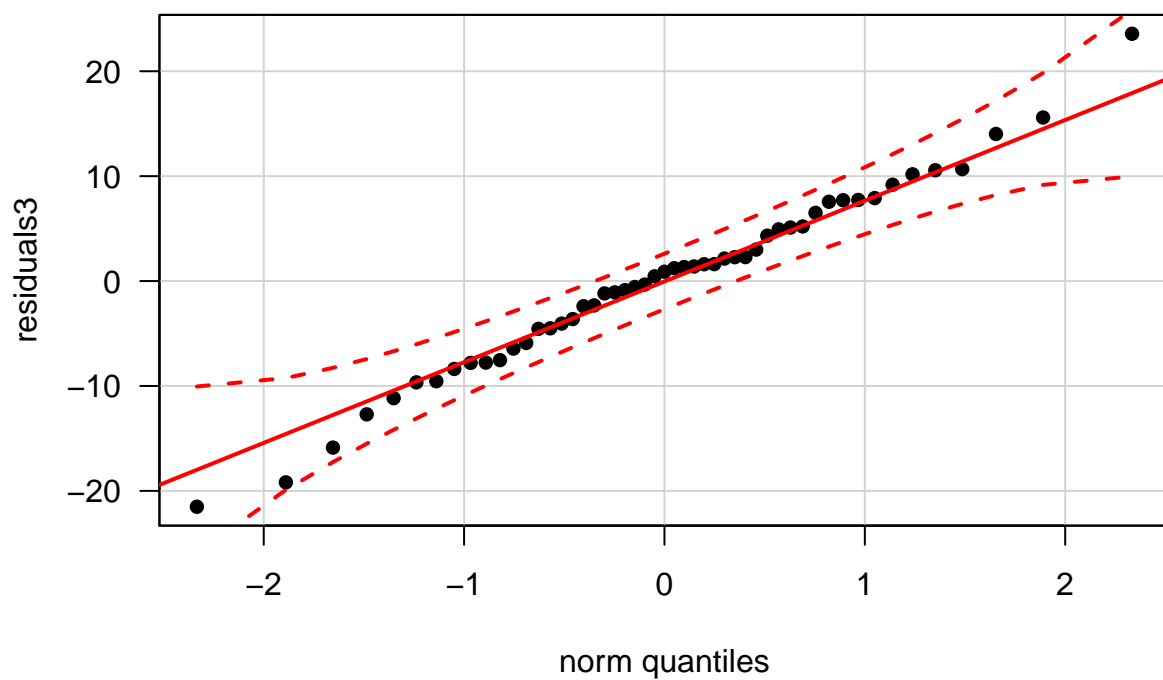


## Normalidade dos resíduos – Algoritmo B



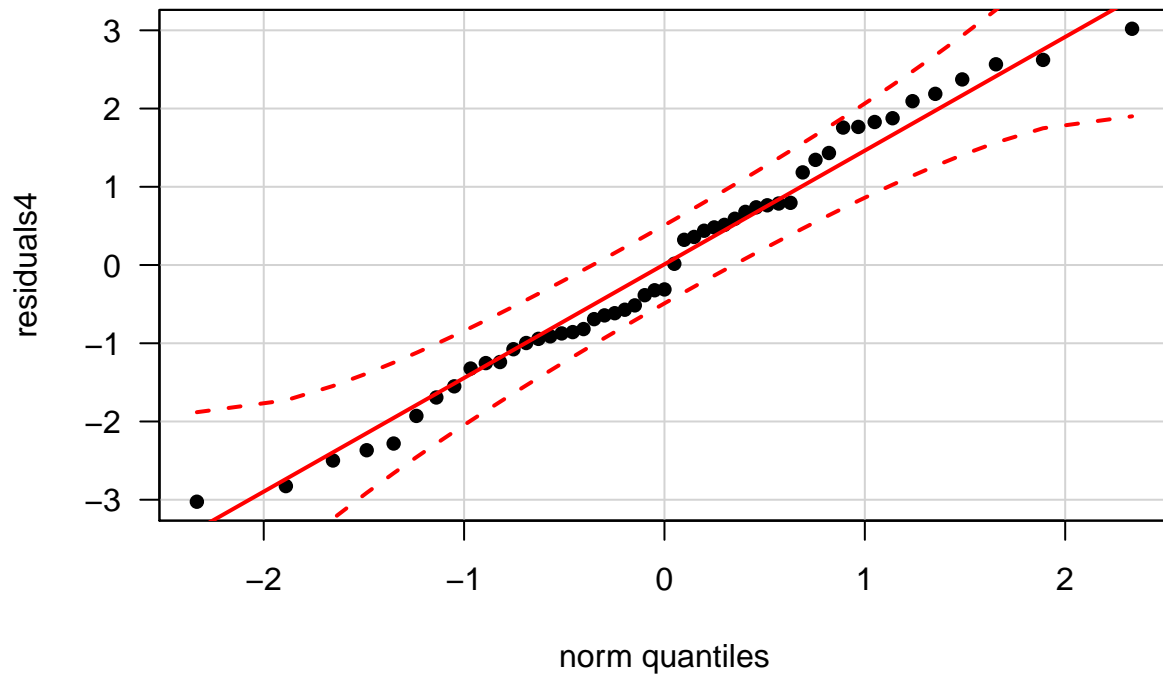
```
qqPlot(residuals3, pch=16, cex=1.0, las=1, main="Normalidade dos resíduos - Algoritmo C");
```

### Normalidade dos resíduos – Algoritmo C



```
qqPlot(residuals4, pch=16, cex=1.0, las=1, main="Normalidade dos resíduos - Algoritmo D");
```

## Normalidade dos resíduos – Algoritmo D

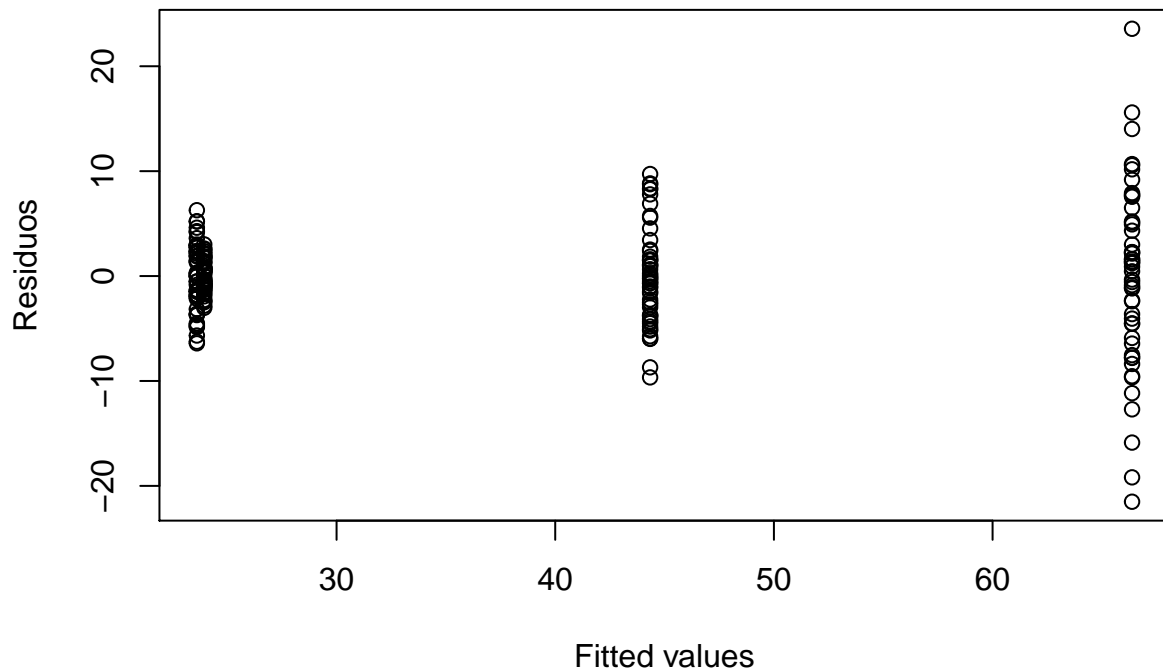


```
# Verificando homoscedasticidade  
fligner.test(fbest-algoritmo, data = dadosColetados)
```

```
##  
## Fligner-Killeen test of homogeneity of variances  
##  
## data: fbest by algoritmo  
## Fligner-Killeen:med chi-squared = 52.371, df = 3, p-value =  
## 2.497e-11
```

```
plot(x = model$fitted.values, y=model$residuals, main="Homoscedasticidade dos dados", xlab="Fitted values")
```

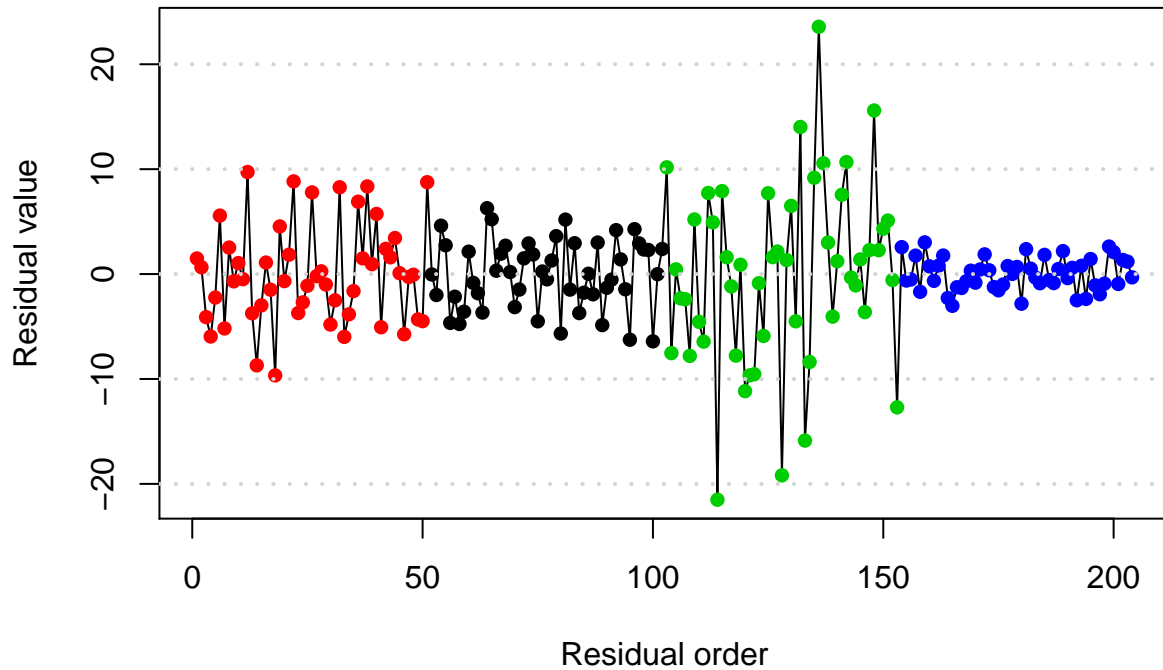
## Homoscedasticidade dos dados



```
# Verificando independência
durbinWatsonTest(model)
```

```
## lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
## 1 -0.001902483 2.003387 0.86
## Alternative hypothesis: rho != 0
```

```
plot(x = seq_along(model$residuals),
     y = model$residuals,
     type = "l",
     xlab="Residual order",
     ylab="Residual value")
points(x = seq_along(model$residuals),
       y = model$residuals,
       type = "p",
       cex = 1,
       pch = 16,
       col = as.numeric(dadosColetados$algoritmo))
grid(NA, NULL, lwd=2)
```



- A normalidade dos dados pode ser assumida, visto que ocorreram poucas e pequenas violações do limite, de acordo com o gráfico de simulação.
- A homoscedasticidade pode ser comprovada dado que o valor p encontrado pelo teste é inferior ao nível de significância desejado.
- O teste de independência não é muito conclusivo, porém a independência dos dados é garantida na aleatoriedade da coleta de dados inicial.

## 7. Conclusão

Conforme os resultados do experimento, podemos concluir que existe uma diferença entre o desempenho médio dos quatro operadores de recombinação. Em termos de desempenho médio, o operador B seria o mais recomendado dentre os operadores testados.

A partir dos resultados do teste de Tukey (all vs. all), pode-se ver as diferenças de magnitude existentes entre os operadores de recombinação, exceto se B (recombination\_linear) e D (recombination\_npoint) forem comparados entre si, quando a diferença é menos perceptível. Pelo teste de Dunnet (all vs. one), colocando o operador B como referência (controle), podemos concluir que este é mais eficiente que A (recombination\_blxAlphaBeta) e C (recombination\_mmax), mas possui eficiência bem semelhante ao algoritmo D. Assim, pelos nossos testes, não podemos inferir uma diferença significativa entre os algoritmos B e D, mas podemos concluir que ambos são mais eficientes que A e C.

Para melhorar o experimento, poderia ser considerado um tamanho de amostras n limite, ao invés de suficiente.

## 8. Referências

- [1] <https://github.com/fcampelo/Design-and-Analysis-of-Experiments>
- [2] Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros (4a edição) - Montgomery
- [3] A Estatística Básica e Sua Prática (6a edição) - David S. Moore, William I. Nortz, Michael A. Fligner
- [4] <http://support.minitab.com/pt-br/minitab/17/topic-library/basic-statistics-and-graphs/hypothesis-tests/tests-of-means/why-use-paired-t/>
- [5] <http://www.statmethods.net/stats/power.html>
- [6] <http://docslide.com.br/documents/anova-com-r.html>