Universidade Federal de Minas Gerais

Engenharia de Sistemas

Estudo de Caso 02: Comparação de Duas Amostras

Gustavo Vieira Costa - 2010022003

Rafael Castro - 2013030210

Thaís Matos Acácio - 2013030287

08/04/2016

1 Introdução

O BMI (*body mass index*, ou índice de massa corporal) é um indicador frequentemente usado em avaliações clínicas de questões relacionadas ao peso de um indivíduo. Este índice é calculado como a razão entre o peso e o quadrado da estatura.

O objetivo desse experimento é comparar o BMI médio de duas populações de estudantes: alunos de graduação em Engenharia de Sistemas e alunos de pós-graduação em Engenharia Elétrica, com interesse de relacionar o efeito do curso na forma física dos alunos.

2 Coleta de dados

Resultados a partir de uma amostra aleatória obedecem as leis de probabilidade, as quais governam o comportamento aleatório e permitem inferência confiável sobre a população.

A Tabela 1 contém a amostra de dados coletados, informados pelos alunos de cada turma, juntamente com o valor do índice BMI calculado utilizando a seguinte fórmula:

$$bmi = \frac{m}{h^2} \tag{1}$$

onde m é o peso dado em kg e h a altura dada em metros. A distribuição do BMI, de acordo com o curso, foi exibida no gráfico de blocos 1 para possibilitar uma melhor visualização da diferença entre as amostras.

Curso	**ID**	**Altura(m)**	**Peso(kg)**	**BMI**
PPGEE	PG-ST1	1.83	77	22.99
PPGEE	PG-ST2	1.67	56	20.08
PPGEE	PG-ST3	1.88	86	24.33
PPGEE	PG-ST4	1.77	78	24.90
PPGEE	PG-ST5	1.74	78	25.76
PPGEE	PG-ST6	1.98	113	28.82
PPGEE	PG-ST7	1.70	77	26.64
PPGEE	PG-ST8	1.81	78	23.81
PPGEE	PG-ST9	1.55	54	22.48
PPGEE	PG-ST10	1.82	96	28.98
PPGEE	PG-ST11	1.81	73	22.28
PPGEE	PG-ST12	1.65	61	22.41
PPGEE	PG-ST13	1.65	60	22.04
PPGEE	PG-ST14	1.73	76	25.39
PPGEE	PG-ST15	1.75	85	27.76
PPGEE	PG-ST16	1.81	74	22.59
PPGEE	PG-ST17	1.82	67	20.23
PPGEE	PG-ST18	1.70	64	22.15
PPGEE	PG-ST19	1.65	64	23.51
PPGEE	PG-ST20	1.75	88	28.73
PPGEE	PG-ST21	1.85	96	28.05
PPGEE	PG-ST22	1.83	85	25.38
PPGEE	PG-ST23	1.78	58	18.31
PPGEE	PG-ST24	1.70	72	24.91
PPGEE	PG-ST25	1.70	65	22.49
PPGEE	PG-ST26	1.72	98	33.13
PPGEE	PG-ST27	1.67	53	19.00
PPGEE	PG-ST28	1.79	78	24.34
EngSis	ES-ST1	1.56	48	19.72
EngSis	ES-ST2	1.67	61.5	22.05
EngSis	ES-ST3	1.68	60	21.26

Curso	ID	Altura(m)	Peso(kg)	BMI
EngSis	ES-ST4	1.65	63	23.14
EngSis	ES-ST5	1.69	57	19.96
EngSis	ES-ST6	1.83	80	23.89
EngSis	ES-ST7	1.71	76	25.99
EngSis	ES-ST8	1.71	70	23.94
EngSis	ES-ST9	1.65	70	25.71
EngSis	ES-ST10	1.83	66	19.71
EngSis	ES-ST11	1.64	52	19.33
EngSis	ES-ST12	1.78	68	21.46
EngSis	ES-ST13	1.76	82.5	26.63

Tabela 1: Tabela de Amostras

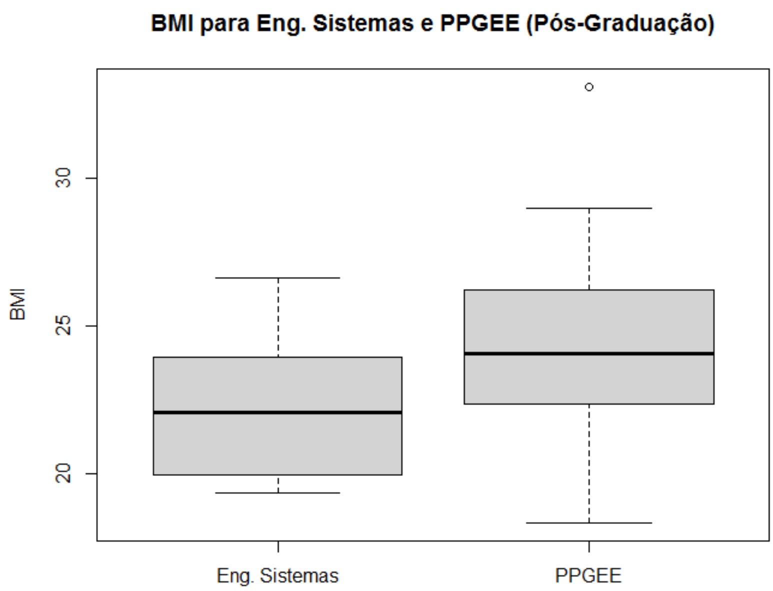

Figura 1: Distribuição das amostras

De acordo com o *Teorema do Limite Central*, se a amostra tiver tamanho n suficiente, a distribuição amostral de $\bar{x}$ é aproximadamente Normal. Nesse caso, iremos assumir que n_1 e n_2 são suficientes, conforme o gráfico de normalidade presente na figura 2.

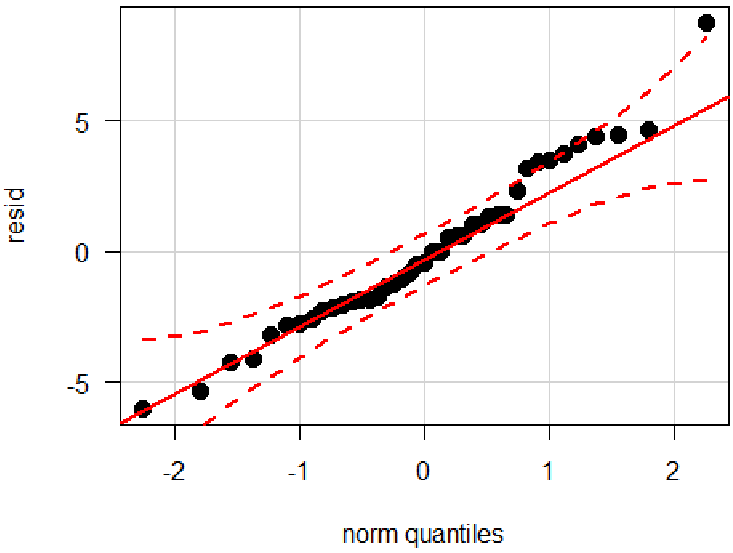

Figura 2: Normalidade das amostras

3 Estratégia de Inferência

O processo de inferência estatística consiste em tirar conclusões sobre uma população com base em informações extraídas de amostras da mesma. No presente estudo de caso, os parâmetros sobre os quais temos interesse são as médias μ_1 e μ_2 do índice BMI das populações: alunos de graduação em Engenharia de Sistemas e alunos de pós graduação em Engenharia Elétrica.

Premissas do Teste

- O **nível de significância**(α), representa a probabilidade de erro tipo I, ou seja, a probabilidade de rejeitarmos a hipótese nula quando ela é efetivamente verdadeira. Pensando em uma taxa de erro aceitável para o domínio do problema, fixamos $\alpha = 0.05$.

- **Nível de confiança** $(1 - \alpha)$ tem como objetivo conhecer o quanto o teste de hipóteses controla um erro do tipo I, ou qual a probabilidade de aceitar a hipótese nula se realmente for verdadeira.

- O menor **tamanho de efeito** de importância prática(δ^*) como 1.5, tomando como referência os valores da tabela de classificação do BMI (30% do tamanho máximo das categorias).

A probabilidade, calculada supondo-se H_0 verdadeira, de que a estatística de teste assuma um valor tão ou mais extremo do que o valor realmente observado é chamada de **valor P**.

Hipóteses de Teste

O teste estatístico é planejado para avaliar a força da evidência *contra* a hipótese nula H_0. Usualmente, a hipótese nula é uma afirmativa de "nenhum efeito". A afirmativa sobre a população *a favor* da qual estamos tentando achar evidência é a hipótese alternativa H_1. Logo, as hipóteses são:

$$\begin{cases} H_0: & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: & \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases} \tag{2}$$

sendo μ_1 a média da população do PPGEE, e μ_2 a média dos alunos de graduação em Engenharia de Sistemas.

Para escolha do teste estatístico que será utilizado no projeto inicialmente é preciso estudar se existe igualdade entre as variâncias das duas populações, para isso podemos utilizar o teste F assumindo como hipótese nula a igualdade de duas variâncias, portanto:

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases} \tag{3}$$

Os resultados do teste F definem se utilizaremos o teste t para duas amostras, caso onde as variâncias podem ser consideradas iguais(hipótese nula não rejeitada), ou o teste Welch, caso contrário.

F test to compare two variances
data: bmiEngSis and bmiPpgee
F = 0.5822, num df = 12, denom df = 27, p-value = 0.3256
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
0.2358306 1.7396886
sample estimates:
ratio of variances
0.5822072

Como o valor observado de F não pertence à região crítica encontrada pelo *var.test* e o p-value é maior que o nível de significância α, então não existem evidências suficientes para rejeitar H0, portanto iremos considerar a igualdade das variâncias e utilizar o teste t para duas amostras.

4 Projeto experimental

Aplicando o teste t bilateral para duas amostras, obtemos o seguinte resultado:

Two Sample t-test
data: bmiEngSis and bmiPpgee
t = -1.7259, df = 39, p-value = 0.09228
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-3.9443195 0.3122583
sample estimates:
mean of x mean of y
22.52300 24.33903

Como não sabemos a variância real das populações e consideramos igualdade de variâncias com base nos resultados do teste F, concluímos que não existem evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula, portanto podemos considerar igualdade das médias.

5 Análise dos Resultados

6 Conclusão

Referências

[1] `https://github.com/fcampelo/Design-and-Analysis-of-Experiments`

[2] Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros (4ª edição) - Montgomery

[3] A Estatística Básica e Sua Prática (6ª edição) - David S. Moore, William I. Nortz, Michael A. Fligner

[4] `https://www.youtube.com/watch?v=SacXljL9dKQ&nohtml5=False`

[5] `https://www.youtube.com/watch?v=TJbnkmiZiRU&nohtml5=False`

[6] `https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/stats/html/var.test.html`

[7] `http://ww2.coastal.edu/kingw/statistics/R-tutorials/independent-t.html`