

Teoria da Decisão

Projeto Prático Assistido Por Otimização Multiobjetivo e Métodos de Auxílio à Tomada de Decisão

Rafael Carneiro de Castro

Vinícius Felicíssimo Campos

Davi Pinheiro Viana

Eng. de Sistemas - UFMG
Matrícula: 2013030210

Eng. de Controle e Automação - UFMG
Matrícula: 2015035235

Eng. de Sistemas - UFMG
Matrícula: 2013029912

Email: rafaelcarneiroget@hotmail.com

Email: viniciusfc95@gmail.com

Email: daviviana22@gmail.com

Resumo—Abordagem de forma conjunta de grande parte dos conceitos vistos na disciplina "ELE088 - Teoria da Decisão", através de um problema relacionado ao gerenciamento ótimo da política de manutenção de um conjunto de equipamentos de uma empresa. O problema foi resolvido através de modelagem e implementação multiobjetivo e, para verificar a resolução do problema, é apresentado um indicador de qualidade. Além disso, foram utilizados alguns métodos de auxílio à tomada de decisão.

I. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem o objetivo de resolver um problema de otimização multiobjetivo e, utilizando técnicas escalares de decisão assistida estudadas em sala de aula, encontrar a melhor solução para este problema, colocando em prática grande parte dos conceitos da matéria.

O problema a ser resolvido é o seguinte: *Deseja-se determinar a política de manutenção ótima para cada um dos 500 equipamentos de uma empresa, considerando-se a minimização do custo de manutenção e a minimização do custo de falha esperado.*

No problema, o custo de manutenção total é a soma dos custos dos planos de manutenção adotados para todos os equipamentos. Sendo que, o valor do custo de cada plano de manutenção é dado. O custo esperado de falha de cada equipamento i , sob o plano de manutenção j , é o produto da probabilidade de falha ($p_{i,j}$) e o custo de falha do equipamento (este último é dado). O custo esperado de falha total é a soma dos custos esperados de falha de todos os equipamentos.

Deve ser feita a formulação e resolução do problema multiobjetivo e o resultado encontrado deve ser avaliado baseado no indicador de qualidade hipervolume (s-metric). Esse indicador é utilizado para mensurar as propriedades de convergência e diversidade da fronteira Pareto "aproximada" obtida.

Além disso, deve ser aplicada também a utilização de técnicas de análise de decisão ELECTRE II, PROMETHEE II fuzzy e AHP para decidir qual a melhor solução dentre as encontradas para o problema.

II. DESENVOLVIMENTO

A. Formulação do Problema:

A formulação do problema foi dividida em duas partes, como é discutido a seguir:

1) *Minimização do custo de manutenção total:* Em primeiro momento, é preciso construir uma função objetivo e suas eventuais restrições para minimização do custo de manutenção total. Considerando $C_{m_i}(x_i)$ como o custo de manutenção do equipamento i em função do plano de manutenção x_i , têm-se a seguinte formulação:

$$\min \sum_{i=1}^n C_{m_i}(x_i) \quad (1)$$

sujeito a:

$$x_i \in \mathcal{X} \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (2)$$

$$C_{m_i} \in \mathcal{C}_m \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (3)$$

Em que n é o número de equipamentos que, no caso do problema a ser resolvido, é igual a 500. A equação 1 representa o custo de manutenção total que é o somatório dos custos de manutenção de cada equipamento i . A restrição 2 indica que cada equipamento i pode ter um plano de manutenção x_i que esteja dentro do conjunto \mathcal{X} de planos pré-definidos, no caso do problema, $\mathcal{X} = \{1, 2, 3\}$. A restrição 3 indica que o custo de manutenção de cada equipamento também deve estar dentro de um conjunto pré-definido \mathcal{C}_m , sendo que o valor depende do plano de manutenção.

2) Minimização do custo esperado de falha total:

Agora, uma função objetivo para tratar a minimização do custo esperado de falha total é formulada. Considerando $C_{f_i}(x_i)$ como o custo de falha do equipamento i em função do plano de manutenção x_i , têm-se a seguinte formulação:

$$C_{f_i} = p_{i,x_i} \cdot c_{f_i} \quad (4)$$

Onde p_{i,x_i} é a probabilidade de falha de um equipamento i , sob o plano de manutenção x_i , até um dado horizonte de planejamento da manutenção Δt . Ela é estimada pela equação 5 que determina a probabilidade de falha de um equipamento até Δt dado que ele não falhou até a data atual (t_0). No caso do problema, será utilizado $\Delta t = 5$ anos.

$$p_{i,x_i} = \frac{F_i(t_0 + x_i \Delta t) - F_i(t_0)}{1 - F_i(t_0)} \quad (5)$$

Em que:

$$F_i(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta_i} \right)^{\beta_i} \right] \quad (6)$$

Os parâmetros η , β dependem também do plano de manutenção i e são dados. Com isso, têm-se o seguinte modelo:

$$\min \sum_{i=1, n} C_{f_i}(x_i) \quad (7)$$

sujeito a:

$$x_i \in \mathcal{X} \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (8)$$

$$c_{f_i} \in \mathcal{C}_f \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\beta_i \in \mathcal{B} \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (10)$$

$$\eta_i \in \mathcal{N} \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (11)$$

Em que n é o número de equipamentos que, no caso do problema a ser resolvido, é igual a 500. A equação 7 representa o custo esperado de falha total que é o somatório dos custos esperados de falha de cada equipamento i . A restrição 8 indica que cada equipamento i pode ter um plano de manutenção x_i que esteja dentro do conjunto \mathcal{X} de planos pré-definidos, no caso do problema, $\mathcal{X} = \{1, 2, 3\}$. As restrições 9, 10 e 11 indicam, respectivamente que c_{f_i} , β_i , η_i devem estar dentro de conjuntos pré-definidos, sendo que o valor depende do plano de manutenção.

3) *Minimização de ambos os custos:* O problema a ser resolvido envolve a minimização do custo de manutenção total e também do custo de falha total, logo, é necessária a formulação de um problema biobjetivo para o problema. Para a formulação, foi escolhido o método *Soma Ponderada*. Nele, a função biobjetivo é formada por uma

soma das funções objetivos anteriores, sendo cada uma multiplicada por um peso. A variação desses pesos é que faz com que a fronteira Pareto seja formada. Esse método foi escolhido por ser de fácil implementação. Com isso, a formulação do problema biobjetivo é a seguinte:

$$\min w_1 \cdot \sum_{i=1, n} C_{m_i}(x_i) + w_2 \cdot \sum_{i=1, n} C_{f_i}(x_i) \quad (12)$$

sujeito a:

$$x_i \in \mathcal{X} \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (13)$$

$$c_{f_i} \in \mathcal{C}_f \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (14)$$

$$\beta_i \in \mathcal{B} \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (15)$$

$$\eta_i \in \mathcal{N} \quad \forall i \in 1, \dots, n \quad (16)$$

B. Algoritmo de Solução:

Nesta seção serão discutidos e exibidos os algoritmos para solução do problema multiobjetivo.

Olhando para a equação 12 é possível perceber que, minimizando o custo de cada equipamento, minimiza-se também o somatório dos custos. Assim, para resolução do problema biobjetivo foi utilizada uma estratégia gulosa. Nela, para cada equipamento, é feito um teste com cada um dos planos de manutenção e é escolhido aquele que gera menor custo. Têm-se então, um algoritmo cuja complexidade é $O(n \cdot m)$ em que n é o número de equipamentos e m é o número de planos de manutenção. No caso do problema a ser resolvido no trabalho, para cada par de pesos escolhido (encontrar solução da fronteira Pareto), são feitas 1500 avaliações da função objetivo. Segue, abaixo, um pseudocódigo do funcionamento do algoritmo:

Algorithm 1 Estratégia gulosa

```

1: for  $i = 1$  to  $n$  do
2:    $cBest = w_1 \cdot c_m(\mathcal{X}_1) + w_2 \cdot c_f(\mathcal{X}_1)$ 
3:    $x_i = \mathcal{X}_1$ 
4:   for  $j = 2$  to  $m$  do
5:     if  $(w_1 \cdot c_m(\mathcal{X}_j) + w_2 \cdot c_f(\mathcal{X}_j)) < cBest$  then
6:        $cBest = w_1 \cdot c_m(\mathcal{X}_j) + w_2 \cdot c_f(\mathcal{X}_j)$ 
7:        $x_i = \mathcal{X}_j$ 
8:     end if
9:   end for
10: end for

```

O algoritmo que utiliza a estratégia gulosa para resolver a função objetivo pode ser encontrado no arquivo `Guloso.m` e o algoritmo que implementa a *Soma Ponderada* variando os pesos da função objetivo pode ser encontrado no arquivo `SomaPonderada.m`, ambos no mesmo diretório deste relatório.

C. Resultados:

Nesta sessão serão apresentados os resultados dos algoritmos.

D. Análise baseada no Hipervolume:

III. TOMADA DE DECISÃO ASSISTIDA:

A. Electre II:

teste3

B. Promethee II Fuzzy:

teste2

C. AHP:

teste1

IV. CONCLUSÃO

REFERÊNCIAS

- [1] Notas de aula do professor Lucas Batista da disciplina *ELE088 Teoria da Decisão*. 2017.
- [2] ARENALES, Marcos et al. Pesquisa operacional: para cursos de engenharia. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007