

**Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y
Naturales - UNC**



Comunicaciones Digitales

Práctico de laboratorio N°2

**Señales analíticas – Sistemas
pasabanda – Filtro de partición de fase**

Integrantes: CASTRO, Pedro Oscar - DETKE, Ramiro F.

Profesor: Dr. Ing. HUEDA, Mario.

INTRODUCCION

Una señal compleja $s[n] = \text{Re}\{s[n]\} + j\text{Im}\{s[n]\}$ se dice analítica si su transformada de Fourier satisface:

$$S(e^{j\Omega}) = 0 \quad -\pi \leq \Omega < 0$$

Sea $f[n]$ la respuesta al impulso de un filtro definido como:

$$F(e^{j\Omega}) = \begin{cases} j & \text{si } -\pi < \Omega < 0 \\ -j & \text{si } 0 < \Omega < \pi \end{cases}$$

Se conoce como Transformador de Hilbert:

Sabiendo que $s[n]$ es analítica y que $F\{\text{Re}\{s[n]\}\} = S_e(e^{j\Omega})$, es decir la parte conjugada simétrica de $S(e^{j\Omega})$, se verifica que:

$$jS(e^{j\Omega})F(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2}[S(e^{j\Omega}) - S^*(e^{-j\Omega})]$$

Que es la parte conjugada antisimétrica de $S(e^{j\Omega})$.

O sea que es posible recuperar una señal compleja analítica a partir de su parte real por medio del filtro de partición de fase:

$$\theta(e^{j\Omega}) = 1 + jF(e^{j\Omega})$$

Luego:

$$S_e(e^{j\Omega})\theta(e^{j\Omega}) = S(e^{j\Omega})$$

El filtro utilizado es el transformador de Hilbert:

$$f[n] = \frac{2 \sin(\pi n/2)^2}{\pi n} \quad n \neq 0; \quad f[0] = 0$$

Se hará un análisis de los espectros en las distintas etapas del sistema usando el transformador de Hilbert. Se mostraran los diagramas de ojos, uno para la parte real y otro para la parte imaginaria.

DESARROLLO

Codigo de Matlab

```
%=====
=====
% Procesamiento de Señales en Tiempo Discreto
% Prof.: Dr. Mario Hueda (mario.hueda@unc.edu.ar)
% Practico Lab. 2
%=====
=====

clear;
close all;

%=====
% Generacion de la Respuesta al Impulso
%=====

fB = 32e9; % Velocidad de simbolos (baud rate)
T = 1/fB; % Tiempo entre simbolos
M = 8; %Factor de sobremuestreo
fs = fB*M; % Sample rate

beta = 0.5001; %Factor de roll-off
```

```

L = 10; % 2*L*M+1 es el largo del filtro sobremuestreado
t = [-L:1/M:L]*T;
n_delay_RC_filter = L*M; %Retardo del filtro RC
gn = sinc(t/T).*cos(pi*beta*t/T)./(1-4*beta^2*t.^2/T^2);
%gn=rcosine(fB,fs,'normal',beta,22); % Tx Filter

Lf=100;
n=[-Lf:Lf];
n_delay_Hilbert_filter = Lf; %Retardo del filtro de Hilbert
fn = 2*sin(pi*n/2).^2./(pi*n);
fn(Lf+1)=0;

figure(1)
subplot 211
h = stem(gn);
title('Respuesta al Impulso del Filtro RC');
xlabel('n');
grid on
subplot 212
h = stem(fn);
title('Respuesta al Impulso del Transformador de Hilbert');
xlabel('n');
grid on

%break

%=====
% Calculo de la Respuesta en Frecuencia
%=====
Omega = [-1:1/2^8:1]*pi;
N = 1000;
n = [0:N];
index = 1;
for omega=Omega

```

```

        xn = exp(j*omega*n);
        yn = conv(xn,fn);
        H_Mag(index) = abs(yn(N/2));
        H_Fase(index) = angle(yn(N/2)*conj(xn(N/2-
n_delay_Hilbert_filter))));
        index = index+1;
end

figure(2)
subplot 211
h=plot(Omega/pi,H_Mag);
title('Magnitud');
ylabel('|H|')
xlabel('\Omega/\pi');
grid
subplot 212
h=plot(Omega/pi,H_Fase);
title('Fase');
ylabel('angle(H)')
xlabel('\Omega/\pi');
grid

%break

%=====
% Generacion Simbolos
%=====

n_symbols = 2^14;
ak = 2*randint(1,n_symbols)-1+j*(2*randint(1,n_symbols)-1);
xn = zeros(1,n_symbols*M);
xn(1:M:end) = ak;

figure(3)
h = plot(ak,'x');
```

```

xlabel('Real(ak)')
ylabel('Imag(ak)');
axis([-1.2 1.2 -1.2 1.2])
%break

%=====

% Señal Banda-Base
%=====

yn = conv(xn,gn);
figure(4)
q = spectrum.welch;
Hpsd = psd(q,yn,'nfft',1024);
h=plot(Hpsd);
title('PSD Señal en Banda Base')

%=====

% Señal Modulada (Analitica)
%=====

n=[1:length(yn)];
Omega_c=3*pi/M; %Portadora arbitraria para generar señal
analitica (ojo: depende de M)
carrier=exp(j*Omega_c*n);
sn = yn.*carrier;

figure(5)
q = spectrum.welch;
Hpsd = psd(q,sn,'nfft',1024);
h=plot(Hpsd);
title('PSD Señal Modulada (Analitica)')
%break

%=====

```

```

% Señal Transmitida (Parte Real de la Señal Analítica)
%=====

sn_r = real(sn);
figure(6)
q = spectrum.welch;
Hpsd = psd(q,sn_r,'nfft',1024,'SpectrumType','twosided');
h=plot(Hpsd);
title('PSD Señal Transmitida (Real)')
%break

%=====

% Filtro de Particion de Fase
%=====

sn_i = conv(sn_r,fn);
sn_hat = sn_r+j*sn_i(Lf+1+0:end-Lf+0);
figure(7)
q = spectrum.welch;
Hpsd = psd(q,sn_hat,'nfft',1024,'SpectrumType','twosided');
h=plot(Hpsd);
title('PSD Señal a la Salida del Filtro de Particion de
Fase')
%break

%=====

% Comparacion Partes Imaginarias (transmitida y recibida)
%=====

sn_i = conv(sn_r,fn);
sn_hat = sn_r+j*sn_i(Lf+1:end-Lf);
figure(8)
n=[1:100]+1000; %100 puntos de ventana de tiempo arbitraria
h=plot(n,imag(sn(n)),'b',n,sn_i(n+Lf),'ro');

```

```

legend('Transmitida', 'Recuperada');
title('Parte Imaginaria de la Señal Analitica')
%break

%=====
% Señal Demodulada (Banda-Base)
%=====

n=[1:length(sn_hat)];
carrier=exp(j*Omega_c*n);
yn_hat = sn_hat.*conj(carrier); %portadora conjugada
(demodulacion)
figure(9)
q = spectrum.welch;
Hpsd = psd(q,yn_hat,'nfft',1024,'SpectrumType','twosided');
h=plot(Hpsd);
title('PSD Señal Demodulada (Banda-Base)')

%=====
% Diagrama de ojo de la parte real
%=====

yn_real=real(yn_hat)
eyediagram(yn_real(1:1000),8)
title('Diagrama de ojo PARTE REAL')
xlabel('')
ylabel('')

%=====
% Diagrama de ojo de la parte imaginaria
%=====

yn_imag=imag(yn_hat)

```



```

eyediagram(yn_imag(1:1000),8)
title('Diagrama de ojo PARTE IMAGINARIA')
xlabel('')
ylabel('')

```

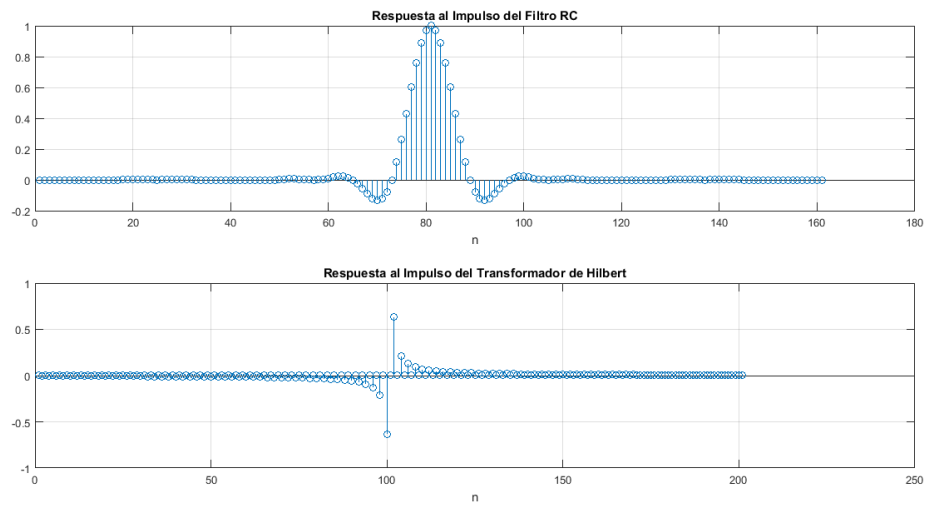
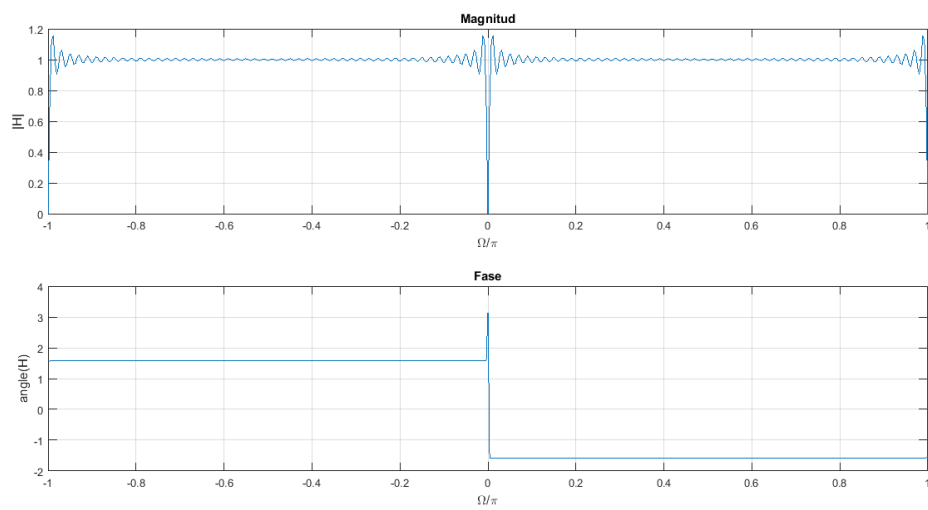


Figura N°1: Respuestas al impulso del filtro RC (arriba) y del filtro de Hilbert (abajo).



FiguraNº2: Magnitud y fase del transformador de Hilbert obtenido a partir de la autofunción $e^{j\Omega n}$.

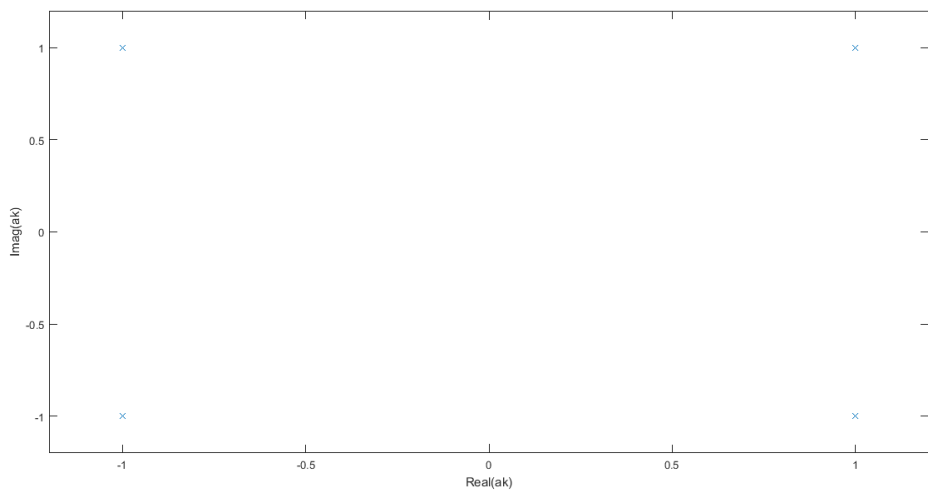


Figura N°3: Símbolos enviados.

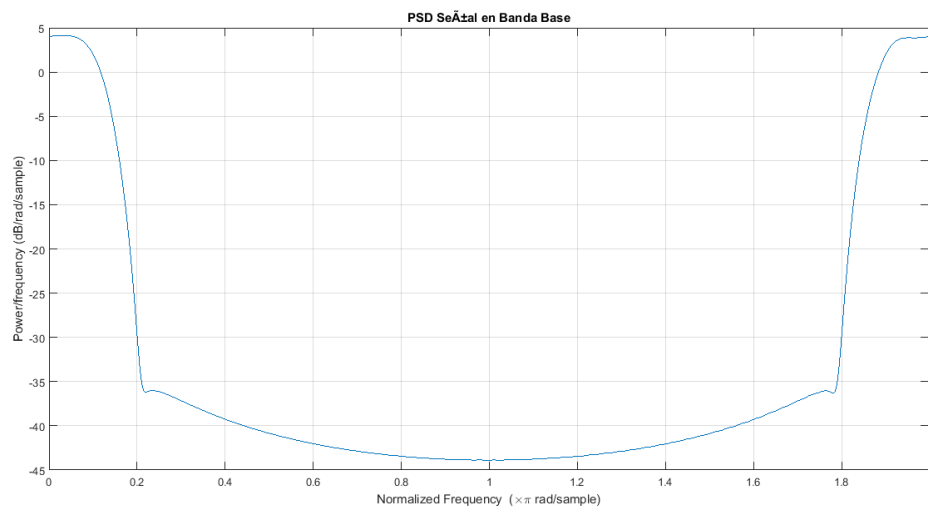


Figura N°4: PSD de la señal en banda base.

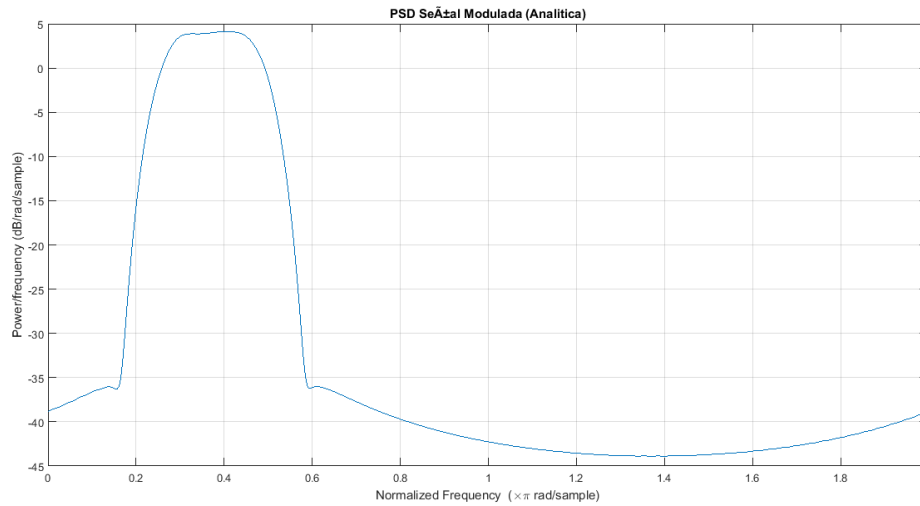


Figura N°5: Señal modulada por un valor arbitrario de Ω_0 para que $s[n] = e^{j\Omega_0 n}(x[n] * g[n])$ sea analítica.

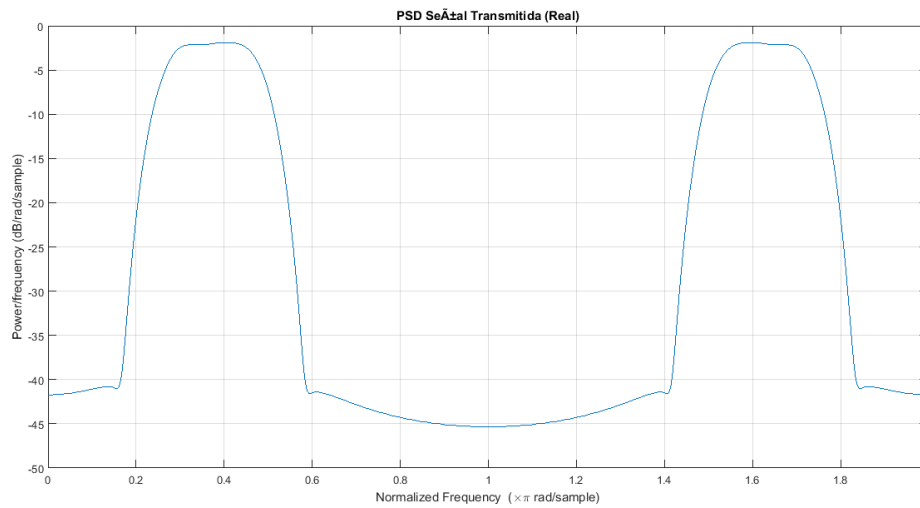


Figura N°6: Parte Real de la señal analítica de la figura N°5.

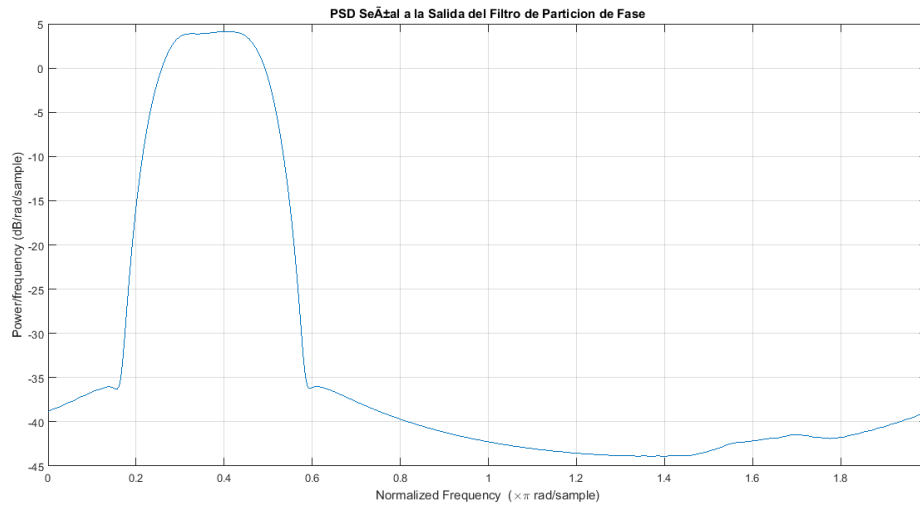


Figura N°7: Señal obtenida luego del filtro de partición de fase.

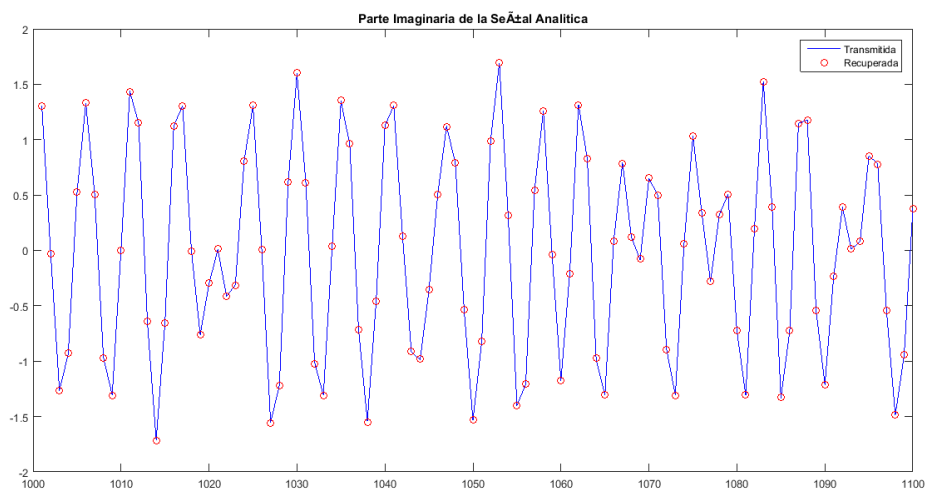


Figura N°8: Comparación de las partes imaginarias de la señal transmitida y recibida.

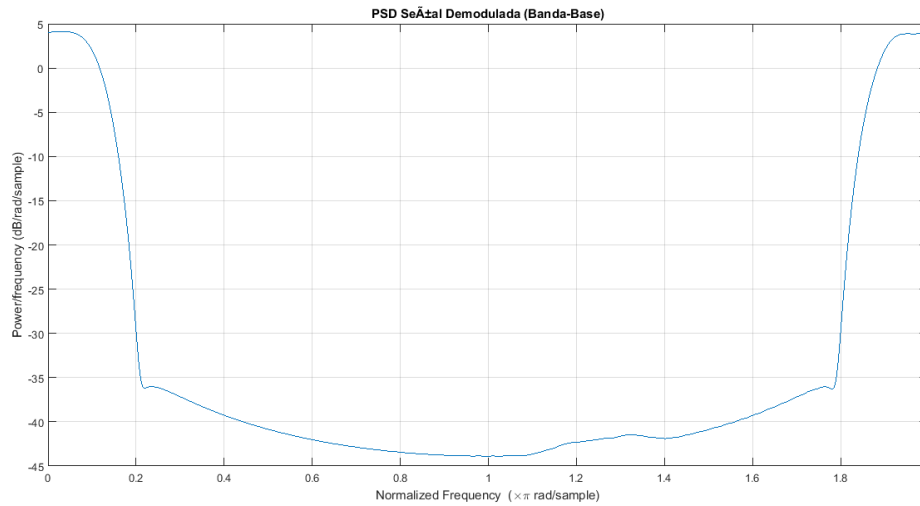


Figura N 9: Señal banda base demodulada. (Idealmente debería ser igual que la figura N 4 (Señal transmitida)).

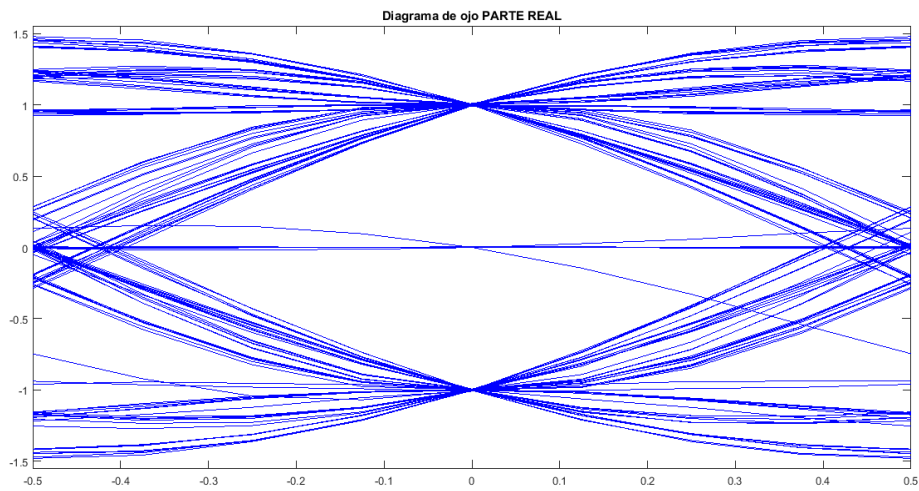


Figura N 10: Diagrama de ojo de la señal recibida (parte real).

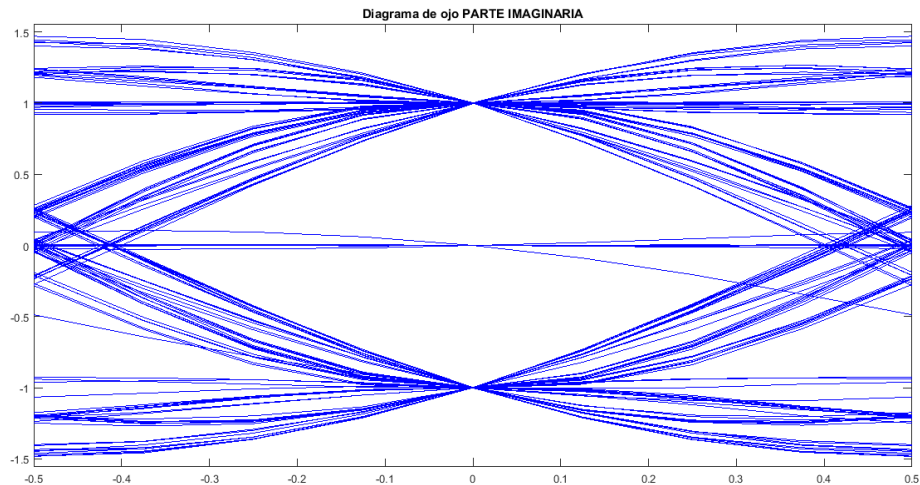


Figura N°11: Diagrama de ojo de la señal recibida (parte imaginaria).

CONCLUSION

Se estudió la arquitectura de un receptor de comunicaciones usando un transformador de Hilbert. Se analizaron las distintas respuestas en cualquiera de los puntos intermedios de este. Se aprovechó el hecho de que a partir de la parte real de una señal analítica es posible recuperar la señal compleja. En el caso práctico, esto significa que llevando por un cable solo la parte real, luego en el receptor obtendré la señal completa. Además, se modula la señal, en el transmisor, por una exponencial compleja dado que se necesita convertir la misma en señal analítica y así aprovechar los beneficios explicados anteriormente.