# Изпит

Християн Емилов Марков, ф.н. 00147

24 май 2017 г.

## Съдържание



## Увод

Примерите за този изпит са взети от [1].

## 1 Производни

**Правило за диференциране:** $\{f[g[h(x)]]\}' = f'[g[h(x)]]g'[h(x)]h'(x)$. Производната от $n$-ти ред на произведението на функциите $f(x)$ и $g(x)$ се пресмята по формулата:

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}\,x^n}[f(x)g(x)] = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} f^{(i)}(x)g^{(n-i)}(x). \tag{1}$$

## 2 Комплексен анализ

**Теорема 1 (за резидуумите)** *Нека $f$ е аналитична функция в областта $G$ с изключение на изолираните особени точки $a_1, a_2, \ldots, a_m$. Ако $\gamma$ е затворена ректифицируема крива в $G$, която не минава през нито една от точките $a_k$, и ако $\gamma \approx 0$ в $G$, то*

$$\frac{1}{2\pi\,\mathrm{i}} \int\limits_{\gamma} f = \sum_{k=1}^{m} n(\gamma; a_k) Res(f; a_k). \tag{2}$$

**Теорема 2 (за максимума)** *Нека $G$ е ограничено отворено множество в $\mathbb{C}$ и $f$ е непрекъсната функция в $G^-$, която е аналитична в $G$. Тогава*

$$\max|f(z)| : z \in G^- = \max\{|f(z)| : z \in \mathrm{d}\, G\}.$$

# 3 Гама функция

*Гама функцията* $\Gamma(z)$ *се дефинира като*

$$\Gamma(z) \equiv \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^z n!}{z(z+1)\cdots(z+n)} \equiv \int_0^\infty \mathrm{e}^{-t}\, t^{z-1}\, \mathrm{d}\, t. \tag{3}$$

От (3) се вижда, че $\Gamma(1) = 1$. Може да се докаже, че за цели положителни числа $n$

$$\begin{aligned} \Gamma(n) &= (n-1)\Gamma(n-1) = (n-1)(n-2)\Gamma(n-2) = \ldots \\ &= (n-1)(n-2)\ldots 1 = (n-1)!. \end{aligned}$$

# Заключение

Теореми 1 и 2 се изучават във всеки курс по комплексен анализ, а формула (1) би трябвало да е известна на всеки студент по математика.

# Литература


[1] `www.ctan.org`