



## Cálculo II - MA263

### Trabajo final (Acreditación de la competencia QR)

Estimado alumno:

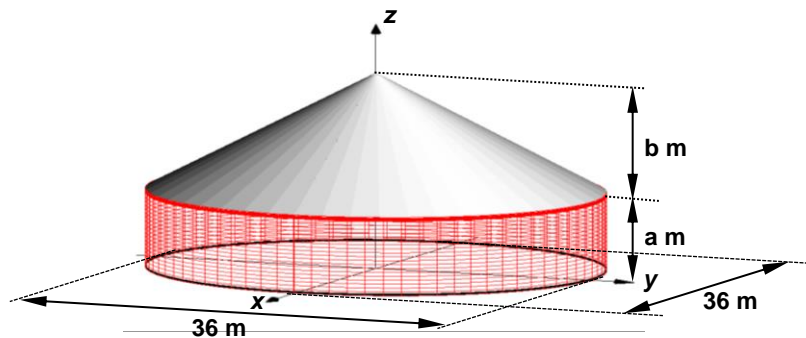
Resuelve los siguientes problemas a mano de tal manera que luego puedas enviarlo a tu profesor, el plazo vence el domingo 20 de noviembre a las 23:50. El trabajo es personal, debes ser muy cuidadoso en expresar los desarrollos de forma correcta y de tal manera que tu profesor lo entienda al leerlo, debes incluir **los enunciados de las preguntas en el formato de PRESENTACIÓN DEL TRABAJO FINAL.**

Toma en cuenta lo siguiente para todos los problemas deben ser usados para resolver los problemas, respetando los pasos enseñados en clase (usando los temas desarrollados durante el ciclo):

- $a$  = número de letras de tu apellido paterno
- $b$  = número de letras de tu apellido materno
- $c$  = fecha dentro del mes que naciste (por ejemplo 07 de marzo, el valor es 7)

En el curso hemos cuidado el realizar todo con ética y valorando los tiempos de trabajo por ello confiamos en que el desarrollo del presente trabajo sea personal y si tienes algún problema desarrollar algún ejercicio dispones de las tutorías en las cuales puedes hacer las consultas que creas conveniente, recuerda siempre que puedes sustentar estos ejercicios y por lo tanto debes estar absolutamente convencido de lo que estás presentando.

1. La figura muestra una carpa de circo en la que se necesita determinar las ecuaciones de las superficies que limitan la carpa. Se sabe que la parte superior es un semicono de  $b$  metros de altura y la parte inferior es un cilindro circular (ver figura).



- a. Encuentre las ecuaciones de las dos superficies que limitan la carpa.
- b. Si el recubrimiento de la estructura cónica es una lona que cuesta 5 dólares el metro cuadrado, ¿cuál es el costo total de la lona?
2. Una partícula parte de la posición  $\mathbf{r}(0) = \langle a; b; c \rangle$ . Si se sabe que su velocidad en cualquier instante  $t$  es  $\mathbf{v}(t) = 2 \sin t \mathbf{i} + (t^2 + 1) \mathbf{j} + (t^3 + t) \mathbf{k}$ .
- a. Determine la posición de la partícula para cualquier instante de tiempo.
- b. Determine la aceleración de la partícula para cualquier instante de tiempo.

3. Determine el trabajo que realiza las aguas de un río cuyo campo de fuerzas es:

$$\mathbf{F}(x; y) = \left\langle \frac{xy^3}{3a} + \sin(x^2); \frac{x^3y}{3b} + \sin(y^2) \right\rangle$$

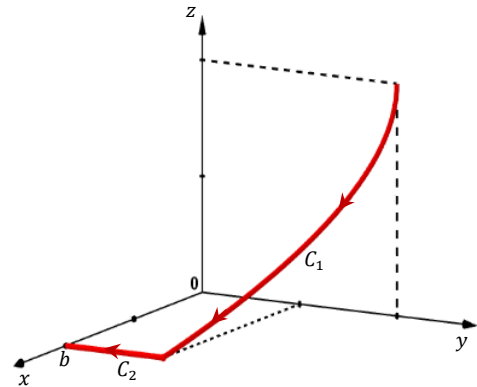
sobre una partícula que se mueve a lo largo de la curva  $C$  que consta del segmento de recta de  $(0; 2)$  a  $(0; 0)$ , el segmento de recta de  $(0; 0)$  a  $(\sqrt{2}; 0)$ , y el arco de parábola  $y = 2 - x^2$  de  $(\sqrt{2}; 0)$  a  $(0; 2)$ .

4. Considere el campo de fuerzas

$$\mathbf{F}(x; y; z) = (y + z)\mathbf{i} + (x + 2z)\mathbf{j} + (x + 2y)\mathbf{k}.$$

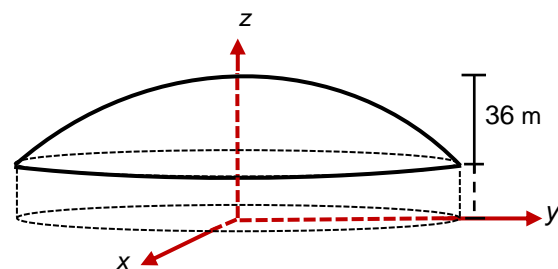
Calcule el trabajo realizado por el campo sobre una partícula que se desplace por la curva  $C_1$ , definida por la función vectorial

$\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + (10 - t)\mathbf{j} + (b - \sqrt{t})\mathbf{k}$ ,  $0 \leq t \leq b^2$ , seguido por el segmento de recta  $C_2$  hacia el punto  $(b; 0; 0)$ , como muestra la figura.



5. Un resorte tiene la forma de una hélice circular  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$  y  $z = t$ ;  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Si la densidad en cualquier punto de la hélice circular es numéricamente igual a  $b$  veces de la distancia del punto al plano  $xy$ . Grafique manualmente el resorte en forma de hélice, determine la masa y longitud de la hélice del resorte.

6. Proyecto Museo UPC en Lima – Perú, tomando como modelo arquitectónico el Museo del Louvre Abu Dhabi en los Emiratos Árabes unidos. La cúpula que envuelve el Louvre es una construcción del siglo XXI con forma de paraboloide circular y con unas dimensiones nunca vistas antes:  $20a$  metros de diámetro, el punto más alto de la cúpula es de 40 metros sobre el piso, 36 metros sobre el nivel de la planta baja y aproximadamente 7,500 toneladas de acero (prácticamente lo mismo que la Torre Eiffel) que se soportan únicamente por cuatro puntos de apoyo que se han ocultado



Vista frontal

**Fuente:** <https://www.archdaily.pe/pe/883186/louvre-abu-dhabi-ateliers-jean-nouvel>  
cuidadosamente en el interior de los edificios del museo, creando la ilusión de que todo el domo está suspendido en el aire.

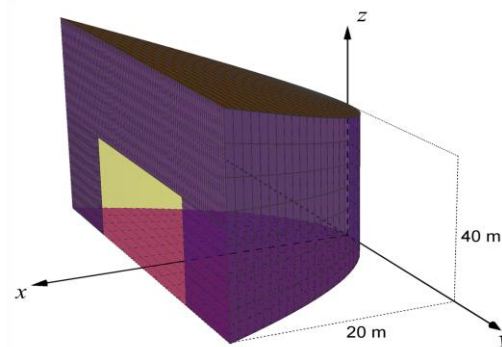
Calcule el área de la superficie superior de la cúpula.

7. Supongamos que una empresa de logística cuenta con un diseño de almacén que tiene la forma de la figura 1 que consta básicamente de tres partes; una primera parte, desde la base hasta el techo del almacén se trata de un cilindro parabólico recto ( $S_1: 40x = y^2$ ), y dos planos cuyas ecuaciones  $S_2: z - x = 40$  y  $S_3: x = 20$ .



**Fuente.**

<https://www.mecalux.es/blog/capacidad-almacenaje>

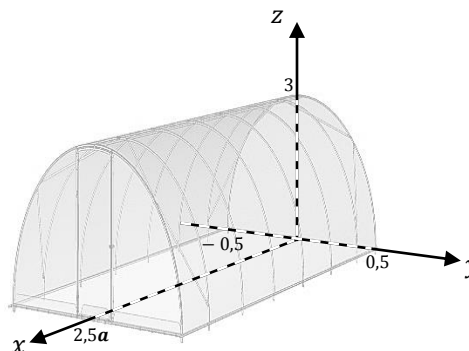


**Figura 1**

- Calcule el área de la base del almacén.
- Si la capacidad de almacenaje es del 75% del total de espacio disponible y se desea almacenar  $25\,000\text{ m}^3$ , ¿basta con este almacén?
- Se desea cubrir el techo de un depósito con un material impermeable para evitar la humedad por filtraciones de agua. Se sabe que metro cuadrado cuesta 5 dólares, ¿determine el costo total del material impermeable?

8. El invernadero tipo túnel, está compuesto por una serie de arcos paralelos que parten desde el suelo y se unen entre sí mediante perfiles cilíndricos longitudinales, los cuales sirven para dar rigidez a la estructura y fijar el recubrimiento (plástico o mallas). Su forma proporciona resistencia a las lluvias y permite el control de la temperatura, la humedad y otros factores ambientales que favorece el desarrollo de las plantas.

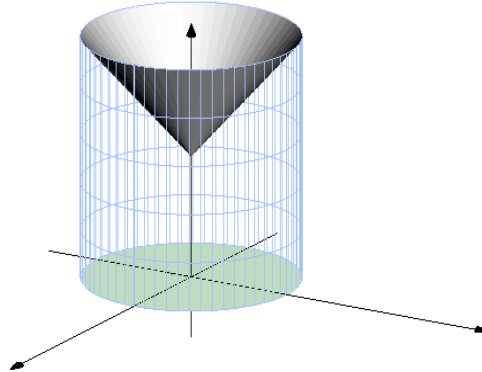
La cubierta de un modelo de invernadero se puede representar en un sistema tridimensional  $xyz$  (según se muestra en la figura), donde  $x, y, z$  se miden en metros. La base de este invernadero se ubica en el plano  $xy$ .



**Figura 1.** Invernadero tipo túnel.

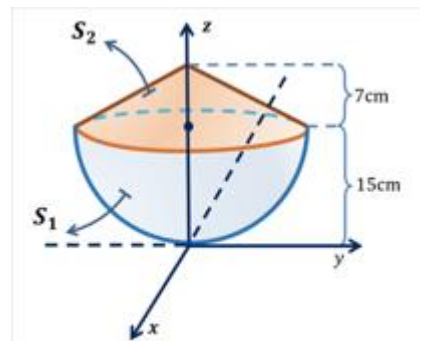
Si el recubrimiento de la estructura cilíndrica es una malla que cuesta 5 dólares el metro cuadrado, ¿cuál es el costo total de la malla?

9.  $S$  es parte de la superficie  $z = \sqrt{x^2 + y^2} + 1$  que se encuentra dentro del cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  orientada hacia abajo y el campo vectorial  $\mathbf{F}(x; y; z) = \langle x; y; -z \rangle$ .



- Calcule el flujo de  $\mathbf{F}$  a través de  $S$ .
- Si la densidad de la superficie es numéricamente igual a la distancia de cualquier punto  $(x; y; z)$  al plano  $xy$ . Determine la masa de la superficie.

10.  $S$  es la frontera de la región sólida que se muestra en la figura. La altura total de la región sólida es de 22 cm y está formada por una semiesfera cuyo centro está en el eje  $z$  a una altura de 15 cm del suelo y la parte restante está formada por un semi cono circular, si consideramos el campo de fuerzas  $\mathbf{F}(x; y; z) = x^3y\mathbf{i} - x^2y^2\mathbf{j} - x^2yz\mathbf{k}$ . Calcule el flujo del campo vectorial  $\mathbf{F}$ , a través de  $S$ .



## RÚBRICA PARA LA EXPOSICIÓN DEL TRABAJO FINAL (Acreditación de la competencia) UPC

ETAPAS	Criterios	Sobresaliente (20)	Bueno (15)	Nivel mínimo (9)	En proceso (5)	Puntaje
<b>Parte FORMAL</b> <b>2 puntos</b>	<b>PUNTUALIDAD Y PRESENTACIÓN PERSONAL</b>	El estudiante asiste puntualmente y su presentación es <u>formal</u> <sup>1</sup> .	El estudiante asiste puntualmente y su presentación no es formal.	El estudiante no asiste puntualmente, pero su presentación es formal.	El estudiante no asiste puntualmente ni su presentación es formal.	
		2	1,5	1	0,5	<b>Puntaje</b>
<b>Parte ORAL: Sincrónico</b>  <b>Competencia matemática</b>  <b>14 puntos</b>	<b>RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DEL PROFESOR</b>	El estudiante responde al menos <b>tres</b> preguntas del <b>saber o del saber hacer</b> , con conocimiento completo del tema. No duda y no comete errores.	El estudiante responde <b>dos</b> preguntas del <b>saber o del saber hacer</b> , pero requiere hacer algunas rectificaciones a sus respuestas.	El estudiante responde parcialmente <b>dos</b> preguntas o correctamente solo <b>una</b> del <b>saber o del saber hacer</b> , muestra dudas, requiere hacer algunas rectificaciones.	El estudiante <b>NO</b> responde preguntas.	
		11	8,5	5	0	<b>Puntaje</b>
	<b>EXPOSICIÓN Y SEGURIDAD (él estudiante escoge al azar uno de los diez problemas)</b>	El estudiante utiliza el lenguaje matemático correctamente, demuestra seguridad al exponer.	El estudiante pronuncia algunos términos de forma incorrecta, pero se entiende lo que expresa y lo hace con seguridad.	El estudiante presenta problemas para comunicarse matemáticamente, demuestra inseguridad al exponer.	El estudiante tiene bastantes problemas para articular palabras, resulta muy difícil entender la exposición.	
		3	2,5	1,5	1	<b>Puntaje</b>
<b>Parte ESCRITA: Asincrónico</b> <b>Desarrollo y presentación del TF</b>  <b>4 puntos</b>	<b>Evidencia de entrega del trabajo en el AV</b>	El estudiante sube al AV la solución de los DIEZ problemas que le tocó en el tiempo establecido y el formato orientado.	El estudiante sube al AV la solución de los DIEZ problemas que le tocó en el tiempo establecido, pero no respeta el formato orientado.	El estudiante sube al AV la solución incompleta de algunos problemas en el tiempo establecido, pero no respeta el formato orientado.	El estudiante no sube al AV la evidencia de solución por escrito o lo envía al correo del profesor.	
		4	2,5	1,5	0	<b>Puntaje</b>

**Nota:** El estudiante que no suba al Aula Virtual la evidencia escrita de la solución de los problemas, pierde el derecho a exponer y su nota es cero. Asimismo, los estudiantes que no asisten el día pactado.

<sup>1</sup> Ropa adecuada que demuestre formalidad (Clase Presencial). Cámara y micrófono prendidos en todo momento, mostrando el rostro completo (Clase a Distancia).



## CÁLCULO II - MA263

### PRESENTACIÓN DEL TRABAJO FINAL

Apellidos y nombres	Código	Sección	Firma	

#### Indicaciones:

- ✓ Descargue e imprima este documento.
- ✓ Copie los enunciados de las preguntas.
- ✓ Responda manualmente las preguntas con lapicero azul o negro, justificando sus respuestas.
- ✓ Respondidas las preguntas, siga los siguientes pasos:
  - a. Escanear en un solo documento y colocarlo en formato PDF.
  - b. El nombre del archivo en PDF debe tener la siguiente sintaxis: **Código de su sección y sus apellidos y nombres**, por ejemplo: CX11\_Tiza Alva, Mario Rubén
  - c. Finalmente, enviar el documento a través del enlace que se encuentra en el AV.
- ✓ El plazo para subir el documento es hasta el domingo 20 de noviembre, 23:50 horas.

A continuación, responda las preguntas:

#### Pregunta 1: Solución

