Tema Referat: Metoda Muller – Gasirea Radacinei

Student: Dedeaga Delia-Stefania

Grupa/An: A3III

Metoda Muller – Găsirea Rădăcinei

I. Introducere

Metoda Muller(sau “a interpolării cuandrice inverse”) este un algoritm pentru găsirea rădăcinii unei ecuații, de formă f(x)=0, o generalizare a metodei secante. Această metodă a fost descoperită de David E. Muller în anul 1956.

În această metodă, f(x) este aproximat de o curbă de gradul doi lângă rădăcina. Rădăcinile cvadrative sunt apoi propuse a fi aproximarile la rădăcinile ecuației f(x)=0. Metodă este iterative, converge aproape în mod cvadratic și poate fi utilizat pentru obținerea rădăcinilor complexe.

II. Descrierea problemei

Avem o funcție f(x), cu x număr real și trei presupuneri distincte inițiale pentru rădăcina funcției. Funcția f(x) poate fi o funcție algebrică sau transcendentală.

Exemplu:

Input: Avem o funcție $f(x) = x^3 + 2x^2 +10x -20$ și trei presupuneri : 0, 1, 2.

Output: Valoarea rădăcinii este 1.3688.

III. Cu ce ne ajută această metodă? Cât de eficientă este ?

Metoda Muller, fiind una dintre metodele de găsire a rădăcinilor împreună cu alte metode precum: Metoda Bisectiei, Metoda Secanta, Metoda Newton, Metoda Raphson. Dar oferă anumite avantaje față de celelalte, cum ar fi: rata de convergență, adică cu cât ne apropiem de rădăcina la fiecare pas, este aproximativ 1.84 pentru metoda Muller, în timp ce pentru metodă secanta și liniară timpul este 1.62. În concluzie Metoda Muller este mult mai rapidă decât celelalte metode exemplificate mai sus, însă este mai lent decât Newton – Raphson, care are o rată de convergență de 2, și cu toate astea depășește unul dintre cele mai mari dezavantaje ale metodei Newton – Raphson, adică calcularea derivatelor la fiecare pas.

Concluzia este că metoda Muller este o metodă eficientă în calculul funcției rădăcinii.

Tema Referat: Metoda Muller – Gasirea Radacinei

Student: Dedeaga Delia-Stefania

Grupa/An: A3III

IV.Avantajele metodei Muller:

- Nu se cere existența derivatelor funcției f și nici calculul acestora;
- Poate fi executată numai folosind valorile funcției, care, de regulă, se pot “măsură”, deci nu este necesară cunoașterea expresiei analitice a funcției;
- Cu excepția primei iterații, în rest este necesară numai o singură evaluare a funcției, la prima iteratie;
- Viteză de convergență ester ridicată;
- Poate găsi rădăcini imaginare;

V.Dezavantajele metodei Muller:

- Pot fi găsite rădăcinile străine;
- Este foarte mult de lucru manual și astfel pot fi găsite erori;

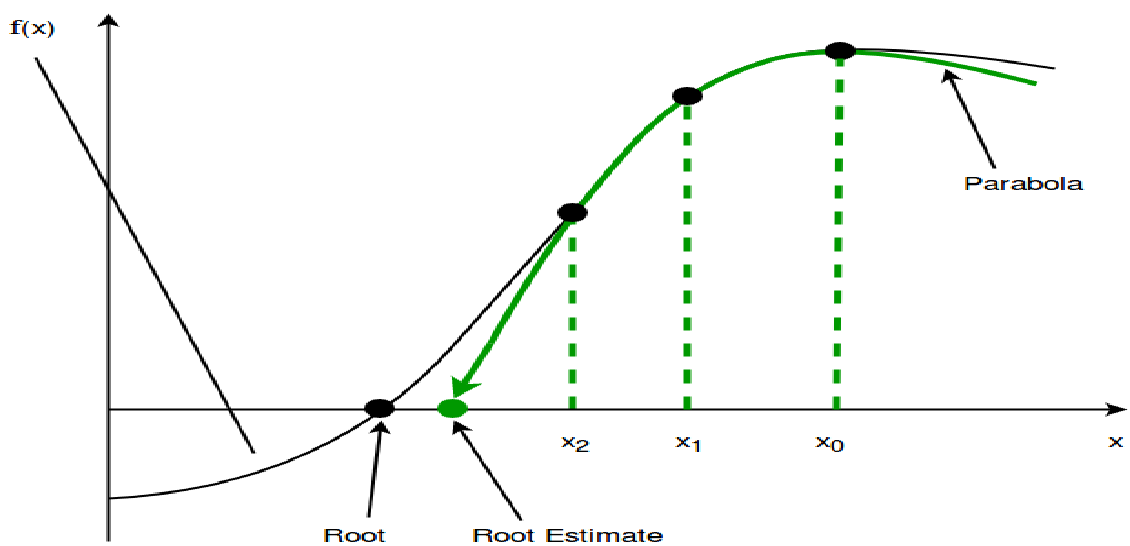

Fig.2

VI.Algoritmul de calcul pentru metoda Muller

Ne vom folosi de Fig.2 pentru a intelege mai bine

1. Să presupunem că avem oricare 3 rădăcini inițiale distincte ale funcției f(x), și le notăm cu x_0, x_1, x_2.

2. Al doilea pas este desenarea unui polinom de dragul 2, cu alte cuvinte, o parabolă, care trece prin valorile functiei noastre f(x), pentru aceste puncte x_0, x_1, x_2.

Iar ecuatia parabolei, p(x), prin aceste puncte va fi următoarea:

$p(x) = c + b(x – x_2) + a(x – x_2)^2$, unde a, b si c sunt constante.

3. După ce am desenat parabolă, vom găși intersecția cu axa X, în cazul nostru x_3.

4. Pasul următor este mult mai complex, pentru că trebuie să găsim intersecția parabolei cu axa X, adica valoarea lui x_3.

Pentru a găsi valoarea lui x_3, rădăcina lui p(x), unde $p(x) = c + b(x – x_2) + a(x – x_2)^2$, calculam evident $p(x_3) = c + b(x_3 – x_2) + a(x_3– x_2)^2 = 0$, si aplicăm astfel formula cvadratică pe p(x). Din momentul in care vor există 2 radacini, dar noi avem nevoie de una, o vom lua pe cea care este mai aproape de x_2.

În plus, pentru a evita erorile de rounjire cauzate de scăderea numerelor cu valori aproximativ egale, sau apropiate, vom utiliza următoarea ecuație:

$$x_3 - x_2 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Știind că rădăcina lui p(x) trebuie să fie mai aproape de x_2, trebuie să alegem acea valoare care are un numitor mai mare din cele 2 valori posibile rezultate în urmă calculului ecuației de mai sus.

Următoarea problema este găsirea valorilor constantelor a, b și c pentru ecuația de mai sus. Pentru asta vom înlocui x în p(x) cu valorile rădăcinilor inițiale, distincte notate la pasul 1 cu x_0, x_1, x_2.

Astfel $p(x_0)$, $p(x_1)$, $p(x_2)$ vor fi:

$p(x_0) = c + b(x_0 – x_2) + a(x_0 – x_2)^2 = f(x_0)$

$p(x_1) = c + b(x_1 – x_2) + a(x_1 – x_2)^2 = f(x_1)$

$p(x_2) = c + b(x_2 – x_2) + a(x_2 – x_2)^2 = f(x_2)$

Așadar, avem 3 ecuații și 3 variabile necunoscute a,b,c. După ce rezolvăm ecuațiile, aflăm valorile variabilelor x:

$c = p(x_2) = f(x_2)$,

$b = (d_2 * (h_1)^2 – d_1 * (h_2)^2) / (h_1 h_2*(h_1- h_2))$,

si $a = (d_1 * (h_2) – d_2 * (h_1)) / (h_1 h_2*(h_1- h_2))$, stiind ca d_1, d_2, h_1, h_2 sunt:

$$d_1 = p(x_0) - p(x_2) = f(x_0) - f(x_2),$$

$$d_2 = p(x_1) - p(x_2) = f(x_1) - f(x_2),$$

$h_1 = x_0 - x_2$ $\quad$ $h_2 = x_1 - x_2$

Ultimul pas este să punem toate aceste valori în expresia $x_3 - x_2$ și vom obține valoare lui x_3.

Și am aflat rădăcina $p(x) = x_3$.

5. Dacă valoarea lui x_3 este foarte apropiată de valoare lui x_2 în eroarea admisă, atunci x_3 devine rădăcina lui f(x), în caz contrat, continuăm cu acest proces de găsire a rumatoarelor x_3, cu x_1, x_2, x_3 anterioare că noile x_0, x_1, x_2.

VII.Bibliografie

https://www.geeksforgeeks.org/

www.scribd.com

http://kilyos.ee.bilkent.edu.tr/