Algoritmica Grafurilor

Giulitti Salvatore Elio si Tarpescu Nicu Cosmin grupa A7, anul II

Noiembrie 3, 2014

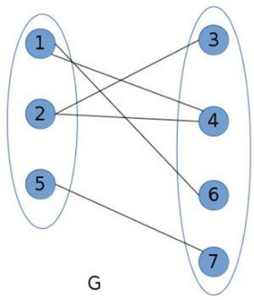
1 Problema 1.

Demonstrati ca daca G este un graf bipartit atunci $\chi(\overline{G}) = \omega(\overline{G})$

Propietatea de partitionare V(G) in exact doua multimi independente in G se numeste un graf bipartit.

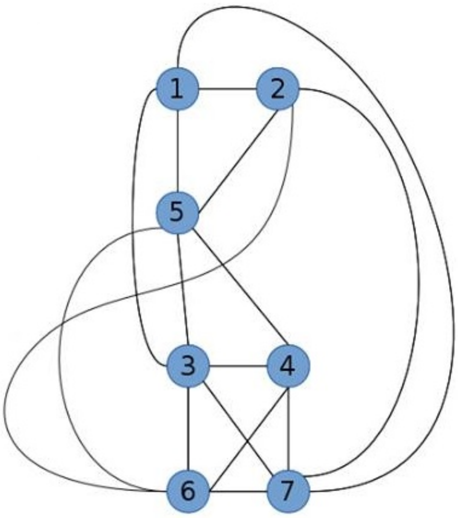
Graful Bipartit G se noteaza G = (S, T; E(G)) daca au loc regulile acestea:
- S,T satisfac S$\bigcup$T = V(G), S$\bigcap$T =
- S,t sunt nevide si independente in G

Mai jos voi merge pe niste cazuri concrete,exemple. Fie graful bipartit G care are : T ={5,6} S = {1,2,3,4} E(G) ={(1,5),(2,6),(3,6),(4,6)}



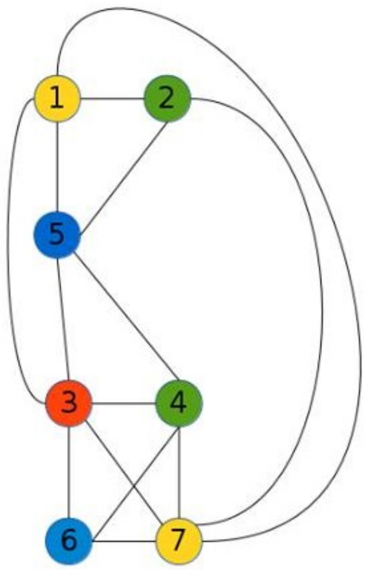
Daca graful G , G=(V(G),E(G)) , atunci graful $\overline{G}$ fiind complementar , avand V($\overline{G}$) = V(G) si totodata E($\overline{G}$) = P2(V($\overline{G}$)) E(G).

Dar in acest caz $\overline{G}$ = (V'($\overline{G}$),E'($\overline{G}$)) avand aceasta multime de elemente ale lui E'($\overline{G}$,) = (1,2),(1,3),(1,4),(1,6),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5)

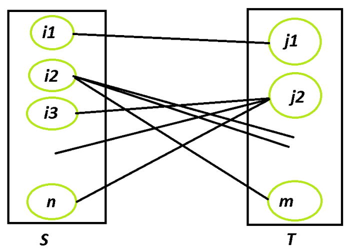


Numarul al grafului G adica numarul cromatic , notat cu $\chi(G)$, are cea mai mica valoare, atunci cand p$\in \mathbb{N}^*$, care are o denumire de pcolare a lui G sau pcolarea varfurilor a aplicatiei c:V(G) $\rightarrow$ 1,...,p cu propietatea ca $C^{-1}(i)$ este multime stabila in G, $\forall$ i$\in$1,..,p(daca observam ,din regula mutilimor stabile, $\emptyset$ este o multime stabila). Propietatea ca $c^{-1}(i)$ este un cuplaj a lui G, $\forall$ $\in$1,...p care este pcolarea a muchiilor lui G fiind o aplicatie c:E(G)$\rightarrow$1,...,p. Multimea de muchii G este un cuplaj, M in care nici o pereche,multime de muchii nu are codul comun.La muchiile din M,odurile adiacente se mai numesc si Noduri Saturate de M(sau in alte cuvinte M-Saturate).Iar celalte noduri ramase se mai numesc si M-Nesaturate.

Pentru Exercitiul nostru:
$\chi(\overline{G})$ este cea mai mica valoare a lui p$\in \mathbb{N}^*$ pentru care avem $\overline{G}$ si admite o p-colorare.



Se observa ca din multimea S > T din G, si din acest fapt cauza nodurile din S formeaza un subgraf complet in G iar numarul cromatic pentru un graf complet este n,n = $|V(G)|$, astfel avem $\chi(\overline{G}) = |S|$ in cazul respectiv $\chi(\overline{G}) = 4$.
Altfel spus pentru complementul $\overline{G}$ al unui singur graf bipartit G avand propietatea ca nr = max(cardinal(S),cardinal(T)), $\chi(\overline{G})$=nr .Formeaza graful bipartit G numarul maxim cromatic dintre cardinalele multimilor. $\boldsymbol{Cazlamodulgeneral}$

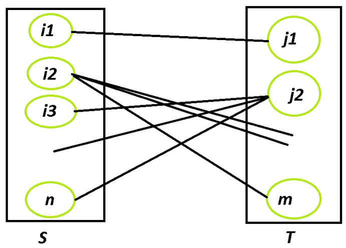


Vor deveni 2 subgrafuri complete ce vor avea n-colorare si respectiv m-colorare multimile de noduri S si T din $\overline{G}$.Pentru a putea colora graful $\overline{G}$ va trebui max(n,m) — colorare.
clica(q-clica) al lui G se numeste un subgraf complet (de ordin q) al unui graf G. Cardinarul maxim,numarul maxim al lui clici de G se numeste numarul de clica sau in alte cuvinte numarul de densitate a lui G si avem notatia$\omega(G)$. Cum vedem aici $\omega(G) = \alpha(\overline{G})$,rezulta din acestea determinarea numarului de clica al unui graf si totodata a unei clici de cardinal maxim care este problema P1 cu intrarea G. In G este o multime S $\subseteq$ V(G) de varfuri cu propietatea ca P2(S)$\bigcap$ E(G) = $\emptyset$ (adica o multime de varfuri neadiacente doua cate doua) daca avem o multime independenta de varfuri (mai numita si multime stabila).Cardinalul maxim al unei multimi stabile se mai numeste nr. de stabilitate sau nr. de independenta al grafului G si se mai noteaza cu $\alpha(G)$. Exp1: Pentru a afla

numarul de densitate ω pentru $\overline{G}$ din exemplul nostru trebuie sa aflam numarul de stabilitate pentru G, pentru ca $\omega(\overline{G}) = \alpha(G)$.
Varfurile neadiacente 2 cate 2 din G:(1,2),(1,3),(1,4),(1,6),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5);
S =1,2,3,4 sau 2,3,4,5 inlocuind varful 1 cu 5 (daca am adauga in plus nodul 6, am pierde 2,3,4) deci astea sunt toate combinatiile; $|S| = 4 = \alpha(G) \Longrightarrow \omega(\overline{G}) = \alpha(G) \Longleftrightarrow \chi(\overline{G}) = \omega(\overline{G})$.

Maximum dintre cardinalele multimilor ce formeaza graful bipartit G este cardinarul maxim a unei multimi stabile pentru un graf bipartit G.

Cazul la modul general



Se poate observa ca numarul de stabilitate va fi cardinalul cel mai mare dintre cele 2 multimi , deoarece in ordicare din cele 2 multimi toate nordurile care formeaza multimea sunt neadiancente doua cate doua si daca vom adauga oricare nod din cealalta multime vom pierde aceasta propietate.