Ecuaţii diferenţiale liniare cu coeficienţi constanţi

I. Metoda cvasipolinomului

1. Să se afle soluţiile următoarelor ecuaţii diferenţiale:

1) $y'' + y' - 2y = e^{2x}$;
2) $y'' - 4y' + 4y = \cos 2x$;
3) $y'' + y = \cos 2x + \sin 2x$;
4) $y'' - 2y' + y = e^{x} + e^{-x}$;
5) $y'' + 2y' + 5y = 2e^{-x}\cos 2x$;
6) $y'' + 2y' + 2y = \cos x(e^{x} + e^{-x})$.

2. Să se afle soluţiile următoarelor ecuaţii diferenţiale:

1) $y'' + 9y = 1$, cu $y(0) = y'(0) = 0$;
2) $y'' - 3y' + 2y = e^{x}$, cu $y(1) = y'(1) = 0$;
3) $4y'' + 4y' + y = e^{-\frac{x}{2}}$, cu $y(0) = 0$ şi $y'(0) = 1$;
4) $y'' - 10y' + 9y = xe^{x}$, cu $y(0) = 1$ şi $y'(0) = -1$.

3. Să se afle soluţiile următoarelor ecuaţii diferenţiale:

1) $y^{(6)} + y''' = x$;
2) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 4e^{x}$;
3) $y^{(4)} + 2y'' + y = 3\sin x - 5\cos x$;
4) $y''' - 4y' = x + 3\cos x + e^{-2x}$;
5) $y'' - 4y' + 4y = (x^2 + 1)e^{x} + 2e^{2x}$.

4. Să se afle soluţia următoarei ecuaţii diferenţiale:

$$y^{(4)} + 2y''' + y'' + 8y' - 12y = 12\sin x - e^{-x},$$

ce are condiţiile iniţiale:

$$y(0) = 3, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = -1, \quad y'''(0) = 2.$$

II. Metoda variaţiei constantelor (parametrilor)

5. Să se afle soluţiile următoarelor ecuaţii diferenţiale:

1) $y''' + y' = \operatorname{tg} x$, cu $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$;
2) $y''' - y'' + y' - y = \frac{1}{\cos x}$, cu $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$;
3) $y''' - y'' + y' - y = e^{-x}\sin x$, cu $y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$;
4) $y'' - 4y' + 4y = -\frac{e^{2x}}{(x+1)^3}$.