1 Ex1) Calcul de probabilități în lucrul cu evenimente

1. Piese defecte $p' = 5\%$ (0,05)
2. Piese normale $p = 100\% - 5\% = 95\%$ (0,95)

$\underbrace{xxxxxxxxx}_{\text{9 ex. normale}}$ x

1 ex. defect

$p = 0,95$ $p = 0,05$.

a) pentru $x = 10$ extrageri:

$$p^9 \cdot p'^1 = \underbrace{0,95^9}_{\approx 0,63} \cdot 0,05 \approx 0,03$$

Prob. ca 1 piesă defect să se obțină la a 10-a extragere este de 3%.

b) cel mult primele 5 piese să fie corespunzătoare.

$0,05^5 + 0,95 \cdot 0,05^4 + 0,95^2 \cdot 0,05^3 + 0,95^3 \cdot 0,05^2 + 0,95^4 \cdot 0,05 + 0,95^5$

$0,000005 + 0,00011 + 0,0214 + 0,04 \ldots = 0,83$

enumerăm cazurile:

1) nici o piesă corespunzătoare / 5 defect $- 0,05^5$
2) 0 piesă corespunzătoare / 4 defect $- 0,95 \cdot 0,05^4$
3) 2 piese coresp. / 3 defect $- 0,95^2 \cdot 0,05^3$
4) 3 piese coresp / 2 defect $- 0,95^3 \cdot 0,05^2$
5) 4 piese coresp / 1 defect $- 0,95^4 \cdot 0,05$
6) 5 piese coresp / nici o piesă defect $0,95^5$

$p = 0,83$

prob că cel mult primele 5 piese să fie corespunzătoare este 83%.

c) 4- extrageri

$p^4 = 0,95^4 = 0,81$

81% că în primele 4 extrageri nu vom avea nici o piesă defectă.

2 Ex 2

a) Există 6^6 moduri diferite de a arunca aceste zaruri
"
rezultate posibile

1 rezultat favorabil ca să apară toate fețele separate diferite

$A_6^6 = 6!$ Voi asocia cu o mulțime ordonată de 6 elemente. Acum

deci $p = \frac{1}{6^6}$

b) $\bar{E}$ = { ev. că în aruncarea celor 6 zaruri, nu vom obține 6 puncte}

E = { ev că vom obține cel puțin o față cu 6 puncte}

1. Vom calcula prob. p/u ev. contrar. $\bar{E}$

	zar 1	zar 2	zar 3	zar 4	zar 5	zar 6
$p(\bar{E})$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

deoarece sunt aruncate „simultan" vom înmulți aceste probabilități:

$p(\bar{E}) = \left(\frac{5}{6}\right)^6 \frac{15625}{46656} \approx 0,33$

$p(E) = 1 - p(\bar{E}) = 1 - 0,33 = 0,67$.

67%

c) P/u cel puțin o dată nr impar, aplic aceeași metoda

1 (2) 3 (4) 5 (6)

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6
$p(\bar{E})$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\bar{E}$={ nr pare }

E = { nr impare }

$p(\bar{E}) = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \approx 0,016$

$p(E) = 1 - p(\bar{E}) = 0,98$

98%

d) O singură dată nr 1.

$\left(\frac{1}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\right) \cdot 6 = \frac{5^5}{6^5}\ \frac{3125}{7776} \approx 0,4$ → avem 6 moduri posibile deoarece arunc. 6 zaruri.

$\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot 6 = \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776} \approx 0,4$.

40% avem posibilitatea ca 1 să fie o singură dată

3 e) Exact 2 numere pare:

$C_3^2 = \frac{3!}{2! \, 6} = 3$ $\qquad C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$ (submulțimi) moduri posibile în care pot avea 2 nr pare din 3.

$$\begin{array}{cccccc} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 & z_6 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{array}$$

$\underbrace{\quad}_{\text{pari}}$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{impare}}$

$$p = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 3 \cdot \frac{1}{2^6} = \frac{3}{64} \approx 0,05$$

5 % prob că voi avea exact 2 nr pare la aruncarea a 6 zaruri.

Ex 3.

50 bilete de loterie, 7 câștigătoare

A. a) din 10 bilete, nici unul câștigător.

$p(\text{de a extrage un bilet câștigător}) = \frac{7}{50} \approx 0,14$

$p(\text{de a extrage un bilet necâștigător}) = \frac{43}{50} = 0,86.$

fie $E = \{$ev: din 10 bilete extrase, nici unul câștigător$\}$

$p(E) = (0,86)^{10} =$

$$= \frac{C_7^0 \cdot \overbrace{C_{43}^{10}}^{\text{0 necâștig}}}{\underbrace{C_{50}^{10}}_{\text{toate biletele}}} = \frac{\frac{43!}{10!\,33!}}{\frac{50!}{10!\,40!}} = \frac{43!}{\cancel{10!} \cdot 33!} \cdot \frac{\cancel{10!}\,40!}{50!} = \frac{34 \cdot 35 \cdot 36 \cdot 37 \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40}{44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49 \cdot 50}$$

$\approx 0,19$

b) fie $E = \{$ev: din 10 bilete extrase, unul câștigător$\}$

$$p(E) = \frac{C_7^1 \cdot C_{43}^9}{C_{50}^{10}} = \frac{\frac{7!}{1!\,6!} \cdot \frac{43!}{9!\,34!}}{\frac{50!}{10!\,40!}} = \frac{7 \cdot 10 \cdot 35 \cdot 36 \cdots 43}{41 \cdot 42 \cdot 43 \cdots 50} = \frac{7 \cdot 10 \cdot 35 \cdot 36 \cdots 40}{44 \cdots 50}.$$

$p(E) \approx 0,38$

Ex 3 B. continuare

nr cazuri posibile ~~m~~ $= C_{50}^{7}$

C_7^1 - extragem unul din cele 7 bilete câștigătoare

C_{50-7}^{k-1} - extragem $\underline{k}$ bilete

Avem nevoie de cel puțin un bilet câștigător ca să câștigăm

$p = 50\%$

$p = 0,5$.

$$\underbrace{p = \frac{C_7^1 \cdot C_{43}^{k-1}}{C_{50}^7} = 0,5}$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

$$\frac{7!}{1!\cdot 6!} = 7$$

$$C_7^1 = \frac{\cancel{7!}\,7}{\cancel{6!}\cdot 1!} = 7$$

$$k-1 \le 43 \Rightarrow k \le 44$$

$$C_{43}^{k-1} = \frac{43!}{(k-1)!\cdot(44-k)!}$$

$$C_{50}^7 = \frac{\cancel{50!}\ 44\cdot 45\cdots 50}{7!\cdot \cancel{43!}} = \frac{44\cdot \overset{3}{\cancel{45}}\cdot 46\cdot 47\cdot \cancel{48}\cdot \overset{7}{\cancel{49}}\cdot 50}{1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{4}\cdot \cancel{5}\cdot \cancel{6}\cdot \cancel{7}} = 21\cdot 44\cdot 46\cdot 47\cdot 50$$

$$p = \frac{\cancel{7}\cdot \dfrac{43!}{(k-1)!\,(44-k)!}}{3\,\cancel{21}\cdot 44\cdot 46\cdot 47\cdot 50} = \underbrace{\frac{43!}{3\cdot 44\cdot 46\cdot 47\cdot 50\cdot (k-1)!\cdot(44-k)!}}_{A} = \frac{1}{2}$$

$$A = 2\cdot 43!$$

Ex4

A, B, X evenimente

$P(A \cancel{x} X) = 0{,}22$ $\quad P(A \cap X) = 0{,}11$, $\quad P(X \cap B) = 0{,}16$, $\cancel{P(B \cup X) = 0{,}7}$

$P(B \cup X) = 0{,}76$

$P(A) = 0{,}31$

a) $P(B/X) = P(B) - P(X)$

din $P(A \cap X) = 0{,}11$ și $P(A) = 0{,}31$

$P(A \cap X) = P(A) \cdot P(X) \Rightarrow P(X) = \dfrac{P(A \cap X)}{P(A)} = \dfrac{0{,}11}{0{,}31} = \underline{0{,}35}$

din $P(X \cap B)$ $\quad P(X \cap B) = P(X) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \dfrac{0{,}16}{0{,}35} = \underline{0{,}46}$

deci $P(B/X) = P(B) - P(X) = 0{,}11$

b) $P(A \cup X) = P(A) + P(X) - \overset{P(A \cap X)}{P(A) \cdot P(X)} = 0{,}31 + 0{,}35 - 0{,}11 = 0{,}55$

Ex5

(Ω, K, P) câmp de probab. $A, B \in K$

$P(A \cap B) = 0{,}01$ $\quad P(A \cap \bar{B}) = 0{,}03$ $\quad P(A/B) = 0{,}05$

$P(B) = 1 - P(\bar{B})$

a) $P(A/B) = P(A) - P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$\begin{cases} P(A) \cdot P(B) = 0{,}01 \\ P(A) \cdot (1 - P(B)) = 0{,}03 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{P(B) \cdot 0{,}03}{1 - P(B)} = 0{,}01 \\ \cancel{P(A) - P(A) \cdot P(B) = 0{,}03} \\ P(A) = \dfrac{0{,}03}{1 - P(B)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}03\,P(B) = 0{,}01 - 0{,}01\,P(B) \\ \rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(B) = \dfrac{0{,}01}{0{,}04} = 0{,}25 \\ P(A) = 0{,}04 \end{cases}$$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0{,}29 - 0{,}01 = 0{,}28$

$\cancel{P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A) + 1 - P(B) - (1 - P(A))(1 - P(B)) = 0{,}99}$

$0{,}75 \quad 0{,}96$

$1{,}71 -$

c) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = (1 - P(A))(1 - P(B)) = 0{,}72$

$P(B \setminus A) = P(B) - P(A) = 0{,}21$

$P(A/\bar{B}) = 0{,}04 - (1 - 0{,}25) = \cancel{1{,}04 - 0{,}}$

$= -0{,}68$

6 d) $P(B/\bar{A}) = P(B) - (1 - P(A)) = -0{,}71$

$P(\bar{A}/\bar{B}) = 0{,}75 - 0{,}96 = 0{,}21$

1

Ex 6

Se aruncă 2 zaruri 15 ori

a) E_1 = {obținem dubla (2,2) cel puțin o dată}

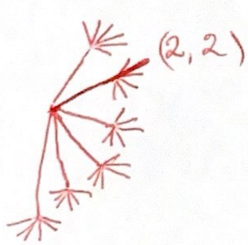
b) E_2 = {obținem dubla (2,2) o singură dată}

c) E_3 = {obținem dubla (2,2) nici măcar o singură dată}

$$\Omega = \left\{(x,y) \mid x, y \in \{1,2,\dots,6\}\right\} = \{1,2,\dots,6\}^{\overset{15 \text{ aruncări}}{2\cdot 15}}_{2 \text{ zaruri}}$$

avem echirepartiție

a) pentru E_1 calculăm $P(\bar{E}_1)$ unde $\bar{E}$ - ev contrar, adică nu obțin niciodată dubla (2,2)



$$P(\bar{E}) = \underbrace{\frac{35}{36}\cdot\frac{35}{36}\cdot\ldots\cdot\frac{35}{36}}_{15 \text{ aruncări}} = \left(\frac{35}{36}\right)^{15}$$

un singur caz în care obțin dubla (2,2)

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{15} = 0,345$$

Probabilitatea de a obține dubla (2,2) cel puțin o dată este 34,5 %.

b) $$P(E_2) = \underbrace{\left(\frac{1}{36}\right)^{15}}_{=0,4167} \cdot \underbrace{\left(\frac{35}{36}\right)^{14}}_{=0,67} = 0,28$$

dubla va cădea în oricare din cele 15 aruncări

$$\overset{\text{I}}{\frac{1}{36}} \quad \overset{\text{II}}{\frac{1}{36}} \cdots \overset{\text{XV}}{\frac{1}{36}} = \sum_{n=1}^{n=15} \frac{1}{36}$$

sau sau

Probabilitatea de a obține dubla (2,2) exact o dată este 28 %.

c) E_3 este eveniment contrar E_1

$$P(E_3) = P(\bar{E}_1) = \left(\frac{35}{36}\right)^{15} = 0,63$$

Probabilitatea de a obține dubla (2,2) niciodată este 63 %.

2 Ex 7

Se aruncă o monedă până când pajura (T) apare de 2 ori consecutiv.

$E = \{$ moneda să fie aruncată de 4 ori până la obținerea ~~rez.~~ dorit $\}$

Descrierea sp de probabilitate: dc. obțin în 4 aruncări

(Ω, K, P)

mulțimea stărilor: $\Omega = \{(x, y, z, m) \mid x, y, z, m \in \{H, T\}\} = \{H, T\}^4$

$HHHH \quad HHHT \quad \underbrace{HHTT \quad HTTH \quad TTHH}_{3 \text{ rez favorabile}} \ldots\ldots$

Avem o echirepartiție

$n = 2^4 = 16$ cazuri posibile

$P(E) = \frac{3}{16} = 0{,}1875$

Deci avem o probabilitate de 18,75% că obțin pajură în 4 aruncări.

Ex 8.

bile 1...10 → extrageri cu revenire până la apariția unui nr divizibil cu 3.

a) $A = \{$ I-l nr apare la a 3-a extragere $\}$

nr divizibile cu 3 $= \{3, 6, 9\}$

$n =$ cazuri posibile $10^3 = 1000$ cazuri posibile

fie $B = \{$ nu apare în primele 2 extrageri $\}$

$P(B) = \left(\frac{7}{10}\right)^2$ avem 7 nr care nu-s divizibile cu 3

$P(A') = \frac{3}{10}$ avem 3 nr divizibile cu 3, unde $A' = \{$ apare un nr divizibil cu 3 $\}$

$P(A) = P(B) \cdot P(A') = \left(\frac{7}{10}\right)^2 \cdot \frac{3}{10} = \frac{147}{1000} = 0{,}147$

Avem probab. 14,7 % că la a 3-a extragere ~~nu~~ va cădea un nr divizibil cu 3.

b) $A = \{$nu apare în primele 5 extrageri$\}$

$P(A) = \left(\frac{7}{10}\right)^5 = 0,168$

Avem prob că 16,8 % nu va apărea în primele 5 extrageri

c) $A = \{$cel mult în primele 4 extrageri să nu apară un nr divizibil cu 3$\}$

Fie $A' = \{$apare un nr divizibil cu 3$\}$

$B' = \{$nu apare un nr divizibil cu 3$\}$

independente

$P(\bar{A}) = P((A' \cap B' \cap B' \cap B') \cup (B' \cap A' \cap B' \cap B') \cup (B' \cap B' \cap A' \cap B') \cup (B' \cap B' \cap B' \cap A')) =$
$P(A' \cap B' \cap B' \cap B') + P(B' \cap A' \cap B' \cap B') + P(B' \cap B' \cap A' \cap B') + \ldots =$

$= P(A' \cap B' \cap B' \cap B') + P(B' \cap A' \cap B' \cap B') \cdot 4 = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot 4 = 0,4116$

$= P(A') \cdot P(B') \cdot P(B') \cdot P(B')$

Avem 58,84 % să nu apară un nr divizibil cu 3 în cel mult 4 extrageri.

$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,4116 = 0,5884$

deoarece

Ex 10

Într-un magazin - 100 calculatoare de același tip.

F_1 - 30 calc.
F_2 - 50 calc.
F_3 - 20 calc.

Defecțiuni:
F_1 - 2% D_1
F_2 - 4% D_2
F_3 - 5% D_3

a) $A = \{$un calculator din magazin să se defecteze$\}$

~~$P(A) = P(F_1 \cup F_2 \cup F_3) =$~~ ind

Frecventa calculatoarelor de la:

F_1 $\frac{30}{100} = 0,3$

F_2 $\frac{50}{100} = 0,5$

F_3 $\frac{20}{100} = 0,2$

$P(A) = P(F_1 \cap D_1) + P(F_2 \cap D_2) + P(D_3 \cap F_3) =$

$= \overset{0,006}{0,02 \cdot 0,3} + \overset{0,02}{0,04 \cdot 0,5} + \overset{0,01}{0,05 \cdot 0,2} = 0,036$

Prob ca un calculator să se defecteze 3,6 %

4 b) $A = \{$ cel care se defectează provine de la al 2-lea furnizor $\}$

P se defectează unul de la F_1 0,006 (C)

—— " —— F_2 0,02 (D)

—— " —— F_3 0,01 (E)

calculate la p. 1 (a)

Care este $\mathbb{P}(A)$ - ?

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\bar{C} \cap D \cap \bar{E}) \overset{\text{independente}}{=} (1-\mathbb{P}(C)) \cdot \mathbb{P}(D) \cdot (1-\mathbb{P}(E)) =$$

$$= \underbrace{(1-0{,}006)}_{0{,}994} \cdot 0{,}02 \cdot \underbrace{(1-0{,}01)}_{0{,}99} = 0{,}0196$$

Avem o probabilitate de 1,96 % că cel care se defectează provin de la al 2-lea furnizor.

c) $A = \{$ provine de la F_1 sau F_3 $\}$

~~$\mathbb{P} = \mathbb{P}(C \cap \bar{D} \cap E) \overset{\text{indep}}{=} \mathbb{P}(1-\mathbb{P}(D))$~~

~~$= \mathbb{P}(C) \cdot (1-\mathbb{P}(D)) \cdot \mathbb{P}(E) = 0{,}06$~~

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(C \cap \bar{D} \cap \bar{E}) \overset{\text{indep}}{\cup} \mathbb{P}(\bar{C} \cap \bar{D} \cap E) \overset{\text{indep}}{=} \mathbb{P}(C) \cdot (1-\mathbb{P}(D))(1-\mathbb{P}(E)) + \mathbb{P}(E) \cdot (1-\mathbb{P}(C))(1-\mathbb{P}(D)) =$$

$$= \underbrace{0{,}006 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}99}_{0{,}0058} + \underbrace{0{,}01 \cdot 0{,}994 \cdot 0{,}98}_{0{,}0097} = 0{,}016$$

Probab că provine de la F_1 sau F_2 este 1,6 %.

d) $A = \{$un cele care nu se defectează e de la F_1 sau $F_2\}$

$$\mathbb{P}(\bar{A}) = \mathbb{P}(\bar{C} \cap D \cap E) \cup \mathbb{P}(C \cap \bar{D} \cap E) = (1-\mathbb{P}(C)) \cdot \mathbb{P}(D) \cdot \mathbb{P}(E) + \mathbb{P}(C)(1-\mathbb{P}(D)) \cdot \mathbb{P}(E) =$$

$$= 0{,}0002 + 0{,}0001 = 0{,}0003.$$

$$\mathbb{P}(A) = 1 - 0{,}0003 = 0{,}9997$$

Ex 11

Un agregat - 3 componente

Defecțiuni : C_1 0,075

C_2 0,09

C_3 0,082

a) A = { Prob minimă ca agregatul să funcționeze } toate 3 c. funcționează.

$$P(A) = P(\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) = (1-P(C_1))(1-P(C_2))(1-P(C_3)) =$$

$$= 0,925 \cdot 0,91 \cdot 0,918 = 0,772$$

Avem o probabilitate de 77,2 % ca agregatul să funcționeze.

~~b)~~

Ex 12

U_1 - 3 bile albe 2 negre

U_2 - 2 bile albe 3 negre

A = { 1-a extras o bilă ~~albă~~ din prima urnă }

B = { 1-a extras o bilă din a 2-a urnă }

C = { 1-a extras o bilă albă } $\cancel{P(A|C) = \frac{P(A) \cap B)}{P(C)}}$

Thm lui Bayes

$$P(A|C) = \frac{P(A) \cdot P(C|A)}{P(C)}$$

Deoarece avem 2 urne $\Rightarrow$ $P(A) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{1}{2}$

$$P(C|A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} \overset{indep}{=} \frac{P(C) \cdot \cancel{P(A)}}{\cancel{P(A)}} = P(C)$$

$P(C)$ din prima urnă este $\frac{3}{5}$

$$P(C) = P(A) \cdot P(C|A) + P(B) \cdot P(C|B)$$

$P(C|B) = P(C) = \frac{2}{5}$ b.a. din urna 2 deci $\mathbb{P}(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3+2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

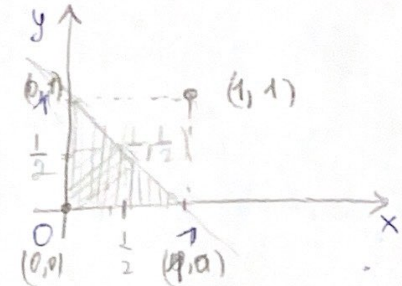
Deci $P(A|C) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{5} = 0,6$

Prob 60% că voi extrage o bilă albă din prima urnă.

Ex 13

fie $x, y \in [0,1]$

$$\begin{cases} \mathbb{P}(x+y \leq 1) \\ \mathbb{P}(x \cdot y \leq \frac{2}{9}) \end{cases}$$



$A = \int (x+y)\, dx\, dy$

Ex 14

$A = \{$ obțin 4 puncte la aruncarea unui zar $\}$

$\mathbb{P}(\bar{A})$ - ? $\quad \mathbb{P}(\bar{A}) = \frac{5}{6} \quad \mathbb{P}(A) = \frac{1}{6}$

$B = \{$ obțin 4 puncte cel puțin o dată în n aruncări $\}$

$\bar{B} = \left(\frac{5}{6}\right)^n \qquad B = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$

$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > 0,6 \Rightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n > \frac{3}{5} - 1 \Rightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n > -\frac{2}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n < \frac{2}{5} \Rightarrow n > \log_{\frac{5}{6}} \frac{2}{5} \Rightarrow n > 6,075$

Deci ca să am o probabilitate mai mare de 0,6 la obținerea 4 puncte din aruncarea unui zar, trebuie să arunc de minim <u>7 ori</u>

Ex 15.

5 perechi de pantofi.

Se aleg 5 pantofi

b) $A = \left\{ \begin{array}{l} \text{prob că va fi cel puțin o pereche,} \\ \text{toți pantofii fiind de mărimi diferite} \end{array} \right\}$

Aleg 5 pantofi diferiți în A_{10}^{5} moduri neordonat

formez perechi de pantofi C_5^2 moduri (din cei extrași)

$$P(A) = \frac{C_5^2 \cdot C_5^3 + C_5^2 \cdot C_5^2 \cdot C_5^1}{\frac{10!}{5!}} = \frac{5}{252} = 0,02$$

2%

a) A={pantofi de același fel}

Aleg perechi de pantofi în C_{10}^{5} moduri.

$$\frac{C_5^2 \cdot C_5^3 + C_5^2 \cdot C_5^2 \cdot C_5^1}{C_{10}^{5}} = 0,28$$

28%

Ex 9

4 universități oferă 3, 5, 7, 9 burse.

1 ~~universitatea~~ la întâmplare (aleator) primește 6 burse.

a) $A = \{$provin de la aceeași universitate$\}$

Notez universitățile U_1, U_2, U_3, U_4

ca să provină de la aceeași universitate, avem doar U_3 și U_4.

pentru U_3 C_7^6 și pentru U_4 C_9^6

nr total de moduri în care pot forma bursele

$$C^6_{3+5+7+9} = C^6_{24}$$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{C_7^6 + C_9^6}{C_{24}^6} = \frac{13}{19228} \approx 0{,}001$$

b) nr total C_{24}^6

$$\frac{C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_7^2 \cdot C_9^1}{C_{24}^6} = \frac{405}{9614} \approx 0{,}042$$

c) $$\frac{C_9^6}{C_{24}^6} = \frac{3}{4807} = 0{,}0006$$

d) $A = \{$cel puțin câte o bursă p/u fiecare din primele 3$\}$

$$N_t = \overset{8820}{C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1 \cdot C_9^3} + \overset{3780}{C_3^2 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1 \cdot C_9^2} + \overset{315}{C_3^3 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1 \cdot C_9^1} +$$

$$+ \overset{70}{C_3^3 \cdot C_5^2 C_7^1 \cdot C_9^0} = 1 + \overset{105}{C_3^3 C_5^1 C_7^2} + \overset{630}{C_3^2 C_5^2 C_7^2} + \overset{630}{C_3^1 \cdot C_5^3 \cdot C_7^2} +$$

$$+ \overset{105}{C_3^1 \cdot C_5^4 \cdot C_7^1} + \overset{1890}{C_3^1 C_5^3 C_7^1 C_9^1} + \overset{7560}{C_3^1 C_5^2 C_7^1 C_9^2} + \overset{11340}{C_3^1 C_5^1 C_7^2 C_9^2} +$$

$$+ \overset{4725}{C_3^1 C_5^1 \cdot C_7^3 C_9^1} + \overset{525}{C_3^1 C_5^1 C_7^4}$$

$$= 8820 + 3780 + 315 + 70 + 105 + 630 + 630 + 105 + 1890 + 7560 + 11340 + 4725 + 525 = 40495$$

$$\Pi(A) = \frac{N_t}{C_{24}^6} = \frac{40495}{C_{24}^6} = \frac{5785}{19228} \approx 0{,}3$$