Ex 2

$A = \{$nr ales divizibil cu 2$\}$ $B = \{$nr ales divizibil cu 3$\}$

$C = \{$nr ales divizibil cu 10$\}$

a) $C \cap (A \cup B)$ - nr divizibile cu 2 sau 3, dar în același timp obligatoriu divizibile cu <u>10</u>.

- toate nr divizibile cu 10.

b) $(A \cap B) \cup C$ - nr divizibile cu 2, 3 și 10.

- nr divizibile cu 2 și 3 sau nr divizibile cu 10.
- nr divizibile cu 10.
- ~~nr divizibile cu 2.~~

c) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

nr divizibile cu 2 și 3

nr divizibile cu 2 și 10

nr divizibile cu 10

nr divizibile cu 3 și 10.

Tema 1.

PL

Ex 3

A - ev. că primul student câștigă

B - ev. că al 2-lea student câștică

a) Jocul s-a încheiat cu remiză, deci nici un jucător nu a câștigat

b) Fie evenimentul realizat remiza R

$R = \bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$

$\bar{A}$ - semnifică că ~~primulx~~ student nu câștigă

$\bar{B}$ - al doilea student nu câștigă.

Ex 4.

Aruncatul cu banul

H - cap

T - pajură

1.) O singură dată

mulțimea stărilor: $\Omega = \{H, T\}$

există 2 rezultate posibile.

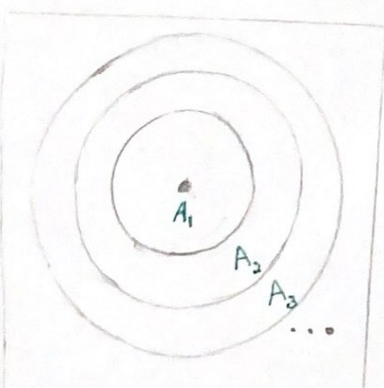
2.) de 2ori

$\Omega = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$

există 2^2 rezultate posibile

Ex 5

10 cercuri concentrice de raze r_k, $k = \overline{1,10}$, $r_k < r_{k+1}$.



a) $A = \bigcup_{k=1}^{6} A_k$ $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\} = \{A_6\}$

$A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \dots \subseteq A_6$.

Ținta poate fi în oricare din aceste cercuri de la A_1 până în raza cercului A_6.

b) $B = \bigcap_{k=5}^{10} A_k$ $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\} = \{A_5\}$

$A_5 \subseteq A_6 \subseteq A_7 \dots \subseteq A_{10}$

Ținta este cercul cu cea mai mică rază în cadrul acestui eveniment. Deci poate fi oriunde în limita razei A_5.

c) $C = \bigcup_{k=5}^{8} A_k$

$A_5 \subseteq A_6 \subseteq A_7 \subseteq A_8$ $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots, A_8\} = \{A_8\}$

Ținta poate fi oriunde în limita razei A_8

d) $D = \bigcap_{K=5}^{8} A_K$ $A_1 \subseteq \ldots \subseteq A_5 \subseteq \ldots \subseteq A_8$

Ținta poate fi oriunde în limita razei r_5 (cercul A_5)

$\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\} = \{A_5\}$

e) $E = \bigcup_{K=1}^{10} A_K$ $A_1 \subseteq \ldots \subseteq A_{10}$

Ținta poate fi oriunde în limita razei $r=10$ $\{A_1 \ldots A_{10}\} = \{A_{10}\}$

f) $F = \bigcap_{K=1}^{10} A_K$ ținta poate fi în limita cercului de $r=1$

Adică A_1

$\{A_1\}$

Problema bonus: p2

Avem $\underline{n}$ elemente într-o mulțime

Pentru n fixat, generați toate σ-algebrele.

Măcar pentru $n = 4$.

2^4 $A = \{a, b, c, d\}$ $\mathcal{P}(A_1) = \{\{a\}, \{b\}, \{b, c, d\}, \{a, c, d\},$
$\{a, b\}, \{c, d\}, \emptyset, A\}$

$A_1 = \{a, b\}$

! Implementare în fișierul *.R !

1 **Ex1)** Calcul de probabilități în lucrul cu evenimente

1. Piese defecte $p' = 5\%$ $(0{,}05)$
2. Piese normale $p = 100\% - 5\% = 95\%$ $(0{,}95)$

$\underbrace{\text{XXXXXXXXX}}_{\text{9 ex. normale}}$ X 1 ex. defect

$p = 0{,}95$ $p = 0{,}05$.

a) pentru $x = 10$ extrageri:

$$p^9 \cdot p^1 = \underbrace{0{,}95^9}_{\approx 0{,}63} \cdot 0{,}05 \approx 0{,}03$$

Prob. ca 1 piesă defect să se obțină la a 10-a extragere este de 3%.

b) cel mult primele 5 piese să fie corespunzătoare.

$0{,}05^5 + 0{,}95 \cdot 0{,}05^4 + 0{,}95^2 \cdot 0{,}05^3 + 0{,}95^3 \cdot 0{,}05^2 + 0{,}95^4 \cdot 0{,}05 + 0{,}95^5$

$0{,}000005 + 0{,}00011 + 0{,}0214 + 0{,}04\cancel{1075} = 0{,}83$

enumerăm cazurile:

1) nici o piesă corespunzătoare / 5 defect $- 0{,}05^5$
2) 0 piesă corespunzătoare / 4 defect $- 0{,}95 \cdot 0{,}05^4$
3) 2 piese coresp. / 3 defect $- 0{,}95^2 \cdot 0{,}05^3$
4) 3 piese coresp / 2 defect $- 0{,}95^3 \cdot 0{,}05^2$
5) 4 piese coresp / 1 defect $- 0{,}95^4 \cdot 0{,}05$
6) 5 piese coresp / nici o piesă defect $0{,}95^5$

$p = 0{,}83$

prob că cel mult primele 5 piese să fie corespunzătoare este 83%.

c) 4- extrageri

$p^4 = 0{,}95^4 = 0{,}81$

81% că în primele 4 extrageri nu vom avea nici o piesă defectă.

2 Ex 2

a) Există 6^6 moduri diferite de a arunca aceste zaruri
" rezultate posibile

1 rezultat favorabil ca să apară toate fețele nepereche diferite
$A_6^6 = 6!$ Voi asocia cu o mulțime ordonată de 6 elemente. Acas

deci $p = \frac{1}{6^6}$

b) $\bar{E}$ = { ev. că în aruncarea celor 6 zaruri, nu vom obține 6 puncte}

E = { ev că vom obține cel puțin o față cu 6 puncte}

Vom calcula prob. p/u ev. contrar. $\bar{E}$

	zar 1	zar 2	zar 3	zar 4	zar 5	zar 6
$p(\bar{E})$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

deoarece sunt aruncate „simultan" vom înmulți aceste probabilități:

$p(\bar{E}) = \left(\frac{5}{6}\right)^6 \frac{15625}{46656} \approx 0{,}33$

$p(E) = 1 - p(\bar{E}) = 1 - 0{,}33 = 0{,}67$.

67%

c) P/u cel puțin o dată nr impar, aplic aceeași metodă

1 2 3 4 5 6

	z1	z2	z3	z4	z5	z6
$p(\bar{E})$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\bar{E}$ = { nr pare }

E = { nr impare }

$p(\bar{E}) = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \approx 0{,}016$

$p(E) = 1 - p(\bar{E}) = 0{,}98$

98%

d) O singură dată nr 1.

$\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot 6 = \frac{5^5}{6^5} \frac{3125}{7776} \approx 0{,}4$ → avem 6 moduri posibile deoarece aruncăm 6 zaruri.

$\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot 6 = \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776} \approx 0{,}4$.

40% avem posibilitatea ca 1 să fie o singură dată

3 e) Exact 2 numere pare:

$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1} = 3$

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	3	2

$\underbrace{\quad}_{\text{pari}}$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{impare}}$

$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$ (submulțimi) moduri posibile în care pot avea 2 nr pare din 3.

$p = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 3 \cdot \frac{1}{2^6} = \frac{3}{64} \approx 0,05$

5% prob că vei avea exact 2 nr pare la aruncarea a 6 zaruri.

Ex 3.

50 bilete de loterie, 7 câștigătoare

1. a) din 10 bilete, nici unul câștigător.

$p(\text{de a extrage un bilet câștigător}) = \frac{7}{50} \approx 0,14$

$p(\text{de a extrage un bilet necâștigător}) = \frac{43}{50} = 0,86.$

fie $E = \{$ev: din 10 bilete extrase, nici unul câștigător$\}$

$p(E) = (0,86)^{10} =$

$\frac{C_7^0 \cdot C_{43}^{10}}{C_{50}^{10}} = \frac{\frac{43!}{10!\,33!}}{\frac{50!}{10!\,40!}} = \frac{43!}{10! \cdot 33!} \cdot \frac{10!\,40!}{50!} = \frac{34 \cdot 35 \cdot 36 \cdot 37 \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40}{44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49 \cdot 50}$

— 0 necâștig — toate biletele

$\approx 0,19$

b) fie $E = \{$ev: din 10 bilete extrase, unul câștigător$\}$

$p(E) = \frac{C_7^1 \cdot C_{43}^{9}}{C_{50}^{10}} = \frac{\frac{7!}{1!\,6!} \cdot \frac{43!}{9!\,34!}}{\frac{50!}{10!\,40!}} = \frac{7 \cdot 10 \cdot 35 \cdot 36 \cdots 43}{41 \cdot 42 \cdot 43 \cdots 50} = \frac{7 \cdot 10 \cdot 35 \cdot 36 \cdots 40}{44 \cdots 50}$

$p(E) \approx 0,38$