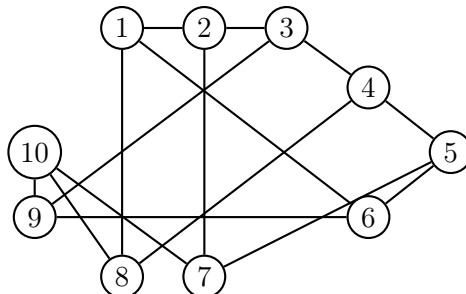
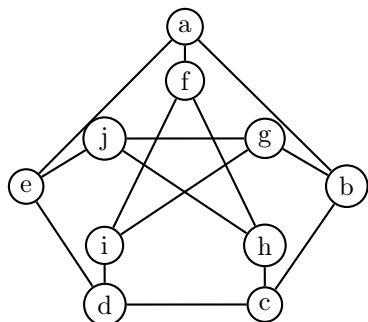


**Matemática Discreta**  
**Hoja Grafos 1**  
**Facultad de Informática.**

1. Construye la tabla de adyacencia y la matriz de adyacencia de los dos grafos que aparecen dibujados más abajo, y demuestra que son isomorfos.



2. El **complementario** de un grafo  $G = (V, E)$  es el grafo  $\overline{G} = (V, \overline{E})$  cuyo conjunto  $V$  de vértices es el mismo de  $G$  y cuyo conjunto  $\overline{E}$  de aristas une aquellos vértices que no están unidos en  $G$ . Suponiendo que  $G$  tenga  $n$  vértices de grados  $d_1, \dots, d_n$  ¿cuáles serán los grados de los vértices de  $\overline{G}$ ?
3. Construye un grafo con 5 vértices de grado 2 que sea isomorfo a su complementario.
4. Sean  $G_1 = (V_1, E_1)$  y  $G_2 = (V_2, E_2)$  dos grafos isomorfos, razona que  $\forall k \in \mathbb{N}$  el número de vértices de grado  $k$  debe ser el mismo en ambos grafos.
5. Demuestra que si  $G = (V, E)$  es un grafo con más de un vértice, se pueden encontrar dos vértices diferentes que tengan el mismo grado.
6. Dibuja grafos no dirigidos, sin lazos y no multigrafos, que cumplan las siguientes condiciones, o explica por qué no es posible construirlos:
- 5 vértices, 3 aristas y euleriano
  - 6 vértices todos ellos de grado 2, y no conexo
  - 6 vértices con grados 2,2,3,2,2,2
7. Demuestra que en una cena con 8 invitados en la que cada uno de ellos conoce al menos a otros 4, los ocho invitados pueden sentarse alrededor de una mesa redonda de modo que cada uno de ellos conozca a los 2 entre los que está sentado.
8. Dibuja el grafo dirigido y construye la matriz de adyacencia correspondiente a la tabla de adyacencia siguiente. ¿Es conexo? Razona tu respuesta.

$a$	$d$	$e$	
$b$	$a$		
$c$	$b$		
$d$	$b$	$c$	$e$
$e$	$f$		
$f$	$a$		

9. Sea  $G = (\mathcal{V}, E)$  el grafo tal que  $\mathcal{V} = \{i \in \mathbb{N} | 1 \leq i \leq 100\}$  y  $E = \{\{x, y\} | x, y \in \mathcal{V}, x \neq y, x * y < 10\}$  ¿Es  $G$  euleriano? ¿Es Hamiltoniano?

10. Sea  $G = (\mathcal{V}, E)$  el grafo tal que  $\mathcal{V}$  está formado por los subconjuntos de  $\{1, 2, 3\}$  y  
 $E = \{\{A, B\} | A \cap B = \emptyset\}$ . Dibuja  $G$ . ¿Es  $G$  semi-euleriano? ¿Es  $G$  euleriano? ¿Es Hamiltoniano?
11. Sea  $G = (\mathcal{V}, E)$  un grafo cuyo conjunto de vértices  $\mathcal{V} = \{0, 1, 2\} \times \{0, 1, 2\}$  y sus aristas  $E = \{(a, b)(c, d) | (a = d, b \neq c) \text{ o } (b = c, a \neq d)\}$ . ¿Es  $G$  conexo? ¿Es  $G$  semi-euleriano? ¿Es  $G$  euleriano? ¿Es Hamiltoniano?
12. Sea  $A = \{0, 1, 2\}$  y  $G = (\mathcal{V}, E)$  el grafo donde  $\mathcal{V} = \mathcal{P}(A)$  y

$$\forall X, Y \in \mathcal{V}, XY \in E \iff (X \subseteq Y \text{ y } |X| = |Y| - 1) \text{ o } (Y \subseteq X \text{ y } |Y| = |X| - 1)$$

¿Es  $G$  conexo? ¿Es  $G$  semi-euleriano? ¿Es  $G$  euleriano? ¿Es Hamiltoniano? Si no es conexo, ¿son sus componentes conexas Hamiltonianas?

13. Considera el grafo no dirigido  $G = (V, E)$

$$V = \{n \in \mathbb{N} | 1 \leq n \leq 1875\} \text{ y } \{x, y\} \in E \text{ sii } x \cdot y \text{ no es primo}$$

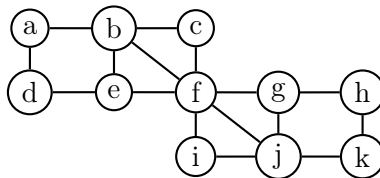
¿El grafo es conexo? En caso de no serlo, ¿cuántas componentes conexas tiene? Justica tus respuestas.

14. Sea  $V = \{a, b, c, d\}$

- Dibuja los posibles grafos que tengan a  $V$  como conjunto de vértices y un total de 5 aristas
- Estudia si los grafos son isomorfos.
- Estudia si los grafos son eulerianos o semieulerianos y determina un circuito euleriano para los que sean eulerianos.

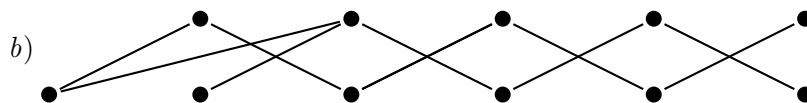
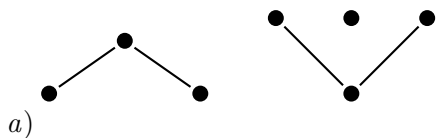
15. Sea  $G = (V, E)$  un grafo no dirigido, conexo y euleriano con  $|E| = 14$  y  $\forall v \in V, gr(v) > 2$  ¿Qué sabemos sobre el número de vértices del grafo?

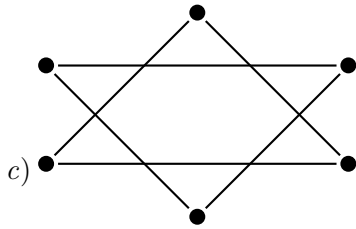
16. Considera el grafo  $G$ :



¿Es posible realizar en  $G$  un recorrido que pase exactamente una vez por cada arista? En caso afirmativo, enumera las aristas en el orden correspondiente al recorrido.

17. Determina las componentes conexas de los grafos siguientes:





18. Dadas las parejas de grafos siguientes, señala los apartados cuyos grafos son isomorfos.

