ParcialAbril.pdf

Dashito

Fundamentos de Electricidad y Electrónica

1º Grado en Ingeniería del Software

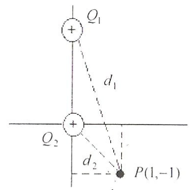
Facultad de Informática
Universidad Complutense de Madrid

MATHS INFORMÁTICA
FORMACIÓN UNIVERSITARIA
C/ Andrés Mellado, 88 duplicado
Tel: 91 399 45 49
www.mathsinformatica.es
academia@mathsinformatica.es

PARCIAL FEE. Abril 2015

1. (1 punto) Dos cargas idénticas de valor Q están situadas respectivamente en (0,0) y (0,2). Si el potencial eléctrico V en el punto (1,-1) es $V = 23V$, calcula:
   a) El valor Q de dichas cargas.
   b) El campo eléctrico $\vec{E}$ en dicho punto.
   NOTA: Todas las distancias vienen dadas en metros.

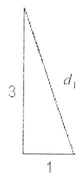
Solución:
a)

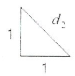


$Q_1 = Q_2 = Q$
Por el principio de superposición:
$V(P) = V_1(P) + V_2(P) = 23V$

Calculamos el potencial que crea cada carga en P:
$V_1(P) = k\dfrac{Q_1}{d_1}$ donde $Q_1 = Q$
$V_2(P) = k\dfrac{Q_2}{d_1}$ con $Q_2 = Q$

Aplico Pitágoras para calcular las distancias:
$d_1^2 = 3^2 + 1^2 = 10$; $\quad d_1 = \sqrt{10}$
$d_2^2 = 1^2 + 1^2$; $\quad d_2 = \sqrt{2}$



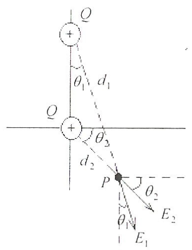


Así, el potencial total en P:
$V(P) = kQ\left(\dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{d_2}\right) = kQ\left(\dfrac{1}{\sqrt{10}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = 23V$

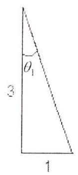
Operamos y despejamos el valor de Q:
$9 \cdot 10^9 \cdot Q(1{,}023) = 23V$
$Q = \dfrac{23}{9{,}21 \cdot 10^9} = 2{,}497 \cdot 10^{-9} C$

$Q = 2{,}5nC = Q_1 = Q_2$

b)

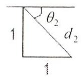


Aplicamos el principio de superposición para campos.
$\vec{E}(P) = \vec{E_1}(P) + \vec{E_2}(P)$
$\vec{E_1}(P) = |E_1| sen\theta_1 \vec{i} - |E_1|\cos\theta_1 \vec{j}$
$tg\theta_1 = \dfrac{1}{3}$
$\theta_1 = arctg\dfrac{1}{3} = 18{,}43^o$
$sen\theta_1 = 0{,}316$
$\cos\theta_1 = 0{,}948$



$|E_1| = k\dfrac{|Q_1|}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{2{,}5 \cdot 10^{-9}}{10} = 2{,}25 \, N/C$
$\vec{E_1}(P) = 2{,}25(sen\theta_1 \vec{i} - \cos\theta_1 \vec{j}) = 2{,}25(0{,}316\vec{i} - 0{,}948\vec{j})$
$\vec{E_1}(P) = 0{,}711\vec{i} - 2{,}133\vec{j} \, N/C$
El campo creado en P por la carga $Q_2 = Q$ situada en (0,0)
$\vec{E_2}(P) = |E_2|\cos\theta_2 \vec{i} - |E_2| sen\theta_2 \vec{j}$

Donde:



$\theta_2 = arctg\dfrac{1}{1} \Rightarrow \theta_2 = 45^o$
$\cos\theta_2 = sen\theta_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

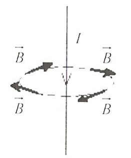
$|E_2| = k\dfrac{|Q_2|}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{2{,}5 \cdot 10^{-9}}{2} = 11{,}25 \, N/C$

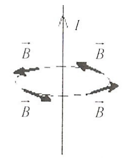
Por tanto: $\vec{E_2}(P) = 11{,}25\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right) = 7{,}955(\vec{i} - \vec{j}) \, N/C$

Sumando ambas contribuciones, el campo total en el punto P:
$\vec{E}(P) = \vec{E_1}(P) + \vec{E_2}(P) = 0{,}711\vec{i} - 2{,}133\vec{j} + 7{,}955\vec{i} - 7{,}955\vec{j} = 8{,}666\vec{i} - 10{,}088\vec{j} \, N/C$
$\vec{E}(P) = 8{,}7\vec{i} - 10{,}1\vec{j} \, N/C$

2. Indica, cuál de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera.
   a) (0,5 puntos) El campo magnético debido a un hilo conductor con corriente es paralelo a dicho hilo.
   b) (0,5 puntos) Cuando existen cargas positivas y negativas moviéndose bajo la acción de un campo eléctrico $\vec{E}$, las corrientes eléctricas debidas a cada tipo de carga tienen sentidos opuestos.
   c) (0,5 puntos) En una región del espacio en la que el campo eléctrico es nulo en todos los puntos, el potencial eléctrico puede variar con la distancia.

Solución:
a) Veamos la dirección del campo $\vec{B}$ para los dos sentidos de la corriente en el hilo.



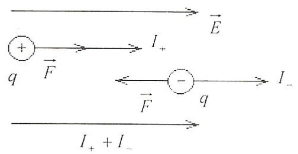


El campo magnético creado por un hilo es perpendicular al hilo para ambos sentidos de la corriente.
FALSA

c) Cuando una capa positiva se mueve en las inmediaciones de un campo eléctrico, sobre ella aparece una fuerza en el mismo sentido del campo. Sin embargo, las cargas negativas experimentan una fuerza que se opone al campo.
La corriente eléctrica sigue el sentido de las cargas positivas y se opone al sentido del

MATHS INFORMÁTICA
FORMACIÓN UNIVERSITARIA
C/ Andrés Mellado, 88 duplicado
Tel: 91 399 45 49
www.mathsinformatica.es
academia@mathsinformatica.es

movimiento de las cargas negativas. Así, ambas corrientes se suman porque tienen el mismo sentido.
FALSA



c) $\vec{E}=0$, teniendo en cuenta la relación entre el campo y el potencial:

$$\vec{E}(P)=\frac{dV}{d\vec{r}}$$

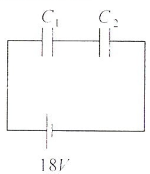
$$V=-\int \vec{E}\cdot d\vec{r}=-\int \vec{0}\cdot d\vec{r}=cte$$

Por tanto, si $\vec{E}=0$, el potencial V se mantiene constante. No puede variar con la distancia al punto.
FALSA

3. **(1 punto) Dos condensadores de capacidades $C_1=3\mu F$ y $C_2=12\mu F$ conectados en serie, se cargan con una batería de 18V.**
   a) **Calcula la carga Q que adquiere cada condensador.**
   b) **A continuación los condensadores se desconectan de la batería y se conectan en PARALELO uniendo sus placas positivas por un lado y sus placas negativas por otro. Calcula la diferencia de potencial resultante.**

<u>Solución</u>:

a) Por estar conectados en serie $Q_1=Q_2=Q$ donde Q es la carga del condensador equivalente.



Además: $V_1+V_2=18V$

$$\left.\begin{aligned} C_1=\frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q}{V_1}\Rightarrow V_1=\frac{Q}{C_1} \\ C_2=\frac{Q_2}{V_2}=\frac{Q}{V_2}\Rightarrow V_2=\frac{Q}{C_2}\end{aligned}\right\} \qquad \frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}=18 \qquad Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)=18$$

Así $Q=\dfrac{18V}{\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}\right)}=\dfrac{18V}{\dfrac{1}{3\cdot10^{-6}}+\dfrac{1}{12\cdot10^{-6}}}=\dfrac{18V}{\dfrac{4+1}{12\cdot10^{-6}}}=\dfrac{12\cdot18}{5}\cdot10^{-6}C$

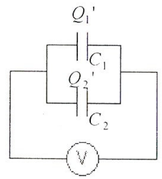
$$Q_1=Q_2=Q=43{,}2\cdot10^{-6}C=43{,}2\mu C$$

b) Como se mantienen aisladas las placas, se cumple la conservación de la carga:
La carga inicial en el sistema será igual a la carga total final

$(Q_1'+Q_2')=(Q_1+Q_2)=2Q$

$(Q_1'+Q_2')=86{,}4\cdot10^{-6}C$ (1)

Siendo Q_1' y Q_2' las cargas en C_1 y C_2 respectivamente después de la conexión en paralelo.



Al estar en PARALELO, la diferencia de potencial en ambos condensadores es la misma.
$V_1=V_2=V$ donde V es el voltaje que mide el voltímetro.

$$C_1=\frac{Q_1'}{V}\Rightarrow Q_1'=C_1\cdot V$$

$$C_2=\frac{Q_2'}{V}\Rightarrow Q_2'=C_2\cdot V$$

Por el principio de conservación de las cargas:

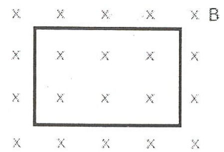
$$Q_1'+Q_2'=(C_1+C_2)\cdot V\underset{(1)}{=}86{,}4\cdot10^{-6}$$

Despejando:

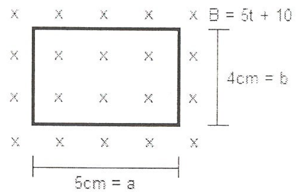
$$V=\frac{86{,}4\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}+12\cdot10^{-6}}=\frac{86{,}4\cdot10^{-6}}{15\cdot10^{-6}}=5{,}76V$$

Así, el voltaje en bornes de las placas de los condensadores:
$V_1=V_2=V=5{,}76V$

4. **(2 puntos)**
a) Deduce la fuerza electromotriz inducida en la espira de la figura, cuyos lados miden 4 cm y 5 cm. <u>Indica y explica</u> el sentido de la corriente que circula debido a dicha $f.e.m.$ El módulo del campo magnético que la atraviesa viene dado por $B=5t+10$, donde t está expresado en segundo y B en teslas, y está dirigido según muestra la figura.
b) Si el campo de la figura tuviera módulo constante en el tiempo, ¿cómo podríamos inducir una corriente en la espira con dicho campo constante y uniforme?



<u>Solución</u>:
a)



Existe f.e.m. inducida cuando hay una variación temporal de flujo magnético.

Por la ley de Faraday-Lenz: $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$, siendo ϕ el flujo a través de la esfera.

Veamos el flujo a través de la espira:

$$\phi = \oiint \vec{B}\cdot\vec{dS} \underset{\vec{B}\parallel\vec{dS}}{=} \oiint B\cdot dS = B\oiint dS = B\cdot a\cdot b$$

$B =$ constante en la superficie

$$\phi = (5t+10)\cdot 5\cdot 10^{-2}\cdot 4\cdot 10^{-2} = 20\cdot 10^{-4}(5t+10) = 2\cdot 10^{-3}(5t+10)\quad wb$$

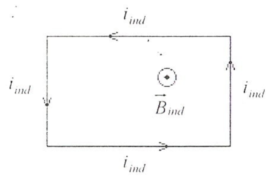
Como este flujo depende del tiempo:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(2\cdot 10^{-3}(5t+10)\right) = -10\cdot 10^{-3} = -0{,}01V$$

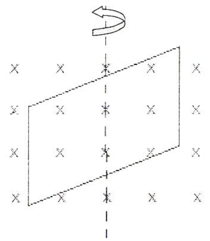
Para conocer el sentido de la corriente, empleamos el criterio de Lenz que indica que la f.e.m. inducida se opone a la causa que provoca dicha variación de flujo.
Como el campo es proporcional al tiempo, a medida que pasa el tiempo hay más flujo:

$\frac{d\phi}{dt} > 0 \Rightarrow$ la i inducida creará un campo que se oponga al campo existente para anular dicho aumento.

Por tanto, la i inducida deberá crear un campo saliente del plano del papel.



b) Si $B = cte$ y mantenemos la superficie constante, la forma de generar una f.e.m. es girando la espira dentro del campo y así la dependencia temporal del flujo aparece en el ángulo que forman el vector campo $\vec{B}$ y superficie.



$$\phi = \oiint \vec{B}\cdot\vec{dS} = \oiint \left|\vec{B}\right|\cdot\left|\vec{dS}\right|\cdot\cos(\omega t)$$

$$\phi = B\cdot S\cdot\cos(\omega t) = \phi(t)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = B\cdot\omega\cdot S\cdot sen(\omega t)\ Voltios$$

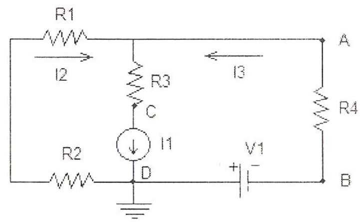
5. (3,5 puntos) Dado el circuito de la figura, calcula:

a) (1 punto) La corriente que circula por cada rama.

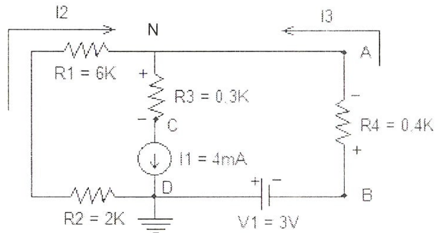
b) (1 punto) La diferencia de potencial V_{CD}.

c) (1,5 puntos) Calcula y dibuja el circuito equivalente Thévenin de la parte de circuito que está conectada a la resistencia R_4 (entre A y B).

Datos: $V_1 = 3V$, $I_1 = 4mA$, $R_1 = 6k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 300\Omega$, $R_4 = 400\Omega$



Solución:



a) Aplicando la ley de los nodos al nudo N:

$I_1 = I_2 + I_3$

$I_2 + I_3 = 4mA \Rightarrow I_3 = 4mA - I_2$

Por la ecuación del lazo recorrido en sentido horario:

$V_1 = R_2 I_2 + R_1 I_2 - R_4 I_3 = (R + R_1)I_2 - R_4 I_3$

$3V = (8K)I_2 - 0{,}4K\cdot I_3$

Como $I_3 = 4mA - I_2$, sustituyo en la ecuación de la malla:

$3V = 8K\cdot I_2 - 0{,}4K(4mA - I_2)$

$3V = 8{,}4K\cdot I_2 - 1{,}6V$

$4{,}6V = 8{,}4K\cdot I_2;\qquad I_2 = \frac{4{,}6V}{8{,}4K} = 0{,}547mA$

$I_3 = 4mA - I_2 = 4mA - 0{,}547mA = 3{,}452mA$

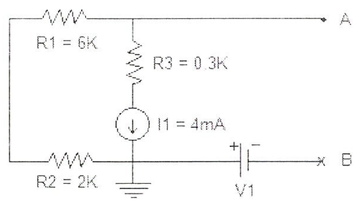
b) $V_{CD} = V_C - V_D$

$V_C = 0V - V_1 - R_4 I_3 - R_3 I_1 = -3V - 0{,}4K(3{,}452mA) - 0{,}3K(4mA) = -5{,}58V$

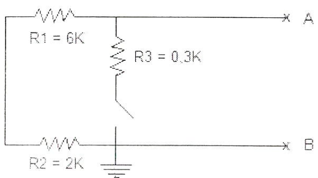
$V_D = 0$

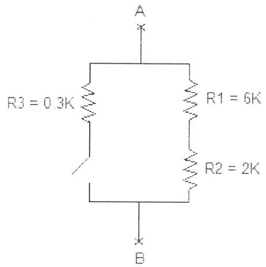
$V_{CD} = -5{,}58V - 0V = -5{,}58V$

c) Para hallar el equivalente Thevenin entre A y B dejamos el circuito abierto.



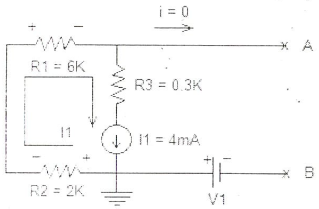
R_{TH}: Resistencia equivalente entre A y B sustituyendo las fuentes por su resistencia equivalente.





$R_{TH} = R_1 + R_2 = 6K + 2K = 8K$

V_{TH}: Diferencia de potencial entre los puntos A y B.



$V_A = 0V - 2K \cdot I_1 - 6K \cdot I_1$
$V_A = -8K \cdot I_1 = -8K(4mA)$
$V_A = -32V$
$V_B = 0V - V_1 = 0V - 3V = -3V$

Así $V_{TH} = V_A - V_B = -32 + 3V = -29V$

El circuito equivalente Thevenin: