Tema 2:

Especificación de sistemas combinacionales

Fundamentos de computadores

José Manuel Mendías Cuadros
Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática
Universidad Complutense de Madrid

Contenidos

- ✓ Especificación de alto nivel / binaria.
- ✓ Codificación.
- ✓ Funciones de conmutación. Tablas de verdad.
- ✓ Expresiones de conmutación.
- ✓ Algebra de Boole. Transformaciones algebraicas.
- ✓ Forma canónica. Suma de productos.
- ✓ Mapas de Karnaugh. Simplificación.

Transparencias basadas en los libros:

- R. Hermida, F. Sánchez y E. del Corral. *Fundamentos de computadores.*
- D. Gajsky. *Principios de diseño digital.*

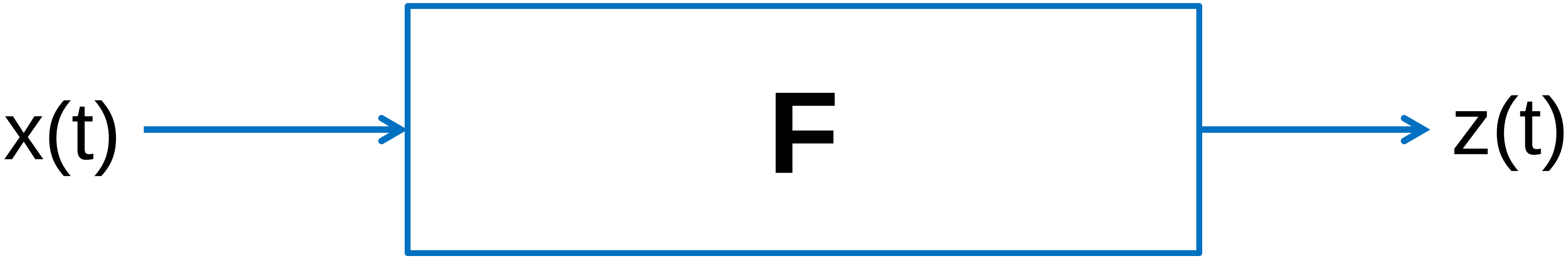
Sistemas combinacionales

- La salida en cada instante depende exclusivamente del valor de la entrada en ese instante.
  - o En todo momento, a misma entrada, misma salida.

$$z(t_i) = F(\,x(t_i)\,),\ \text{con}\ x(t_i) \in E,\ z(t_i) \in S$$

- Para especificar su comportamiento deberán definirse:
  - o Los conjuntos discretos de valores de entrada/salida: E, S
  - o La función F: $E \rightarrow S$

Sistemas combinacionales



$$x(t) \in E = \{\ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\ \}$$

$$z(t) \in S = \{\ 0, 1, 2\ \}$$

$$F: E \rightarrow S \ /\ z(t) = f(\ x(t)\ ) = x(t) \bmod 3$$

Simulación de su comportamiento:

x(t)	0	1	5	1	1	2	8	1	9	0
z(t)	0	1	2	1	1	2	2	1	0	0

$\longrightarrow$ tiempo

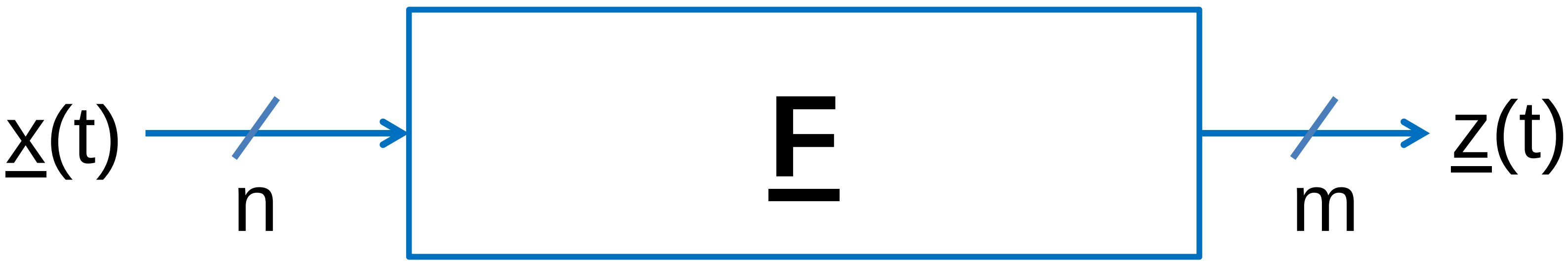
Especificación de alto nivel

- Especificación del dominio:
  - Conjunto discreto de valores que puede tomar la entrada.
- Especificación del codominio:
  - Conjunto discreto de valores que puede tomar la salida.
- Función de entrada/salida:
  - Definición del comportamiento del sistema: qué valor toma la salida para cada posible valor de la entrada
  - Mediante tabla, expresión aritmética, condicional, lógica... o una composición de todas ellas.

Sin embargo, la información debe estar codificada en binario para que sea implementable en un sistema digital

Especificación binaria

- La entrada es un vector de n bits
  - $\underline{x} \in \{ 0, 1 \}^n$ es decir, $\underline{x} = (x_{n-1} \ldots x_0)$ con $x_i \in \{0, 1\}$
- La salida es un vector de m bits
  - $\underline{z} \in \{ 0, 1 \}^m$ es decir, $\underline{z} = (z_{m-1} \ldots z_0)$ con $z_i \in \{0, 1\}$
- Función de entrada/salida
  - m funciones de conmutación de n variables definiendo cada una el comportamiento de un bit de la salida
  - $\underline{F} = \{ f_i : \{ 0, 1 \}^n \rightarrow \{ 0, 1 \} / z_i = f_i(\underline{x}),$ con $0 \leq i \leq m-1 \}$



Descripción binaria

- Proceso de obtener una especificación binaria partiendo de una especificación de alto nivel:
  1. Codificar el dominio (elegir una representación binaria de cada elemento).
  2. Codificar el codominio.
  3. Traducir la función de E/S.
- Para una misma especificación de alto nivel existen infinidad de especificaciones binarias válidas.
  - Cada una con distinta codificación del dominio/codominio
- La cardinalidad del dominio/codomino determina la longitud mínima del vector de bits $\underline{x}$ / $\underline{z}$
  - Para que todos los puntos del dominio/codominio puedan estar representados por una cadena de bits distinta:
    - $n \geq \log_2(|E|)$ y $m \geq \log_2(|S|)$ *[$\log_2(x) = \ln(x) / \ln(2)$]*
    - casi siempre quedarán codificaciones sin usar

Descripción binaria

- Codificación domino: BCD (4 bits) – usando solo 10 códigos
- Codificación codominio: one-hot (3 bits)
  - $\{ 0 \rightarrow (001), 1 \rightarrow (010), 2 \rightarrow (100) \}$
- Traducción de la función de E/S
  - F = { (0000) → (001), (0001) → (010), (0010) → (100),
    (0011) → (001), (0100) → (010), (0101) → (100),
    (0110) → (001), (0111) → (010), (1000) → (100),
    (1001) → (001) }

Simulación de su comportamiento:

x(t)	0000	0001	0101	0001	0001	0010	1000	0001	1001	0000
z(t)	001	010	100	010	010	100	100	010	001	001

→ tiempo

Funciones de conmutación (FC)

- Una función de conmutación de n variables es una aplicación

$$f : \{ 0, 1 \}^n \rightarrow \{ 0, 1 \}$$

- Cuando es total (todo punto del dominio está asociado a uno del codominio) se dice que está completamente especificada

- Se suele definir mediante una tabla de verdad que indica el valor que toma la función en cada punto del dominio.

	x_2	x_1	x_0	$f(x_2,x_1,x_0)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Funciones de conmutación (FC)

- El número de funciones de conmutación distintas de n variables es finito: 2^{2^n}
  - o Para 2 variables existen únicamente 16 distintas

x_1	x_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		nula	and		x_1		x_0	xor	or	nor	xnor	not x_0		not x_1		nand	unidad

Funciones de conmutación (FC)

- A veces las funciones de conmutación son parciales (no están definidas para ciertos puntos del dominio).
  - Típicamente porque existen códigos que no representan ningún valor de alto nivel.

- Una función de conmutación incompletamente especificada de n variables es una aplicación:

$$f : \{ 0, 1 \}^n \rightarrow \{ 0, 1, - \}$$

  - Donde '-' (don´t care) denota indiferencia: da igual que la función valga 0 ó 1 en aquellos puntos del dominio asociados a este valor.

Funciones de conmutación (FC)

	x_3	x_2	x_1	x_0	z_2	z_1	z_0
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	1	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0
5	0	1	0	1	1	0	0
6	0	1	1	0	0	0	1
7	0	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	1
10	1	0	1	0	-	-	-
11	1	0	1	1	-	-	-
12	1	1	0	0	-	-	-
13	1	1	0	1	-	-	-
14	1	1	1	0	-	-	-
15	1	1	1	1	-	-	-

E = { 0, ..., 9 }
la codificación es BCD

nunca aparecerán estos códigos

Expresiones de conmutación (EC)

- Forma alternativa de definir FC completamente especificadas
  - Compacta, manipulable y directamente sintetizable.
- Alfabeto: { x_i, 0, 1, +, ·, ¯, (,) }
  - Variables lógicas: x_i *(puede usarte cualquier letra con o sin subíndice)*
  - Constantes: 0, 1
  - Operadores : +, ·, ¯
  - Símbolos auxiliares: (,)
- Reglas de generación:
  1. Toda variable lógica es una EC válida.
  2. 0 y 1 son EC válidas.
  3. Si A es una EC válida, $\overline{A}$ también lo es.
  4. Si A y B son EC válida, (A), A+B y A·B también lo son.
  5. Solo son EC válidas las generadas usando las reglas 1 a 4.

Expresiones de conmutación (EC)

- Semántica: el álgebra de conmutación { {0,1}, and, or, not)

operador **and**

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

operador **or**

x	y	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

operador **not**

x	$\overline{x}$
0	1
1	0

- Valor de una EC, E, para una asignación, a: v(E, a)
  - Resultado de sustituir las variables de E por los valores indicados en a y realizar las operaciones de acuerdo con el álgebra de conmutación.

v($x_2 + \overline{x}_2 \cdot x_1 + x_1 \cdot x_0$, (0,1,0)) = 0 + $\overline{0}$·1 + 1·0 = 0 + 1·1 + 1·0 = 1

Expresiones de conmutación (EC)

- Para una expresión de conmutación dada, el conjunto de todos los pares

$$f = \{ (\underline{a}, v(E, \underline{a})) \;/\; \underline{a} \in \{0,1\}^n \}$$

es una función de conmutación.

- En ese caso diremos que *E* representa a *f*

- Dos EC son equivalentes si representan a la misma función de conmutación.
  - Toda FC tiene infinitas EC equivalentes que la representan.
  - Habrá unas más convenientes que otras, en particular las más simples.

Expresiones de conmutación (EC)

$$\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0$$

$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (0,0)) = \bar{0} + 0 \cdot 0 = 1$$
$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (0,1)) = \bar{0} + 0 \cdot 1 = 1$$
$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (1,0)) = \bar{1} + 1 \cdot 0 = 0$$
$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (1,1)) = \bar{1} + 1 \cdot 1 = 1$$

	x_1	x_0	$f(x_1, x_0) = \sum m(0,1,3)$
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1

SON EQUIVALENTES

$$\overline{x_1} + x_0$$

$$v(\overline{x_1} + x_0, (0,0)) = \bar{0} + 0 = 1$$
$$v(\overline{x_1} + x_0, (0,1)) = \bar{0} + 1 = 1$$
$$v(\overline{x_1} + x_0, (1,0)) = \bar{1} + 0 = 0$$
$$v(\overline{x_1} + x_0, (1,1)) = \bar{1} + 1 = 1$$

	x_1	x_0	$f(x_1, x_0)$
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1

Expresiones de conmutación (EC)

- El álgebra de conmutación es un álgebra de Boole por lo que dadas 2 EC, A y B, se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Versión "+"	Versión "·"
Conmutativa	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Distributiva	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
Elemento neutro	$0 + A = A$	$1 \cdot A = A$
Elem. complementario	$A + \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$
Idempotencia	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
Asociativa	$A + (B + C) = (A + B) + C$	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
Elemento dominante	$1 + A = 1$	$0 \cdot A = 0$
Involución	$\overline{\overline{A}} = A$	
Absorción	$A + (A \cdot B) = A$	$A \cdot (A + B) = A$
Leyes de Morgan	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$

Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$

Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$ *elem. complementario*

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$

Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$ *elem. complementario*

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (1 + x_0)$$

Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$ *elem. complementario*

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (1 + x_0)$$ *elem. dominante*

$$= x_2 \cdot 1$$

Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$ *elem. complementario*

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$ *distributiva*

$$= x_2 \cdot (1 + x_0)$$ *elem. dominante*

$$= x_2 \cdot 1$$ *elem. neutro*

$$= x_2$$

Otras operaciones lógicas

- Además de los operadores primitivos del álgebra de conmutación es muy común referirse a otros operadores derivados:

operador **nand**

x	y	$x \uparrow y$ $\overline{(x \cdot y)}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

operador **nor**

x	y	$x \downarrow x$ $\overline{(x + y)}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

operador **xor**

x	y	$x \oplus y$ $x \cdot \overline{y} + \overline{x} \cdot y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

operador **xnor**

x	y	$\overline{(x \oplus y)}$ $x \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Todos ellos son conmutativos.
- NAND y NOR no son asociativos. XOR y XNOR sí lo son.

EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

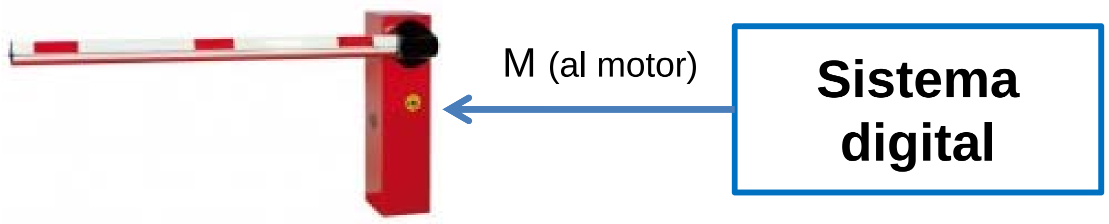
La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador

Sistema digital

EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador



EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador

EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y <u>hay un coche esperando</u> o si el vigilante presiona un pulsador

EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

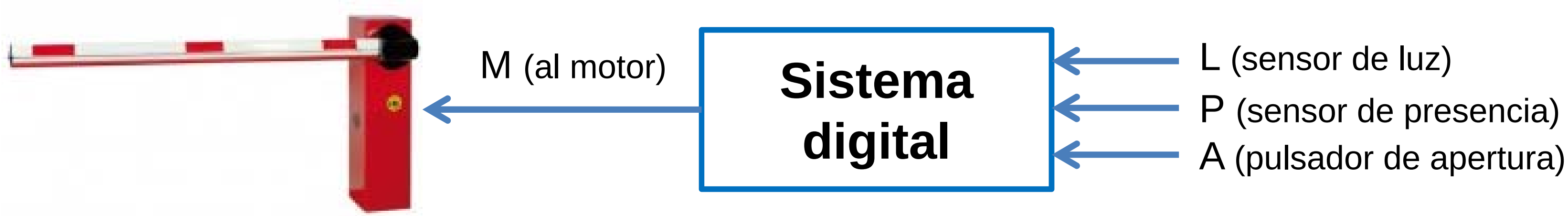
La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador

M (al motor) ← **Sistema digital** ← L (sensor de luz), P (sensor de presencia), A (pulsador de apertura)

EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador



  - Codificando los sucesos en "lógica directa"
    - L=1 ⇔ Se detecta luz (es de día)
    - P=1 ⇔ Se detecta coche
    - A=1 ⇔ Se ha presionado el pulsador
    - M=1 ⇔ Se activa el motor que abre la barrera
  - La formulación del enunciado queda:

EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador

- Codificando los sucesos en "lógica directa"
  - L=1 ⇔ Se detecta luz (es de día)
  - P=1 ⇔ Se detecta coche
  - A=1 ⇔ Se ha presionado el pulsador
  - M=1 ⇔ Se activa el motor que abre la barrera
- La formulación del enunciado queda:

$$M = \begin{cases} 1 & \text{si L=1 y P=1 o A=1} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador

M (al motor) ← **Sistema digital** ← L (sensor de luz), P (sensor de presencia), A (pulsador de apertura)

- Codificando los sucesos en "lógica directa"
  - L=1 ⇔ Se detecta luz (es de día)
  - P=1 ⇔ Se detecta coche
  - A=1 ⇔ Se ha presionado el pulsador
  - M=1 ⇔ Se activa el motor que abre la barrera
- La formulación del enunciado queda:

$$M = \begin{cases} 1 & \text{si L=1 y P=1 o A=1} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad M = L \cdot P + A$$

Recapitulación

- Hasta el momento tenemos:
  - Dada una FC, existen infinidad de EC que la representan.
  - Dada una FC, no sabemos cómo obtener una EC que la represente.
  - Dada una EC, es tedioso obtener la tabla de verdad de la FC que representa.
  - Dada una EC, es complejo obtener una EC simplificada equivalente.
- La definición de una forma canónica permitirá:
  - Que toda FC tenga asociada una única EC normalizada.
  - Que ésta pueda obtenerse fácilmente a partir de una tabla de verdad.
  - Que el mecanismo de obtención de la tabla de verdad de la FC que representa una cierta EC sea más simple.
  - Abrir las puertas a un mecanismo de simplificación de EC.

Suma de productos canónica

- Literal: EC compuesta por una única variable natural o complementada.

  $\overline{x_0}$ $\quad x_1$

- Término producto: EC compuesta únicamente por un producto de literales.

  $x_1 \cdot x_0$ $\quad \overline{x_1} \cdot x_0 \cdot x_1 \cdot x_2$

- Mintérmino de n variables: termino producto de n literales, en donde cada variable aparece una y solo una vez.

  $\overline{x_1} \cdot x_0$ $\quad \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0$

- Suma de productos: EC compuesta únicamente por sumas de términos producto.

  $x_1 \cdot \overline{x_0}$ $\quad x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$

Suma de productos canónica (SPC)

- Notación: Un mintérmino de n variables se representará por m_i o m(i), siendo i el número cuya representación binaria se obtiene sustituyendo en el mintérmino ordenado (variables de mayor a menor peso):
  - Cada variable complementada por un 0.
  - Cada variable sin complementar por un 1

has de ser que tot valgui 1 amb complementats

$$e(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot x_0 = m_5 = m(5)$$

$$(\ 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1\ )_2 = 5_{10}$$

la multiplicación tiene que dar 1 !

$$e(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 = m_7 = m(7)$$

$$(\ 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1\ )_2 = 7_{10}$$

Suma de productos canónica

- Propiedad: El valor de un mintérmino para una asignación dada es:

$$v(m_i, \underline{a}) = \begin{cases} 1 \text{ si } i = (\underline{a})_{10} \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases}$$

  - es decir, el mintérmino m_i representa a una FC que vale 0 en todos sus puntos del dominio excepto en el i, en donde vale 1.

$$e(x_1, x_0) = \overline{x_1} \cdot x_0 = m_1$$

$$v(\overline{x_1} \cdot x_0, (0,0)) = \overline{0} \cdot 0 = 0$$

$$\boxed{v(\overline{x_1} \cdot x_0, (0,1)) = \overline{0} \cdot 1 = 1}$$

$$v(\overline{x_1} \cdot x_0, (1,0)) = \overline{1} \cdot 0 = 0$$

$$v(\overline{x_1} \cdot x_0, (1,1)) = \overline{1} \cdot 1 = 0$$

	x_1	x_0	$f(x_1, x_0)$
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	0

Suma de productos canónica

EC
Sólo suma minterms
sin repetir!

- Suma de productos canónica (SPC): EC compuesta únicamente por sumas de mintérminos en la que no hay mintérminos repetidos.

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$$
$$= m_7 + m_3 + m_1 = \sum m(7,3,1)$$

SPC $\Leftrightarrow$ FC

- Propiedad: Toda SPC representa a una FC que vale 1 en cada uno de los puntos del dominio asociados a cada uno de los mintérminos que forman la SPC y 0 en el resto.
  - Y viceversa, toda FC de n variables puede representarse como una SPC compuesta por la suma de todos los mintérminos de n variables asociados a cada uno de los puntos del dominio para los cuales la FC vale 1.
  - Además, toda FC, tiene una y solo una representación como SPC (por eso se llama canónica).

Suma de productos canónica

$$e(x_2, x_1, x_0) = \sum m(7,3,1)$$

$$x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$$

	x_2	x_1	x_0	m_7	m_3	m_1	$m_7 + m_3 + m_1$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	1	0	1
4	1	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	0	0	0
6	1	1	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	0	0	1

Suma de productos canónica

- Notación: La comodidad de la notación compacta de una SPC como sumatorio de mintérminos suele usarse para describir FC incompletamente especificadas.

Téngase en cuenta que es un abuso de notación, ya que las EC solo pueden representar FC completamente especificadas.

$$e(x_2, x_1, x_0) = \sum m(7,3,1) + \sum d(5,6)$$

	x_2	x_1	x_0	$f(x_2,x_1,x_0)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	-
6	1	1	0	-
7	1	1	1	1

$\sum m(1,3,7) + \sum d(5,6)$

Conversión de una EC a su SPC

- Dos EC son equivalentes si representan a la misma FC.
  - Dado que toda FC tiene una única SPC que la representa: dos EC son equivalentes si ambas son equivalentes a una misma SPC.

- Método 1:
  - Evaluando la EC punto a punto hasta obtener la tabla de verdad de la FC que representa.
- Método 2:
  - Trasformando la EC en una suma de productos:
    - Aplicando ley de Morgan
    - Aplicando la distributividad del producto
  - Multiplicando cada término producto que no contenga una cierta variable x_i por $(x_i + \overline{x_i}) = 1$ y aplicando distributividad.
  - Eliminando los mintérminos repetidos.

Conversión de una EC a su SPC

$$e(\, x_2, x_1, x_0 \,) = \underbrace{x_2\overline{(x_1 x_0)}}_{} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{x_1 x_0}$	$x_2\overline{(x_1 x_0)}$	
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1
4	1	0	0	0	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1
6	1	1	0	0	1	1	1
7	1	1	1	1	0	0	1

Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$			
0	0	0	0	0			
1	0	0	1	0			
2	0	1	0	0			
3	0	1	1	1			
4	1	0	0	0			
5	1	0	1	0			
6	1	1	0	0			
7	1	1	1	1			

Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$		
0	0	0	0	0	1		
1	0	0	1	0	1		
2	0	1	0	0	1		
3	0	1	1	1	0		
4	1	0	0	0	1		
5	1	0	1	0	1		
6	1	1	0	0	1		
7	1	1	1	1	0		

Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2\overline{(x_1 x_0)}$	
0	0	0	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	1	0	
2	0	1	0	0	1	0	
3	0	1	1	1	0	0	
4	1	0	0	0	1	1	
5	1	0	1	0	1	1	
6	1	1	0	0	1	1	
7	1	1	1	1	0	0	

Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1
4	1	0	0	0	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1
6	1	1	0	0	1	1	1
7	1	1	1	1	0	0	1

$= \sum m(3, 4, 5, 6, 7)$

Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1
4	1	0	0	0	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1
6	1	1	0	0	1	1	1
7	1	1	1	1	0	0	1

$$\sum m(3, 4, 5, 6, 7)$$

Conversión de una EC a su SPC

$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$

$$x_2(\overline{x_1}+\overline{x_0}) + x_1x_0$$

$$x_2\overline{x_1} + \overline{x_0}x_2 + x_1x_0$$

$$(x_0+\overline{x_0})x_2\overline{x_1} + \overline{x_0}x_2(\overline{x_1}+x_1) + x_1x_0(\overline{x_2}+x_2)$$

$$x_2\overline{x_1}x_0 + \cancel{\overline{x_0}x_2\overline{x_1}} + \overline{x_0}x_2\overline{x_1} + \overline{x_0}x_2x_1 + x_1x_0\overline{x_2} + x_1x_0x_2$$

(repe)

POR ORDEN!!!

101 100 110 011 111

$$m_5 + m_4 + m_6 \quad m_3 \quad m_7$$

$$\sum m(3,4,5,6,7)$$

Conversión de una EC a su SPC

$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$

ley de Morgan

$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1x_0$$

Conversión de una EC a su SPC

$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$ *ley de Morgan*

$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1x_0$$ *distributiva*

$$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1x_0$$

Conversión de una EC a su SPC

$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$ *ley de Morgan*

$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}\,) + x_1x_0$$ *distributiva*

$$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} \ + x_1x_0$$ *elem. neutro e idempotencia*

$$= x_2\overline{x_1}(x_0 + \overline{x_0}\,) + x_2(x_1 + \overline{x_1}\,)\overline{x_0} \ +$$
$$+(x_2 + \overline{x_2}\,)x_1x_0$$

Conversión de una EC a su SPC

$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$ *ley de Morgan*

$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}\,) + x_1x_0$ *distributiva*

$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} \; + x_1x_0$ *elem. neutro e idempotencia*

$= x_2\overline{x_1}(x_0 + \overline{x_0}\,) + x_2(x_1 + \overline{x_1}\,)\overline{x_0} \; +$

$+(x_2 + \overline{x_2}\,)x_1x_0$ *distributiva*

$= x_2\overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} \; + x_2x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$

$+x_2x_1x_0 + \overline{x_2}\,x_1x_0$

Conversión de una EC a su SPC

$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$ *ley de Morgan*

$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1x_0$$ *distributiva*

$$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1x_0$$ *elem. neutro e idempotencia*

$$= x_2\overline{x_1}(x_0 + \overline{x_0}) + x_2(x_1 + \overline{x_1})\overline{x_0} + $$
$$+(x_2 + \overline{x_2})x_1x_0$$ *distributiva*

$$= x_2\overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_2x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$
$$+x_2x_1x_0 + \overline{x_2}\,x_1x_0$$

$$= \mathrm{m}_5 + \mathrm{m}_4 + \mathrm{m}_6 + \mathrm{m}_4 + \mathrm{m}_7 + \mathrm{m}_3$$

Conversión de una EC a su SPC

$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$ *ley de Morgan*

$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1x_0$ *distributiva*

$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1x_0$ *elem. neutro e idempotencia*

$= x_2\overline{x_1}(x_0 + \overline{x_0}) + x_2(x_1 + \overline{x_1})\overline{x_0} +$

$+(x_2 + \overline{x_2})x_1x_0$ *distributiva*

$= x_2\overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_2x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$

$+x_2x_1x_0 + \overline{x_2}\,x_1x_0$

$= \mathrm{m}_5 + \mathrm{m}_4 + \mathrm{m}_6 + \cancel{\mathrm{m}_4} + \mathrm{m}_7 + \mathrm{m}_3$ *eliminación de repetidos*

$= \sum \mathrm{m}(3, 4, 5, 6, 7)$

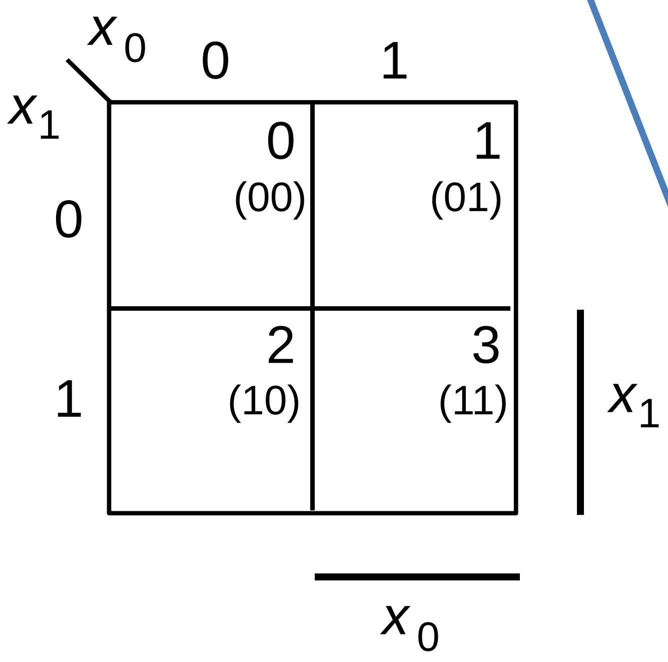
Mapas de Karnaugh

(mintérminos ⇒ EC simplificada)

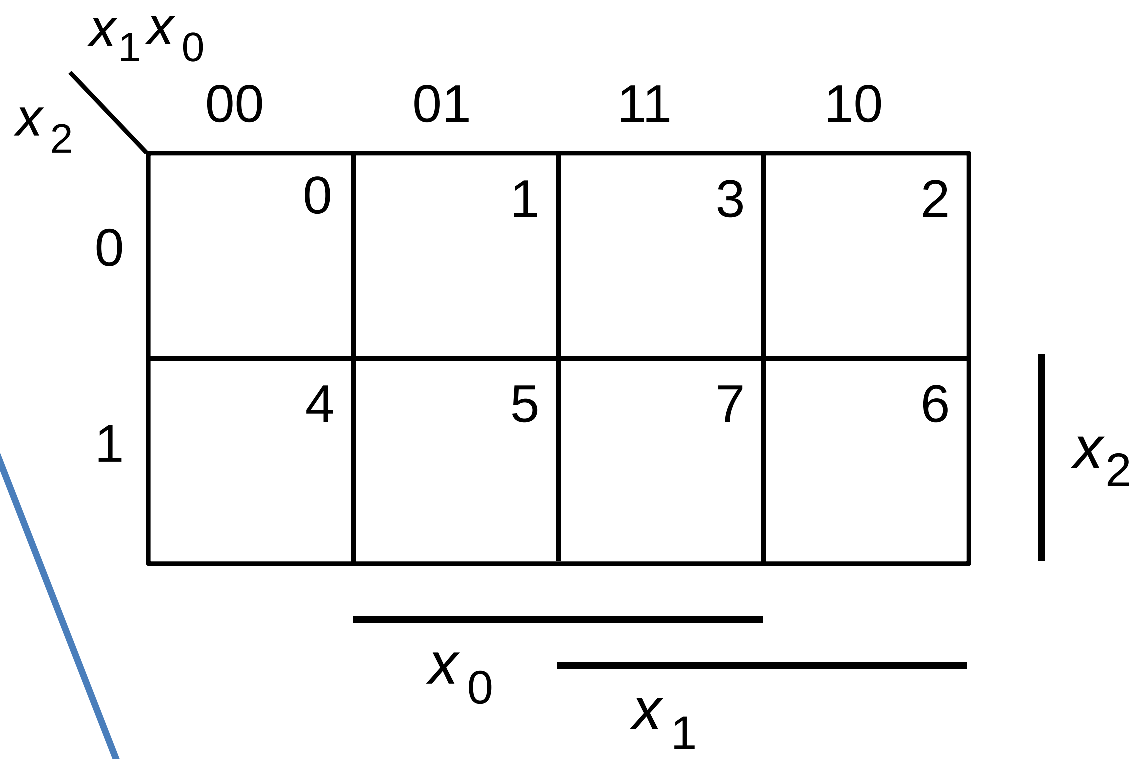
- Mapa de Karnaugh: tabla de verdad de doble entrada que permite ~~obtener de manera gráfica una EC mínima en forma de suma de productos~~ que la represente.
  - EC mínima que tenga el menor número de términos producto y éstos el menor número de literales.

- Un mapa de Karnaugh de n variables tiene las siguientes propiedades:
  - Como la tabla de verdad que es, tiene 2^n casillas cada una de ellas asociada a un mintérmino.
  - Los mintérminos asociados a casillas adyacentes solo se diferencian en la polaridad de una de las variables.
    - Dos mintérminos adyacentes pueden representarse por un término producto en donde no aparece la variable con diferente polaridad.

Mapas de Karnaugh



2 variables



3 variables

Mapas de Karnaugh

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

x_2 x_3

x_0 x_1

4 variables

Mapas de Karnaugh

$x_4 = 0$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$x_4 = 1$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

x_0 x_1 x_2 x_3 x_4

5 variables

Mapas de Karnaugh

$x_4 = 0$, $x_5 = 0$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$x_4 = 1$, $x_5 = 0$

	00	01	11	10
	16	17	19	18
	20	21	23	22
	28	29	31	30
	24	25	27	26

$x_5 = 0$

$x_4 = 0$, $x_5 = 1$

00	32	33	35	34
01	36	37	39	38
11	44	45	47	46
10	40	41	43	42

$x_4 = 1$, $x_5 = 1$

48	49	51	50
52	53	55	54
60	61	63	62
56	57	59	58

$x_5 = 1$

$x_4 = 0$ $\qquad$ $x_4 = 1$

¡6 variables!

Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,3,7)$

$x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

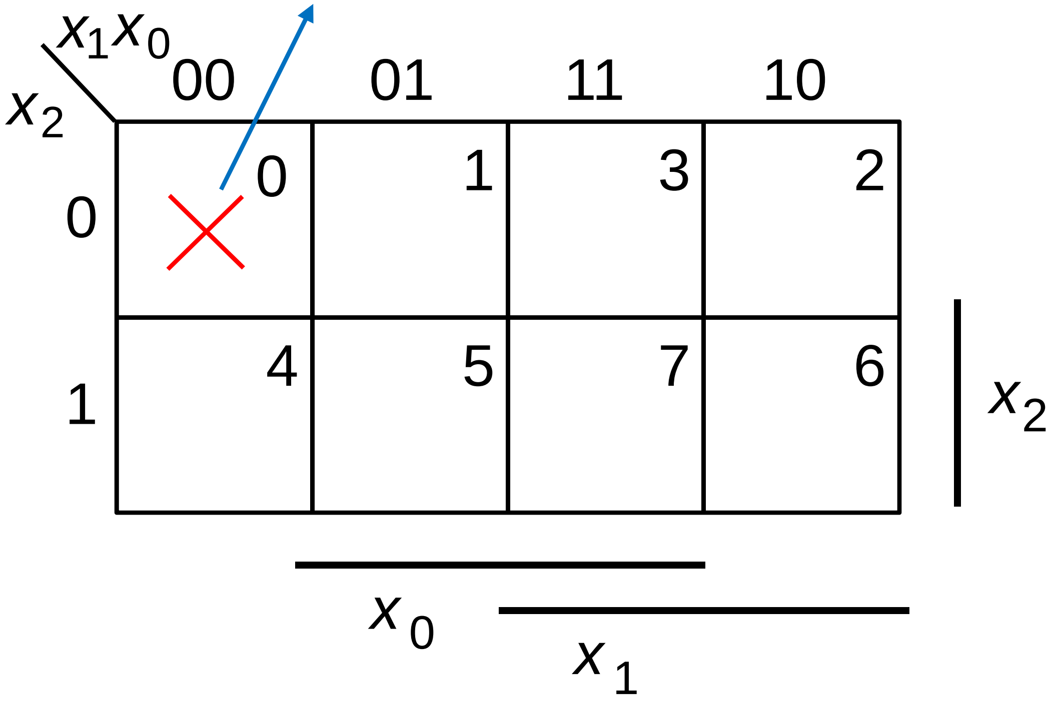
x_2 (fila 1); x_0 (columnas 01, 11); x_1 (columnas 11, 10)

Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

$$m_0 = \bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$$

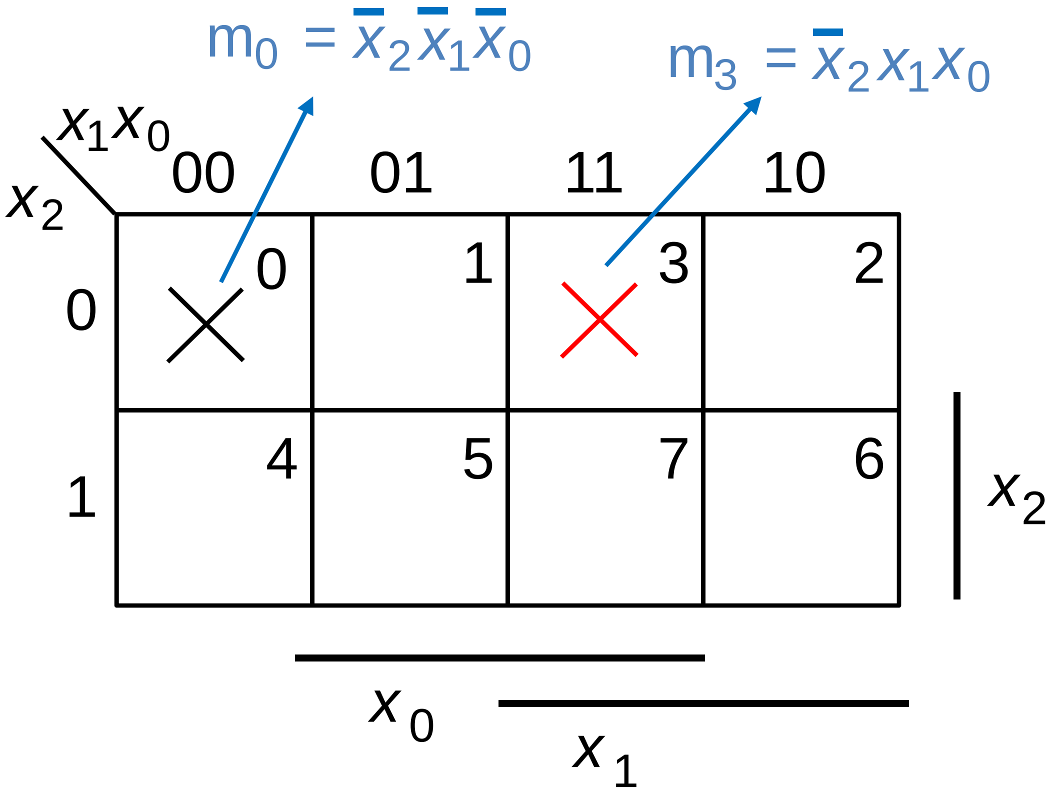
$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,3,7)$$



Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

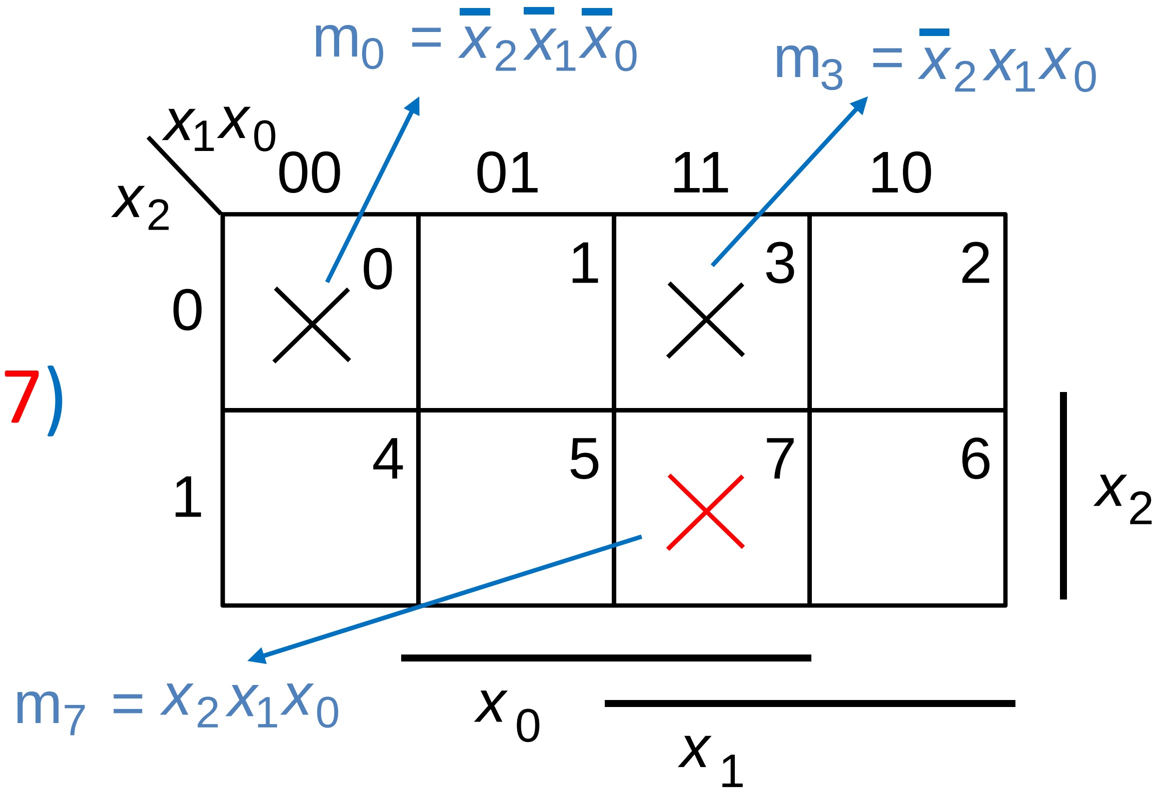
$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,3,7)$$



Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

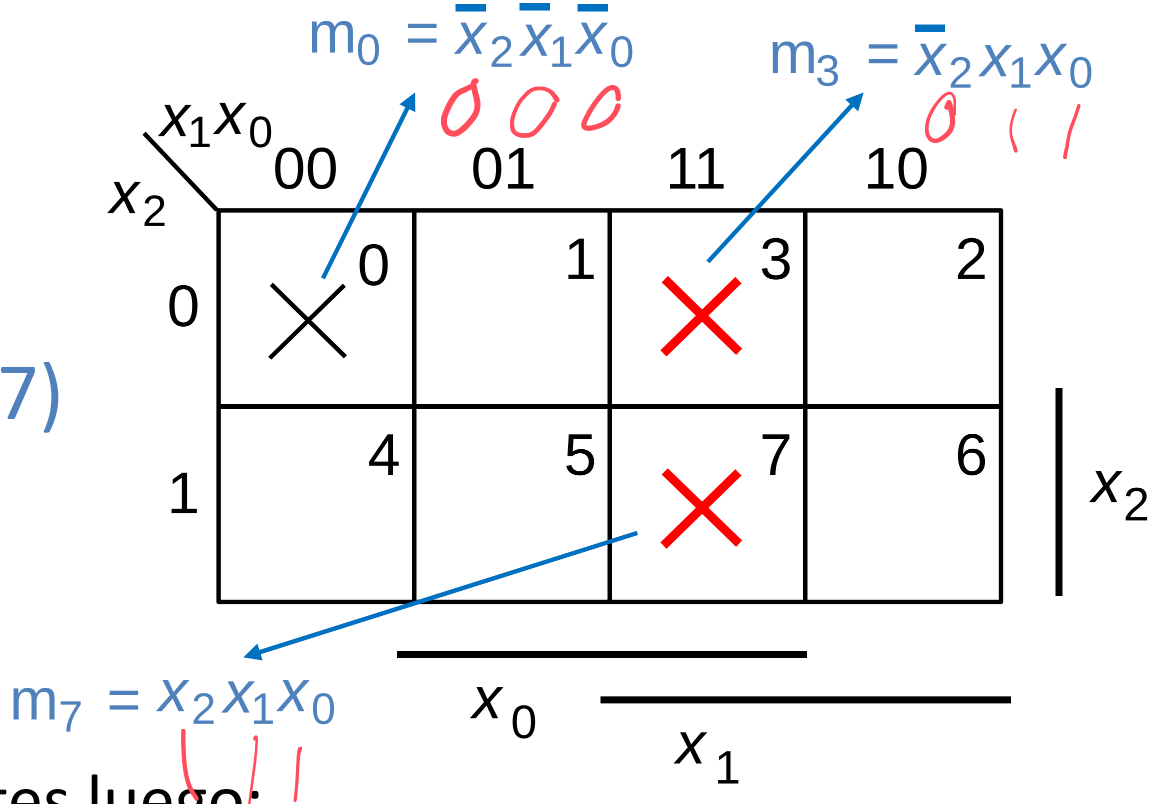
$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,3,7)$$



Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,3,7)$



- m_3 y m_7 son adyacentes luego:

$$m_3 + m_7 = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0 = (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0 = x_1x_0$$

Simplificación por MK

- Procedimiento de simplificación:
  - Construir el mapa de Karnaugh de la FC
  - Cubrir todos los mintérminos con el menor número posible de rectángulos de tamaño en casillas múltiplo de 2 (1, 2, 4, 8, 16...)
    - Cada rectángulo se corresponde con un término producto, más simple conforme mayor es el rectángulo.
    - La EC simplificada será la suma de los términos producto obtenidos.
  - Si hay *don't cares*, pueden tomarse como 0 ó 1 según convenga

Simplificación por MK

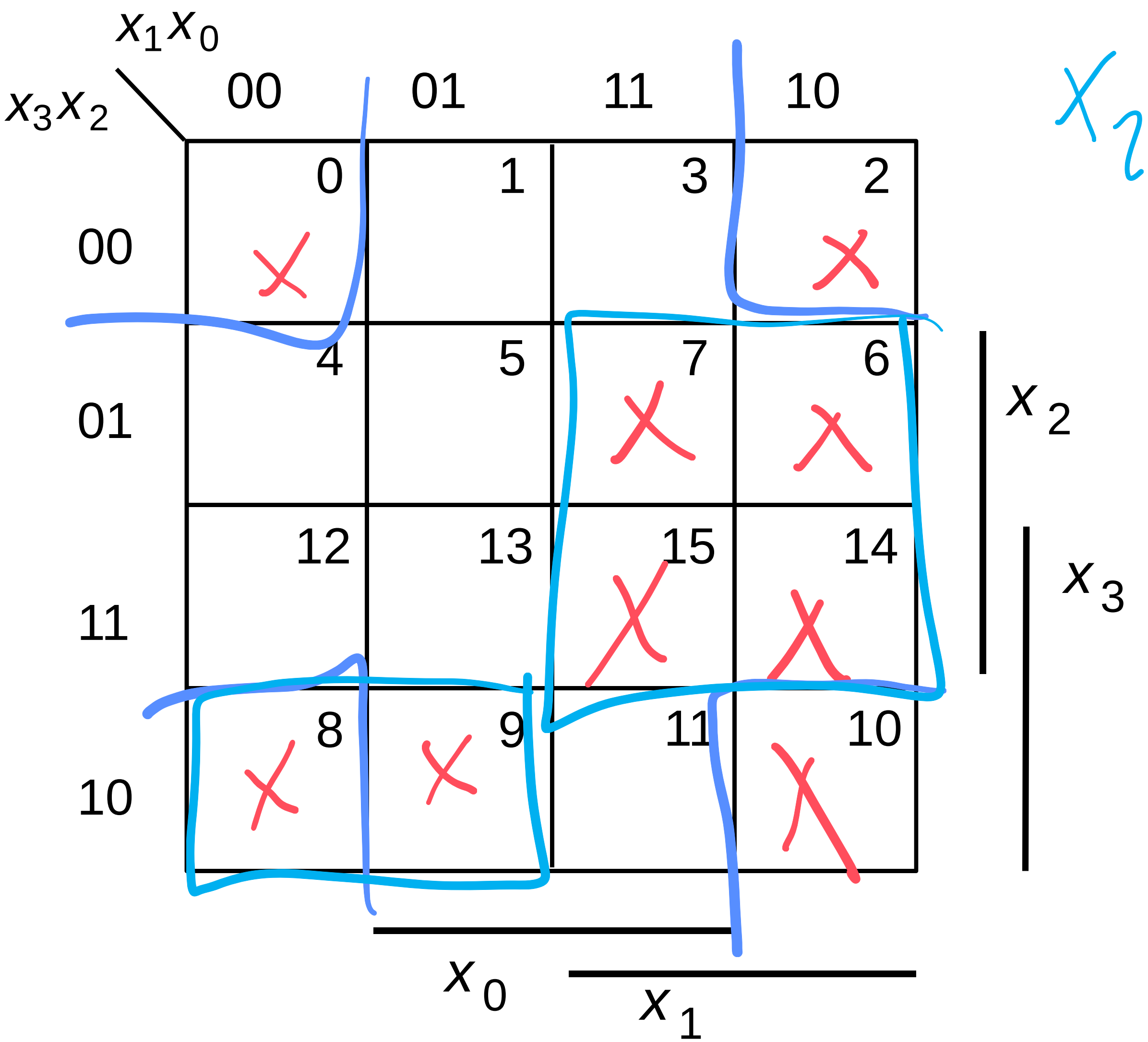
- Estrategias:
  - Los ~~rectángulos deberán ser lo mayor posible~~, así los términos producto tendrán un menor número de literales.
  - Si es necesario, una misma casilla puede ser cubierta varias veces por distintos rectángulos (para que éstos puedan ser más grandes).
  - Si una casilla puede cubrirse de distintos modos, empezar cubriendo aquellas que solo puedan hacerlo de una manera.
  - Las casillas frontera pueden cubrirse junto con las del otro extremo.
  - Las casillas de las esquinas pueden cubrirse todas juntas.

Simplificación por MK

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,2,6,7,8,9,10,14,15)$$

Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,2,6,7,8,9,10,14,15)$



$x_2 x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}\cdot\overline{x_1}$

IRREDUCTIBLE!

Simplificación por MK

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,2,6,7,8,9,10,14,15)$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0 X	1	3	2 X
01	4	5	7 X	6 X
11	12	13	15 X	14 X
10	8 X	9 X	11	10 X

x_2 x_3 x_0 x_1

Simplificación por MK

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,2,6,7,8,9,10,14,15)$$

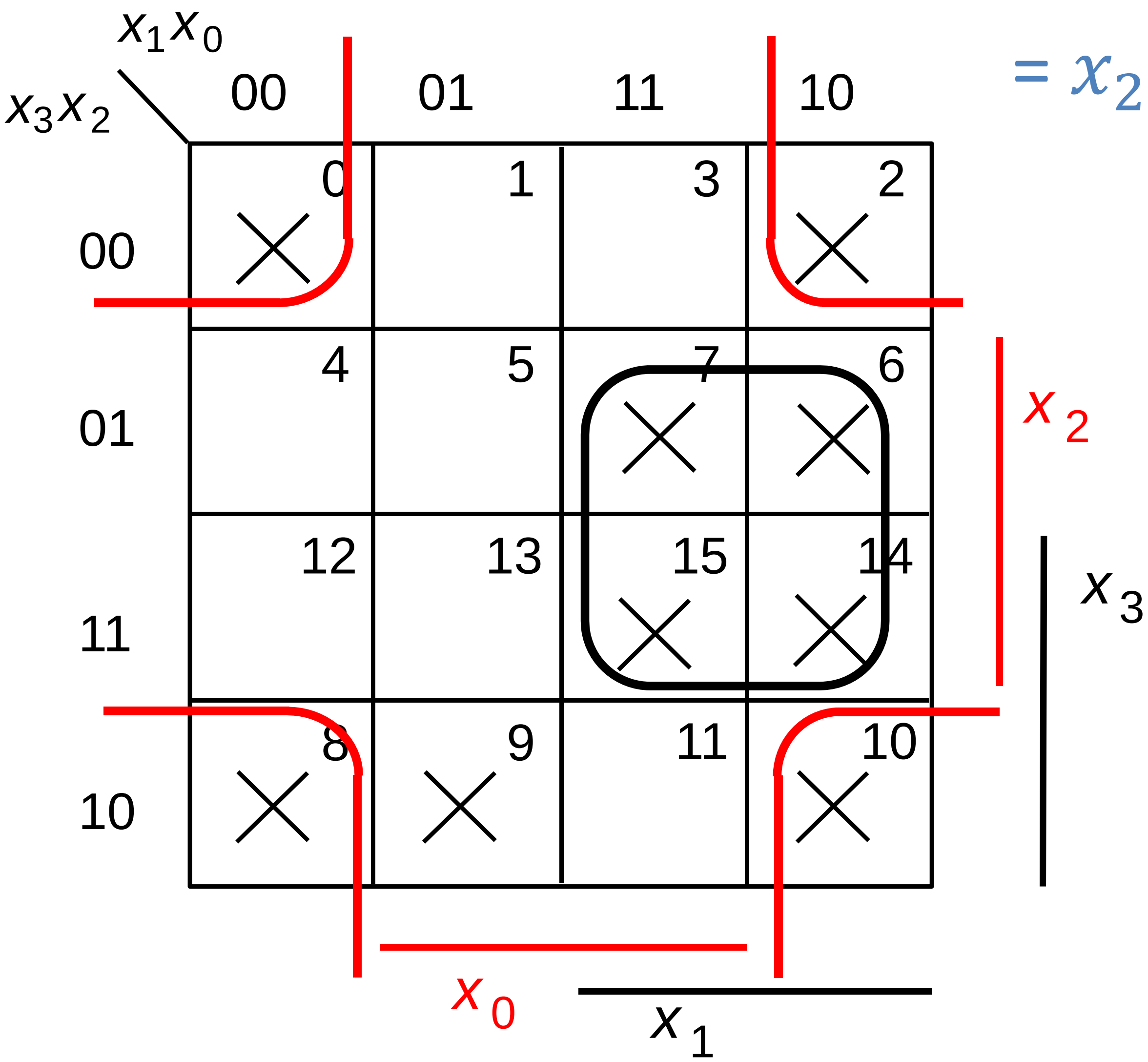
$$= x_2 x_1$$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	0 X	1	3	2 X
01	4	5	7 X	6 X
11	12	13	15 X	14 X
10	8 X	9 X	11	10 X

x_2 x_3 x_0 x_1

Simplificación por MK

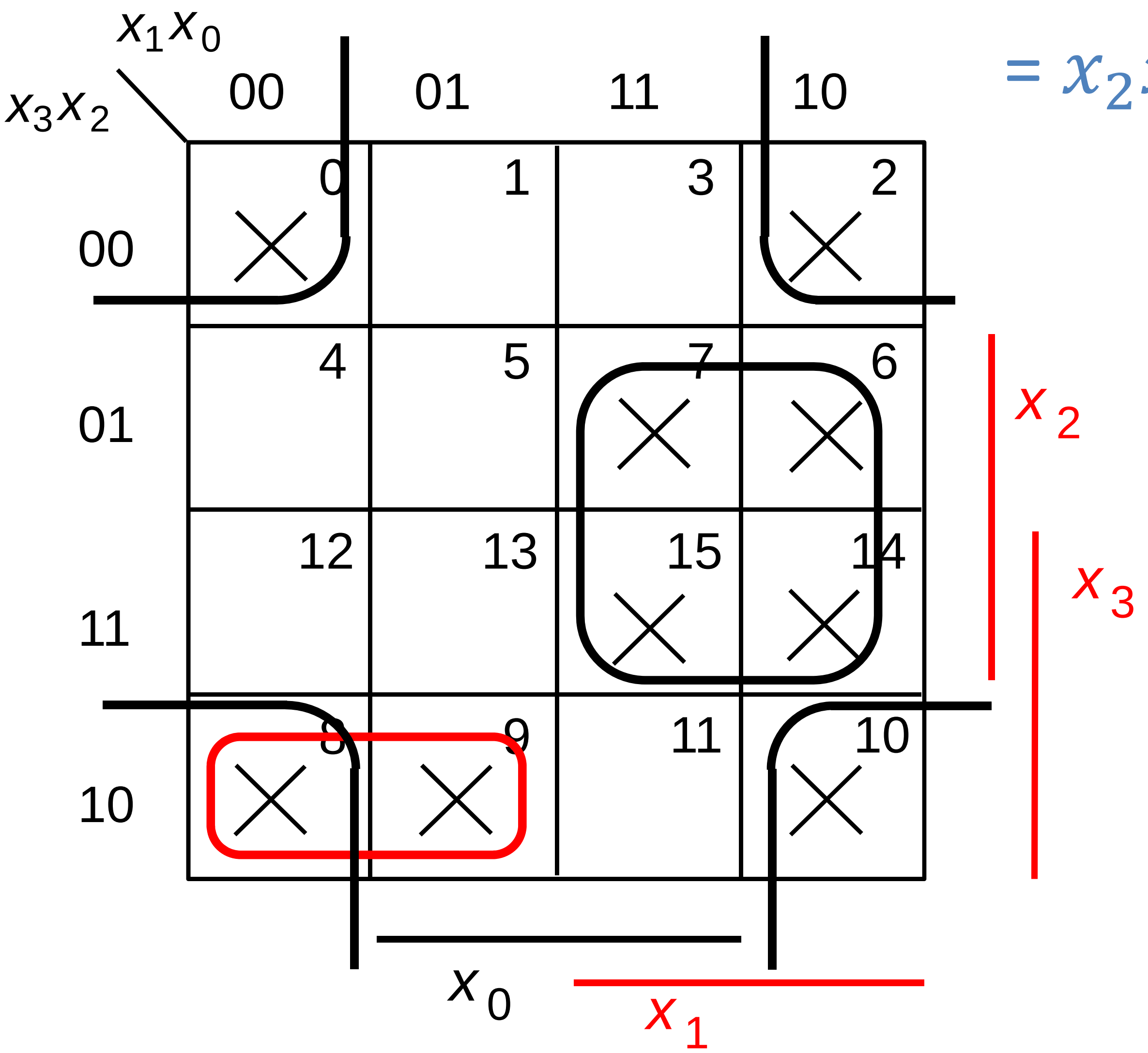
$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,2,6,7,8,9,10,14,15)$$
$$= x_2 x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_0}$$



Simplificación por MK

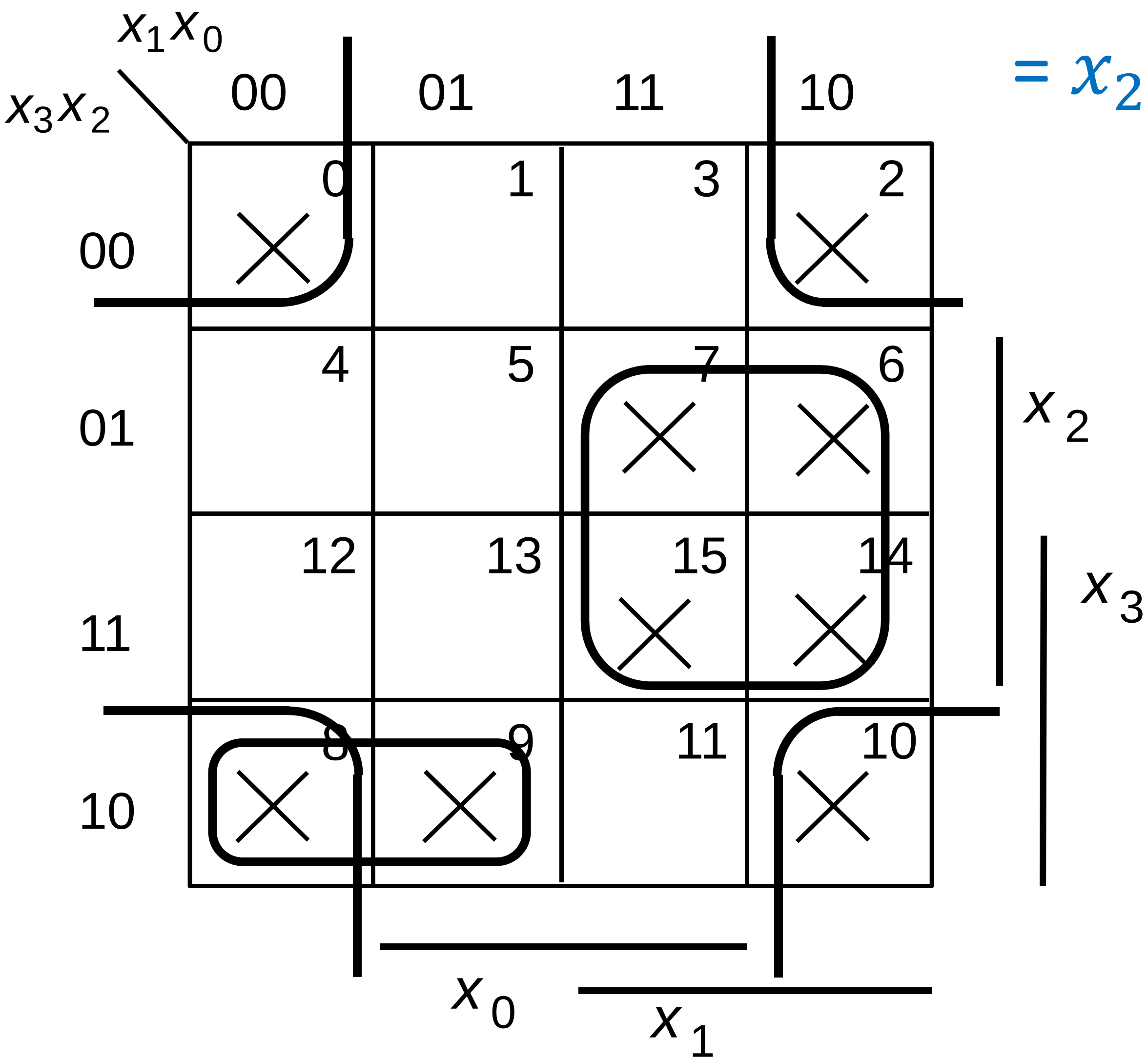
$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,2,6,7,8,9,10,14,15)$

$= x_2 x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_3 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$



Simplificación por MK

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(0,2,6,7,8,9,10,14,15)$$
$$= x_2 x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_3 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

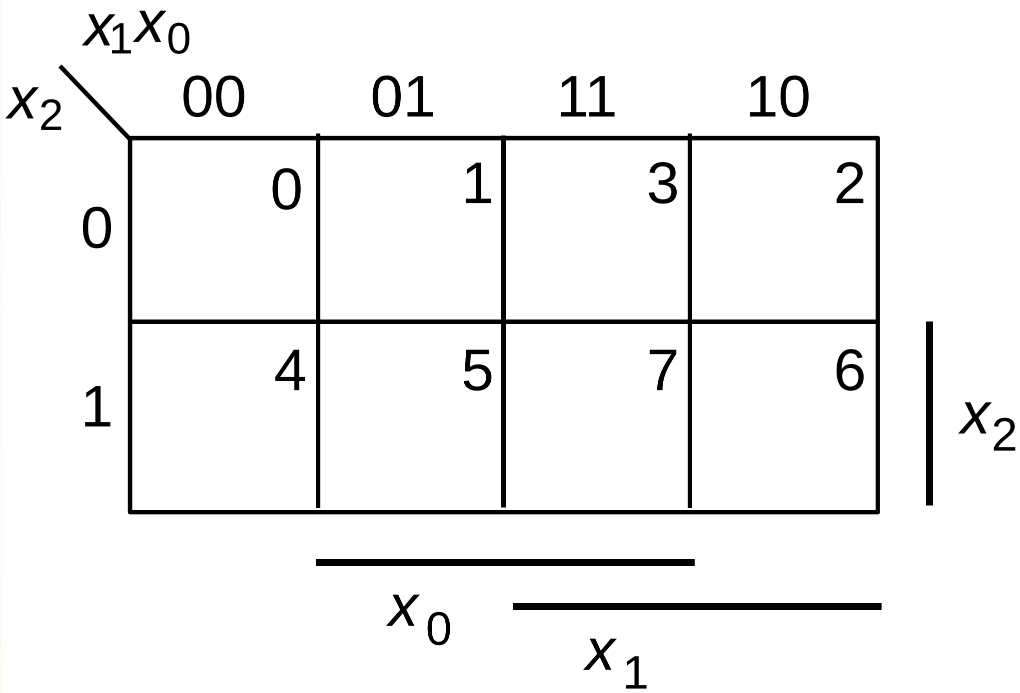


Simplificación por MK

$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$$

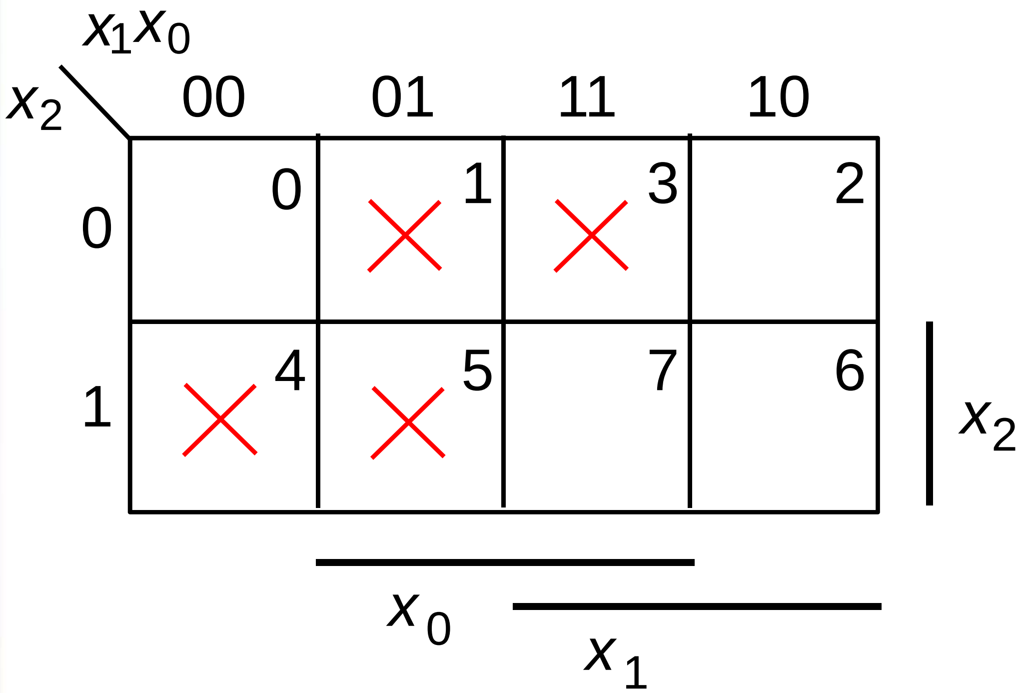
Simplificación por MK

$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$$



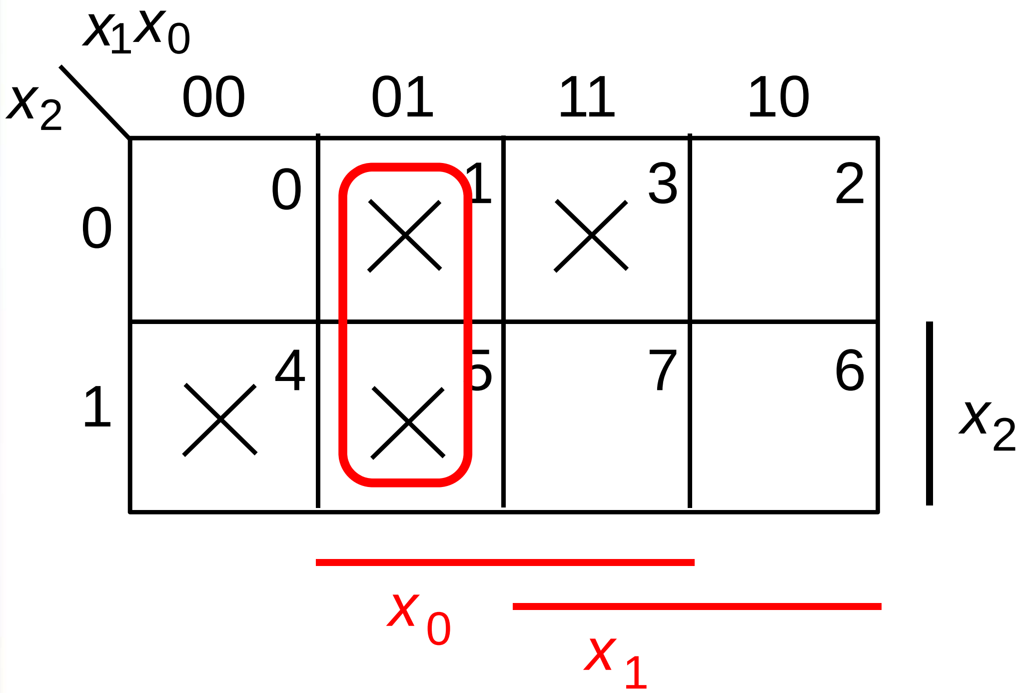
Simplificación por MK

$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$$



Simplificación por MK

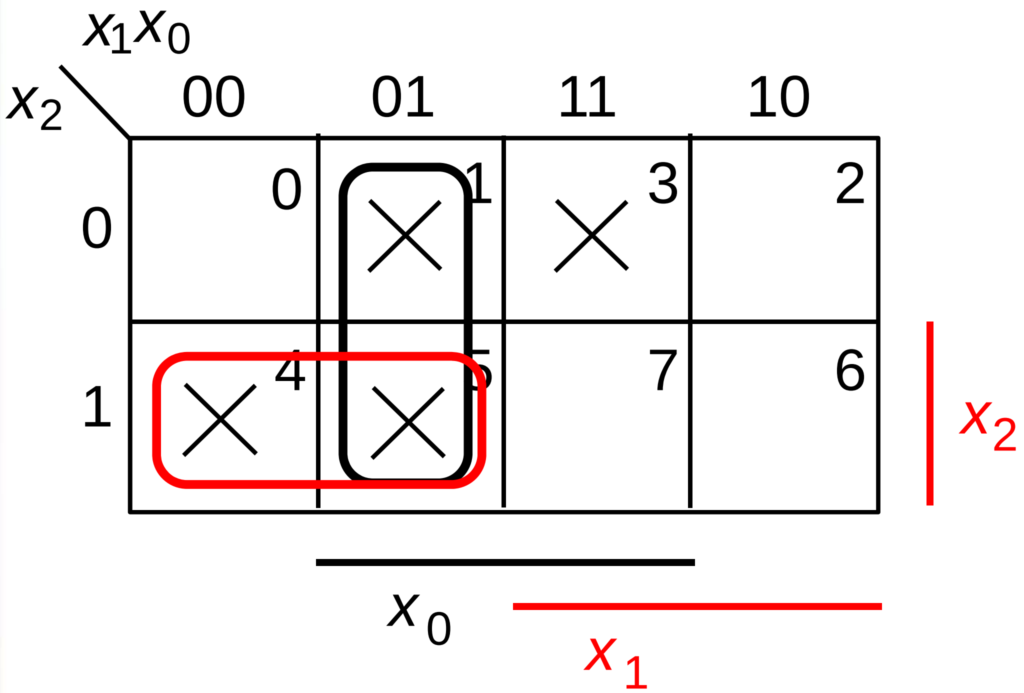
$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$



$= \overline{x_1}x_0$

Simplificación por MK

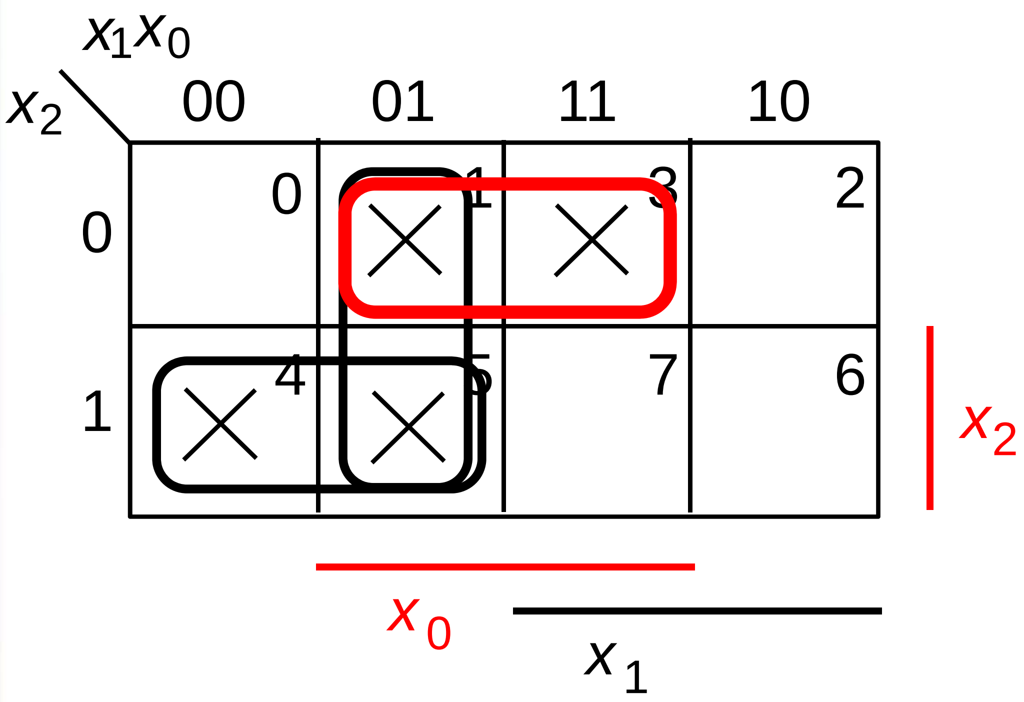
$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$$



$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1}$$

Simplificación por MK

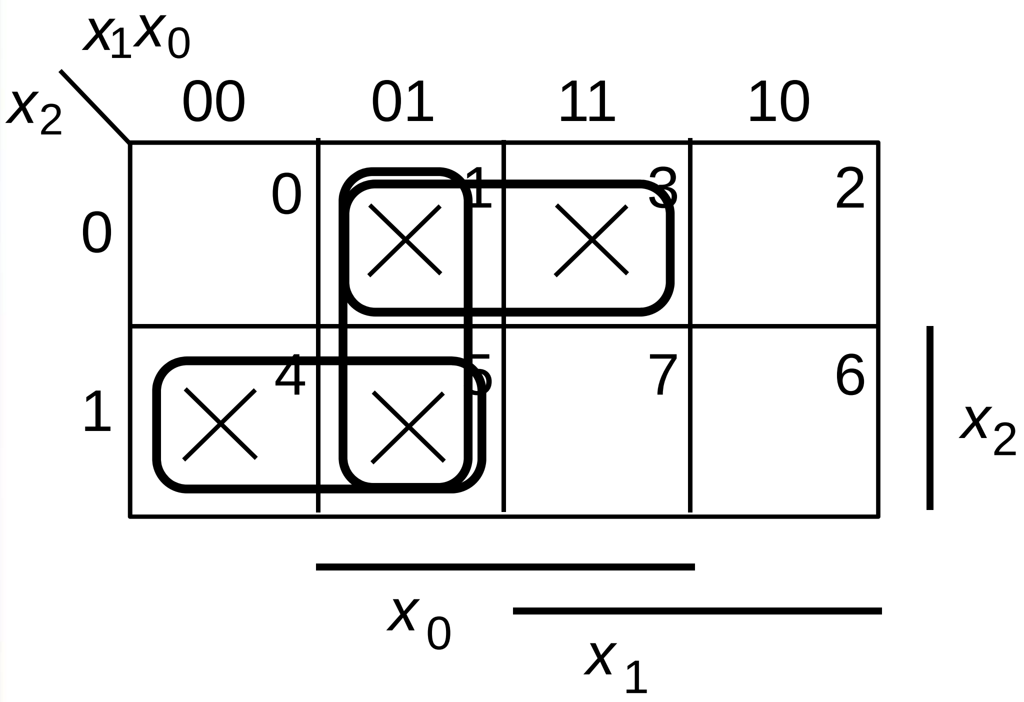
$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$



$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0$$

Simplificación por MK

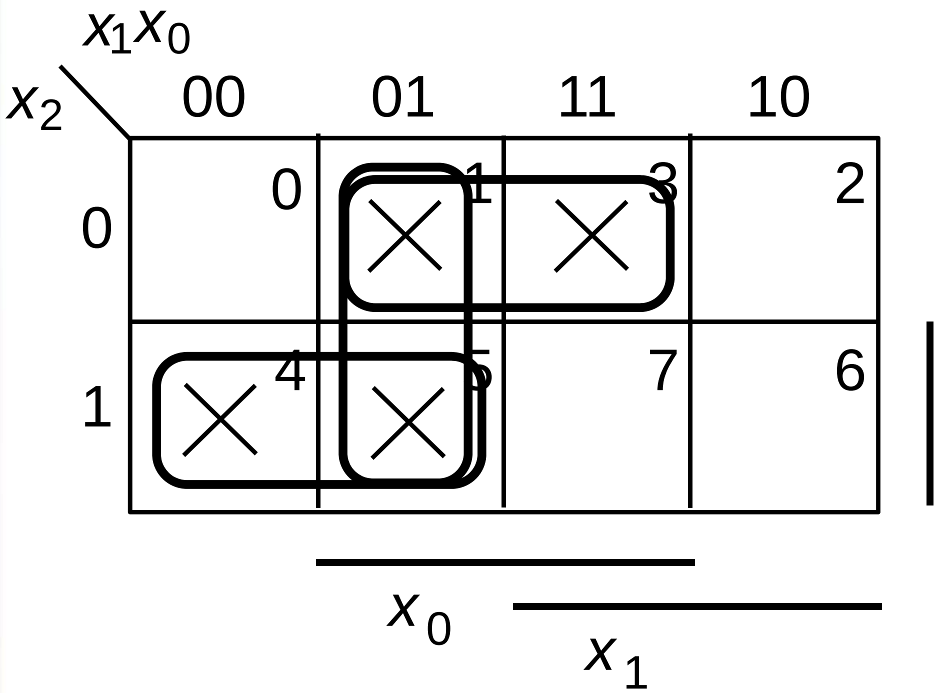
$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$$



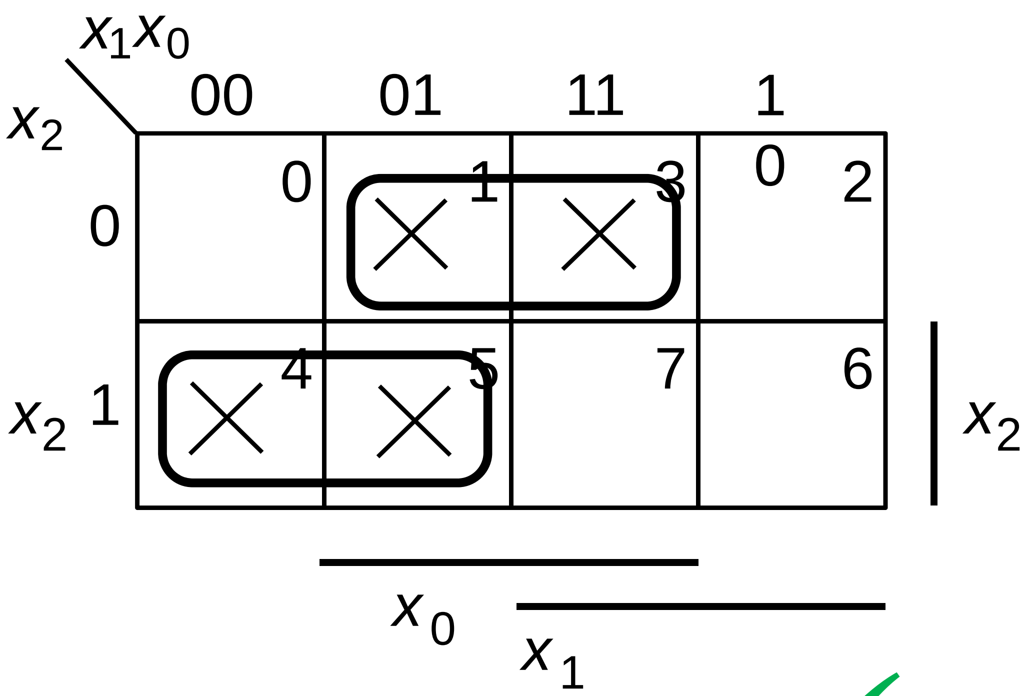
$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0$$

Simplificación por MK

$$f(x_2,x_1,x_0) = \Sigma m(1,3,4,5)$$



$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0$$



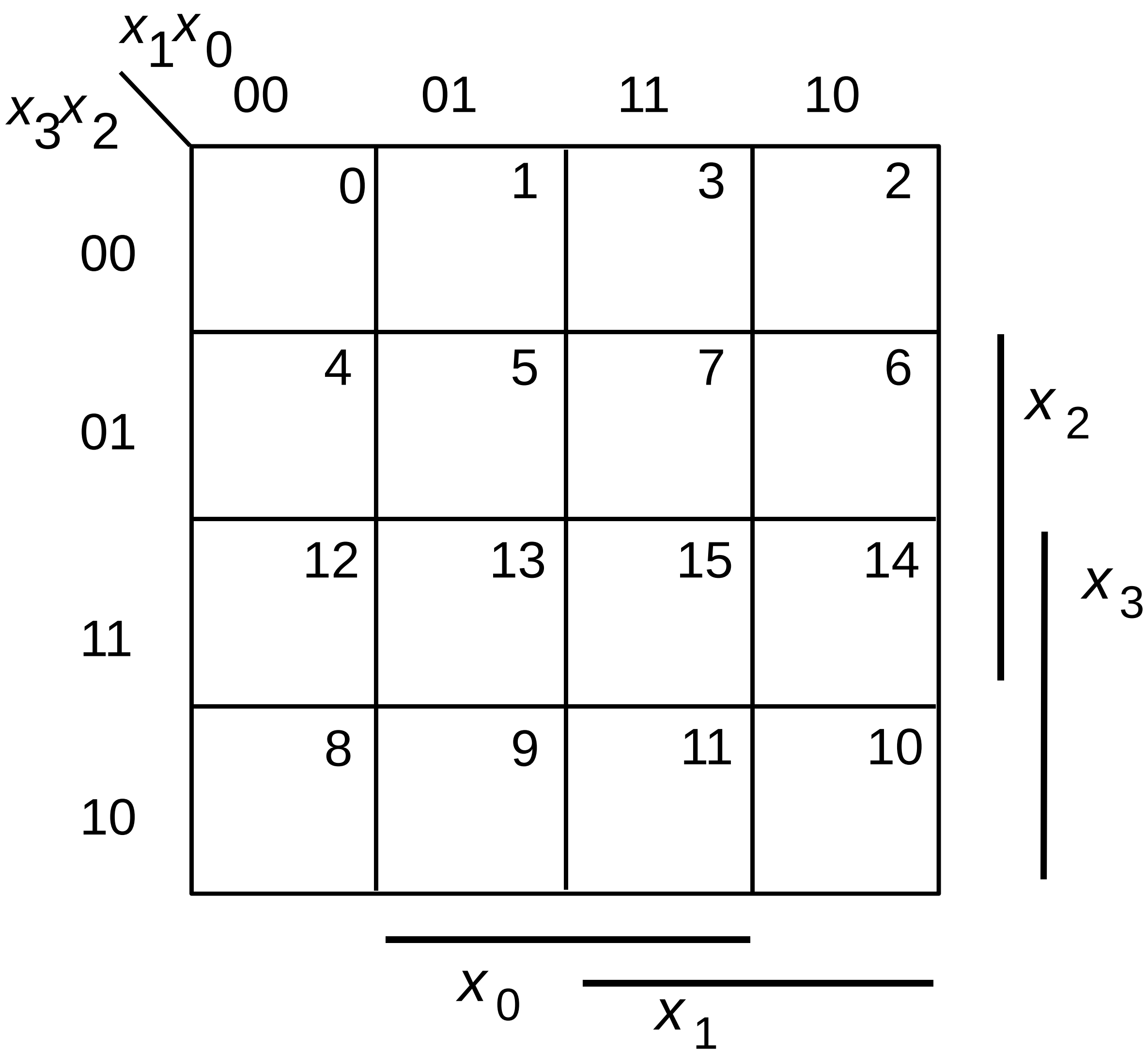
$$= x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0$$

Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$

Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$



Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5 X	7	6 X
11	12 X	13	15	14 X
10	8 X	9	11	10

x_2 x_3

x_0 x_1

Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0 —	1 —	3	2 —
01	4	5 X	7	6 X
11	12 X	13	15	14 X
10	8 X	9 —	11 —	10 —

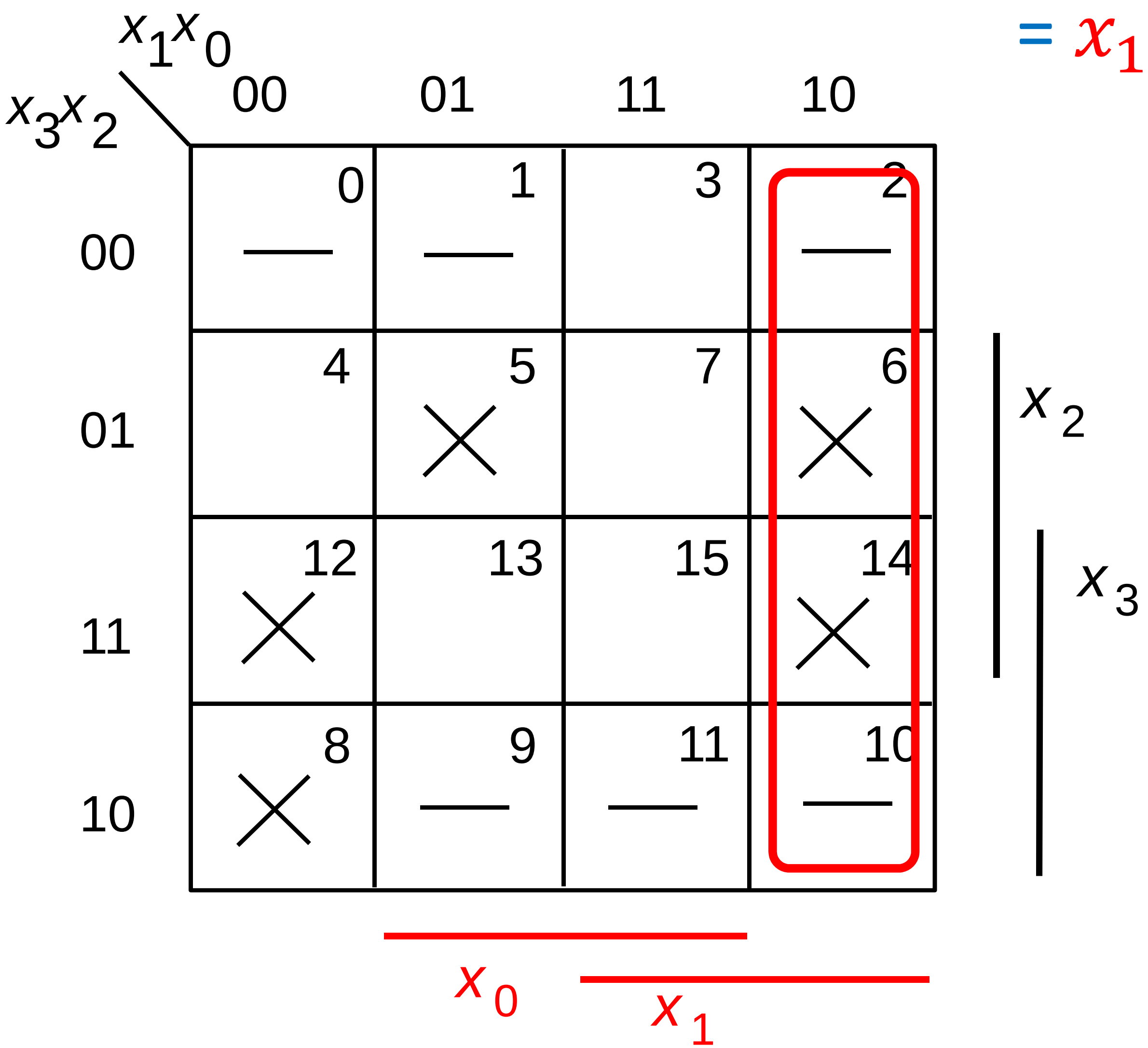
x_2 x_3

x_0 x_1

Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$

$= x_1\overline{x_0}$



Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$

$= x_1\overline{x_0} + x_3\overline{x_0}$

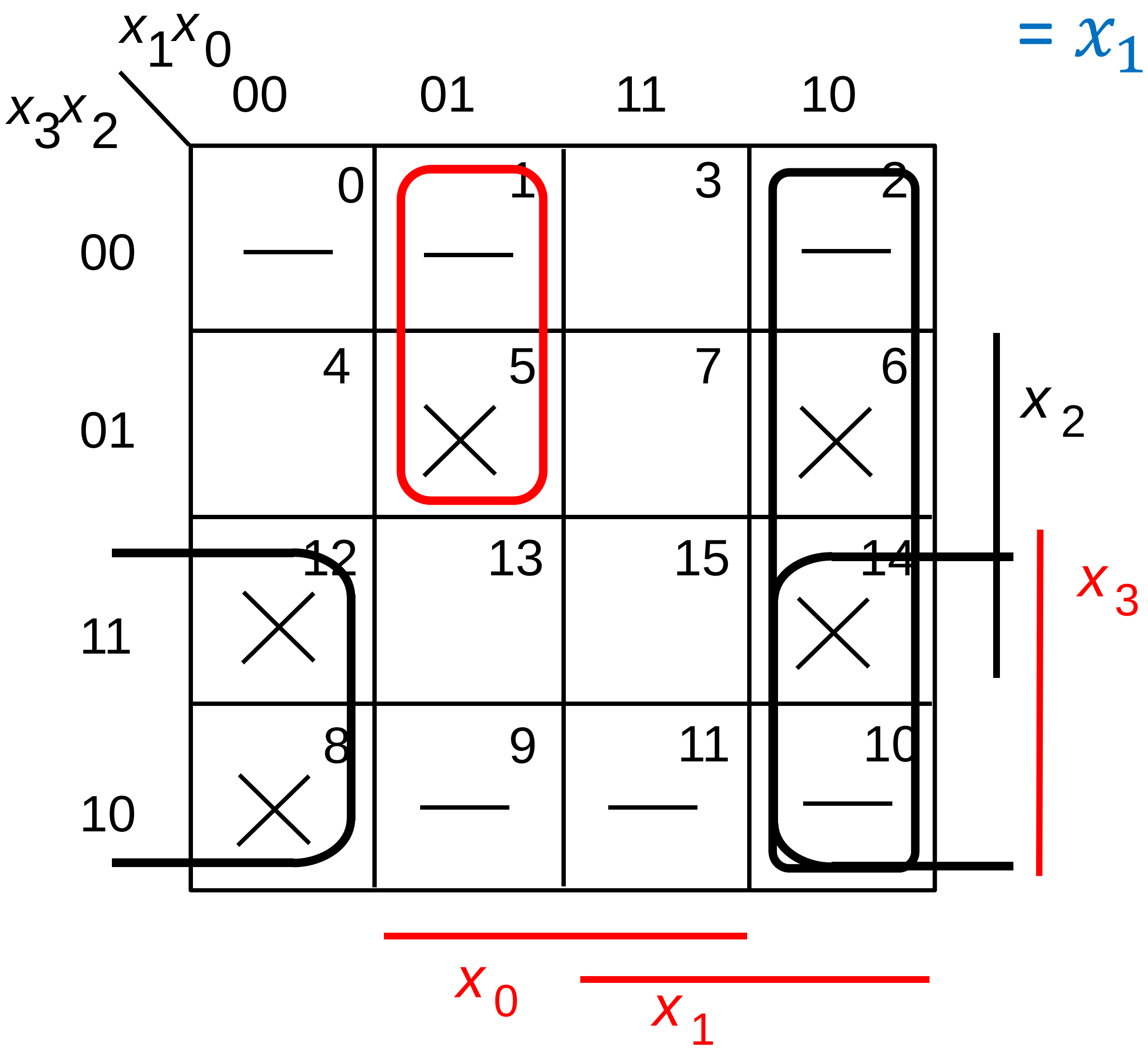
$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	0: —	1: —	3	2: —
01	4	5: X	7	6: X
11	12: X	13	15	14: X
10	8: X	9: —	11: —	10: —

x_2 (rows 01, 11); x_3 (rows 11, 10); x_0 (columns 01, 11); x_1 (columns 11, 10)

Simplificación por MK

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$$

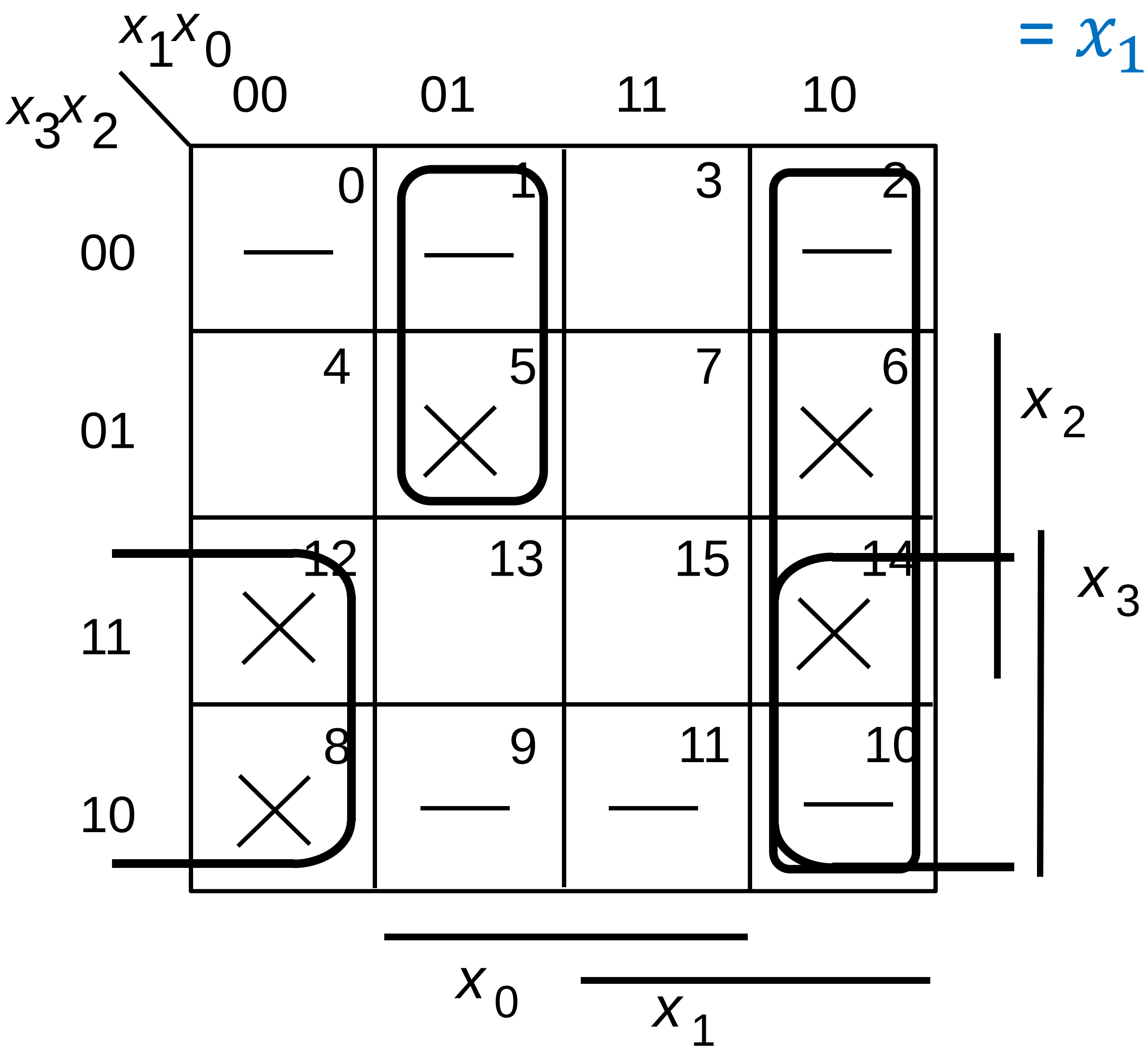
$$= x_1\overline{x_0} + x_3\overline{x_0} + \overline{x_3}\ \overline{x_1}x_0$$



Simplificación por MK

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$$

$$= x_1\overline{x_0} + x_3\overline{x_0} + \overline{x_3}\ \overline{x_1}x_0$$

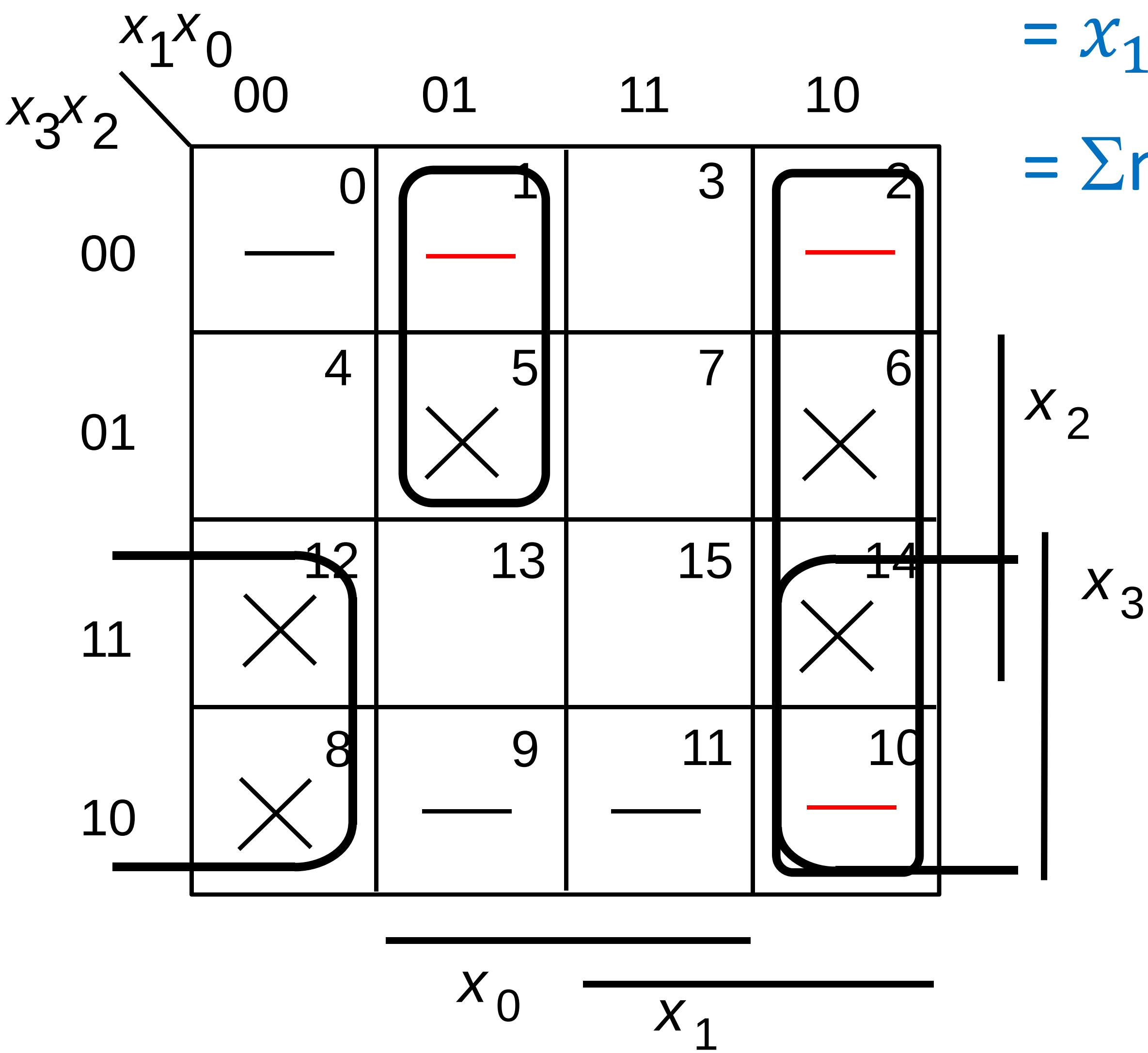


Simplificación por MK

$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,6,8,12,14) + \Sigma d\ (0,1,2,9,10,11)$

$= x_1\overline{x_0} + x_3\overline{x_0} + \overline{x_3}\ \overline{x_1}x_0$

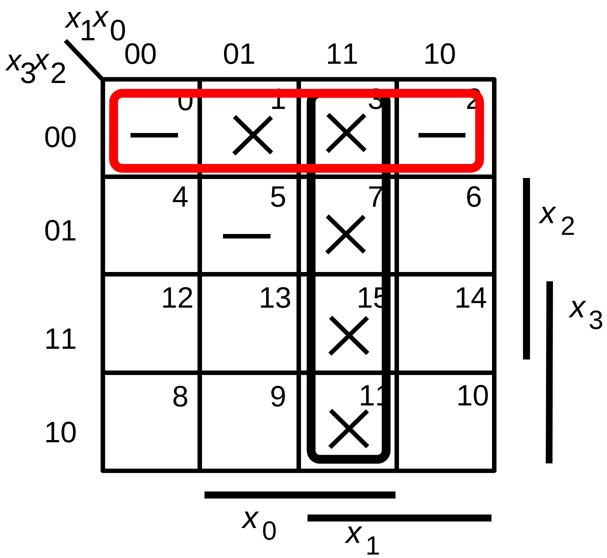
$= \Sigma m\ (1,2,5,6,8,10,12,14)$

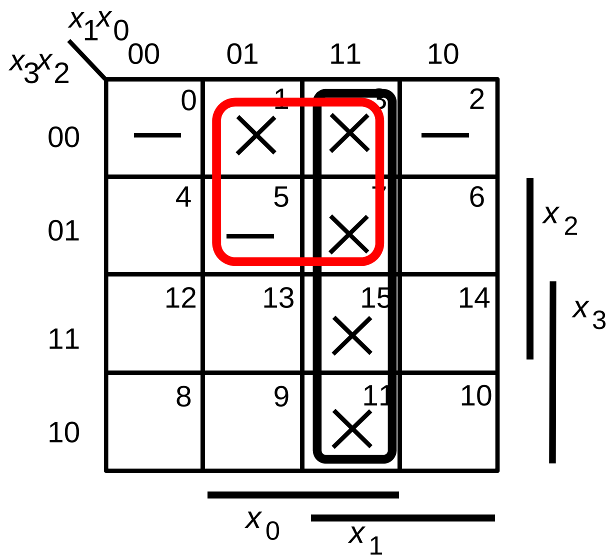


Equivalencia lógica vs. algebraica

- Las distintas EC obtenidas al simplificar una misma FC incompletamente especificada pueden no ser equivalentes entre sí.

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\,(1,3,7,11,15) + \Sigma d\,(0,2,5)$$





$f_A = x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2} = \Sigma m\,(0,1,2,3,7,11,15)$ $\quad$ $f_B = x_1x_0 + \overline{x_3}x_0 = \Sigma m\,(1,3,5,7,11,15)$

- Dos EC son equivalentes algebráicamente si representan a la misma FC en todos los puntos del dominio.
- Dos EC son equivalentes lógicamente si representan a la misma FC en todos los puntos del dominio para los que está definida.

Simplificación por MK

$f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,8,9,10,11,18,21,22,24,25,26,27)$

Simplificación por MK

$f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,8,9,10,11,18,21,22,24,25,26,27)$

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

x_0 x_1

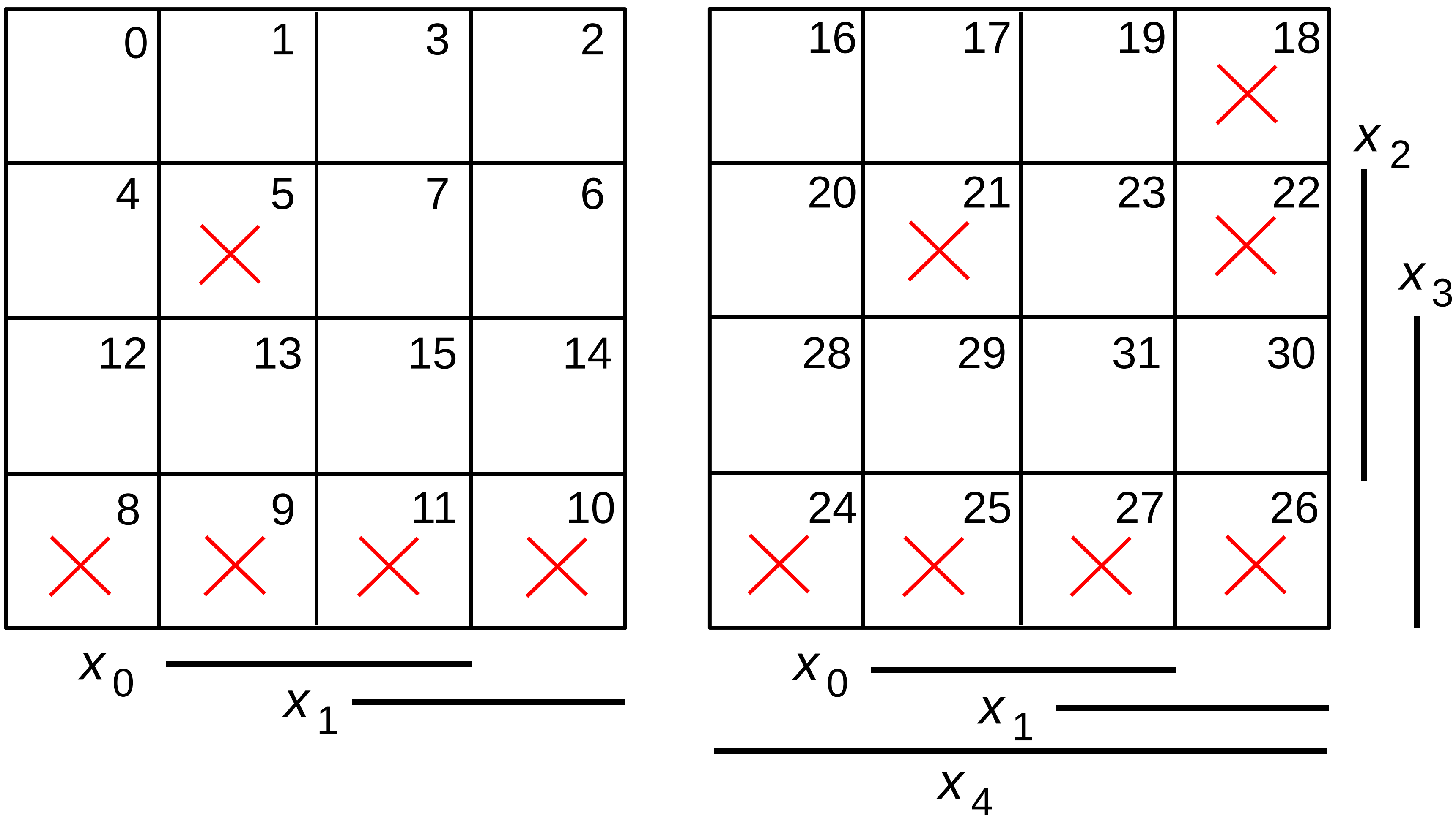
16	17	19	18
20	21	23	22
28	29	31	30
24	25	27	26

x_2 x_3

x_0 x_1 x_4

Simplificación por MK

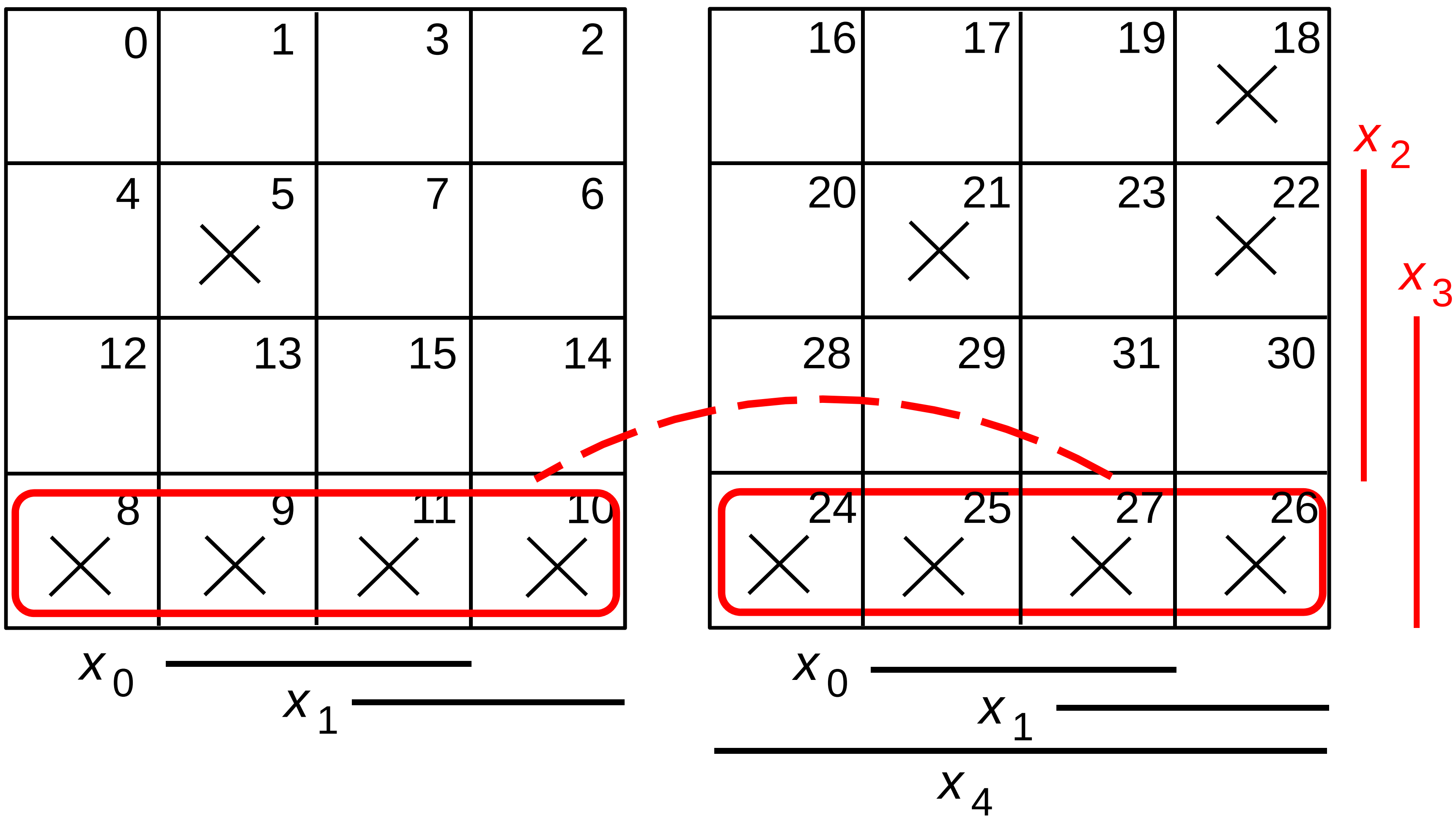
$f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\,(5,8,9,10,11,18,21,22,24,25,26,27)$



Simplificación por MK

$f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,8,9,10,11,18,21,22,24,25,26,27)$

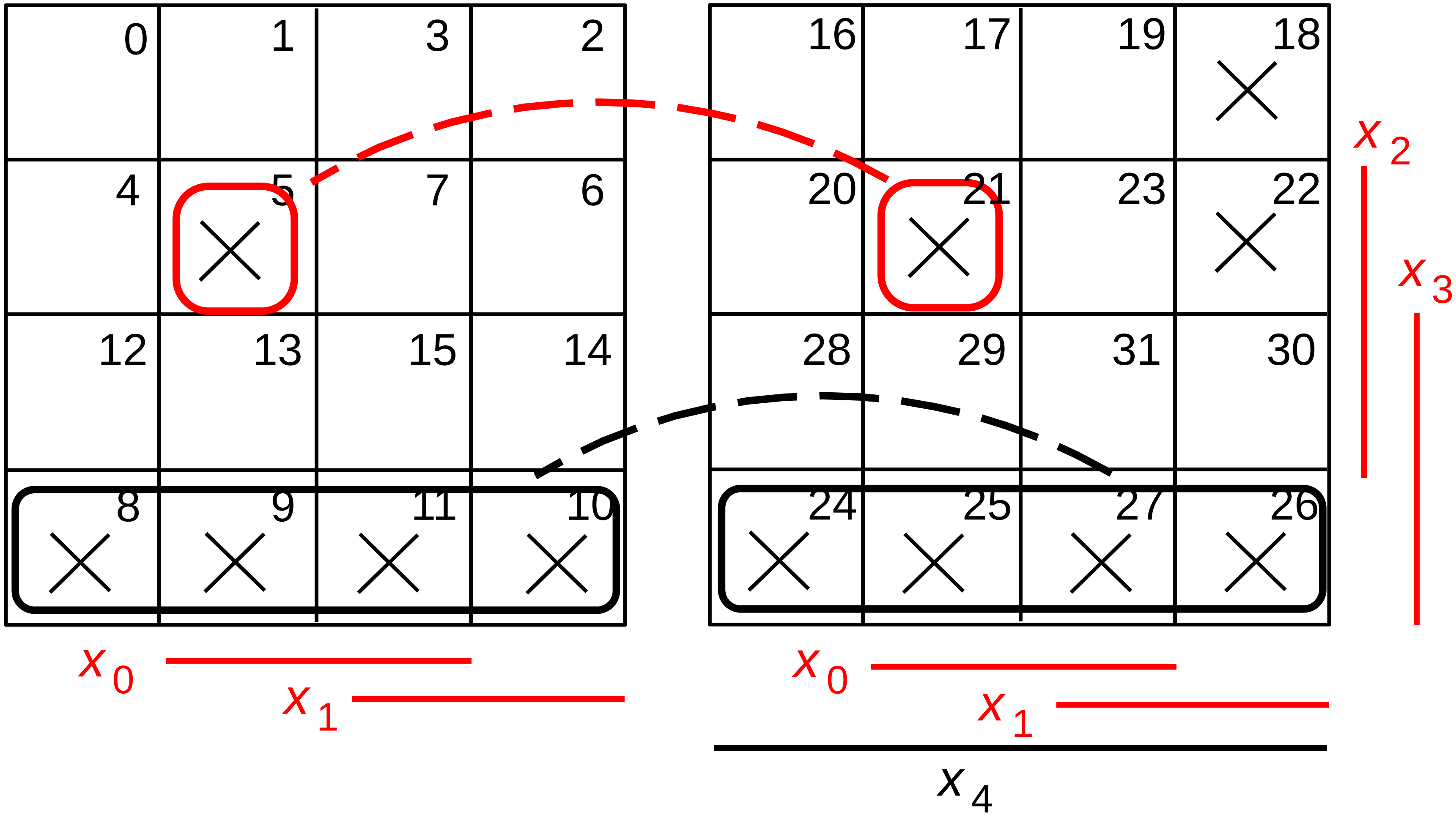
$= x_3\overline{x_2}$



Simplificación por MK

$$f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\,(5,8,9,10,11,18,21,22,24,25,26,27)$$

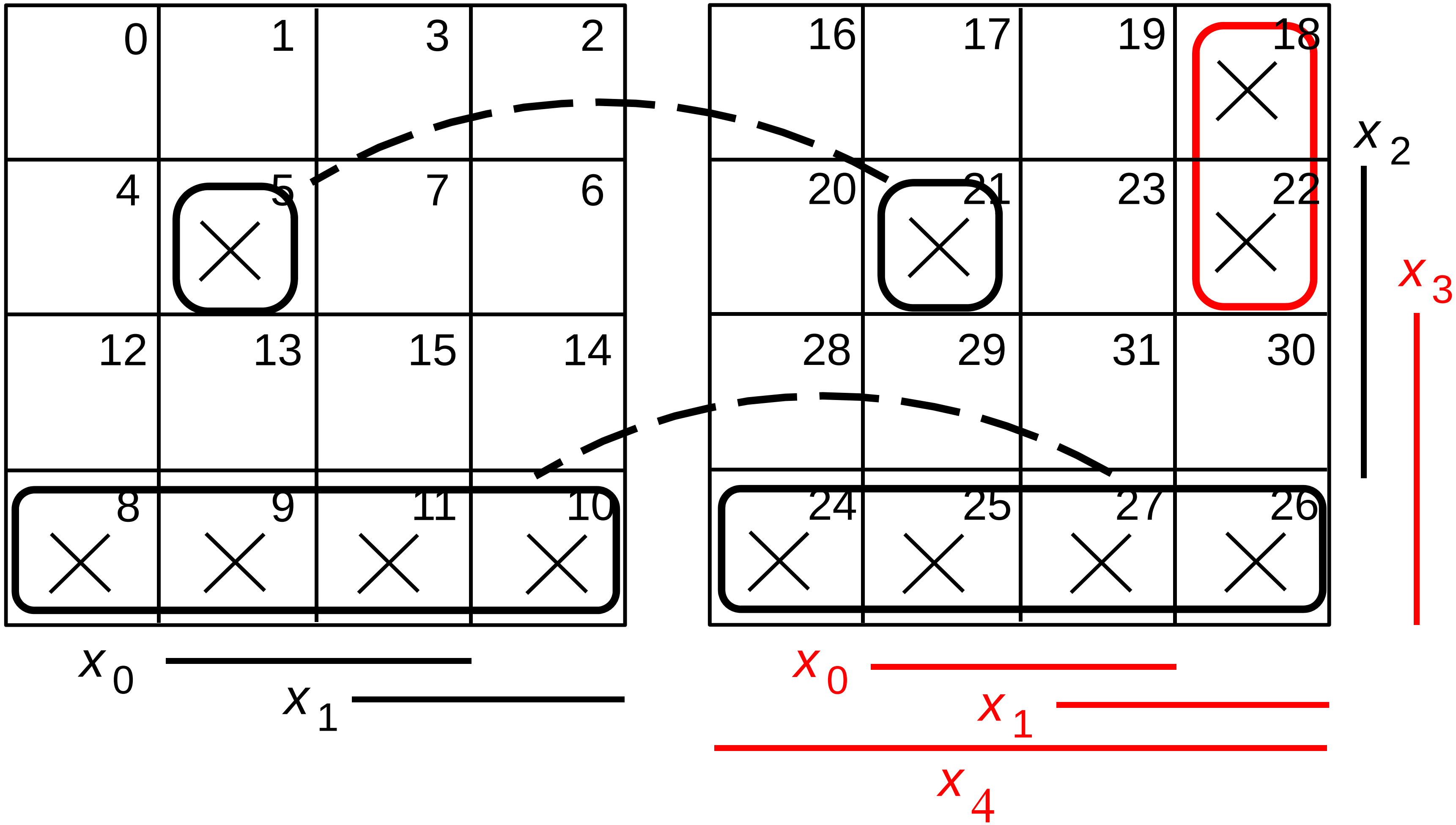
$$= x_3\overline{x_2} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0$$



Simplificación por MK

$$f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\,(5,8,9,10,11,18,21,22,24,25,26,27)$$

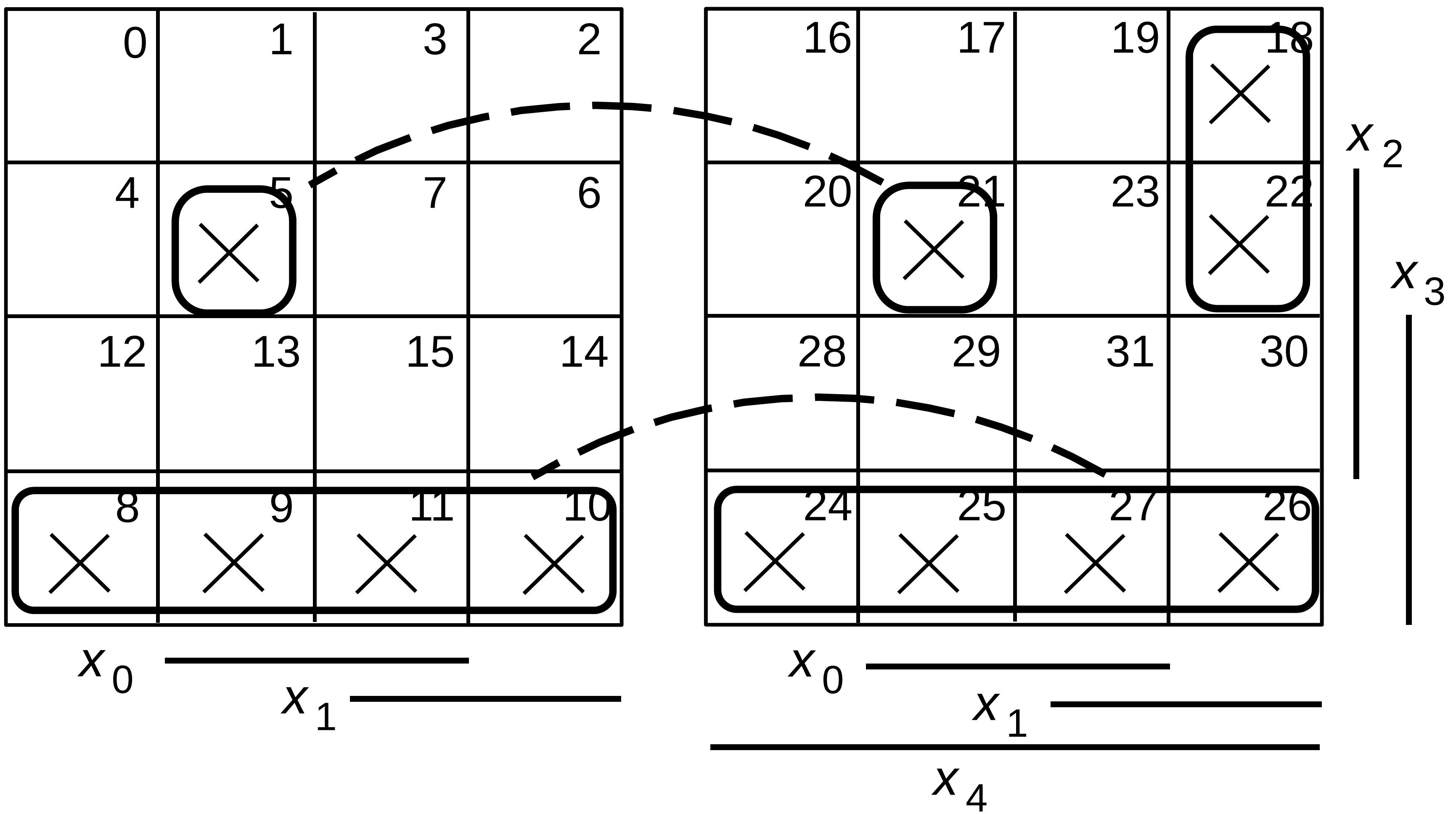
$$= x_3\overline{x_2} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0 + x_4\overline{x_3}x_1\overline{x_0}$$



Simplificación por MK

$$f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) = \Sigma m\ (5,8,9,10,11,18,21,22,24,25,26,27)$$

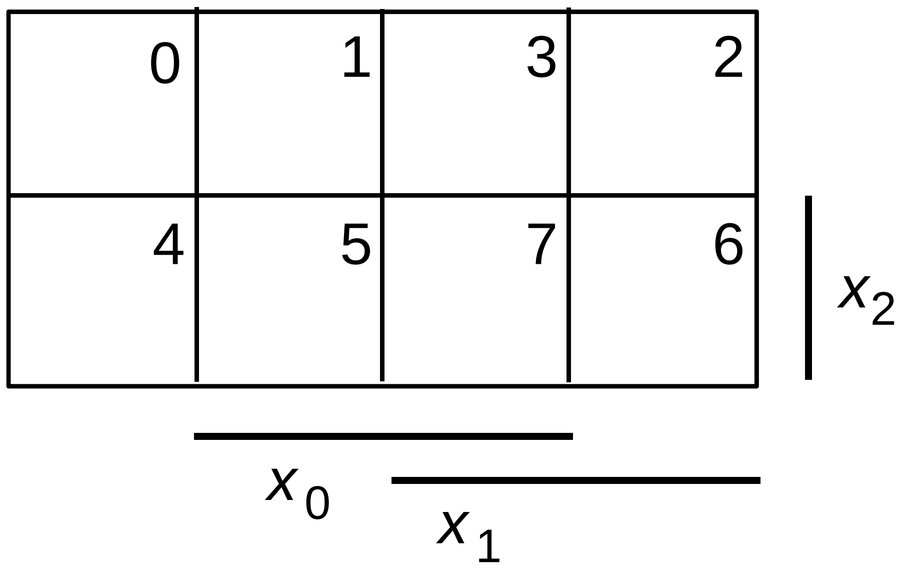
$$= x_3\overline{x_2} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0 + x_4\overline{x_3}x_1\overline{x_0}$$



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
  - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
  - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

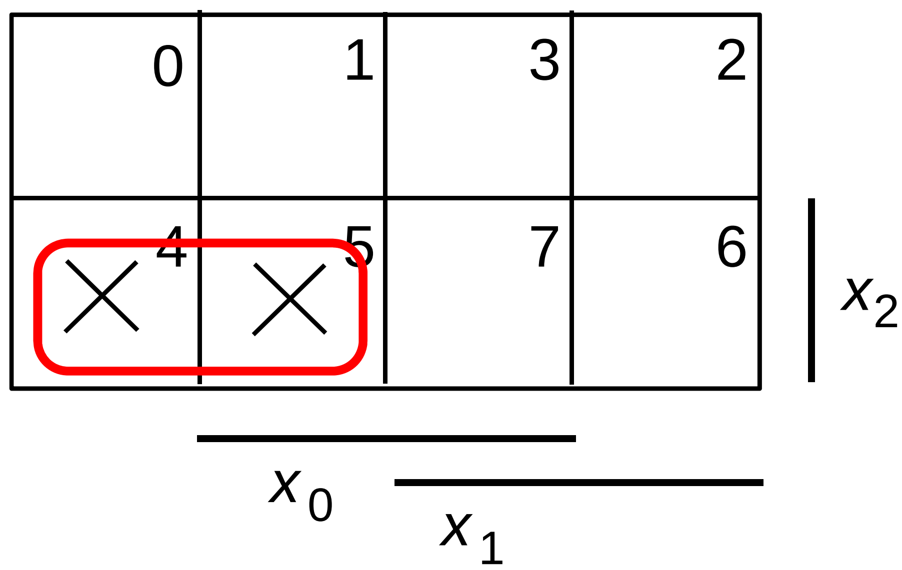
$$x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$
$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0$$
$$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1 x_0$$



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
  - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
  - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

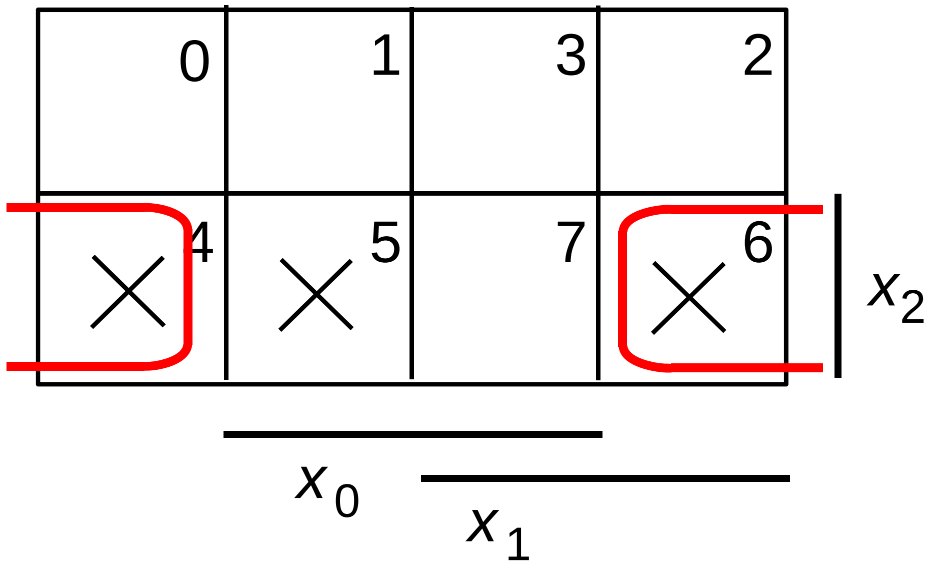
$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$
$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1x_0$$
$$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1x_0$$



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
  - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
  - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

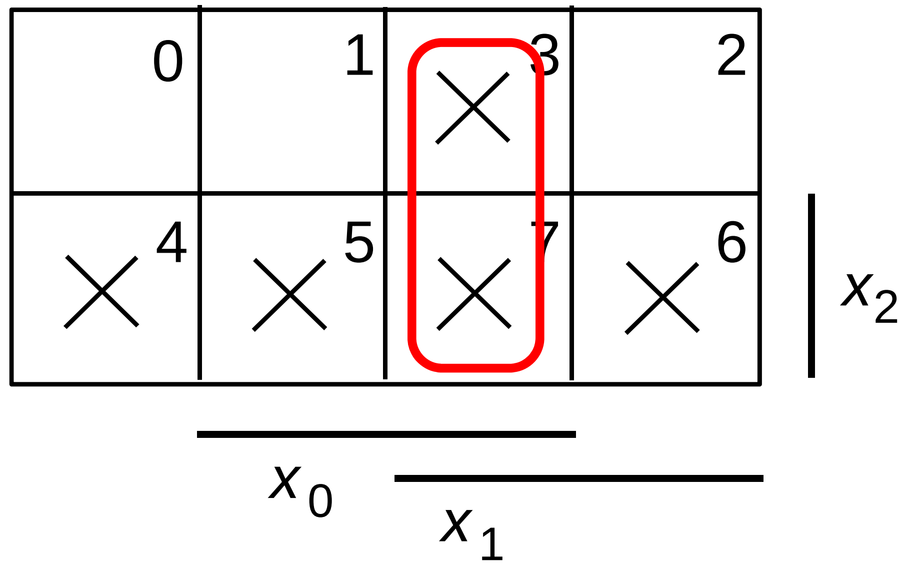
$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$
$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1x_0$$
$$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1x_0$$



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
  - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
  - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

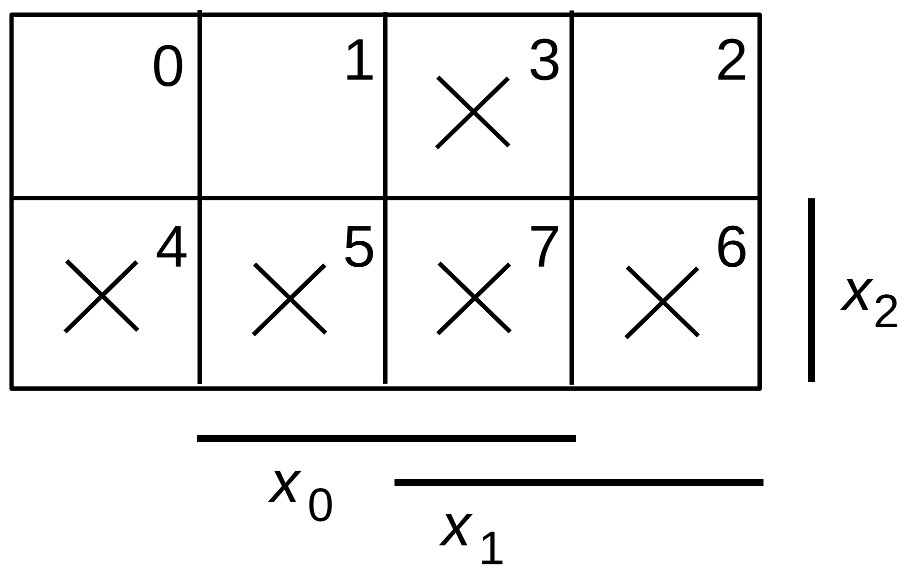
$$
\begin{aligned}
& x_2\overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\
&= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\
&= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1 x_0
\end{aligned}
$$



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
  - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
  - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

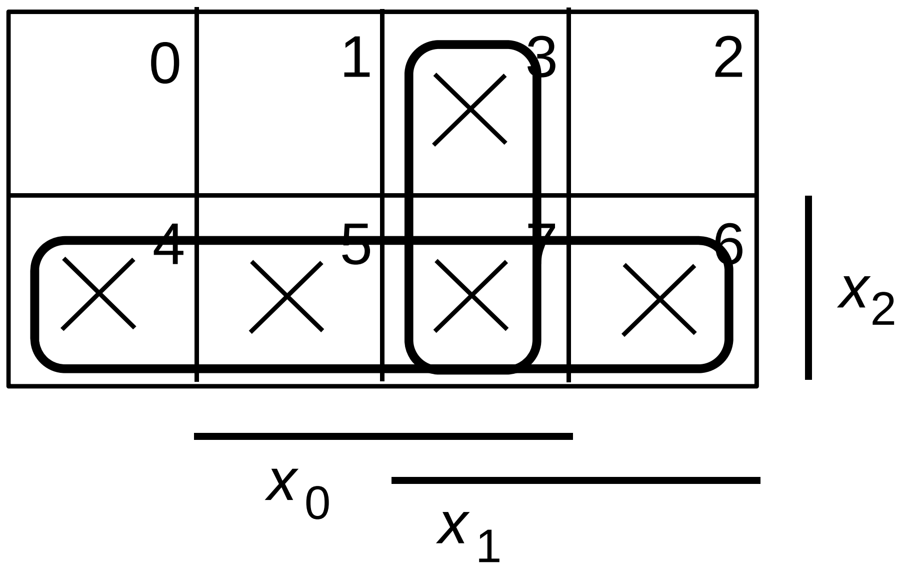
$$
\begin{aligned}
& x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0 \\
&= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}\,) + x_1x_0 \\
&= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0}\; + x_1x_0 \\
&= \sum \mathrm{m}(3, 4, 5, 6, 7)
\end{aligned}
$$



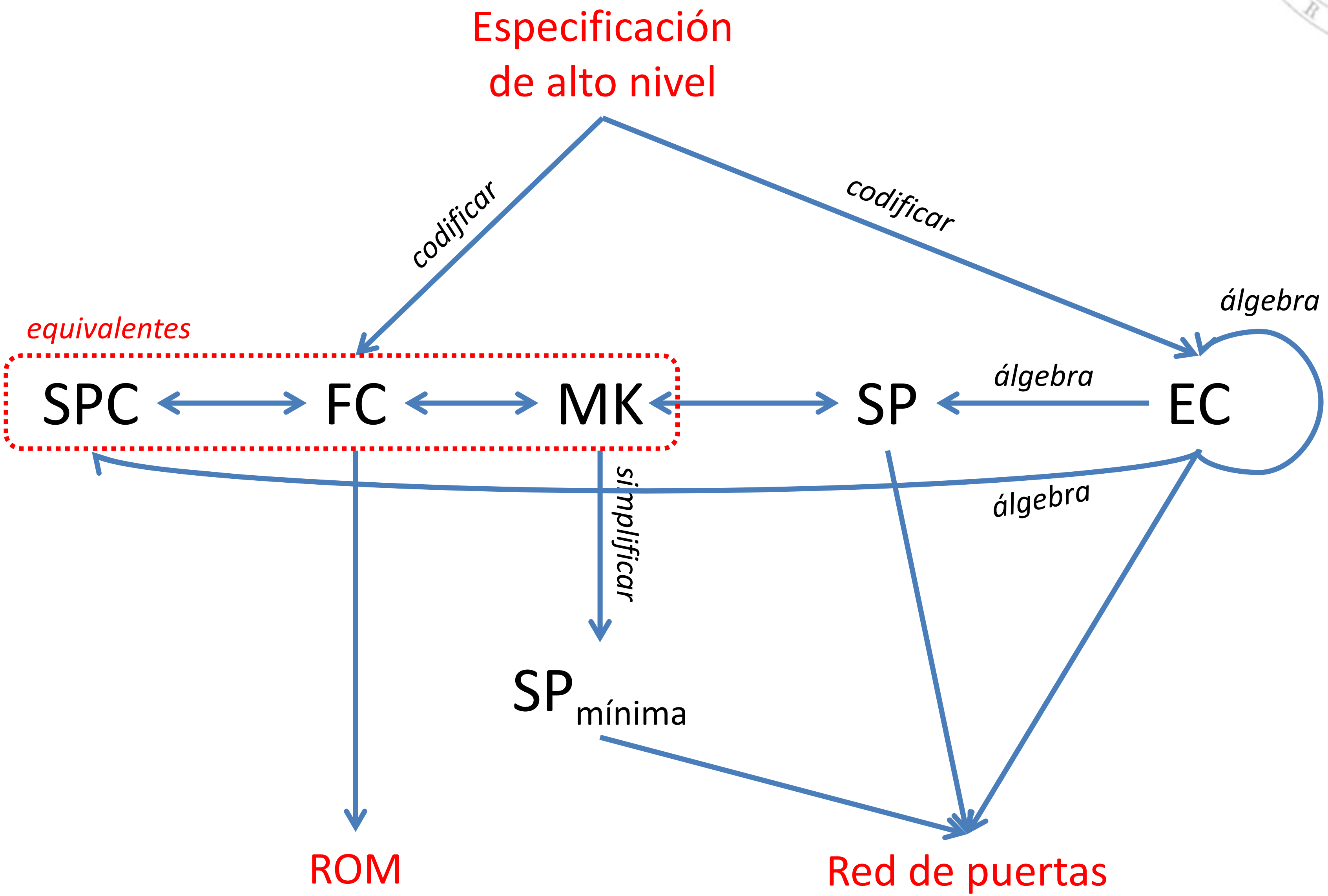
Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
  - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
  - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

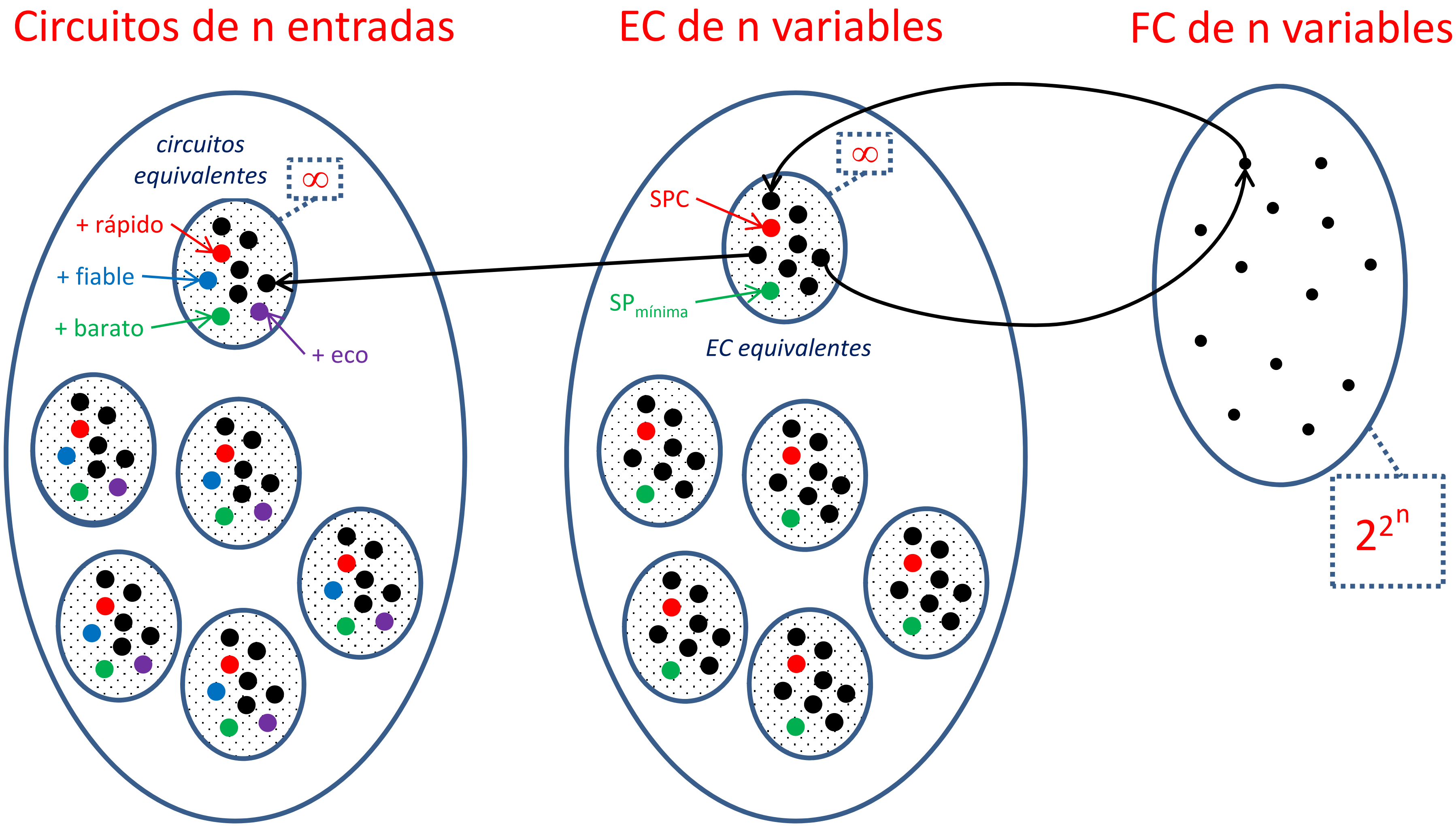
$$x_2\overline{(x_1x_0)} + x_1x_0$$
$$= x_2(\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1x_0$$
$$= x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + x_1x_0$$
$$= \sum \mathrm{m}(3, 4, 5, 6, 7)$$
$$= x_2 + x_1x_0$$



Recapitulación



Panorama en abstracto



Acerca de *Creative Commons*

- Licencia CC (Creative Commons)
  - Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:

    Reconocimiento (*Attribution*):
    En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.

    No comercial (*Non commercial*):
    La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.

    Compartir igual (*Share alike*):
    La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Más información: https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/