

### Tema 5:

# Especificación de sistemas secuenciales síncronos

Fundamentos de computadores

José Manuel Mendías Cuadros

Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática Universidad Complutense de Madrid



### Contenidos



- Especificación basada en estados.
- ✓ Diagramas de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.

### Transparencias basadas en los libros:

- R. Hermida, F. Sánchez y E. del Corral. Fundamentos de computadores.
- D. Gajsky. Principios de diseño digital.

### Sistemas secuenciales

- La salida en cada instante depende del valor de la entrada en ese instante y de todos los valores que la entrada ha tomado con anterioridad.
  - o En ocasiones, a misma entrada, distinta salida.

$$x(t) \longrightarrow F$$

$$z(t_i) = F(x([0, t_i])), con x(t_i) \in E, z(t_i) \in S$$

- Para especificar su comportamiento deberán definirse:
  - o Los conjuntos discretos de valores de entrada/salida: E, S
  - o ¿Cómo especificar la función F?

# Especificación basada en estados

 Estado: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.

# Especificación basada en estados

Estado: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$

x(t)															
z(t)	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0

# Especificación de sistemas secuenciales síncronos

# Especificación basada en estados

Estado: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$

x(t)	A	В	С	В	В	A	С	В	A	A	С	С	A	В	В
z(t)	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0





| A | B | A | A | B | C

 $C \mid C \mid C \mid B \mid A$ 



z(t)



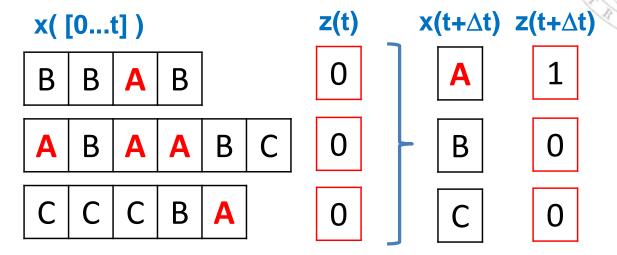
0

**A** B **A** A B C

0

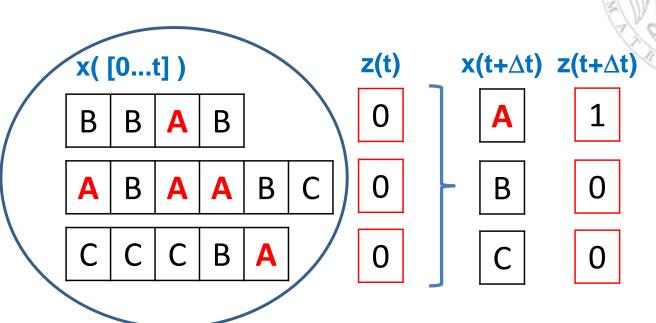
 $C \mid C \mid C \mid B \mid A$ 

0



**Estado IMPAR** 

Han llegado un número **impar** de **A**es

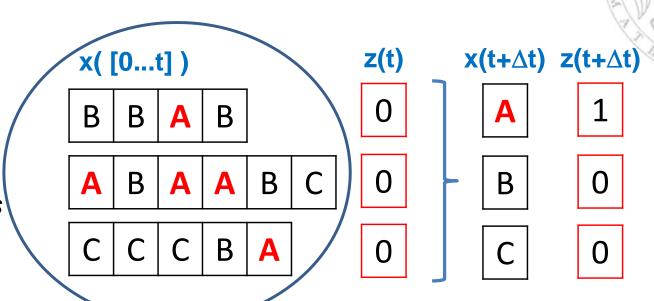


### tema 5: -

# Especificación basada en estados

### **Estado IMPAR**

Han llegado un número **impar** de **A**es



### **Estado PAR**

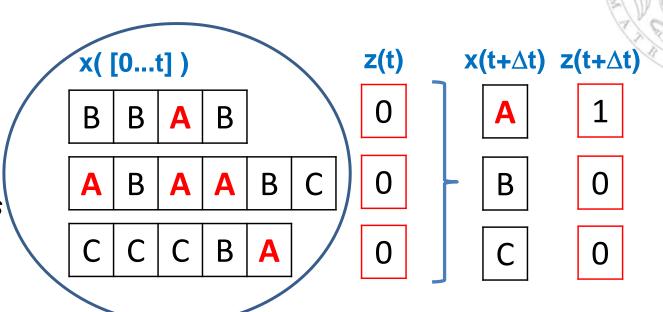
Han llegado un número <mark>par</mark> de **A**es

### يّ لؤ **C**

# Especificación basada en estados

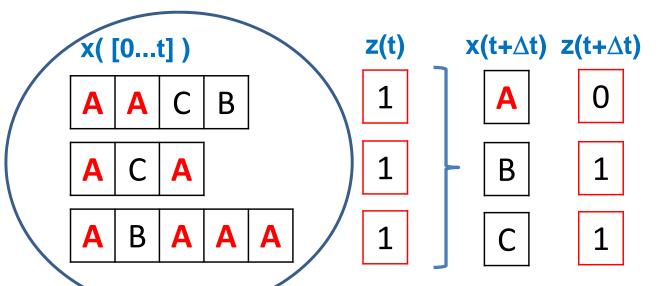
### **Estado IMPAR**

Han llegado un número **impar** de **A**es



### **Estado PAR**

Han llegado un número <mark>par</mark> de **A**es



- Especificación del dominio: E
  - Conjunto discreto de valores que puede tomar la entrada.
- Especificación del codominio: S
  - Conjunto discreto de valores que puede tomar la salida.
- Especificación del conjunto de estados: Q
  - o Conjunto discreto de estados en los que puede estar el sistema.
- Función de transición de estados: G: Q×E → Q
  - Define cuál será el estado siguiente del sistema para cada posible par (estado del sistema, valor de la entrada).
- Función de salida: H:  $Q \times E \rightarrow S$ 
  - Define cuál será la salida para cada posible par (estado del sistema, valor de la entrada)



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$
  
 $q(t) \in Q = \{ par, impar \}$ 

## Función de transición de estados

q	X	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

### Función de salida

q	X	Z
par	Α	0
par	В	1
par	С	1
impar	Α	1
impar	В	0
impar	С	0

# FC.

- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

# Especificación de sistemas secuenciales síncronos

- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0

- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

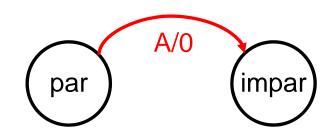
q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0





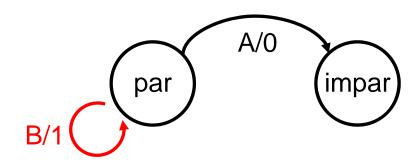
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	Х	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



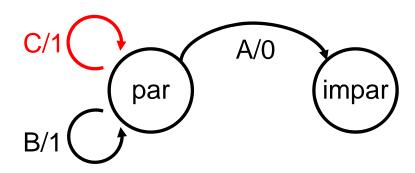
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



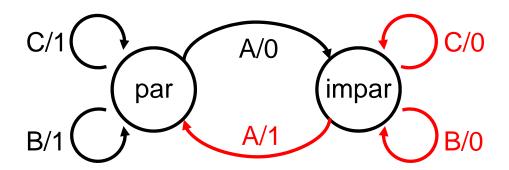
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	C	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



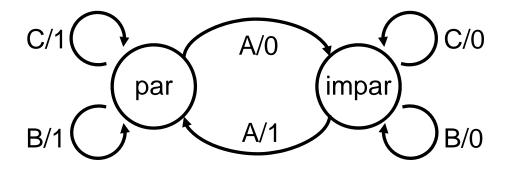
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	C	impar	0



- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
  - o Cada estado se representa por un nodo.
  - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
    - Cada arco une un estado origen con estado destino.
    - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
    - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



### Descripción binaria



La entrada es un vector de n bits

$$o \ \underline{x} \in \{0, 1\}^n \text{ es decir, } \underline{x} = (x_{n-1} ... x_0) \text{ con } x_i \in \{0, 1\}$$

La salida es un vector de m bits

$$o \ \underline{z} \in \{0, 1\}^m \text{ es decir, } \underline{z} = (z_{m-1}... z_0) \text{ con } z_i \in \{0, 1\}$$

El estado es un vector de p bits

$$o \underline{q} \in \{0, 1\}^p \text{ es decir, } \underline{q} = (q_{p-1} \dots q_0) \text{ con } q_i \in \{0, 1\}$$

Función de transición de estados:

o p funciones de conmutación de p+n variables

○ 
$$\underline{G} = \{ g_i : \{ 0, 1 \}^{p+n} \rightarrow \{ 0, 1 \} / q_i = g_i(\underline{q}, \underline{x}), \text{ con } 0 \le i \le p-1 \}$$

Función de salida:

o m funciones de conmutación de p+n variables

○ 
$$\underline{H} = \{ h_i : \{ 0, 1 \}^{p+n} \rightarrow \{ 0, 1 \} / z_i = h_i(\underline{q}, \underline{x}), \text{ con } 0 \le i \le m-1 \}$$

### Descripción binaria



- Codificación domino:  $\{A \rightarrow (00), B \rightarrow (01), C \rightarrow (10)\}$
- Codificación codomino:  $\{0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1\}$
- Codificación estados:  $\{ par \rightarrow 0, impar \rightarrow 1 \}$

# Función de transición de estados

q	$X_1$	$\mathbf{x}_{0}$	q'
<b>q</b>	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	-
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	-

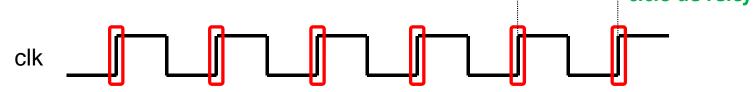
### Función de salida

q	$X_1$	X <sub>0</sub>	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	-
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	-

### Asíncrono vs. síncrono



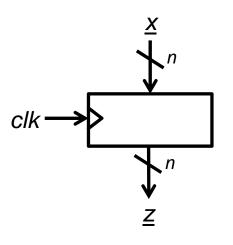
- Sistema secuencial asíncrono:
  - El estado del sistema puede cambiar en cualquier instante en respuesta a un cambio de la entrada.
- Sistema secuencial síncrono:
  - El estado del sistema solo puede cambiar en un conjunto discreto de instantes indicados por una señal de reloj.
  - Un cambio en la entrada no provoca por sí mismo un cambio de estado.
  - Sólo el valor existente en la entrada en los instantes marcados por el reloj afectan al estado.



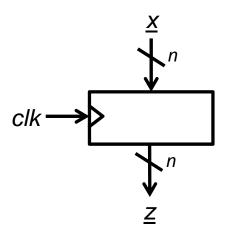
La señal de reloj es cuadrada y periódica de frecuencia,  $f_{clk}$ , fija.

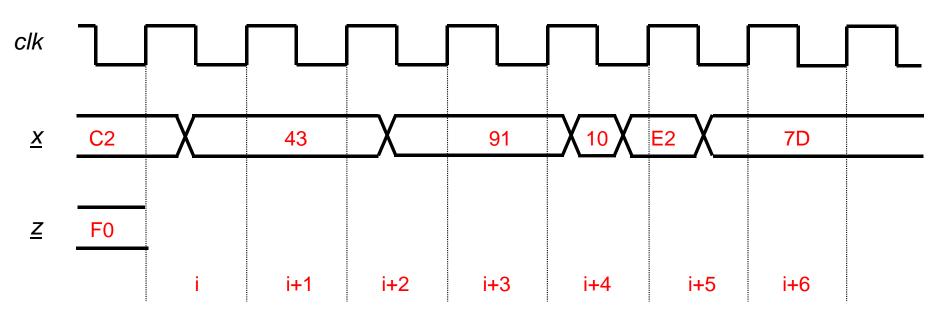
Los cambios de 0 a 1 (flanco subida) ó 1 a 0 (flanco de bajada) marcan los instantes.

# Concepto de registro de estado

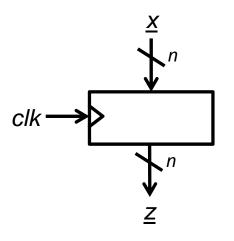


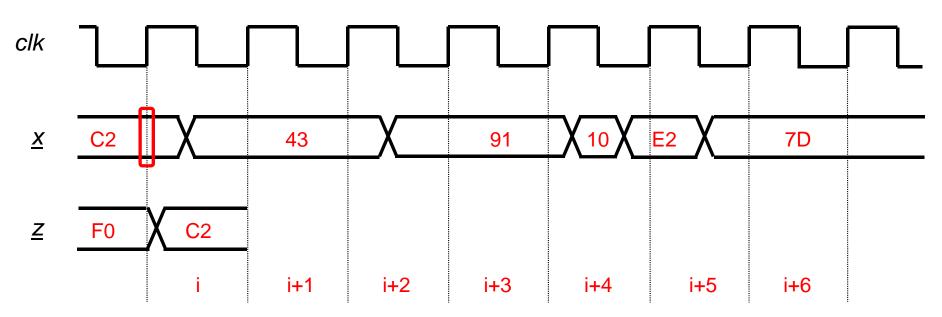
# Concepto de registro de estado



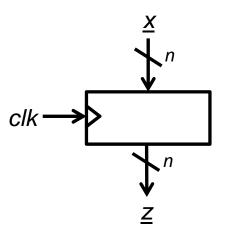


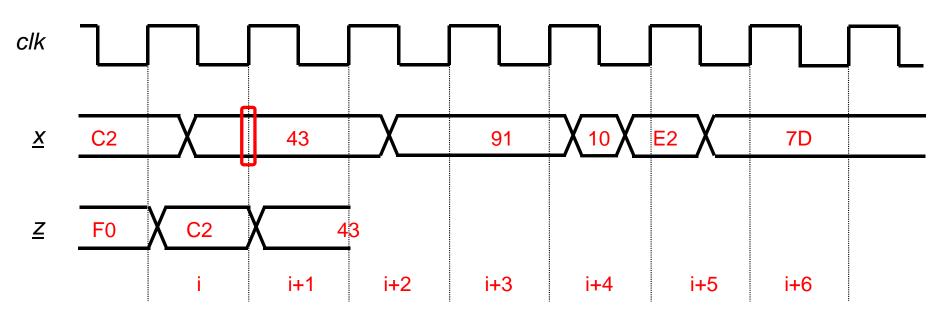
# Concepto de registro de estado



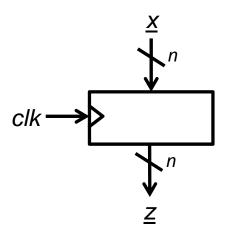


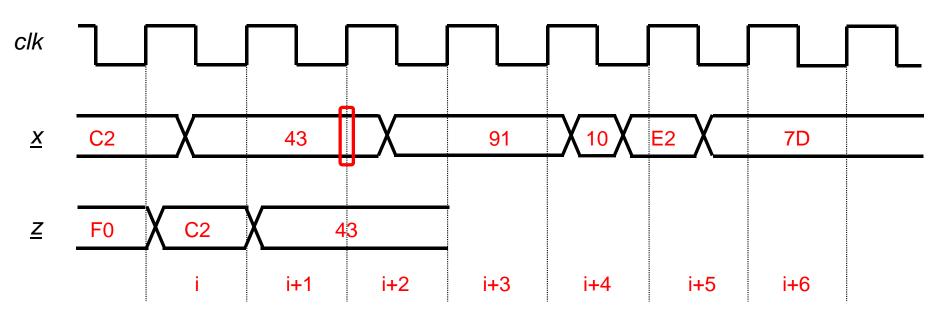
# Concepto de registro de estado



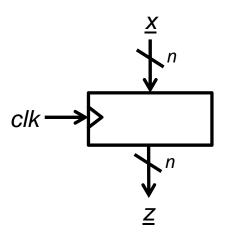


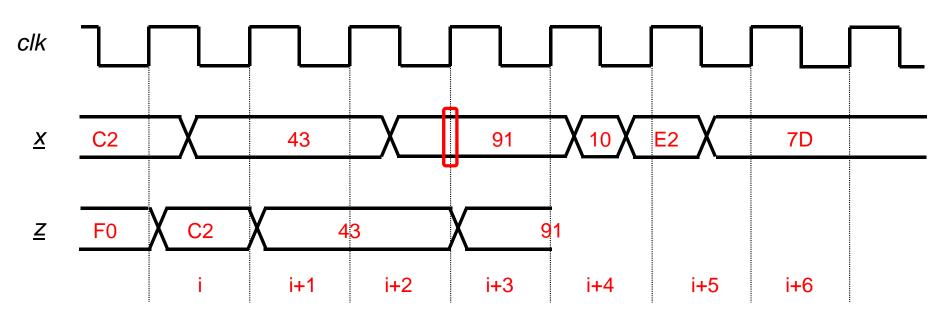
# Concepto de registro de estado



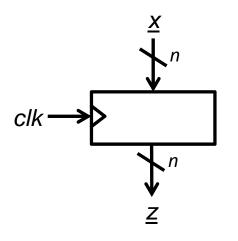


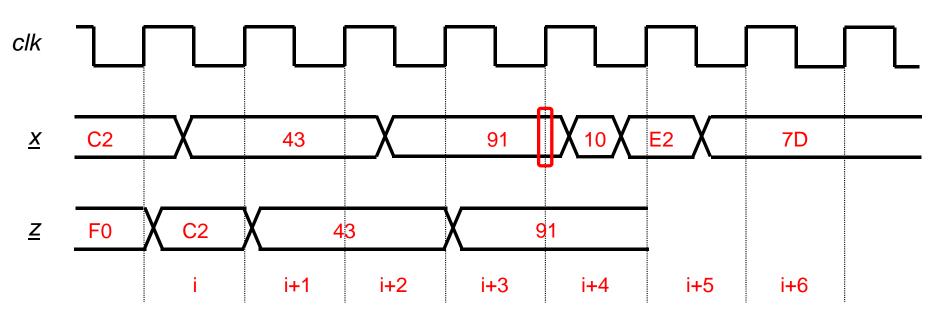
# Concepto de registro de estado



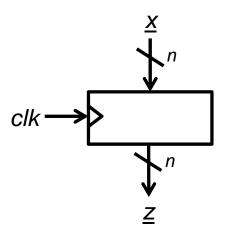


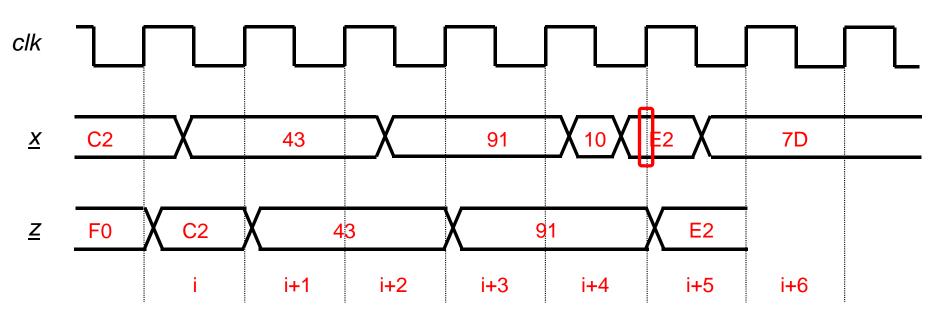
# Concepto de registro de estado



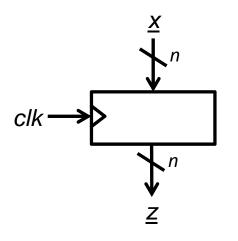


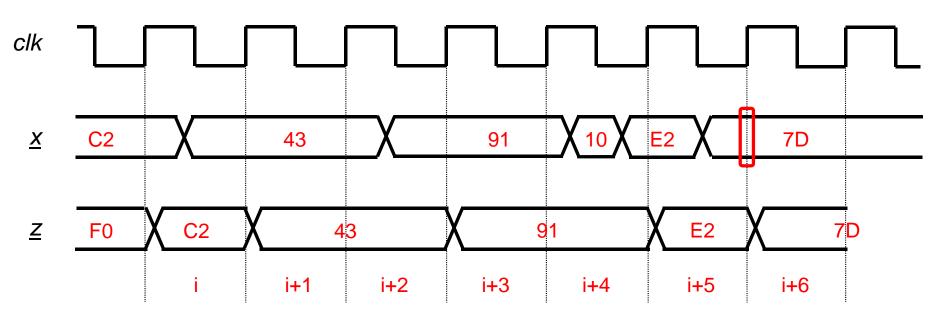
# Concepto de registro de estado



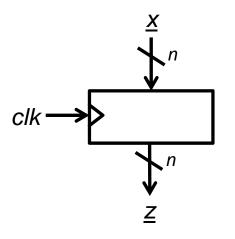


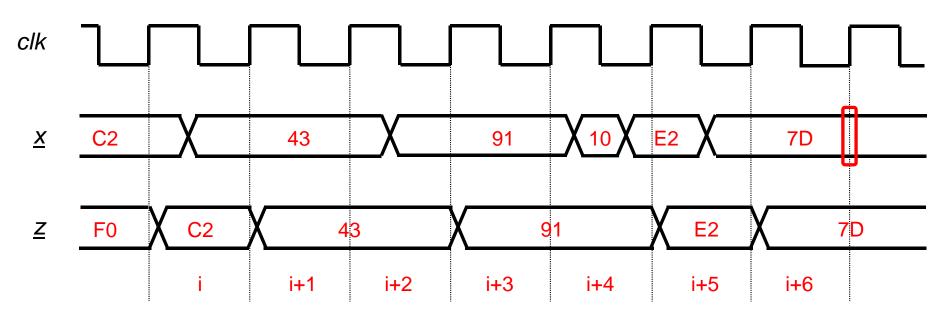
# Concepto de registro de estado



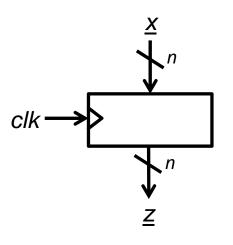


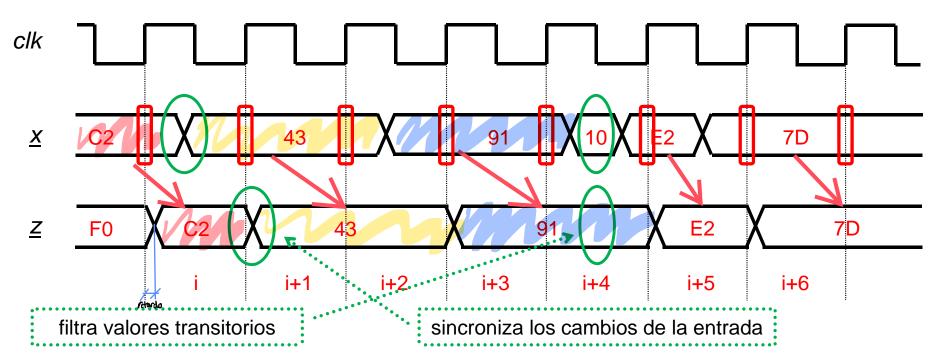
# Concepto de registro de estado



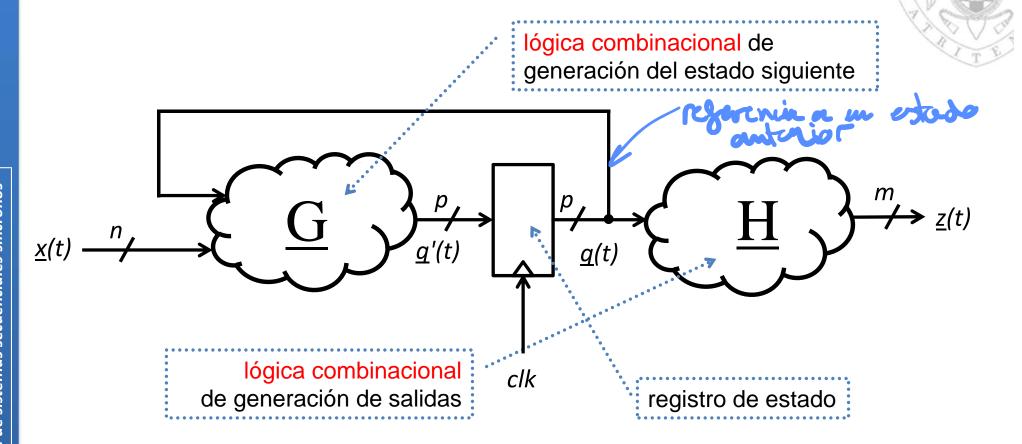


# Concepto de registro de estado





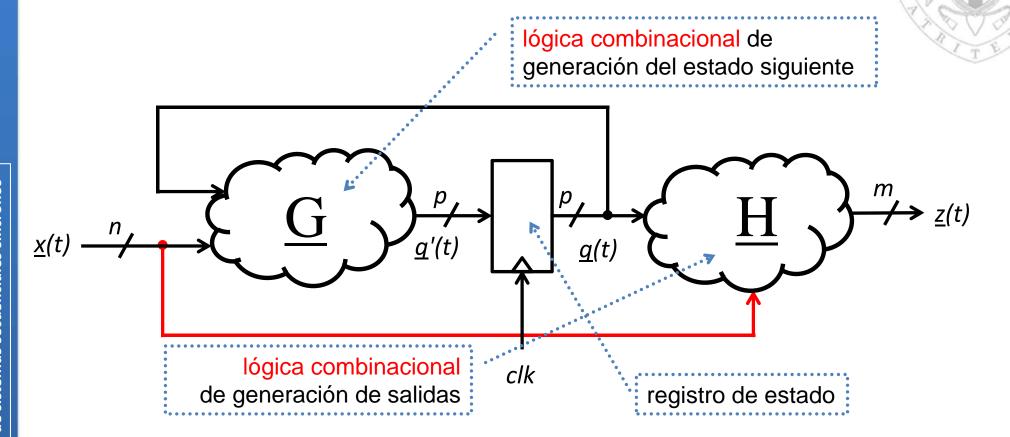
#### Máquina de Moore



Estructura de una Máquina de Moore

La salida en todo instante depende exclusivamente del estado en que se encuentra el sistema.

# Máquina de Mealy

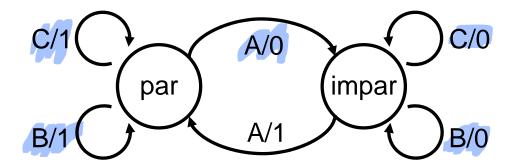


#### Estructura de una Máquina de Mealy

La salida en cada instante depende del estado en que se encuentra el sistema y del valor de la entrada en ese instante.





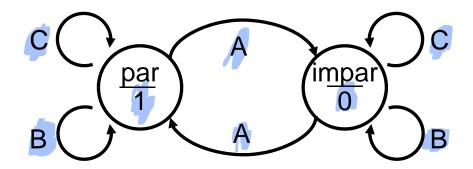


#### F. TRANS. F. SAUDA

q	X	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

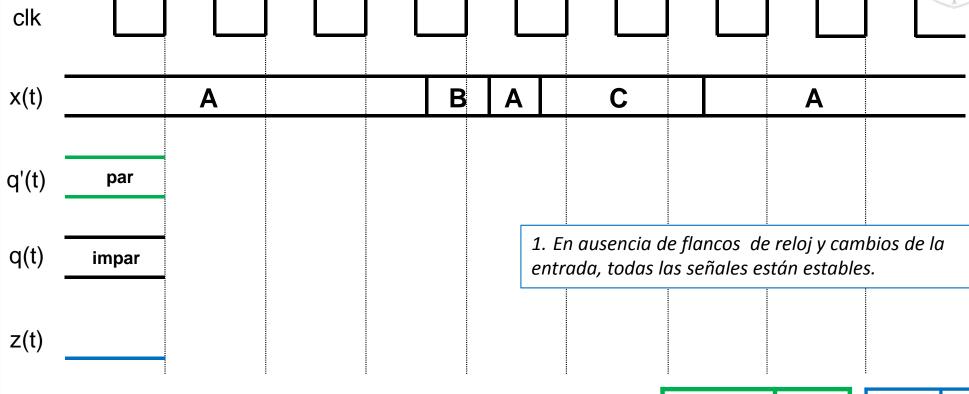
q	Х	Z
par	Α	0
par	В	1
par	С	1
impar	Α	1
impar	В	0
impar	С	0

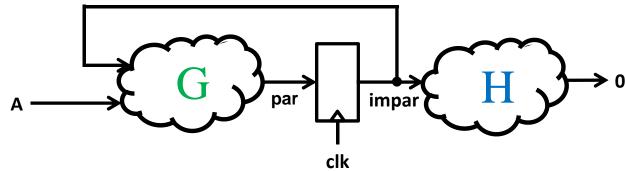
Moore: (generalment, tiene um estado más)



q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0

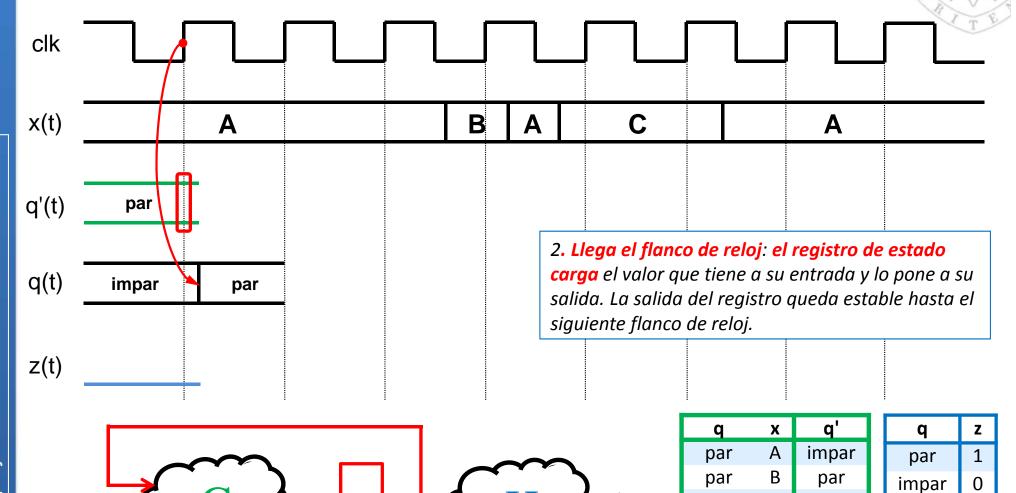




q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0

#### Máquina de Moore



par

par

impar

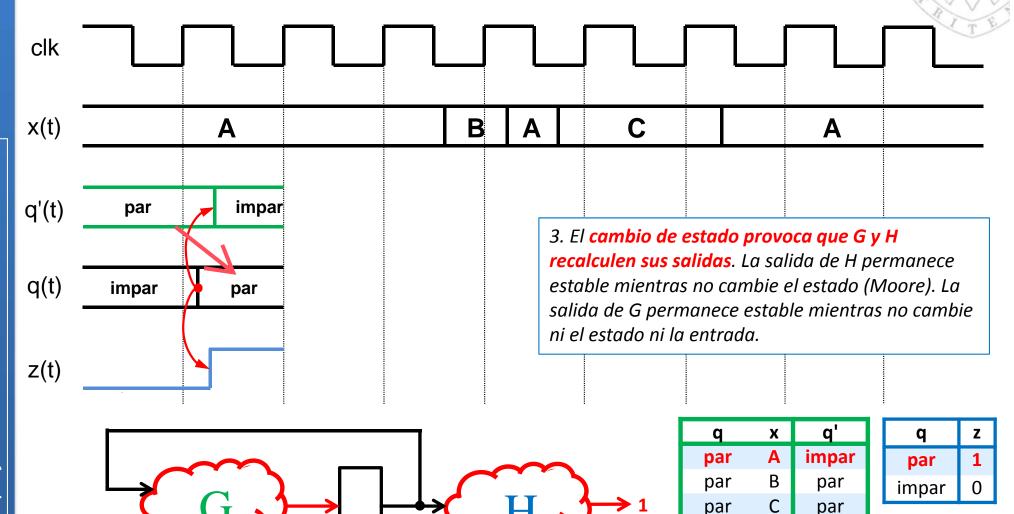
impar

impar

par

par

impar impar



impar

impar

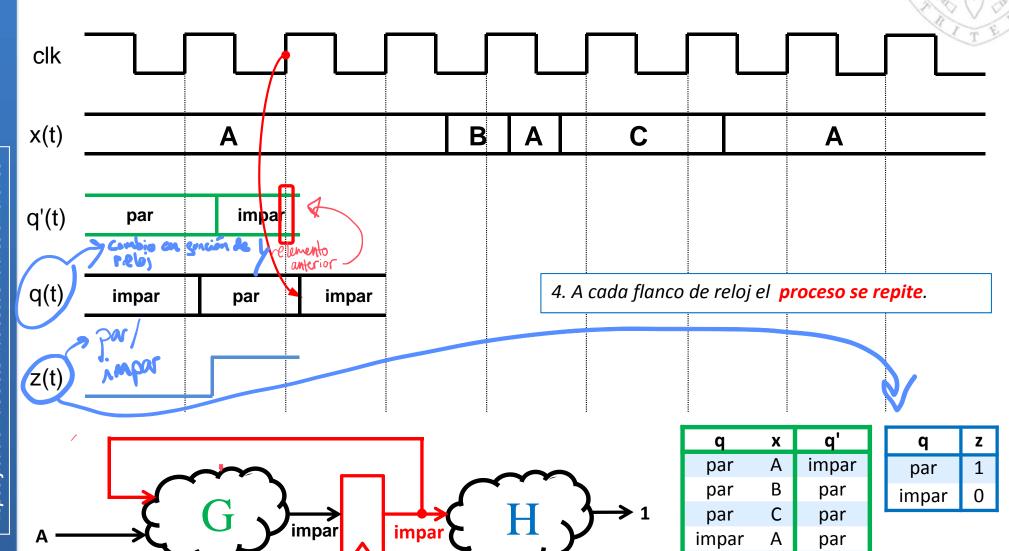
impar

par

impar impar

par

clk



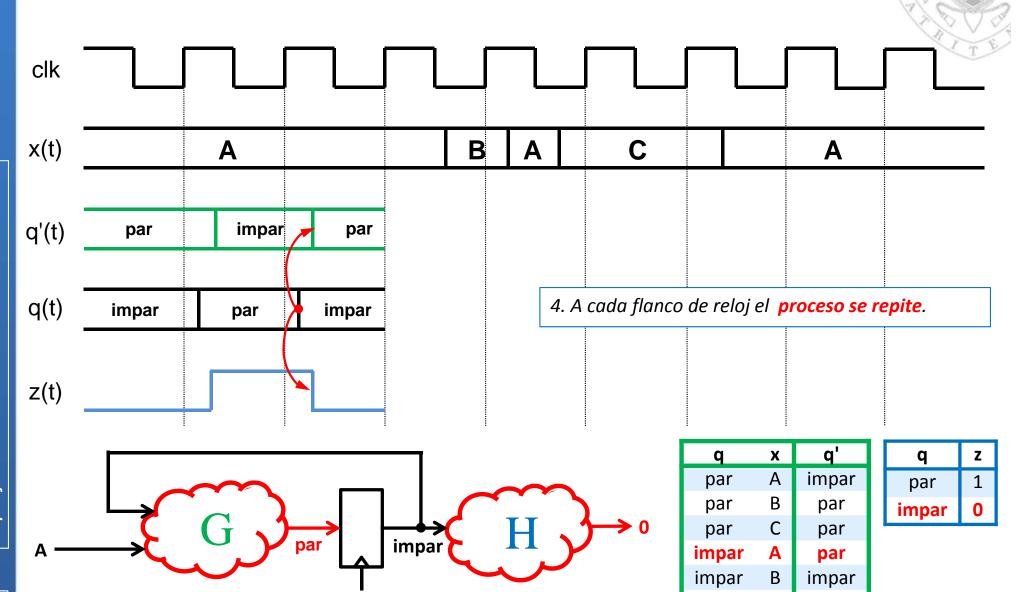
impar

impar

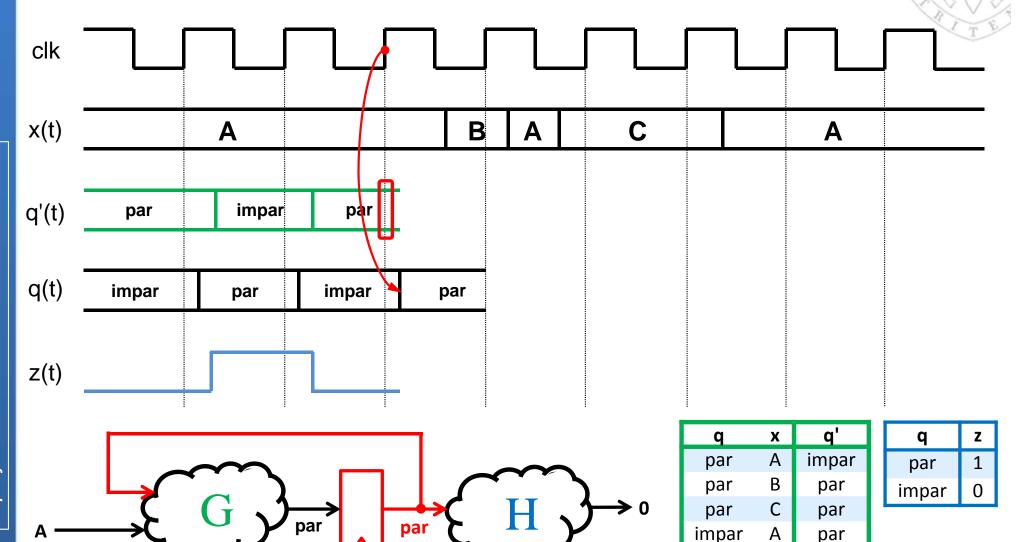
impar impar

44

# Máquina de Moore



impar

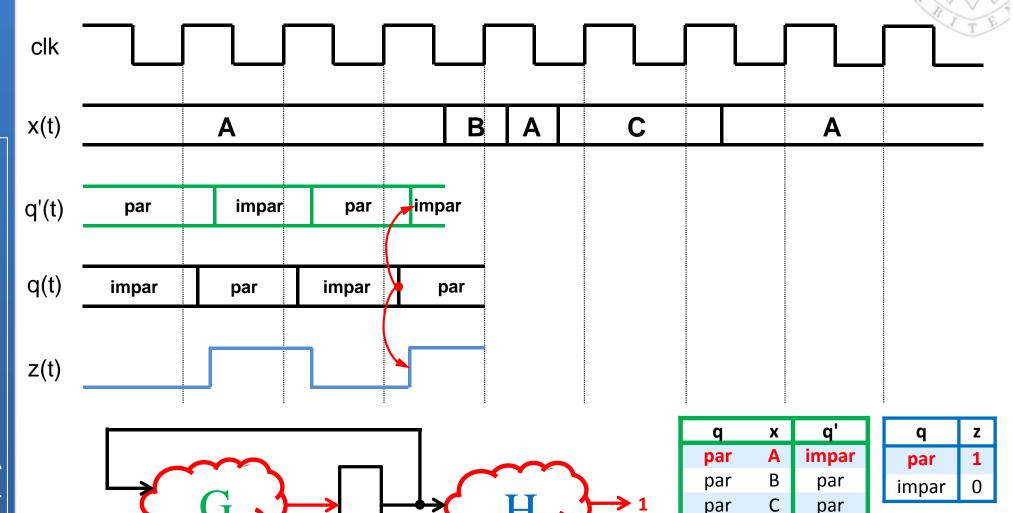


impar

impar

impar

#### Máquina de Moore



impar

impar

impar

par

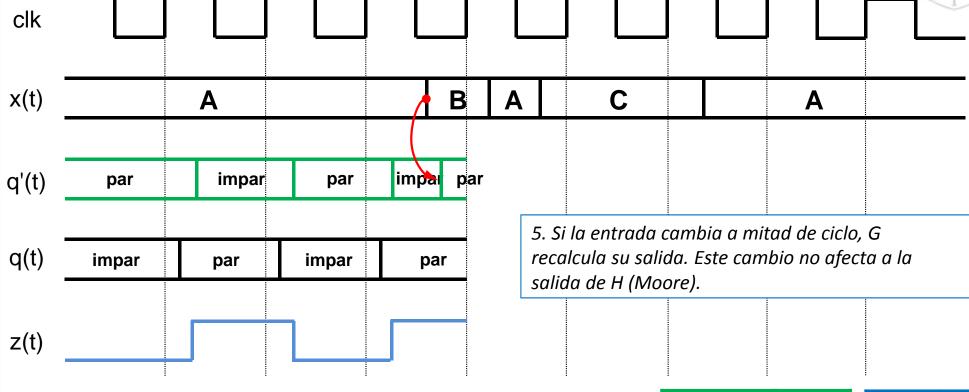
impar

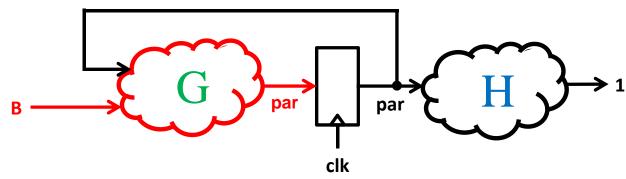
impar

par

clk

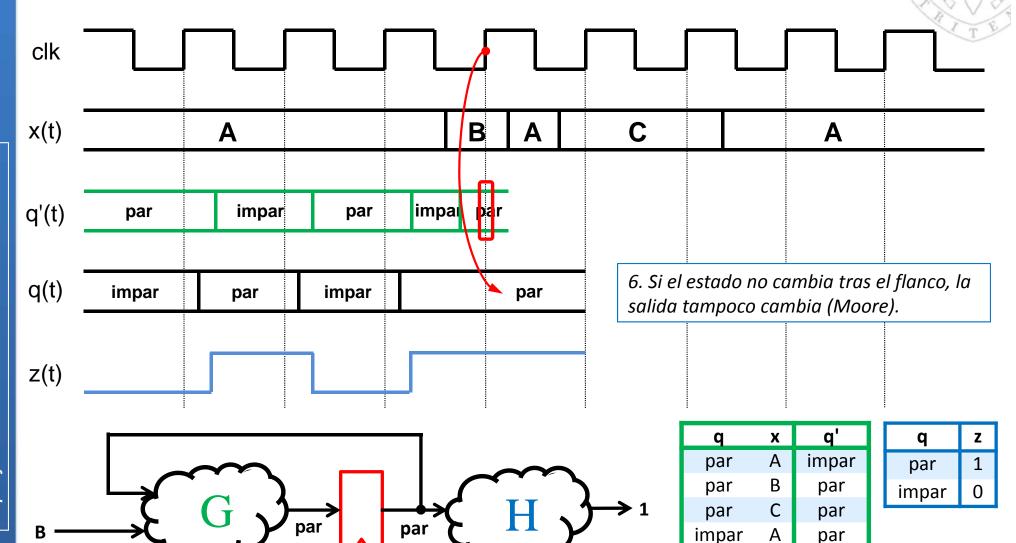
46





q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0



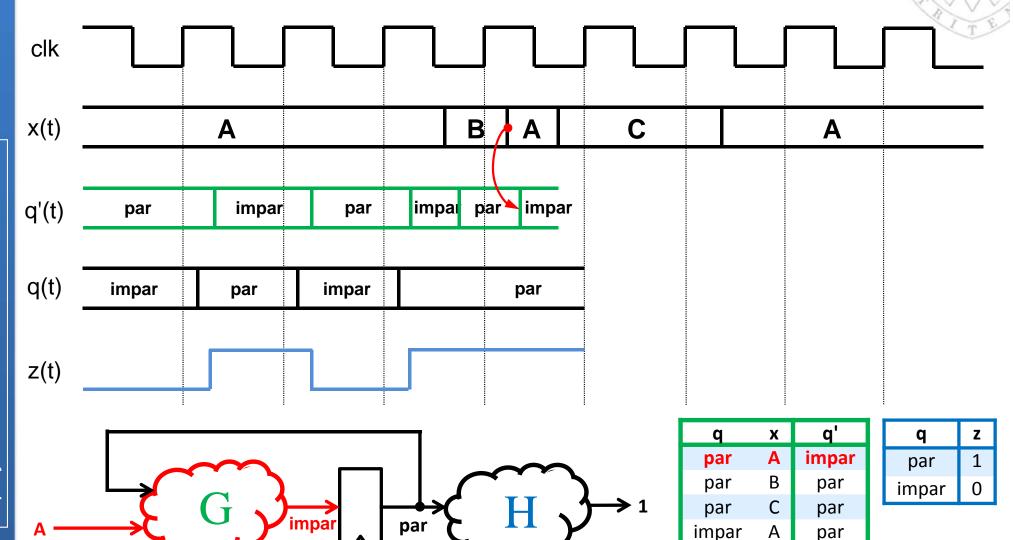
impar

impar

impar

49

#### Máquina de Moore



clk

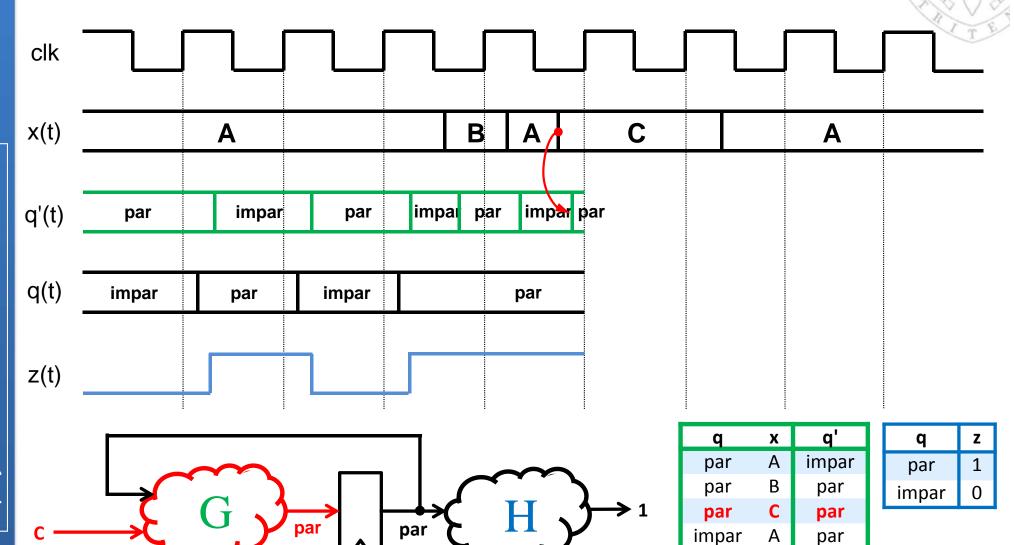
impar

impar

impar impar

50

#### Máquina de Moore

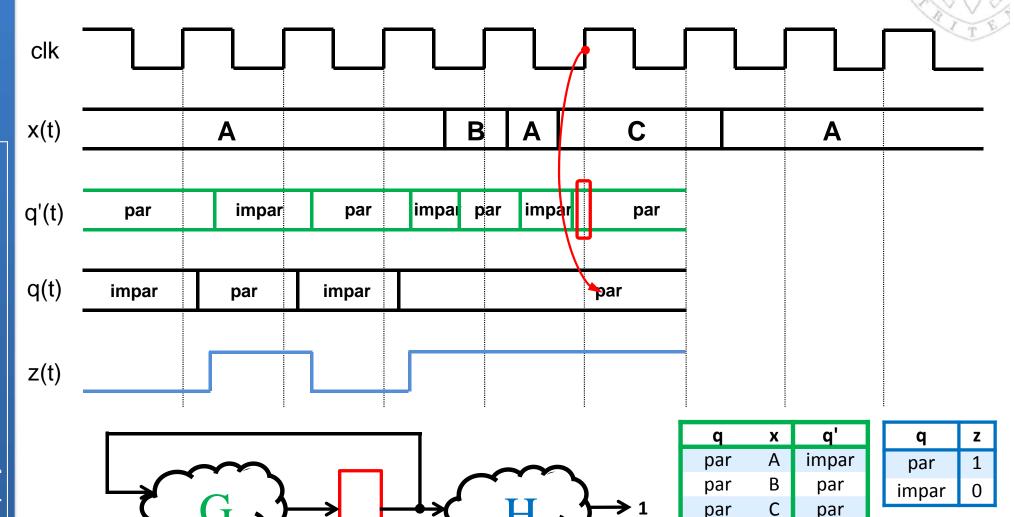


impar

impar

impar

#### Máquina de Moore



impar

impar

impar

par

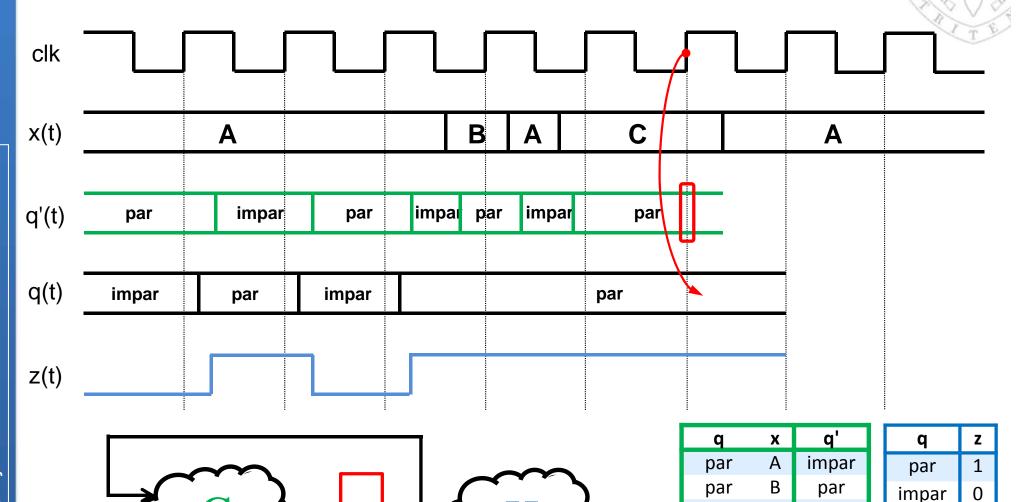
impar

impar

par

par

**51** 



par

par

par

impar

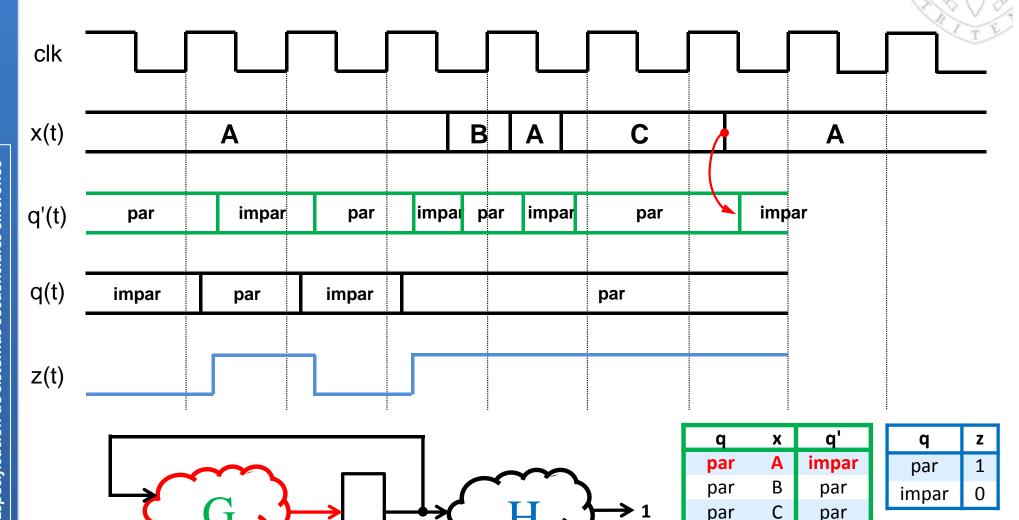
impar

impar

par

par

impar



impar

impar

impar

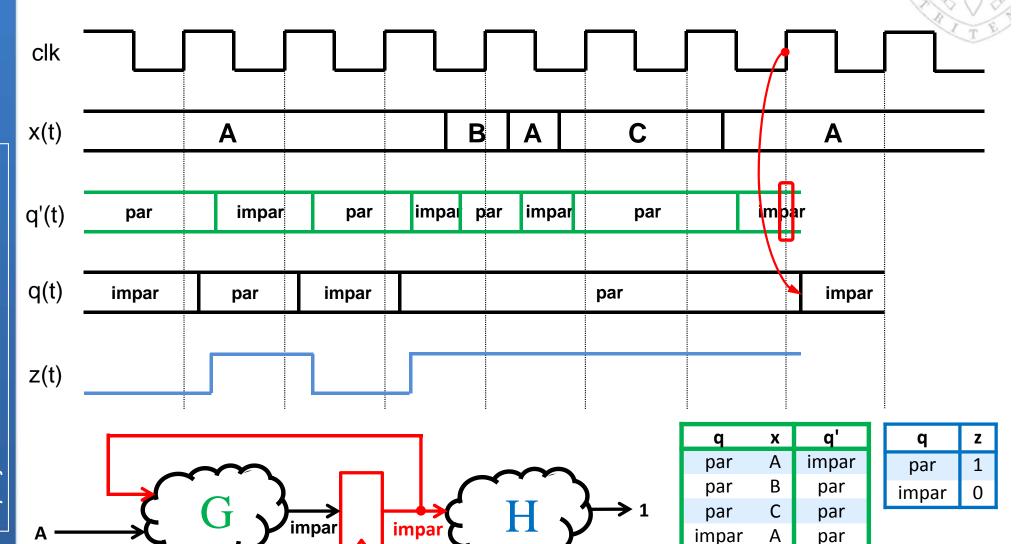
par

impar

impar

par

clk



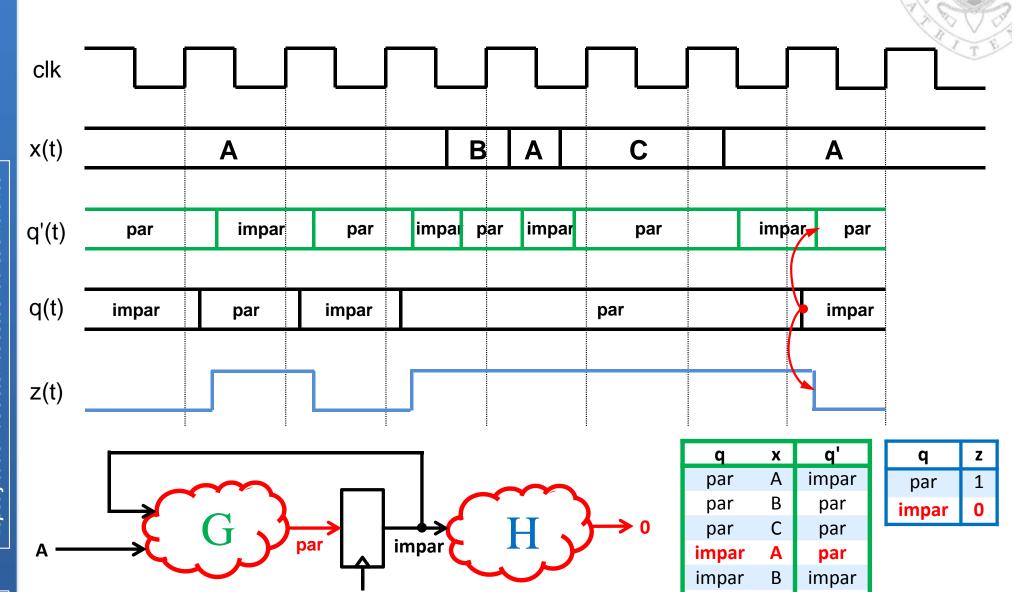
impar

impar

impar

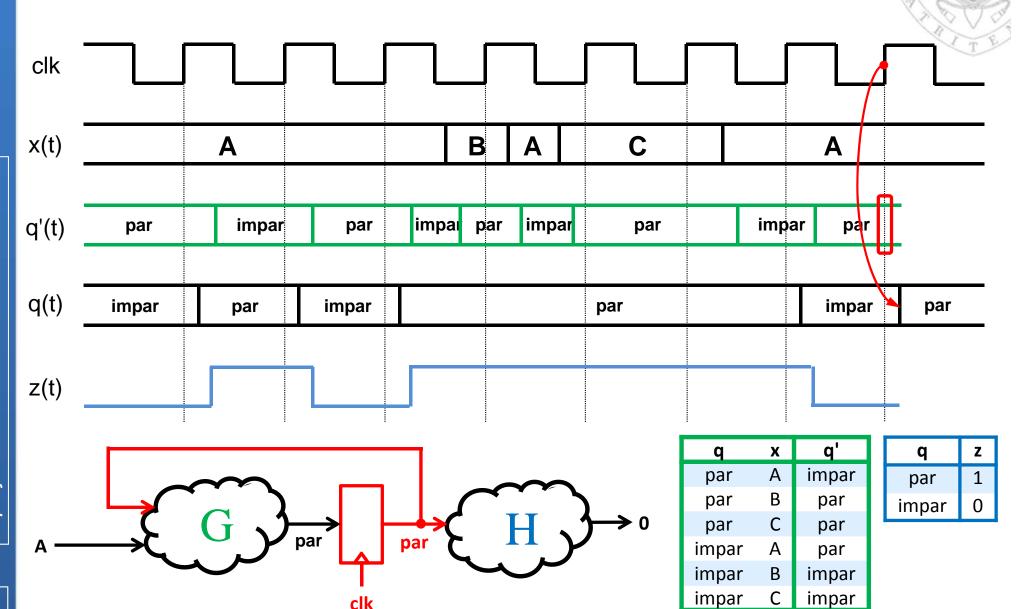
55

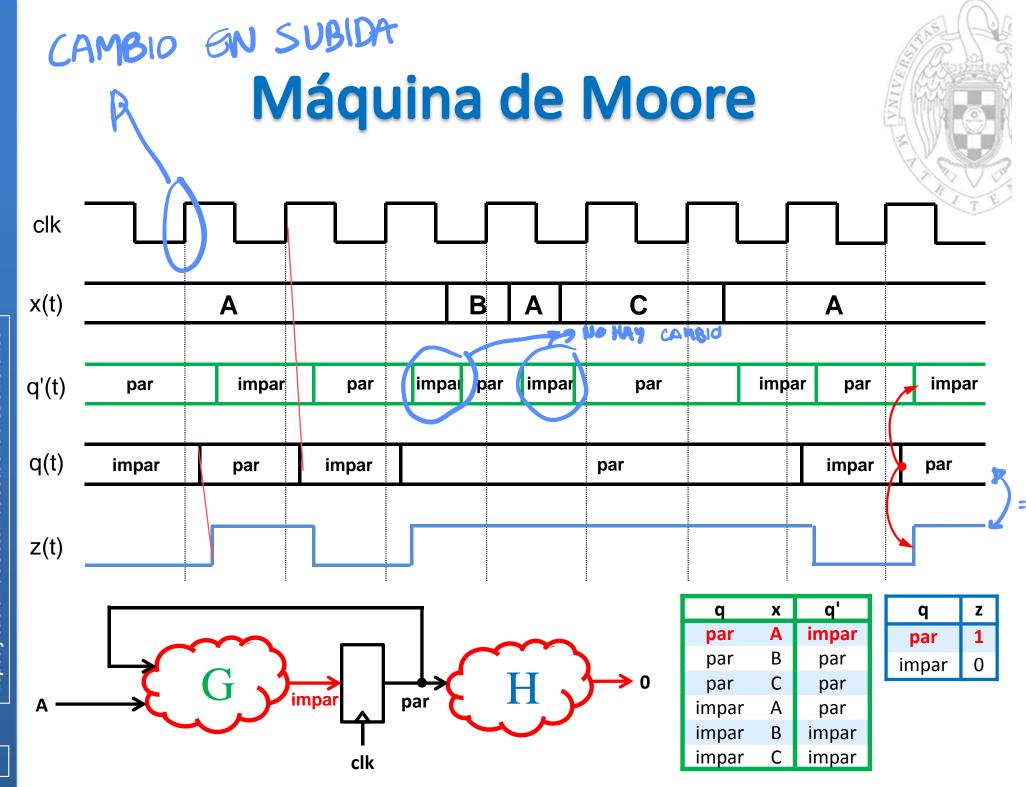
# Máquina de Moore

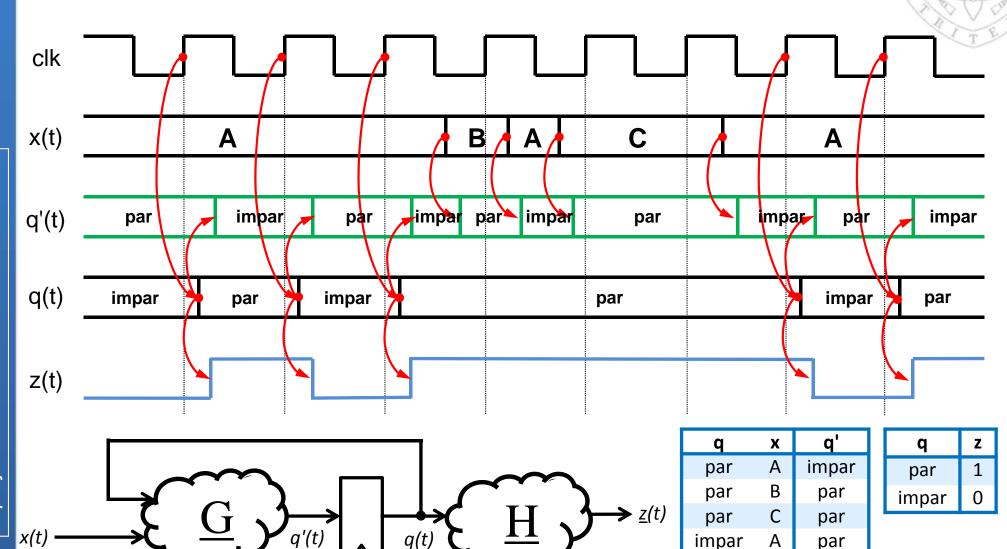


impar

56



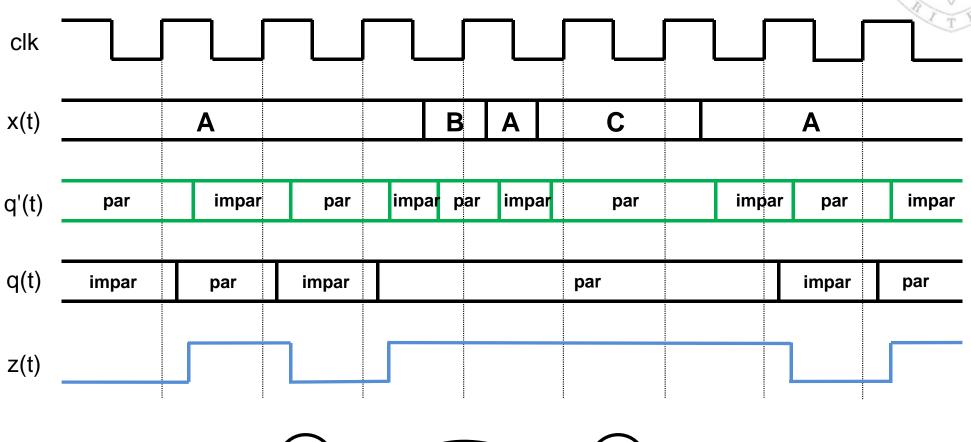


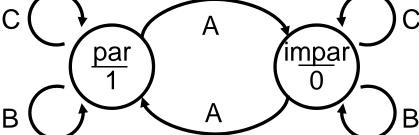


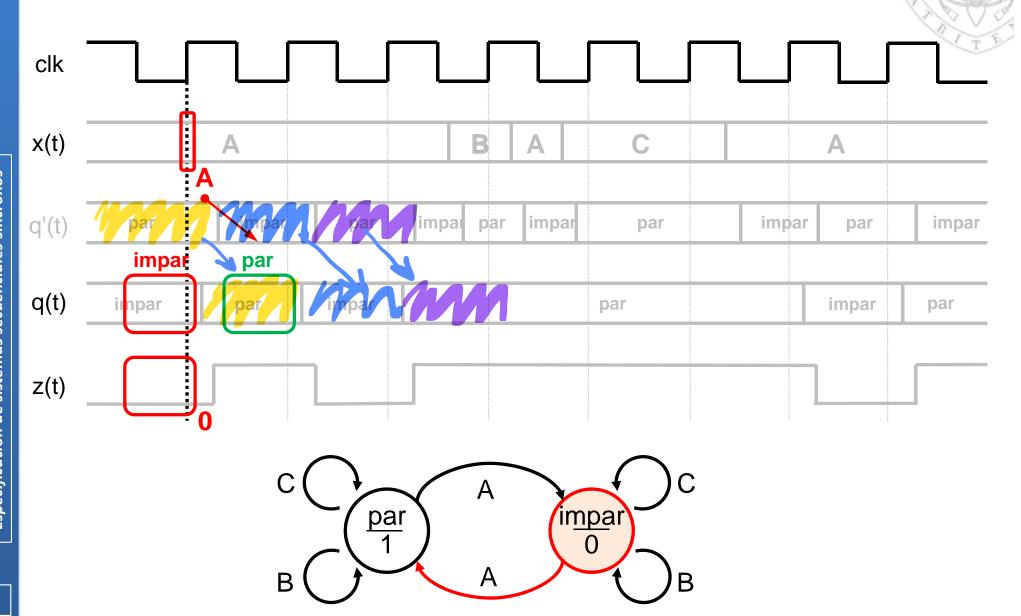
impar

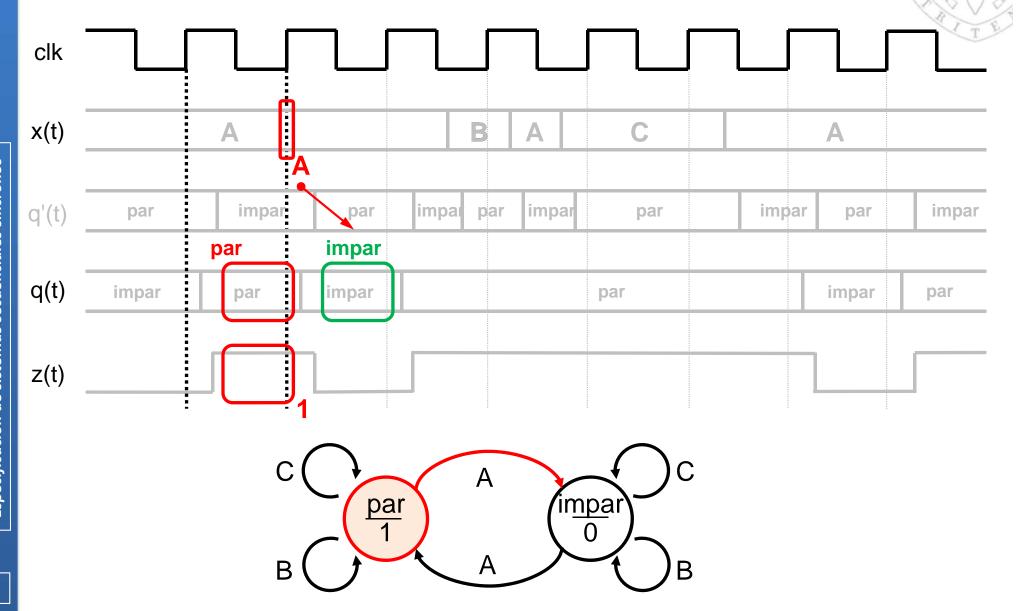
impar

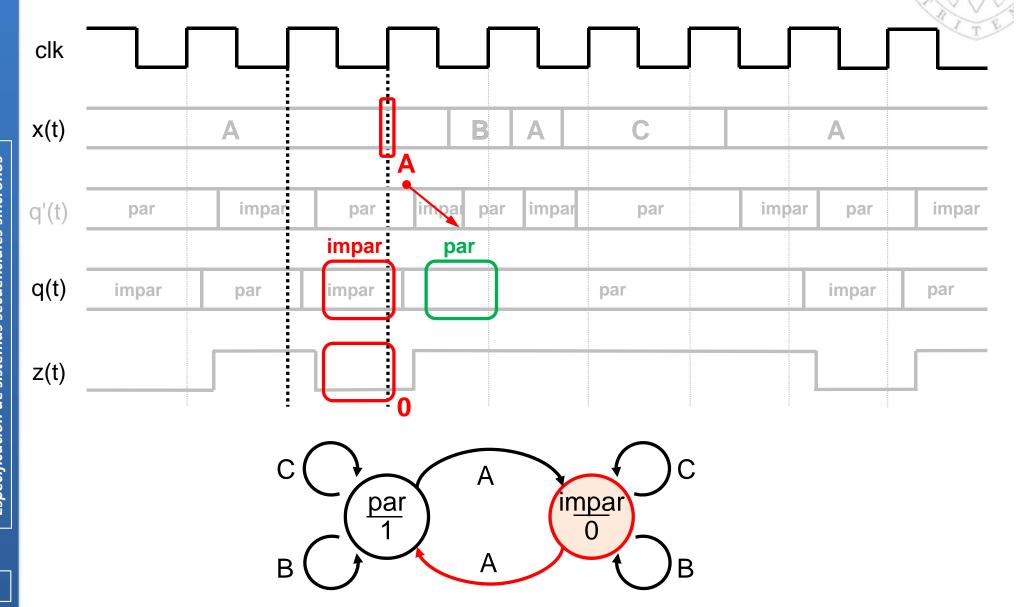
impar

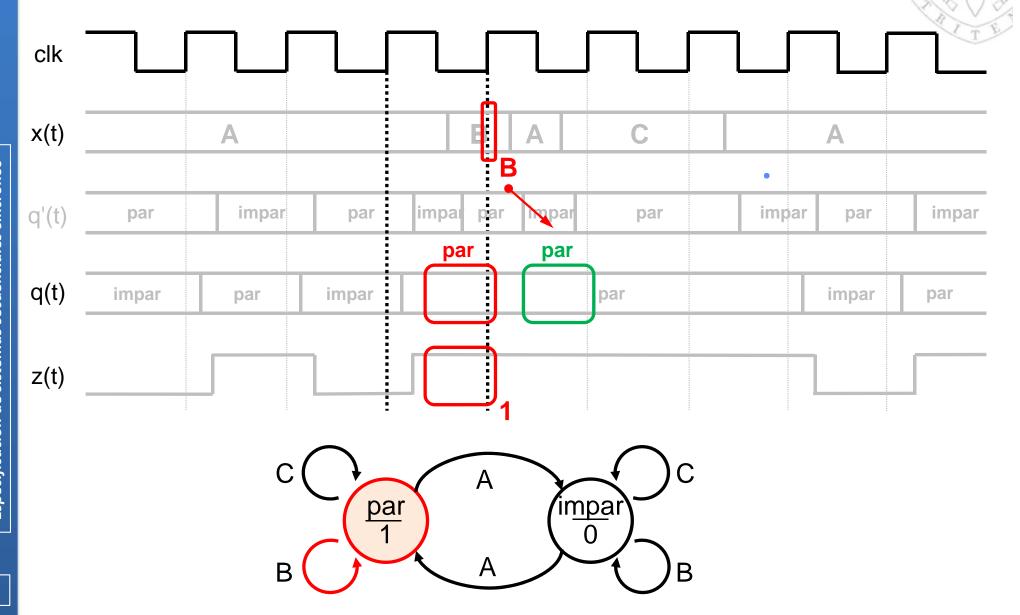


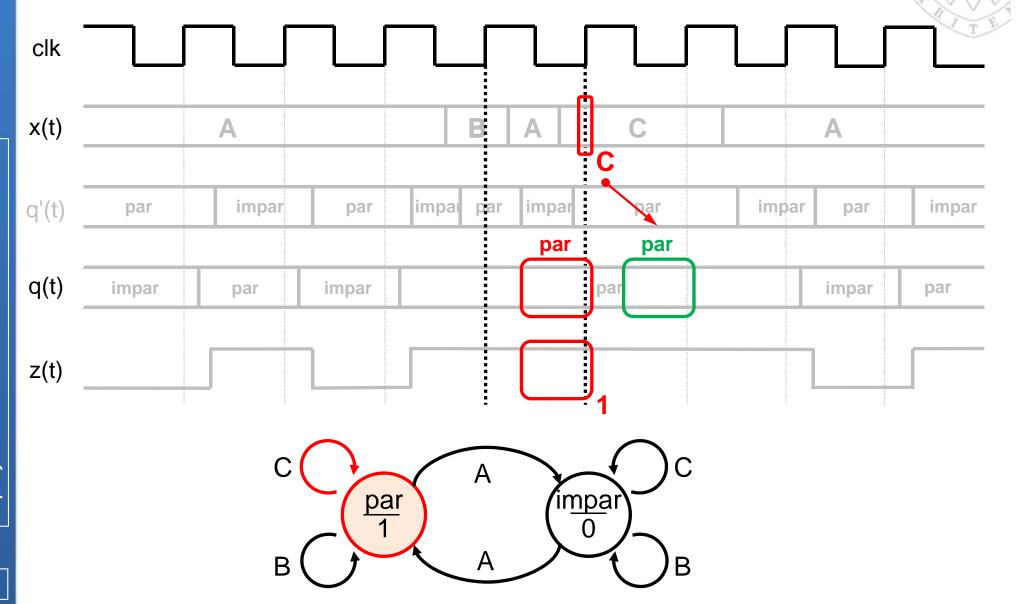


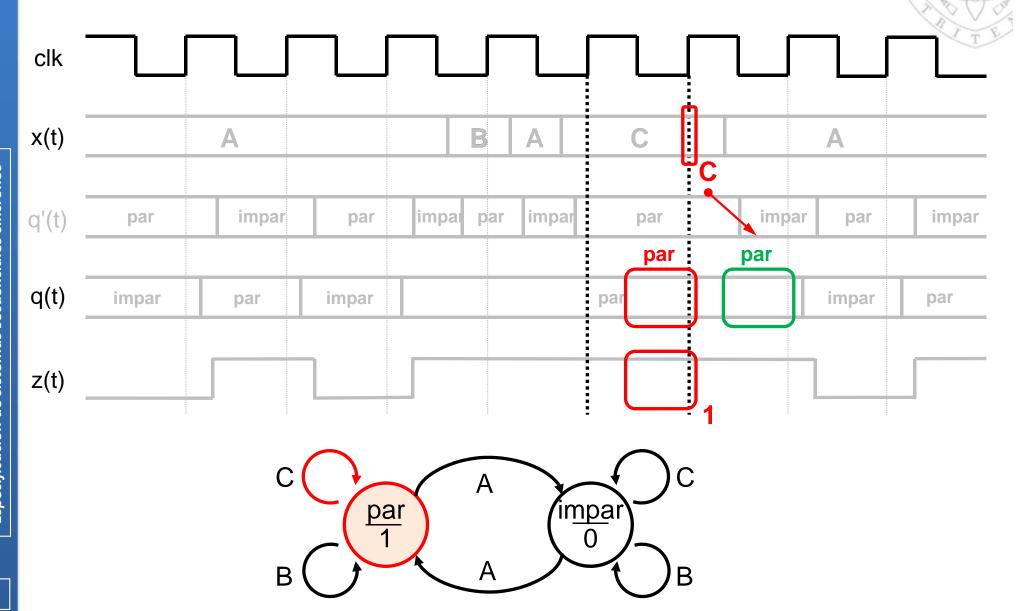


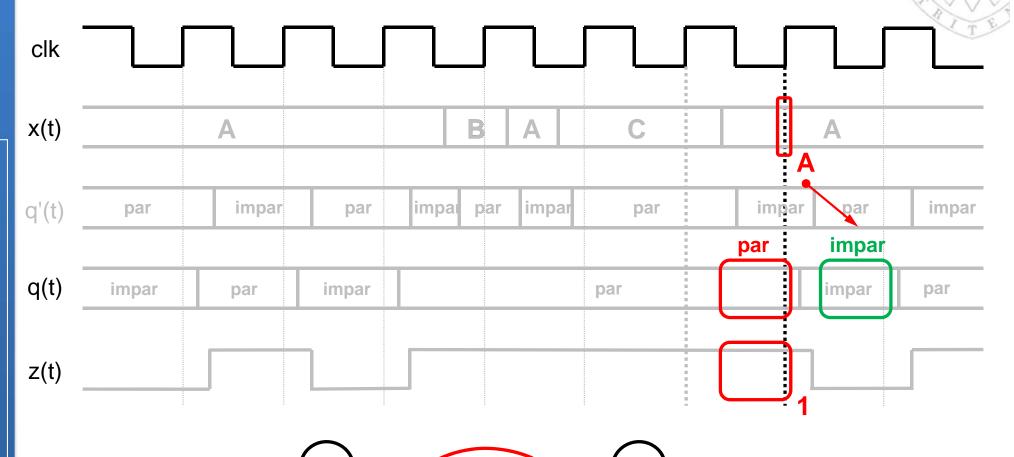


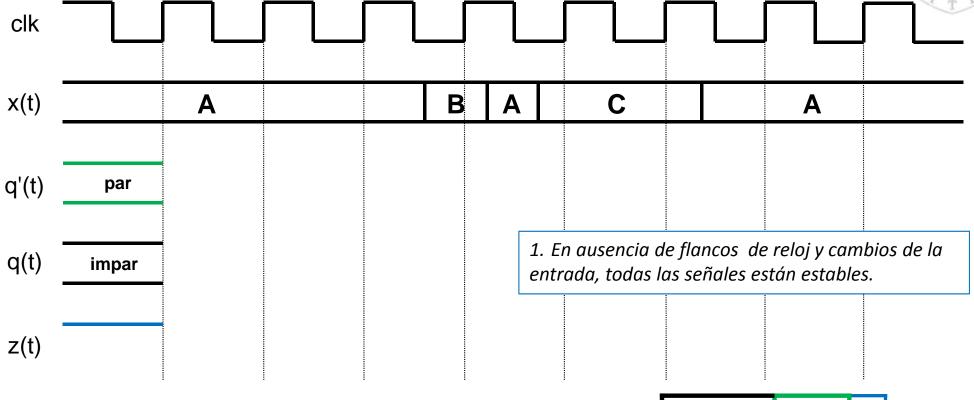


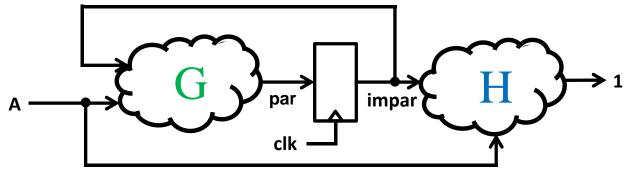




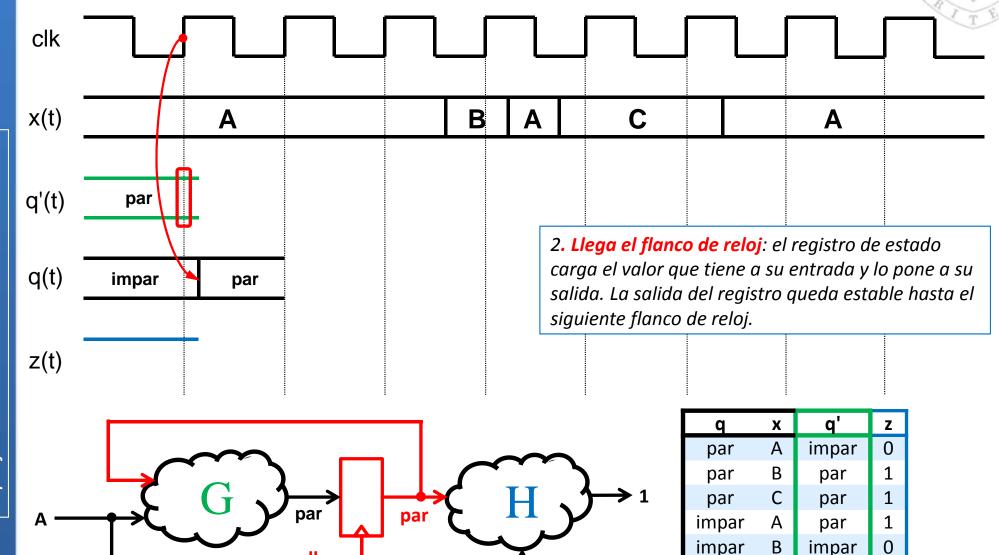




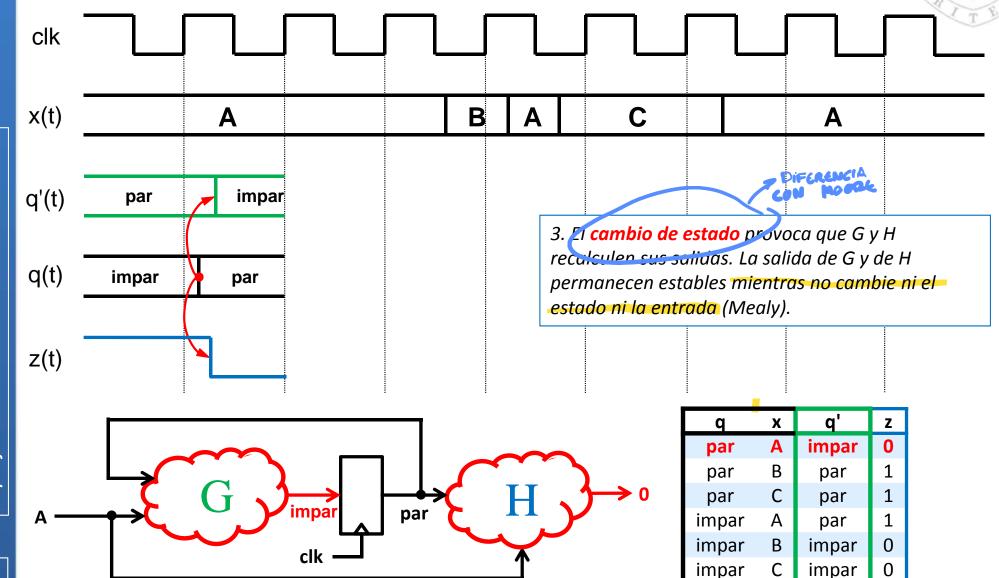


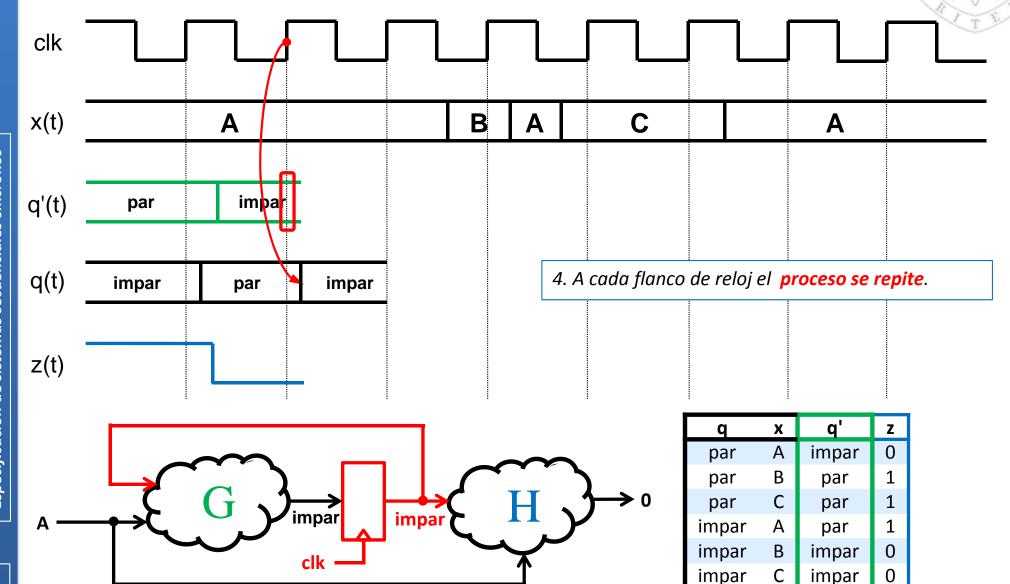


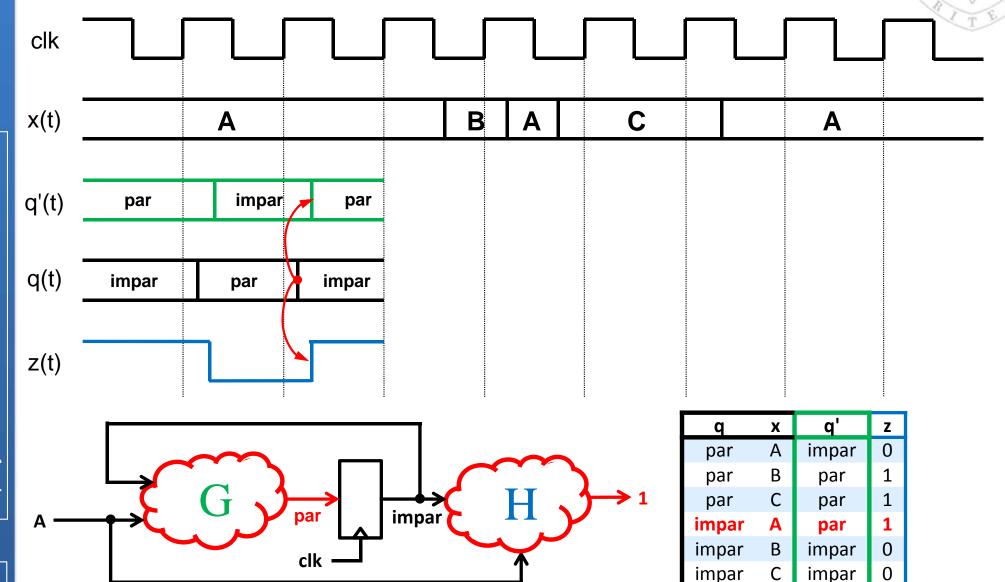
q	Х	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0

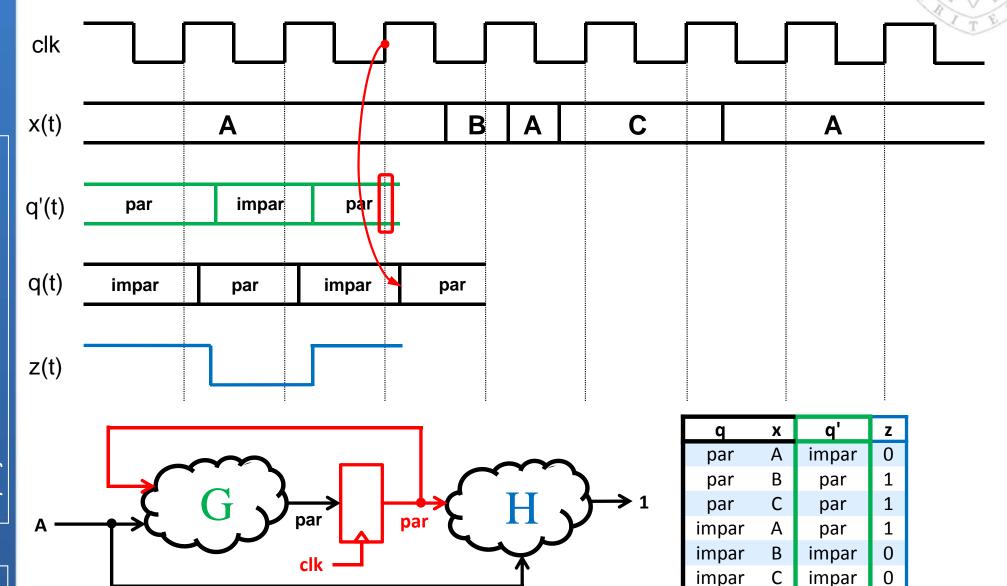


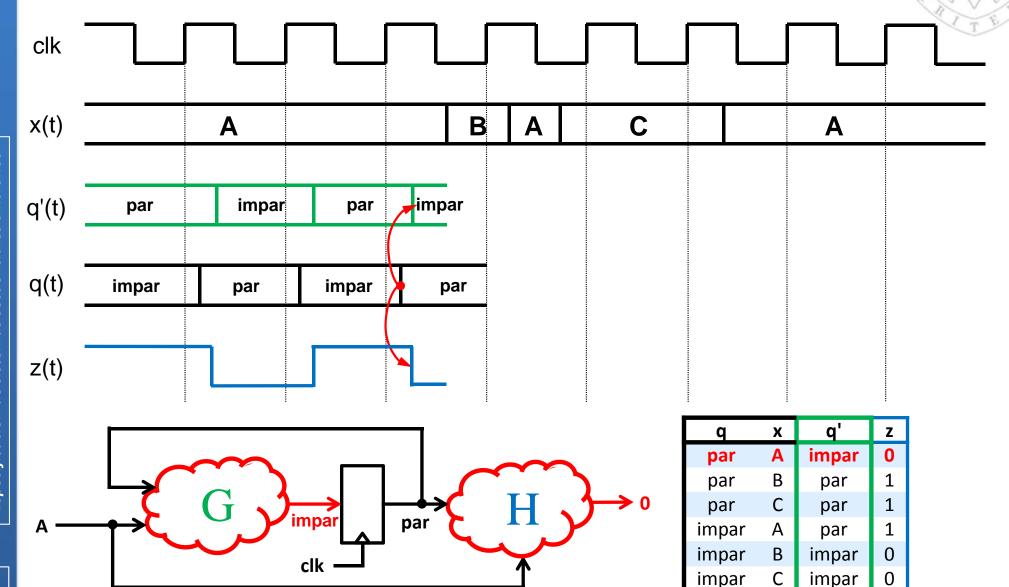
impar

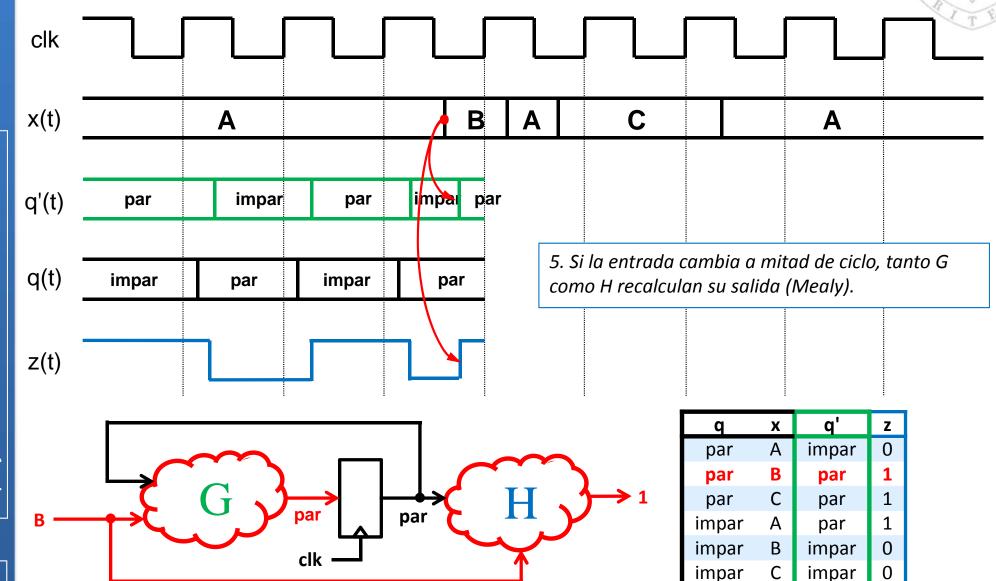


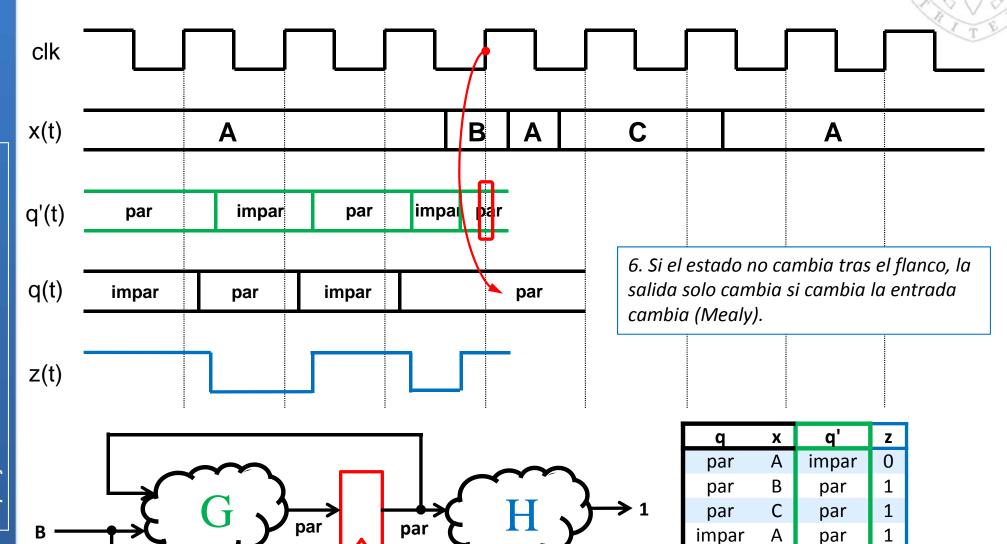












impar

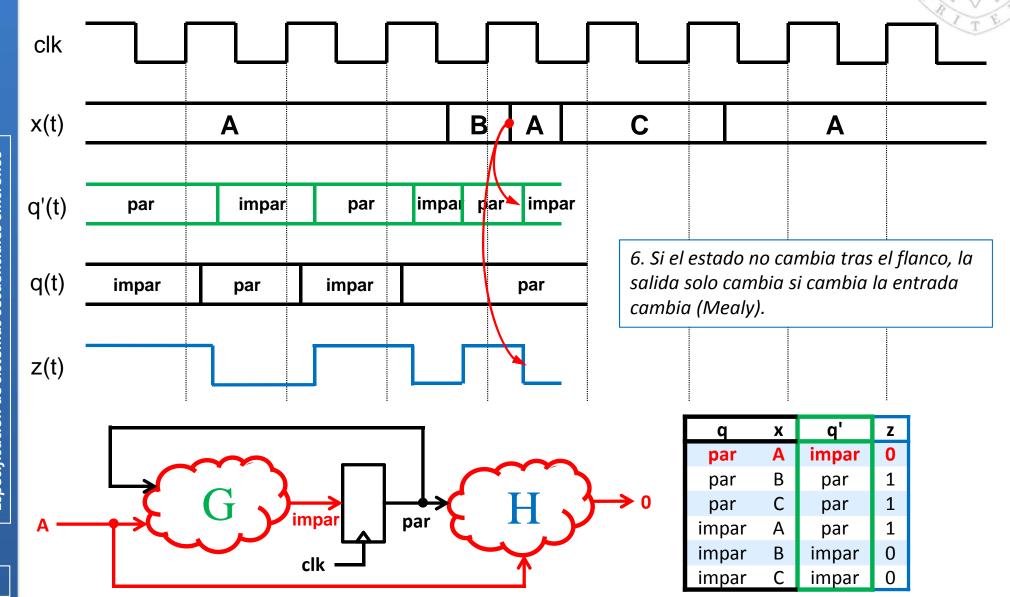
impar

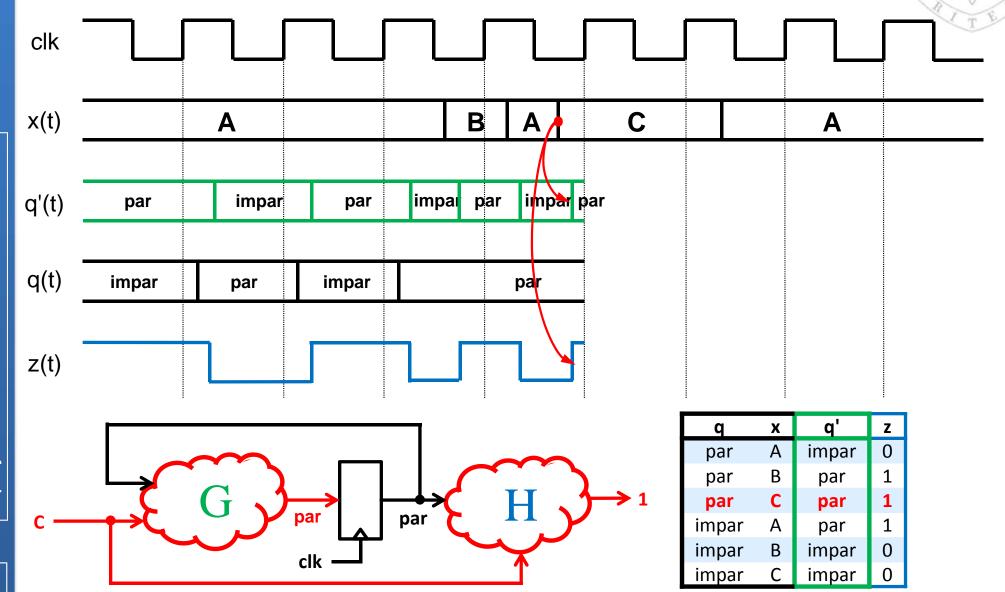
0

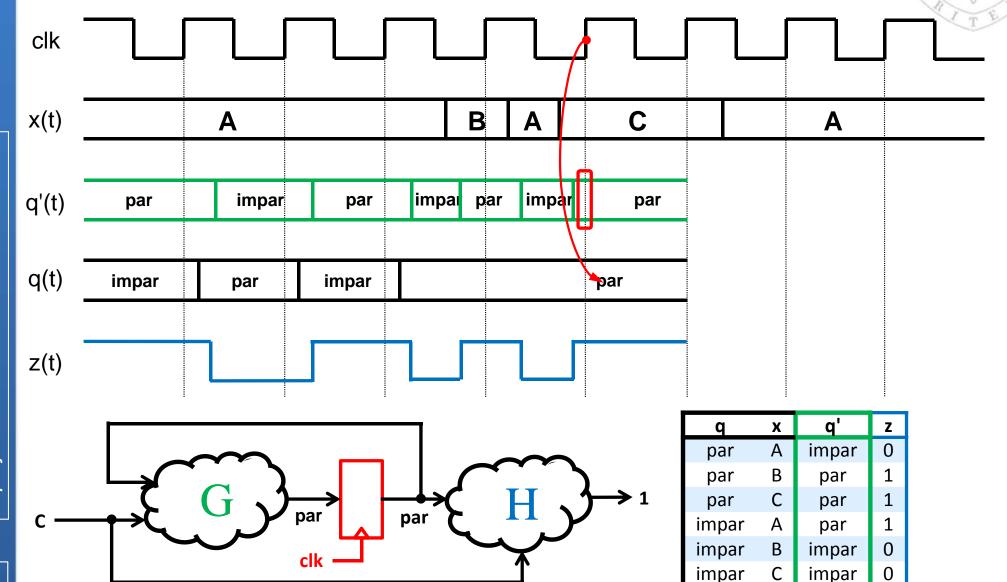
impar

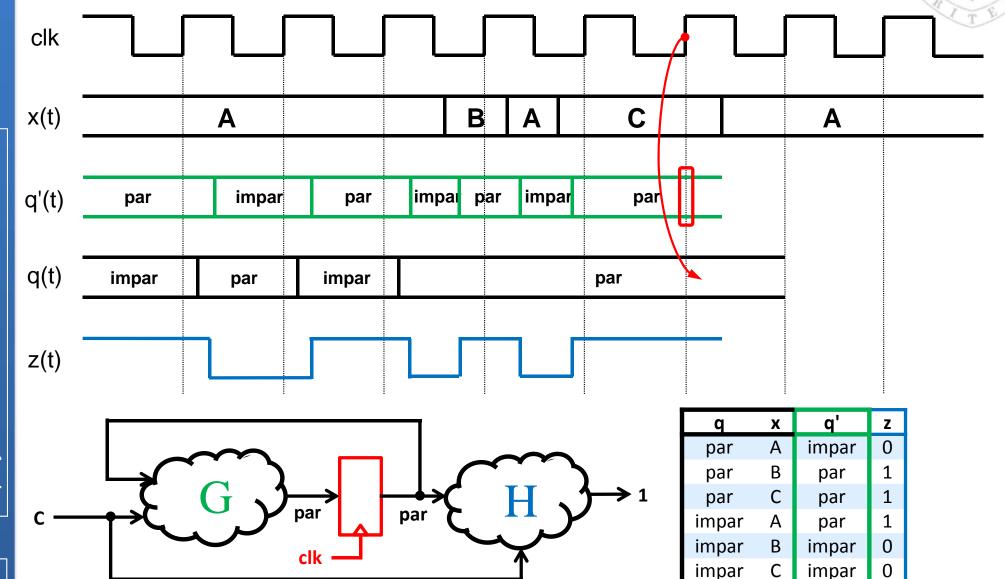
impar

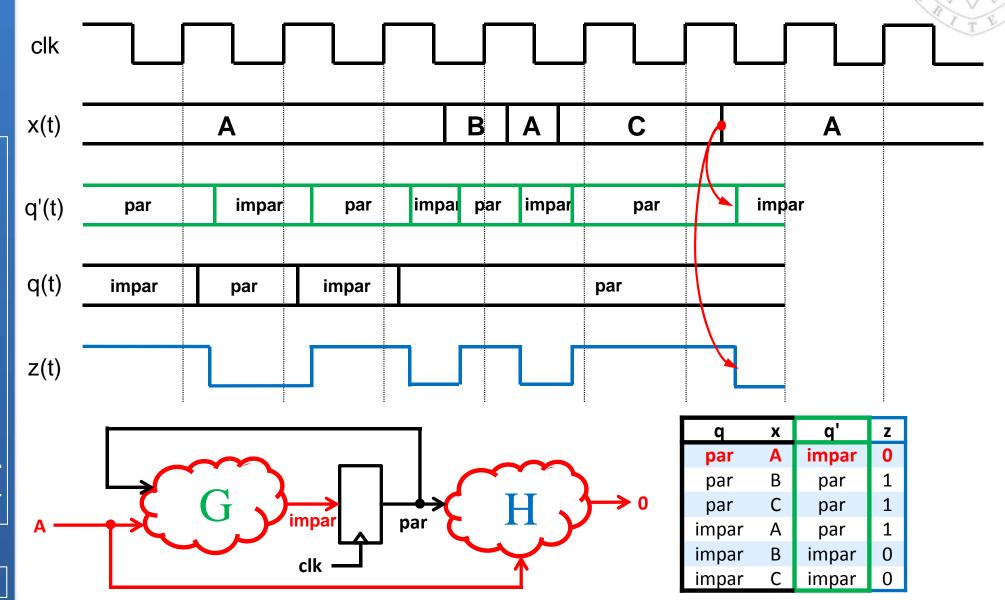
76

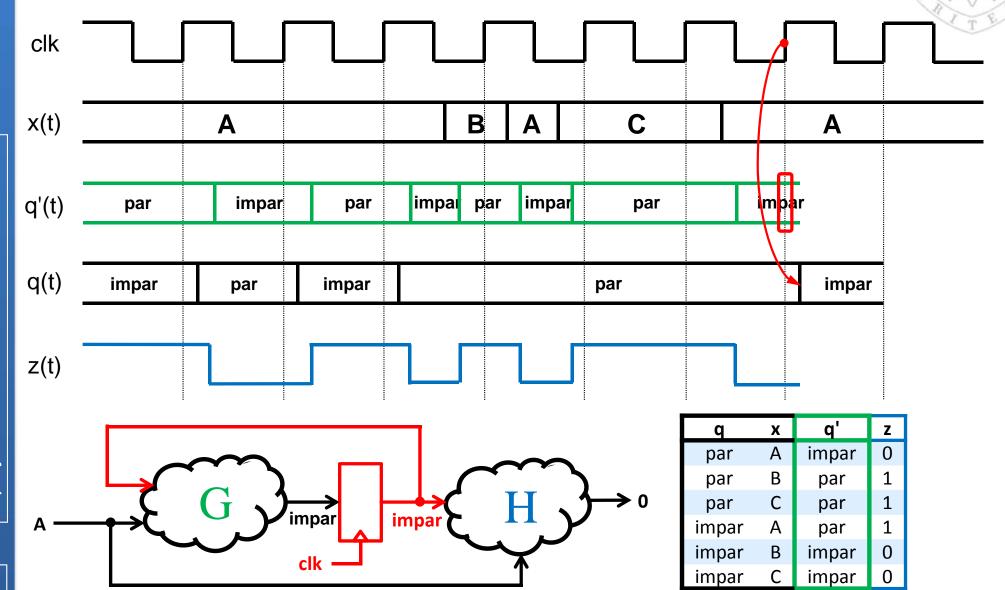


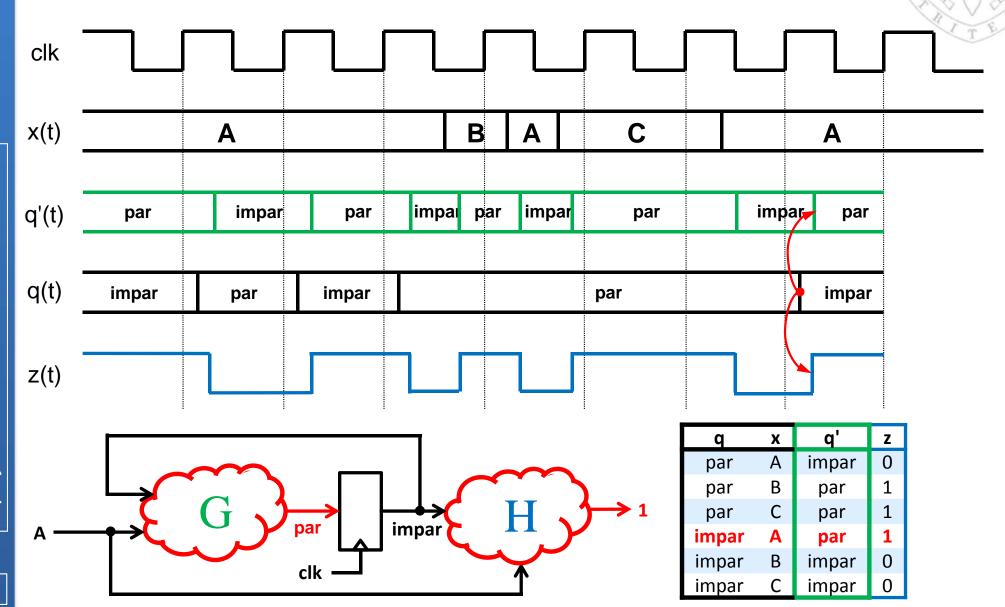


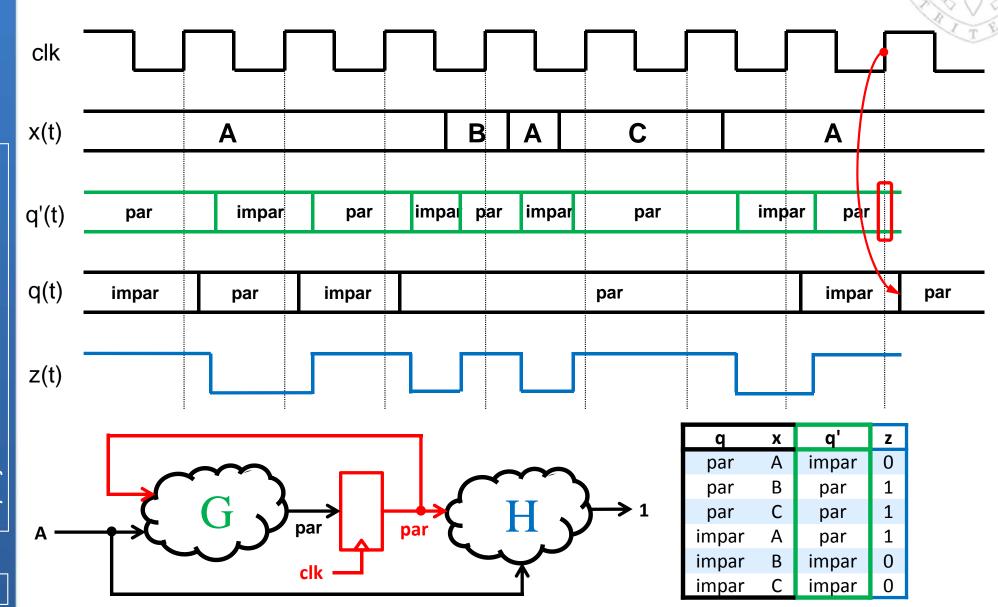


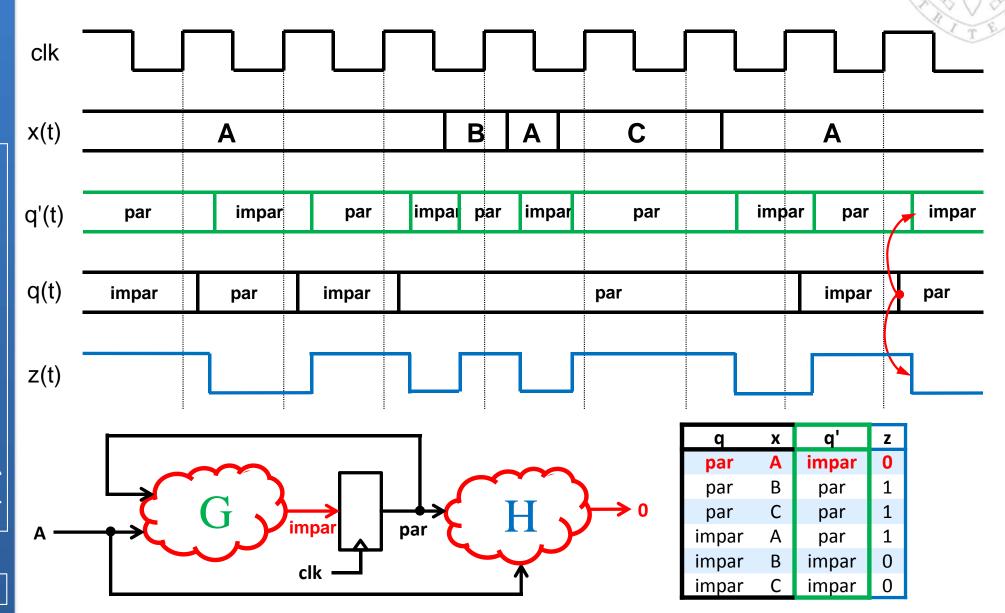


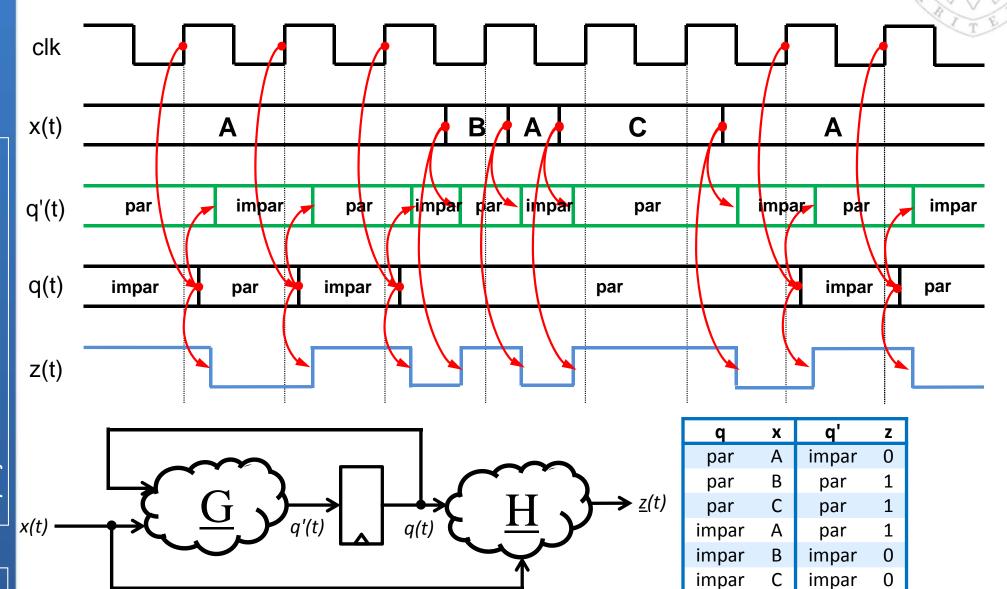


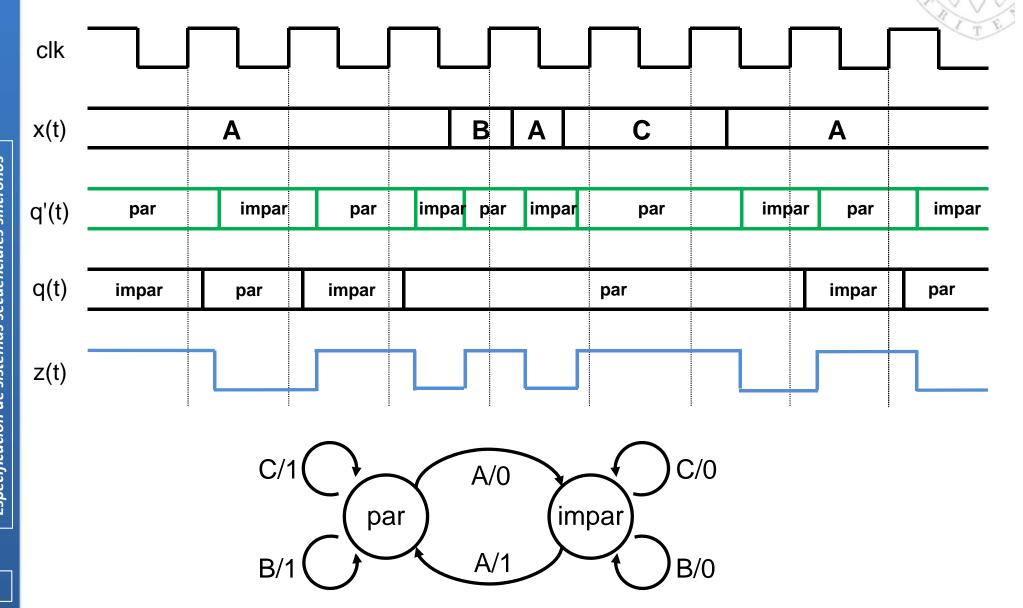


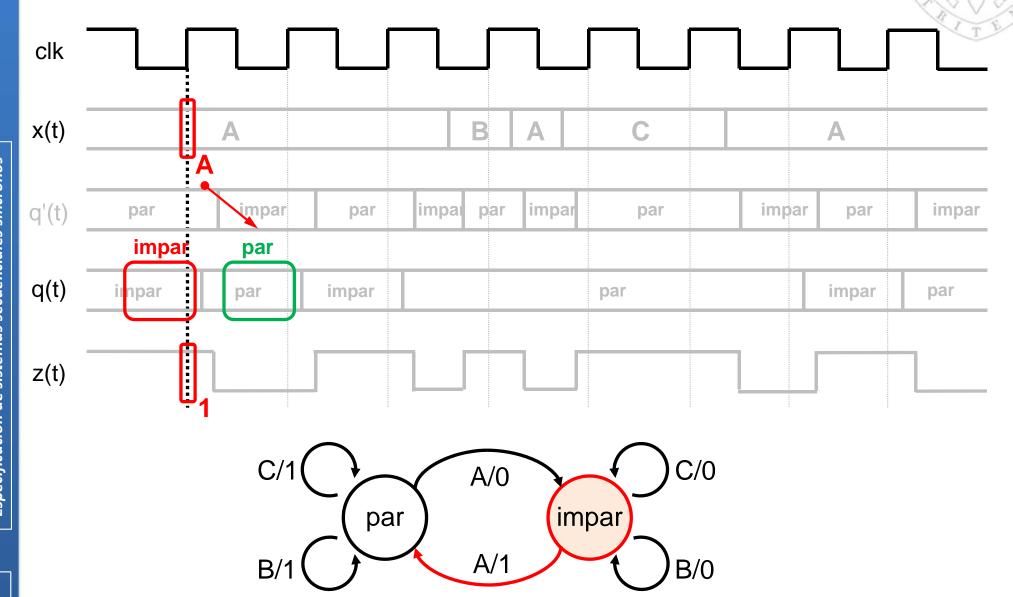


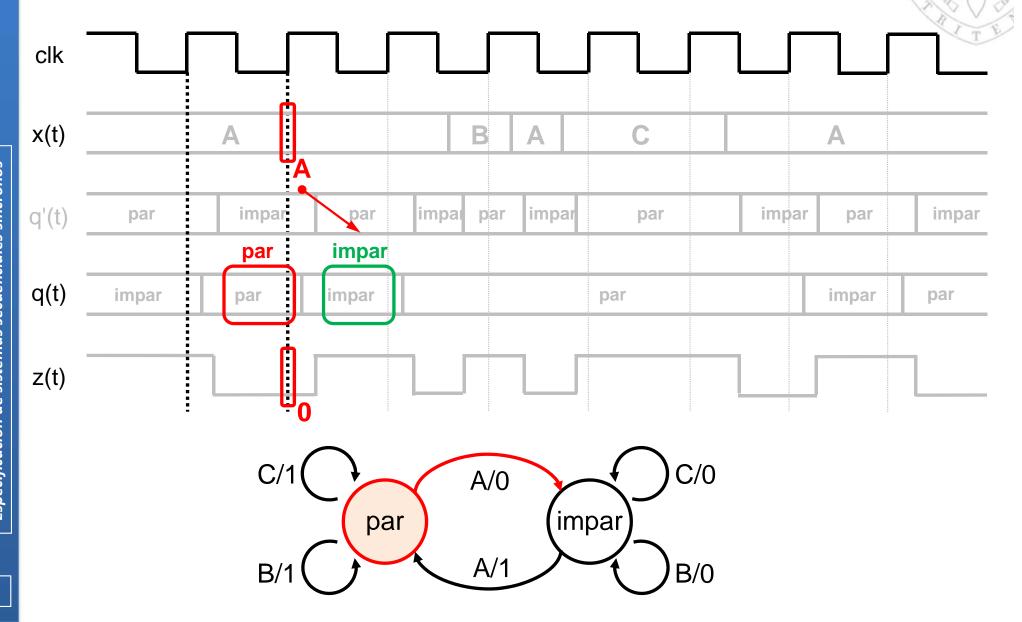


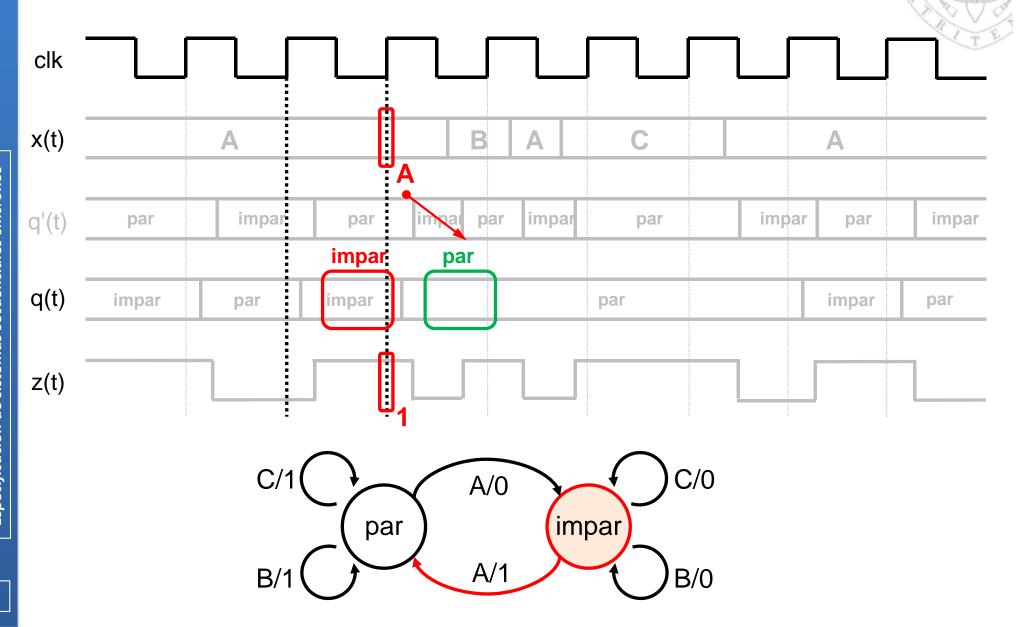


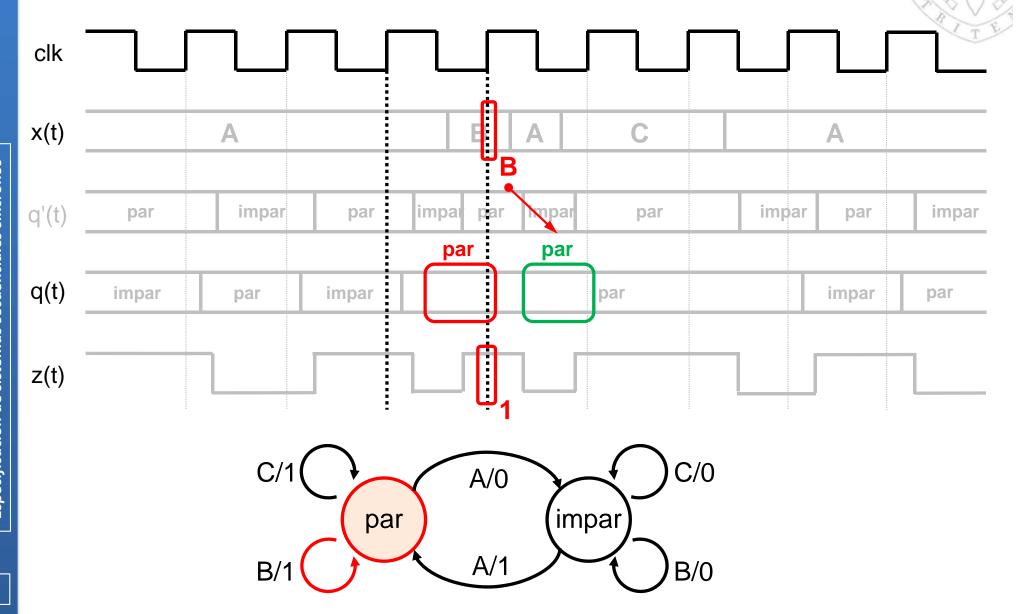


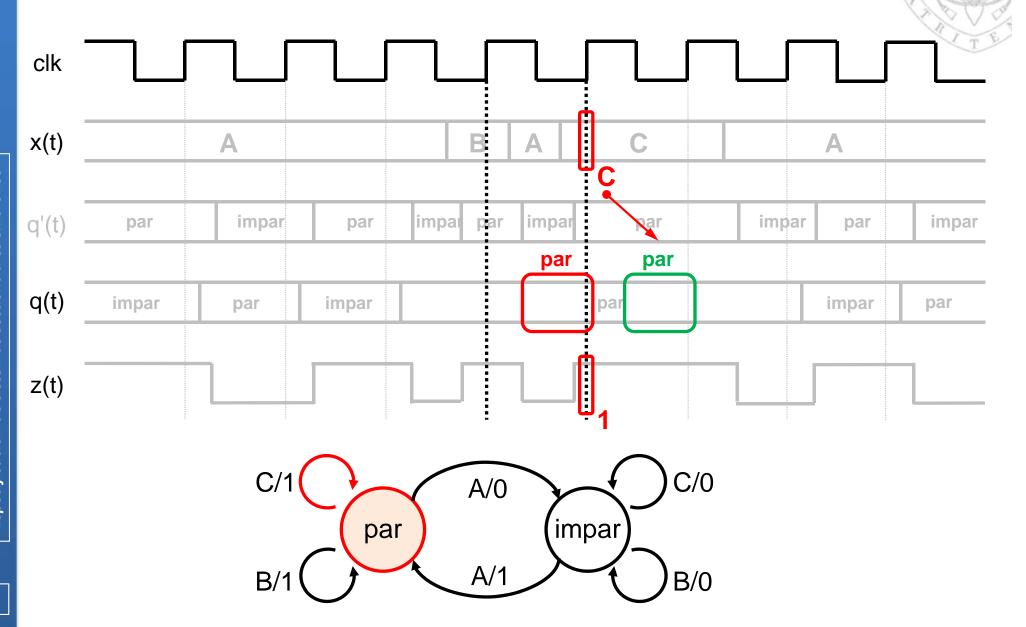


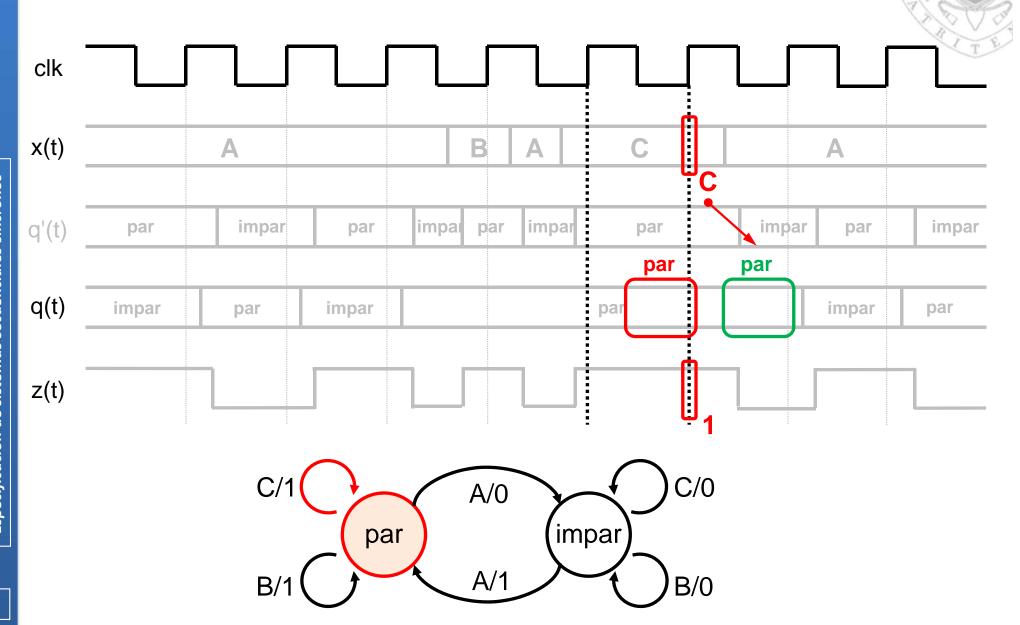


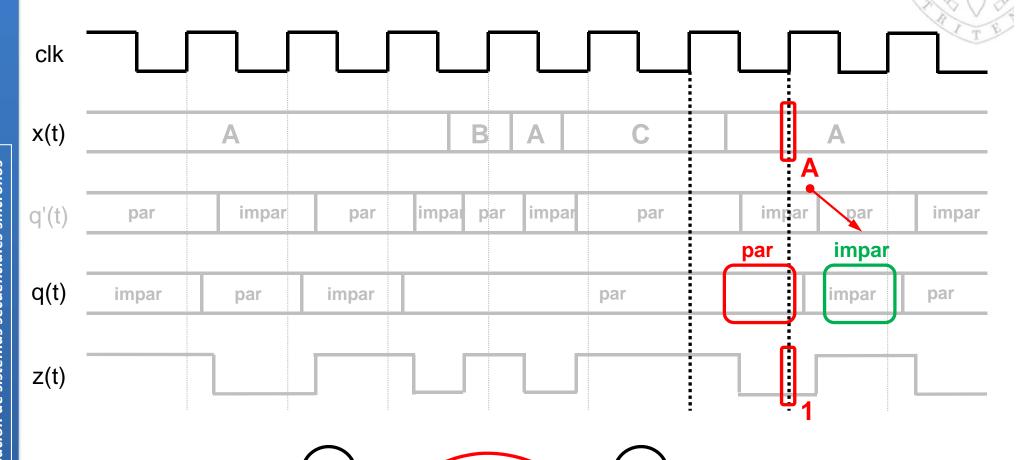










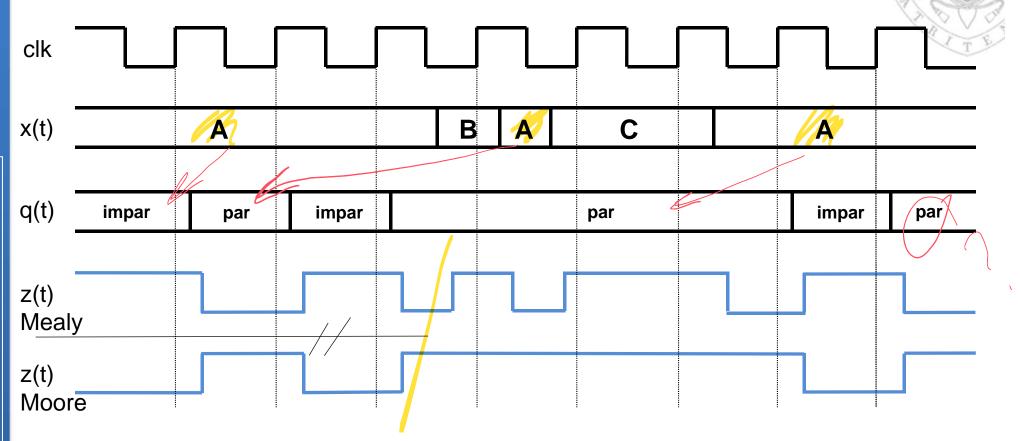


A/0

par

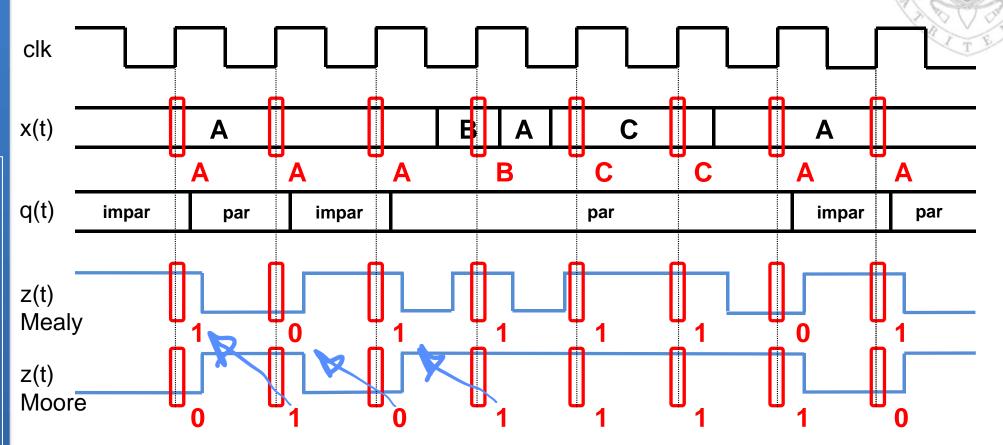
impar

### Mealy vs. Moore



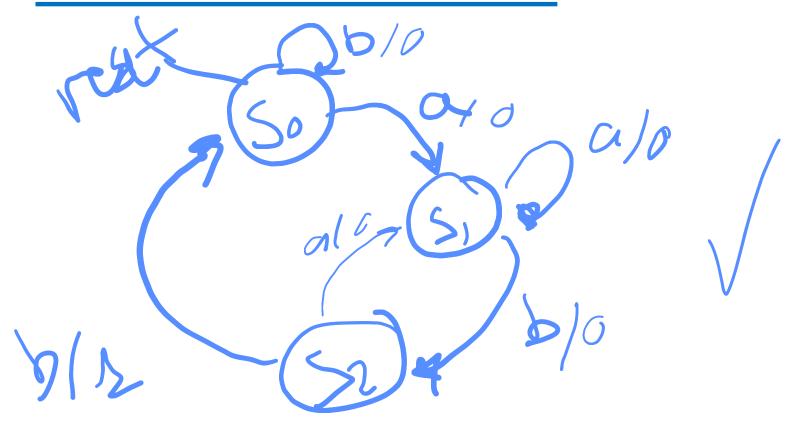
Las salidas de las máquinas Moore y Mealy son notablemente diferentes.

#### Mealy vs. Moore



- Las salidas de las máquinas Moore y Mealy son notablemente diferentes.
  - Pero como, típicamente, son leídas por otro sistema sincronizado con el mismo reloj, solo son relevantes los valores existentes en los flancos de reloj.
- Por ello, a efectos prácticos, la salida de la máquina de Moore equivale a la de Mealy pero con un ciclo de retraso.

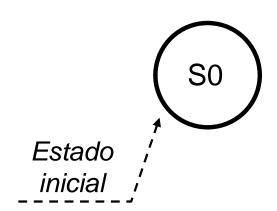
 $z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2) = a \text{ y } x(t-1) = b \text{ y } x(t) = b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$ 



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2) = a \text{ y } x(t-1) = b \text{ y } x(t) = b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Máquina de Mealy

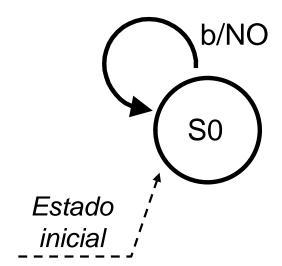
Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

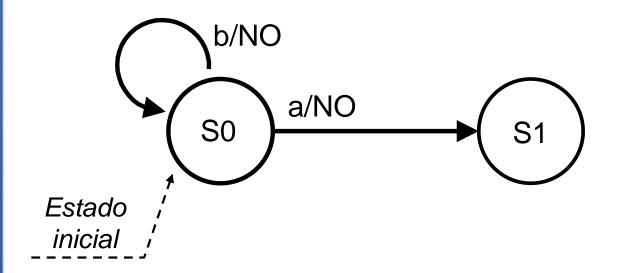
Máquina de Mealy

Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón



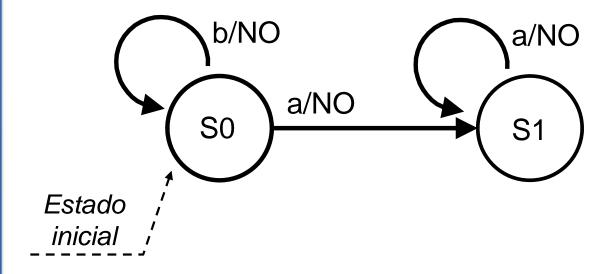
$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"

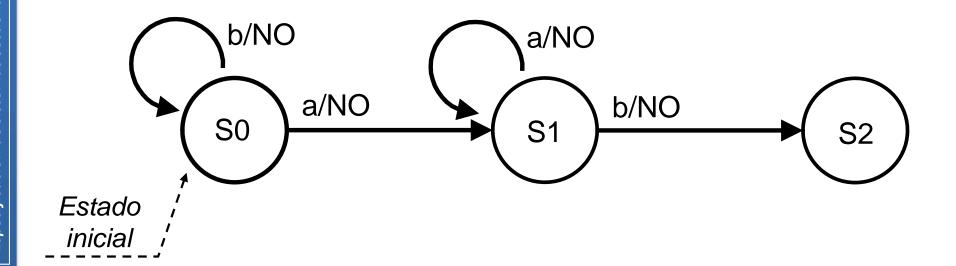


#### tema . Especi

## Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2) = a \text{ y } x(t-1) = b \text{ y } x(t) = b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"

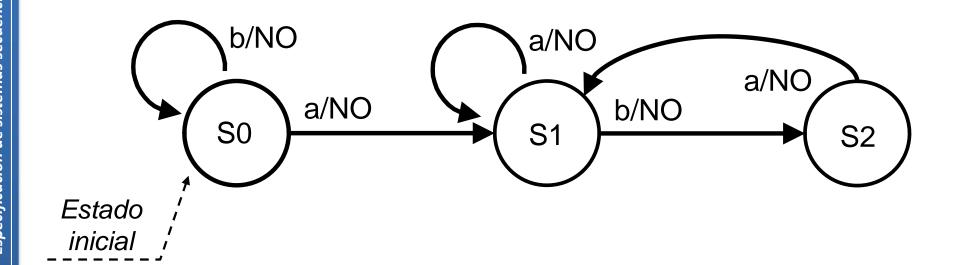


# tema 5:

## Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"



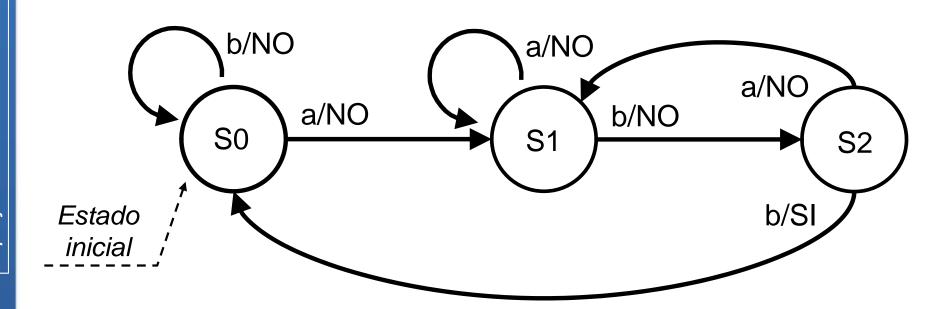
# tema 5:

#### FC

## Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"

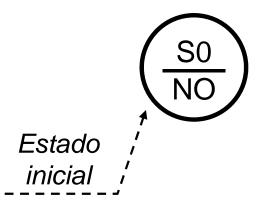


$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

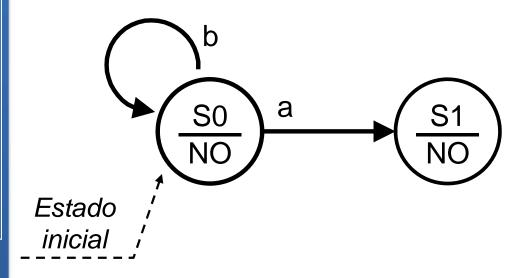
Máquina de Moore

Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón



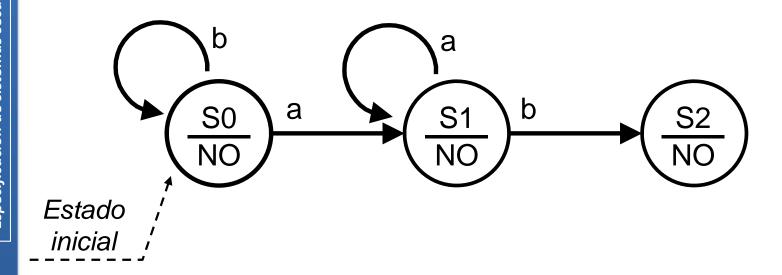
$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"



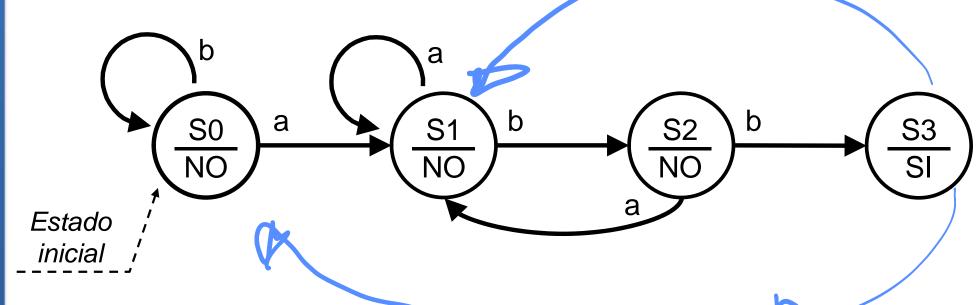
$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

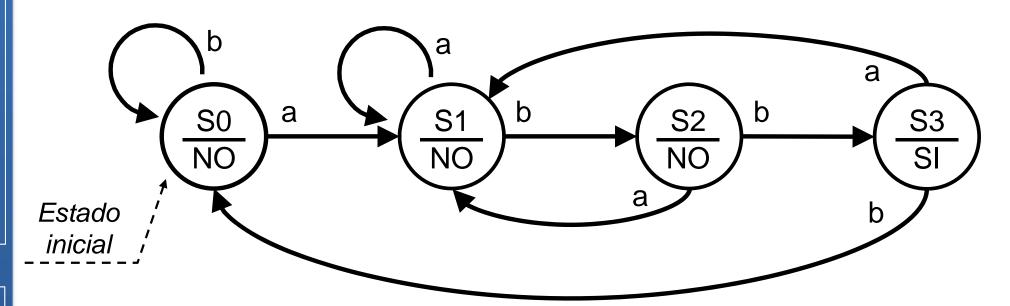
- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"
- Estado S3: ha llegado el patrón "abb"



## Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"
- Estado S3: ha llegado el patrón "abb"



## rema 5

#### Acerca de Creative Commons





- Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:
  - Reconocimiento (Attribution):
    En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.
  - No comercial (Non commercial):

    La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.
  - Compartir igual (Share alike):

    La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Más información: https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/