Drumuri minime DAG-uri

PopescuStefanBDV@gmail.com

Problema

- **Se dau *n* activitati numerotate de la *1* la *n*.**
- **Aceste activitati nu se pot desfasura in mod independent unele de altele.**
- **Se dau perechi de forma (*x*,*y*) cu semnificatia ca activitatea *x* trebuie sa se fi desfasurat pentru ca activitatea *y* sa poata sa inceapa.**

Problema

- **Se dau *n* activitati numerotate de la *1* la *n*.**
- **Aceste activitati nu se pot desfasura in mod independent unele de altele.**
- **Sa se determine (daca este posibil) o ordine de desfasurare a acestor activitati care sa respecte regulile de dependenta.**

Modelare

- **Q: Cum modelam aceasta problema?**

Modelare

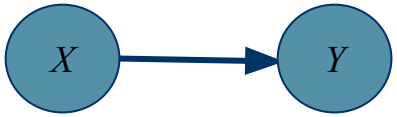
- **Q: Cum modelam aceasta problema?**
- **A: Grafuri orientate**

Modelare

- **Q: Mai exact?**

Modelare

- **A: Grafuri orientate;**
- **A: Daca doua evenimente, *x* si *y*, sunt direct dependente: *x* trebuie sa se desfasoare inaintea lui *y*, atunci**



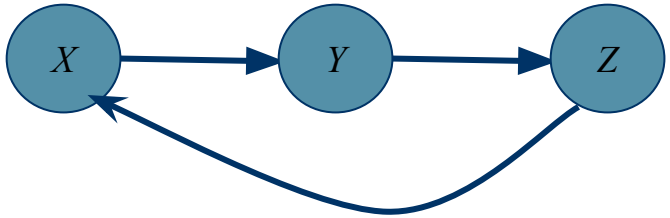
Modelare

- **Q: In ce conditii exista solutii?**

Acestea nu pot fi programate!

Modelare

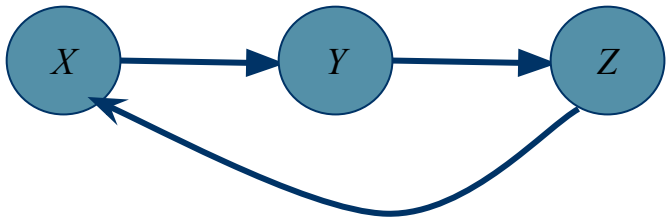
- **Q: In ce conditii exista solutii?**
- **A: Daca trei evenimente: *x* , *y* si *z* cu proprietatea**



Acestea nu pot fi programate!

Modelare

- **Q: In ce conditii exista solutii?**
- **A: Daca trei evenimente: *x* , *y* si *z* cu proprietatea**



Acestea nu pot fi programate!

Mai exact, nu trebuie sa existe circuite!

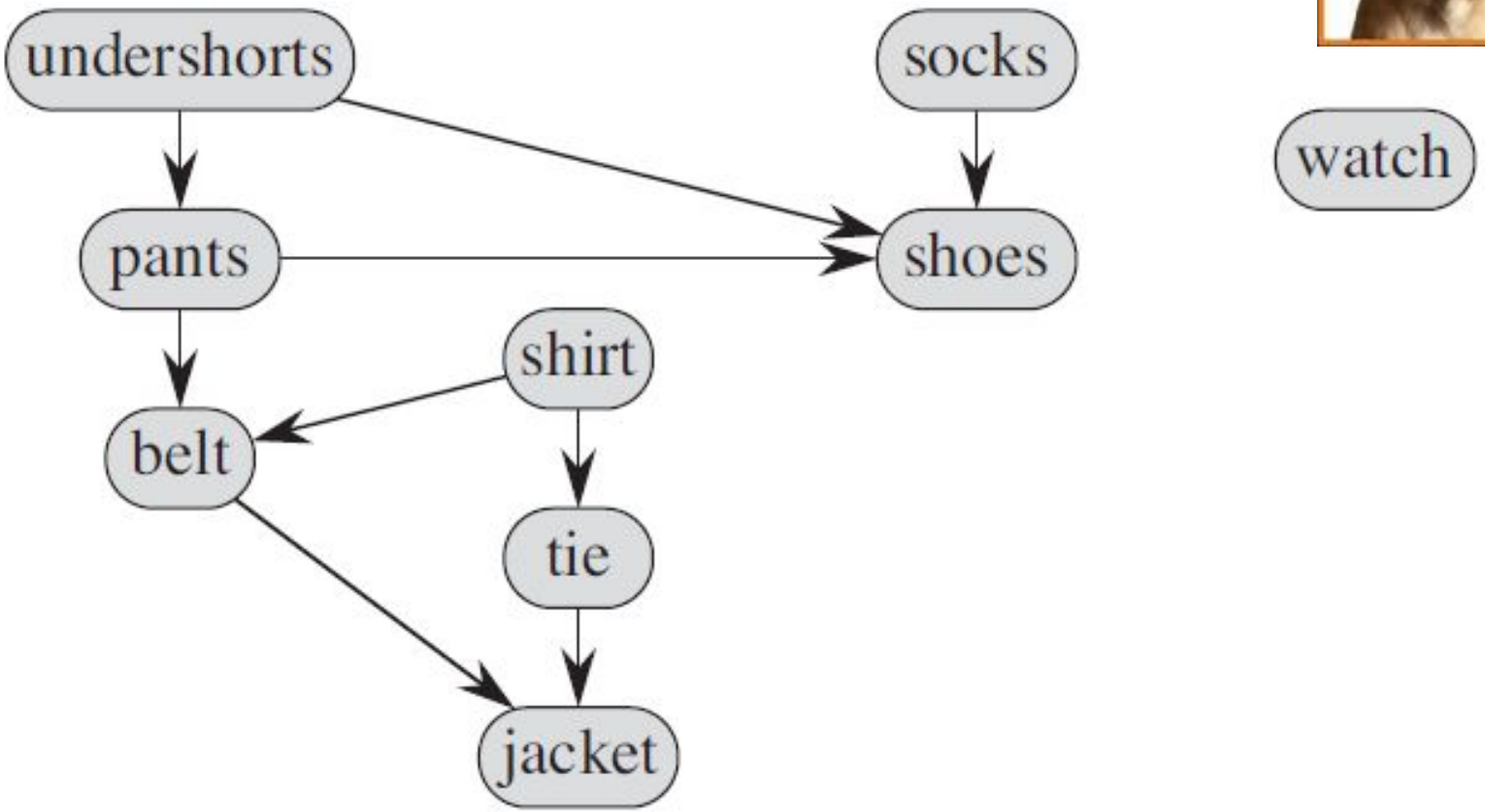
DAG = Directed Acyclic Graph

Modelare

- **Exemplu: Ordinea in care ne imbracam inainte de plecare**

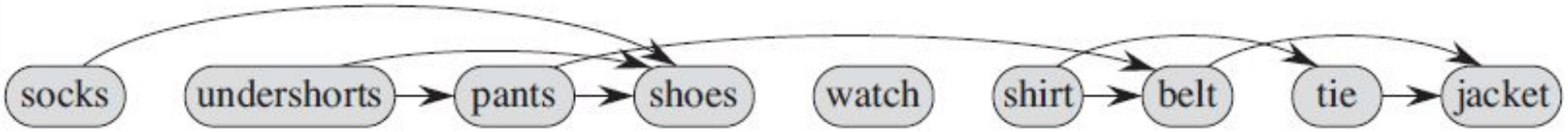
Modelare - Exemplu

Ordinea in care ne imbracam inainte de plecare - Solutii?



Sortare Topologica

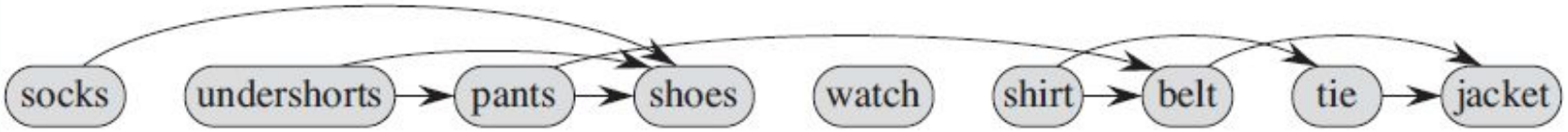
Ordinea in care ne imbracam inainte de plecare



Rezultatul...

Sortare Topologica

Ordinea in care ne imbracam inainte de plecare



Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

1. **Top-Sort=NULL**

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

1. **Top-Sort=NULL**
2. **Cat timp am noduri cu gradul incident = 0**

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

1. **Top-Sort=NULL**
2. **Cat timp am noduri cu gradul incident = 0**
   a. **Identificam P - multimea nodurilor cu gradul incident = 0**

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

1. **Top-Sort=NULL**
2. **Cat timp am noduri cu gradul incident = 0**
   a. **Identificam P - multimea nodurilor cu gradul incident = 0**
   b. **Top-Sort.right_append(P)**
   c. **V=V\P**

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

1. **Top-Sort=NULL**
2. **Cat timp am noduri cu gradul incident = 0**
   a. **Identificam P - multimea nodurilor cu gradul incident = 0**
   b. **Top-Sort.right_append(P)**
   c. **V=V\P**
   d. **Reactualizez gradele nodurilor ramase in V**

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

1. **Top-Sort=NULL**
2. **Cat timp am noduri cu gradul incident = 0**
   a. **Identificam P - multimea nodurilor cu gradul incident = 0**
   b. **Top-Sort.right_append(P)**
   c. **V=V\P**
   d. **Reactualizez gradele nodurilor ramase in V**
3. **Daca V nu este NULL**
   a. **Afisez “Sortarea nu se poate face”**
4. **altfel**
   a. **Afisez Top-Sort;**

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

COMPLEXITATE?

1. **Top-Sort=NULL**
2. **Cat timp am noduri cu gradul incident = 0**
   a. **Identificam P - multimea nodurilor cu gradul incident = 0**
   b. **Top-Sort.right_append(P)**
   c. **V=V\P**
   d. **Reactualizez gradele nodurilor ramase in V**
3. **Daca V nu este NULL**
   a. **Afisez “Sortarea nu se poate face”**
4. **altfel**
   a. **Afisez Top-Sort;**

Algoritmul

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

O(|V|+|E|)

1. **Top-Sort=NULL**
2. **Cat timp am noduri cu gradul incident = 0**
   a. **Identificam P - multimea nodurilor cu gradul incident = 0**
   b. **Top-Sort.right_append(P)**
   c. **V=V\P**
   d. **Reactualizez gradele nodurilor ramase in V**
3. **Daca V nu este NULL**
   a. **Afisez “Sortarea nu se poate face”**
4. **altfel**
   a. **Afisez Top-Sort;**

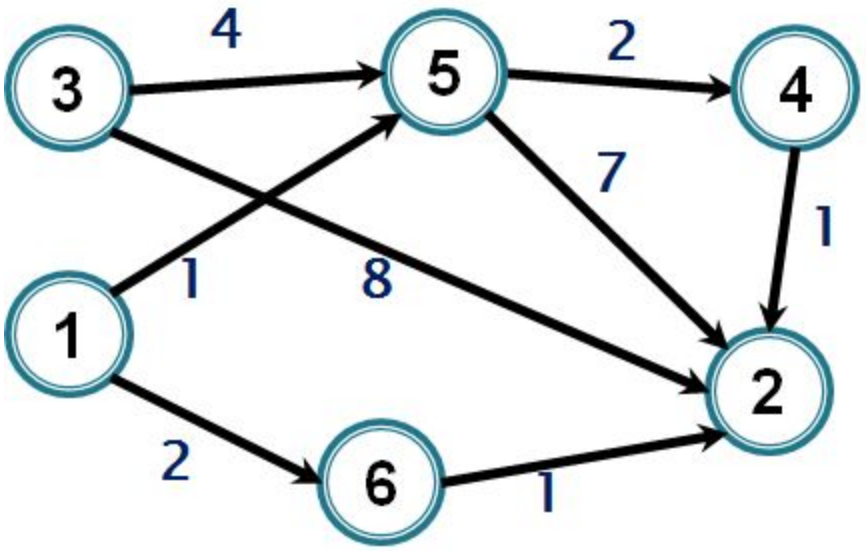
Algoritmul - Corectidudine

TOPOLOGICAL-SORT (*G=(V,E)*)

1. **De ce atunci cand exista solutii, solutia furnizata de algoritm este corecta?**
2. **De ce atunci cand nu exista solutii (exista un circuit), algoritmul semnaleaza corect acest lucru?**

Drumuri minime de sursa unica in DAG-uri

Dat la intrare un DAG - cu ponderi pe arce - si un nod de start *s*, sa se determine drumurile de cost minim de la *s* la toate celelalte noduri.



Drumuri minime de sursa unica in DAG-uri

Dat la intrare un DAG - cu ponderi pe arce - si un nod de start *s*, sa se determine drumurile de cost minim de la *s* la toate celelalte noduri.

Observatie 1: Arcele pot avea si cost negativ.

Drumuri minime de sursa unica in DAG-uri

Dat la intrare un DAG - cu ponderi pe arce - si un nod de start *s*, sa se determine drumurile de cost minim de la *s* la toate celelalte noduri.

Observatie 1: Arcele pot avea si cost negativ.

Observatie 2: Cand consideram un varf *v*, pentru a calcula d(*s*,*v*) ar fi util sa stim d(*s*,*u*) pentru orice u,v - arc;

Idei?

Drumuri minime de sursa unica in DAG-uri

Dat la intrare un DAG - cu ponderi pe arce - si un nod de start *s*, sa se determine drumurile de cost minim de la *s* la toate celelalte noduri.

Observatie 1: Arcele pot avea si cost negativ.

Observatie 2: Cand consideram un varf *v*, pentru a calcula d(*s*,*v*) ar fi util sa stim d(*s*,*u*) pentru orice u,v - arc;

Idee: Sortarea Topologica

Pseudocod

- Considerăm vârfurile în ordinea dată de sortarea topologică, începând cu vârful s
- Pentru fiecare vârf u relaxăm arcele uv către vecinii săi (pentru a găsi drumuri noi către aceștia)

Pseudocod

```
s – vârful de start
```

Pseudocod

```
s – vârful de start
//initializam distante – ca la Dijkstra
pentru fiecare u ∈ V executa
    d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0
```

Pseudocod

```
s – vârful de start
//initializam distante – ca la Dijkstra
pentru fiecare u ∈ V executa
    d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
//este suficient sa pastrăm vârfurile din sortare începând
cu s
SortTop = Topological-Sort(G)
```

Pseudocod

```
s – vârful de start
//initializam distante – ca la Dijkstra
pentru fiecare u ∈ V executa
    d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
//este suficient sa pastrăm vârfurile din sortare începând
cu s
SortTop = Topological-Sort(G)
pentru fiecare u ∈ SortTop
```

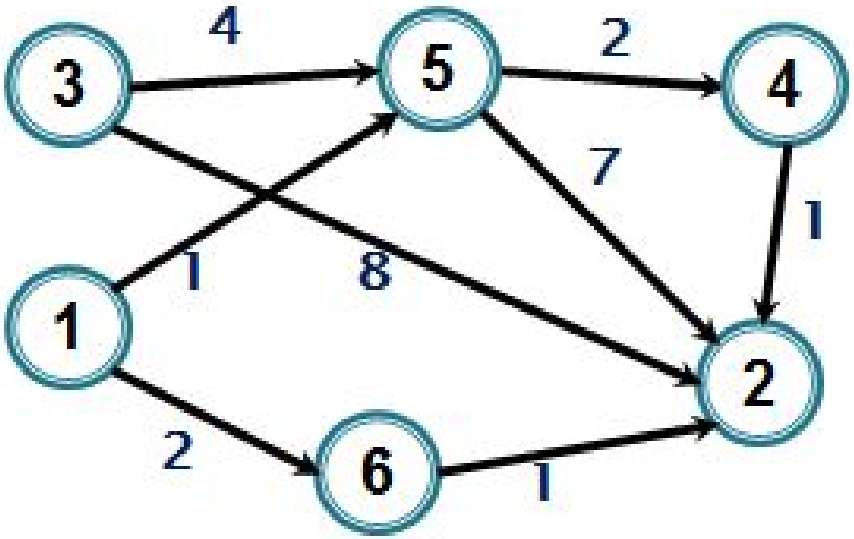
Pseudocod

```
s – vârful de start
//initializam distante – ca la Dijkstra
pentru fiecare u ∈ V executa
    d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
//este suficient sa pastrăm vârfurile din sortare începând
cu s
SortTop = Topological-Sort(G)
pentru fiecare u ∈ SortTop
   pentru fiecare uv ∈ E executa
```

Pseudocod

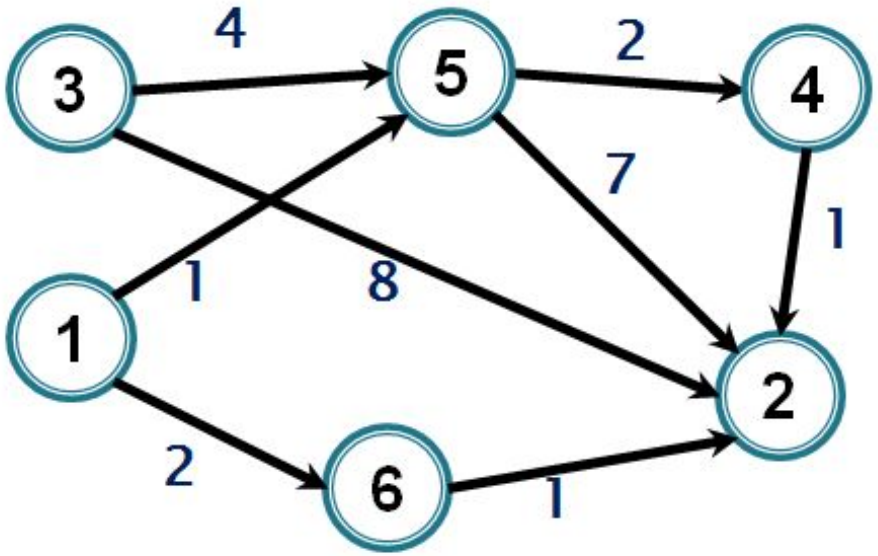
```
s – vârful de start
//initializam distante – ca la Dijkstra
pentru fiecare u ∈ V executa
    d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
//este suficient sa pastrăm vârfurile din sortare începând
cu s
SortTop = Topological-Sort(G)
pentru fiecare u ∈ SortTop
   pentru fiecare uv ∈ E executa
       daca d[u]+w(u,v)<d[v] atunci   //relaxam uv
              d[v] = d[u]+w(u,v)
       tata[v] = u
```

EXEMPLU



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2



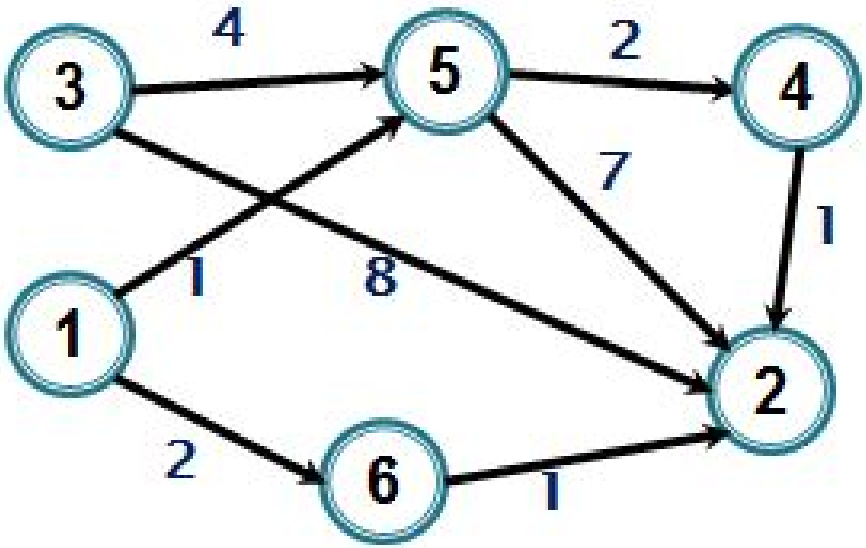
Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2



Sortare topologică

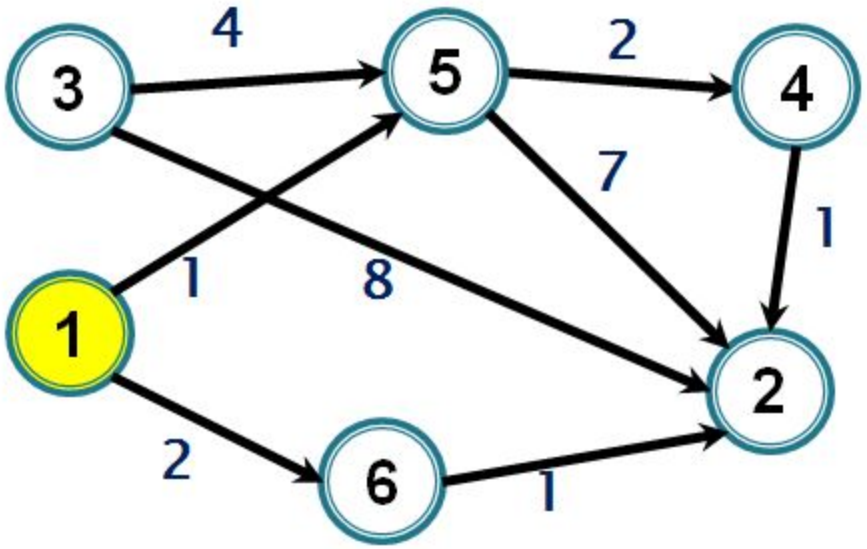
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]



Sortare topologică

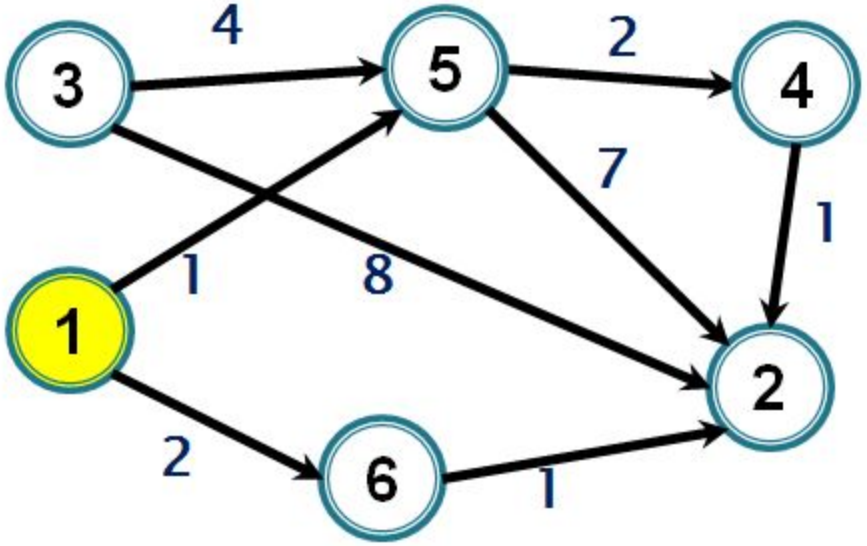
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	$\infty/0$,	$\infty/0$,	$0/0$,	$\infty/0$,	$\infty/0$,	$\infty/0$
u = 1:						



Sortare topologică

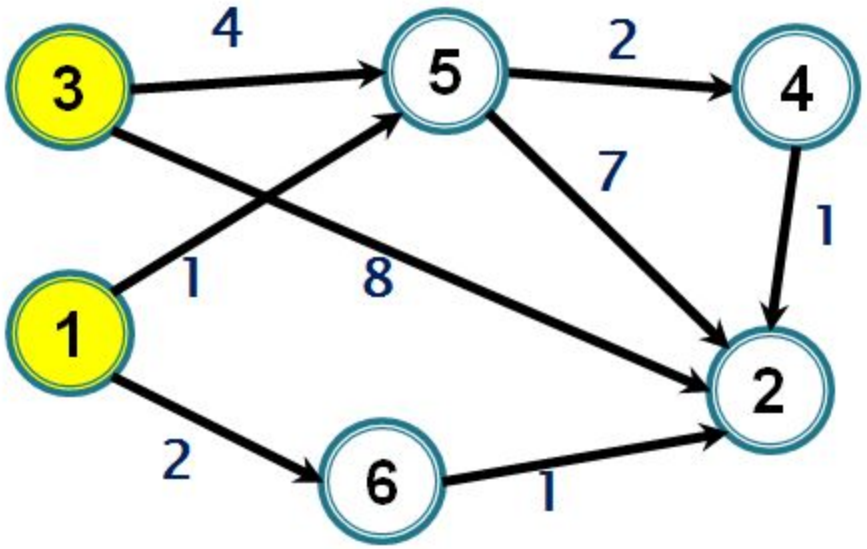
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]



Sortare topologică

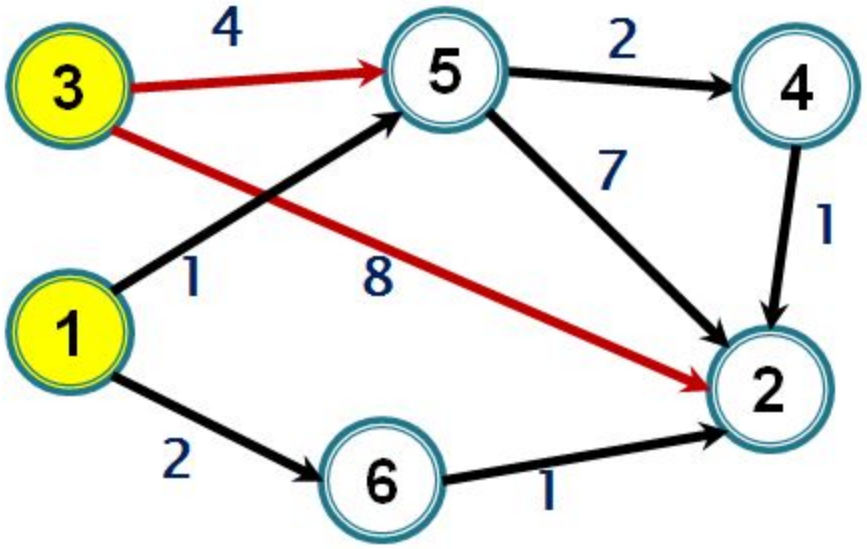
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:						



Sortare topologică

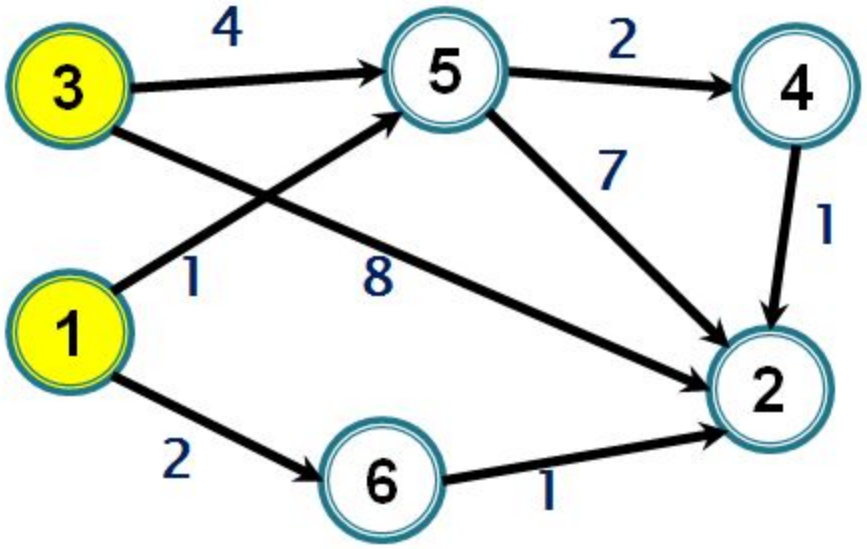
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:						



Sortare topologică

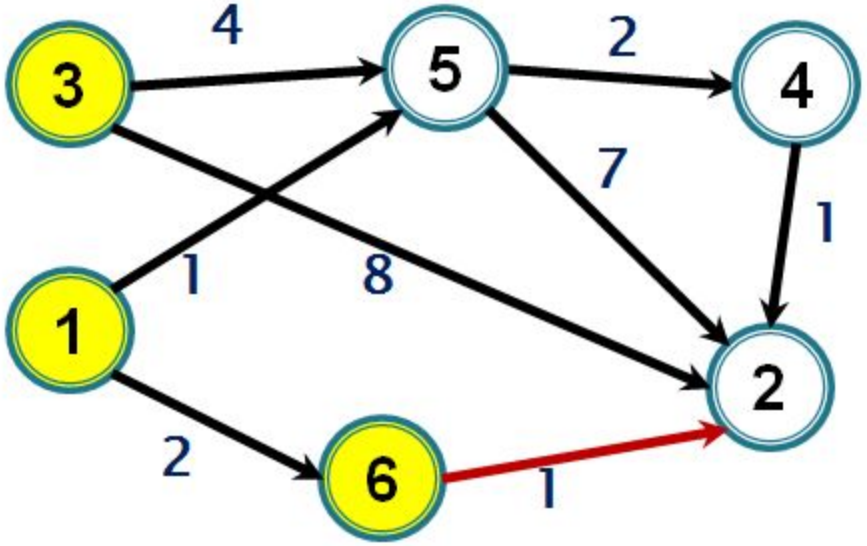
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]



Sortare topologică

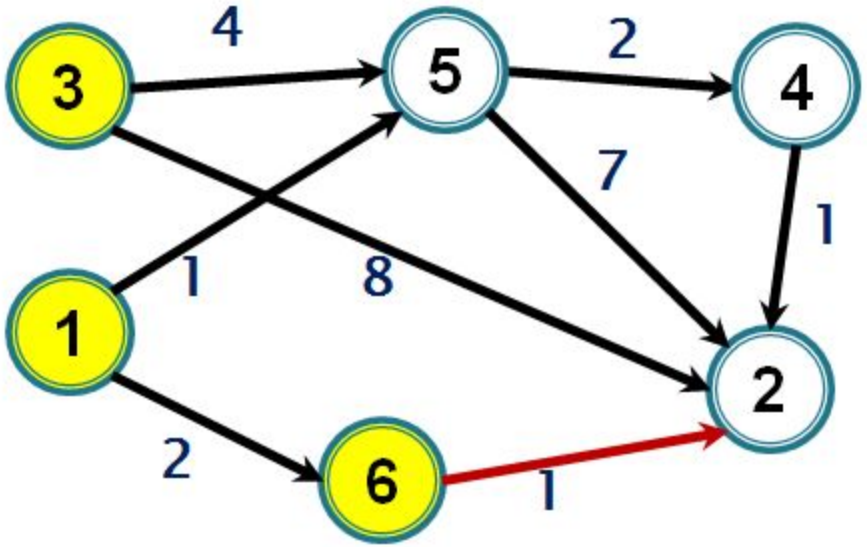
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:						



Sortare topologică

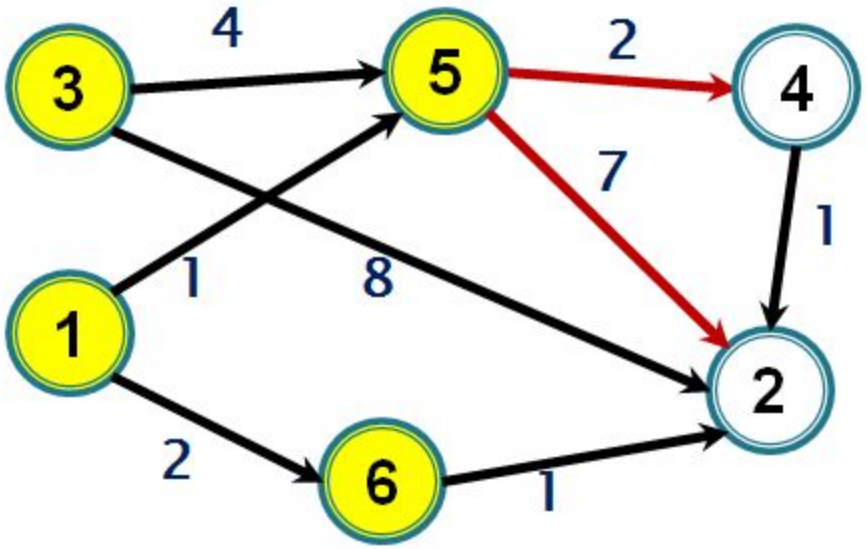
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	d/tata	1	2	3	4	5	6
		[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:		[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:		[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:		[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]



Sortare topologică

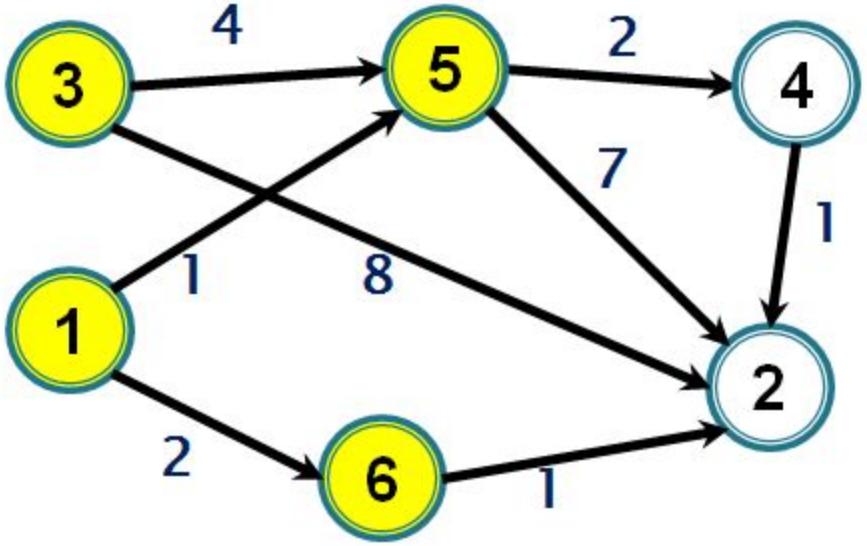
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	d/tata	1	2	3	4	5	6
		[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:		[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:		[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:		[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:							



Sortare topologică

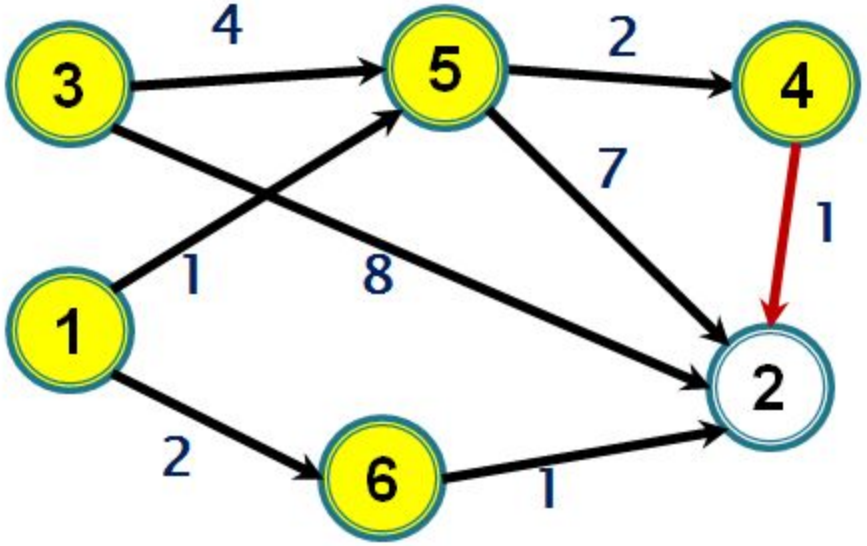
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]



Sortare topologică

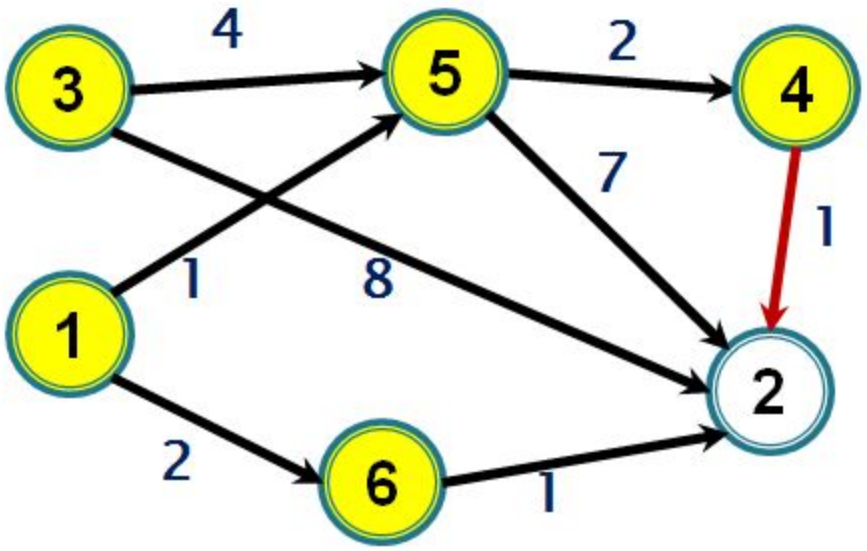
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:						



Sortare topologică

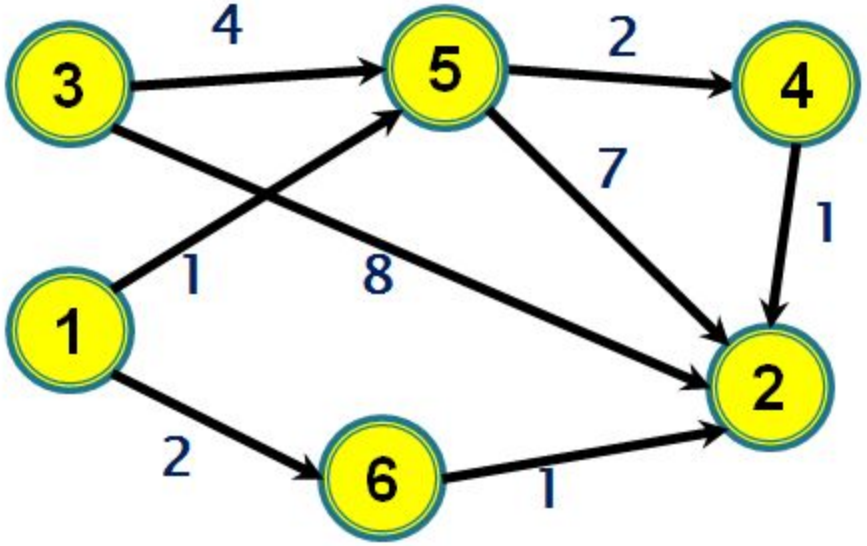
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]



Sortare topologică

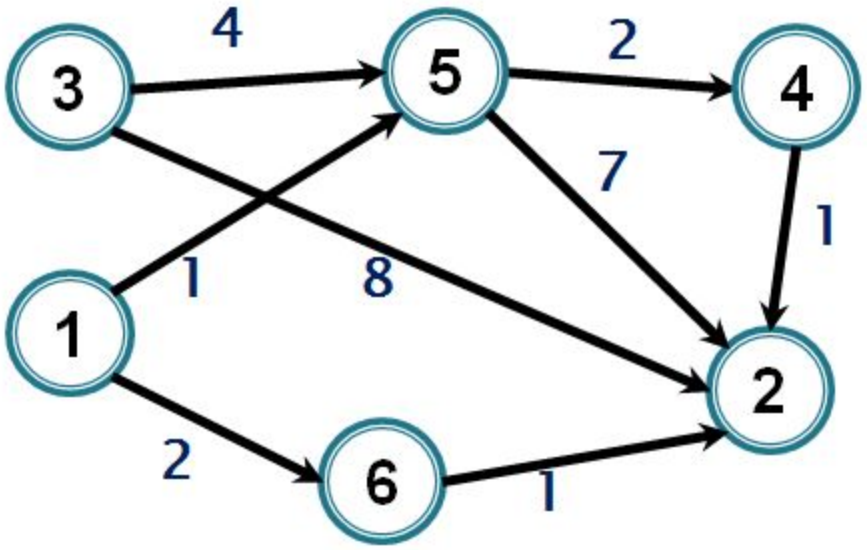
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 2:						



Sortare topologică

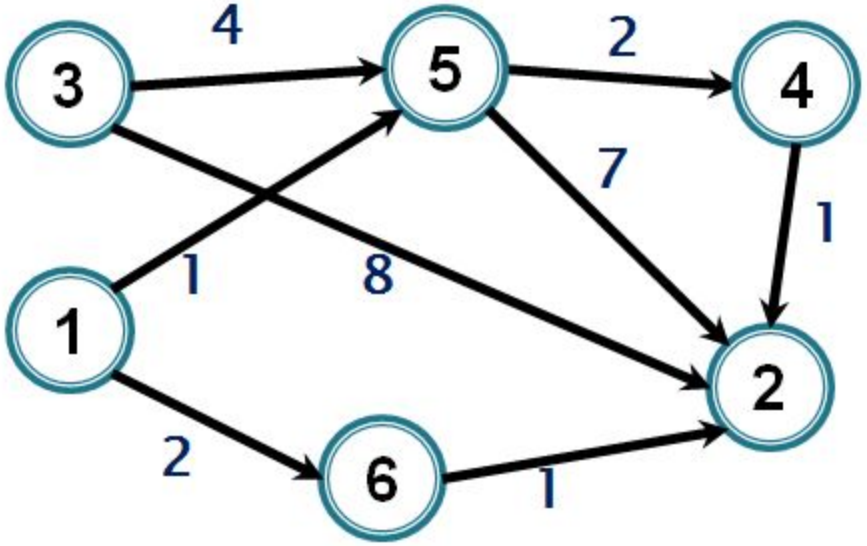
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	d/tata	1	2	3	4	5	6
		[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:		[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:		[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:		[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:		[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:		[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 2:		[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
Soluție	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]

Un drum minim de la 3 la 2?

Corectitudine - 2 observatii

Corectitudine

Observatie 1:

Toate nodurile situate la “stanga” nodului de start in sortarea topologica vor avea distanta catre ele ∞

Corectitudine

Observatie 1:

Toate nodurile situate la “stanga” nodului de start in sortarea topologica vor avea distanta catre ele ∞

Observatie 2:

Pentru orice alt nod, corectitudinea rezultatului obtinut se bazeaza pe corectitudinea rezultatului obtinut pentru nodurile anterioare in sortarea topologica

Aplicatie: Drumuri Critice

Aplicatie: Drumuri Critice

Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,…, n:

Aplicatie: Drumuri Critice

Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,…, n:

- **durata** fiecărei activități

Aplicatie: Drumuri Critice

Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,…, n:

- **durata** fiecărei activități
- **perechi (i, j)** = activitatea i trebuie să se încheie **înainte** să înceapă j

Aplicatie: Drumuri Critice

Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,…, n:

- **durata** fiecărei activități
- **perechi (i, j)** = activitatea i trebuie să se încheie **înainte** să înceapă j
- activitățile se pot desfășura și **în paralel**

Aplicatie: Drumuri Critice

Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,…, n:

- **durata** fiecărei activități
- **perechi (i, j)** = activitatea i trebuie să se încheie **înainte** să înceapă j
- activitățile se pot desfășura și **în paralel**

Se cere: **timpul minim de finalizare a proiectului** (dacă momentul de start este ora 0) + **planificarea activităților**

Drumuri Critice: Exemplu

n = 6

- **Activitatea 1 - durata 7**
- **Activitatea 2 - durata 4**
- **Activitatea 3 - durata 30**
- **Activitatea 4 - durata 12**
- **Activitatea 5 - durata 2**
- **Activitatea 6 - durata 5**
- **(1, 2)**
- **(2, 3)**
- **(3, 6)**
- **(4, 3)**
- **(2, 6)**
- **(3, 5)**

Drumuri Critice: Exemplu

Modelare?

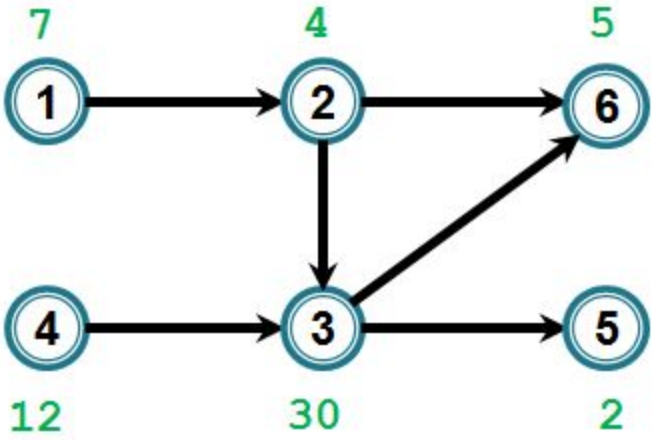
n = 6

- **Activitatea 1 - durata 7**
- **Activitatea 2 - durata 4**
- **Activitatea 3 - durata 30**
- **Activitatea 4 - durata 12**
- **Activitatea 5 - durata 2**
- **Activitatea 6 - durata 5**
- **(1, 2)**
- **(2, 3)**
- **(3, 6)**
- **(4, 3)**
- **(2, 6)**
- **(3, 5)**

Drumuri Critice: Exemplu

n = 6

- **Activitatea 1 - durata 7**
- **Activitatea 2 - durata 4**
- **Activitatea 3 - durata 30**
- **Activitatea 4 - durata 12**
- **Activitatea 5 - durata 2**
- **Activitatea 6 - durata 5**
- **(1, 2)**
- **(2, 3)**
- **(3, 6)**
- **(4, 3)**
- **(2, 6)**
- **(3, 5)**

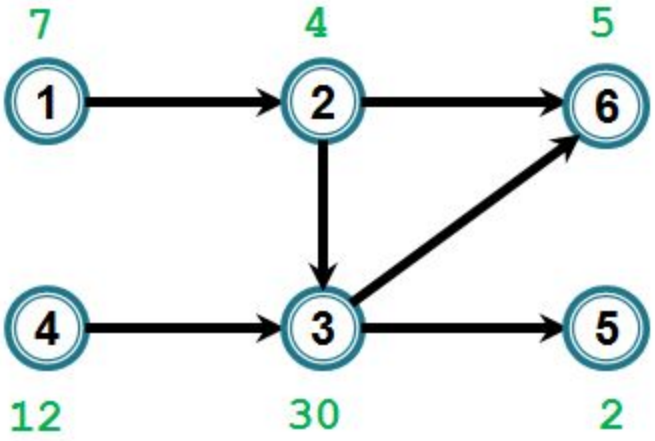


Drumuri Critice: Exemplu

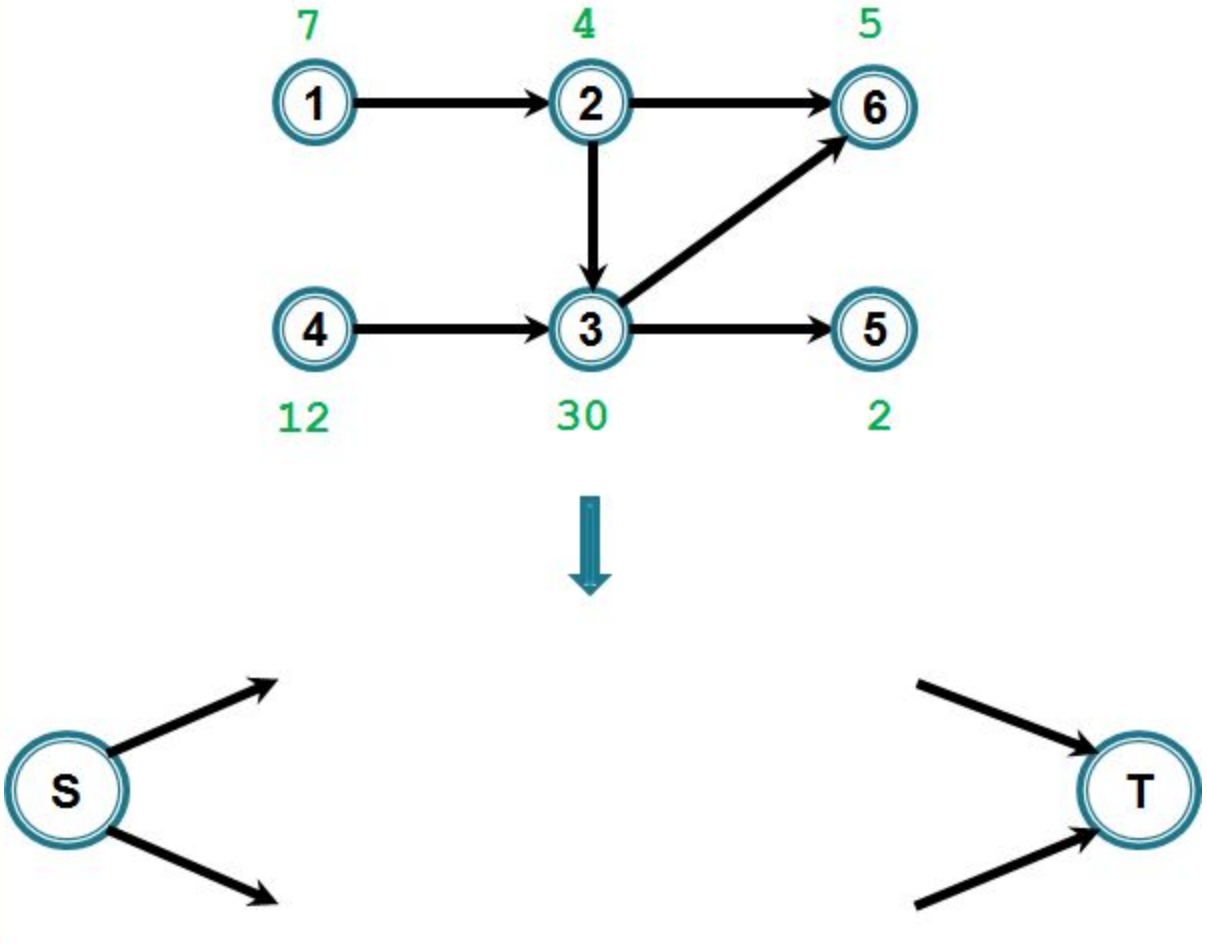
Ponderile?

n = 6

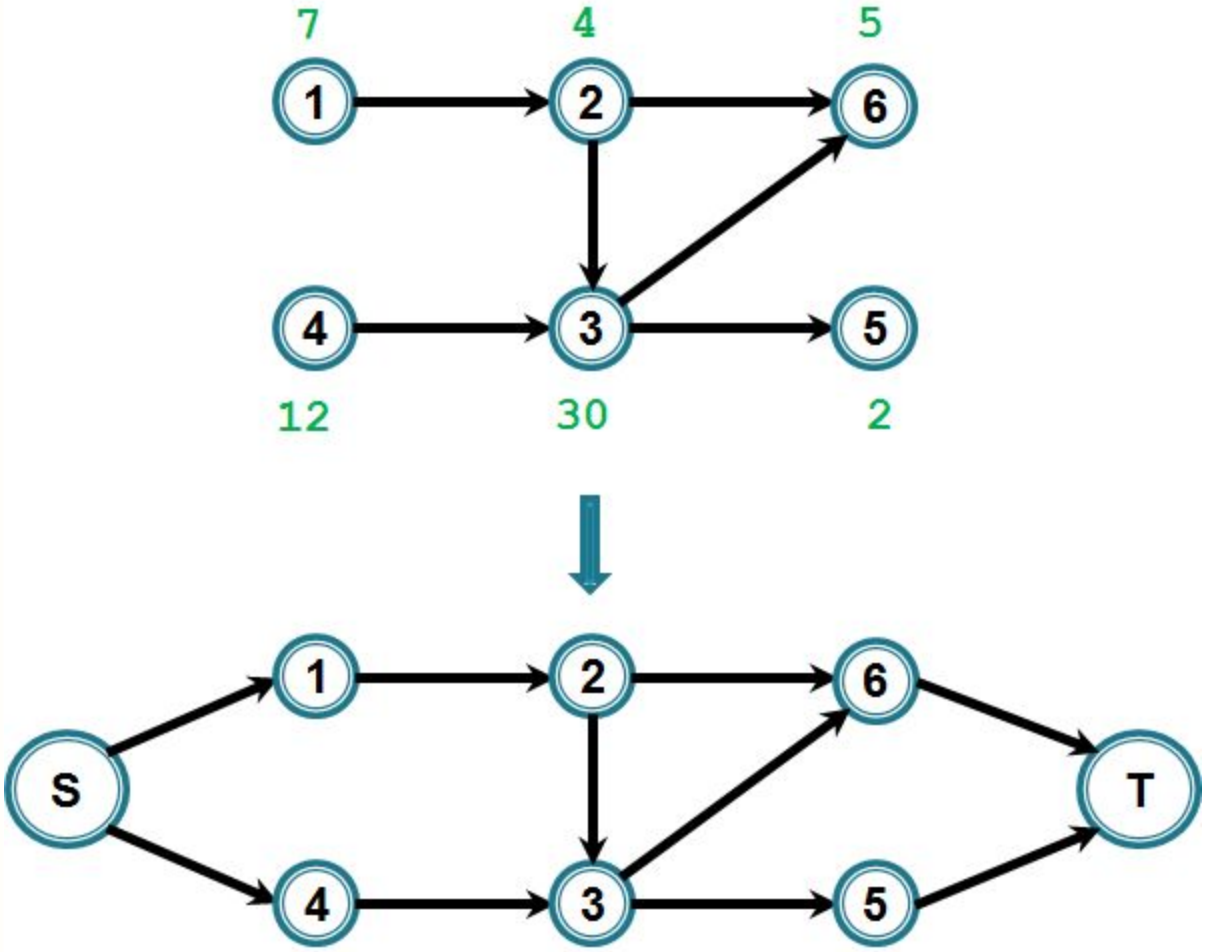
- **Activitatea 1 - durata 7**
- **Activitatea 2 - durata 4**
- **Activitatea 3 - durata 30**
- **Activitatea 4 - durata 12**
- **Activitatea 5 - durata 2**
- **Activitatea 6 - durata 5**
- **(1, 2)**
- **(2, 3)**
- **(3, 6)**
- **(4, 3)**
- **(2, 6)**
- **(3, 5)**



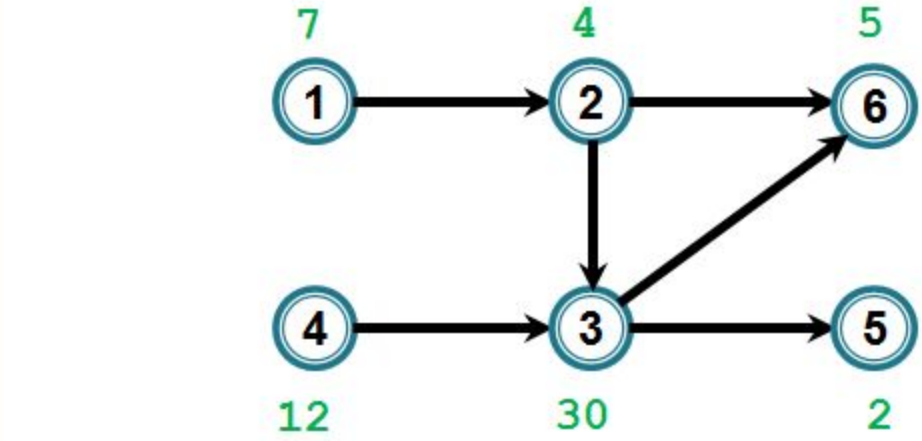
Drumuri Critice: Exemplu



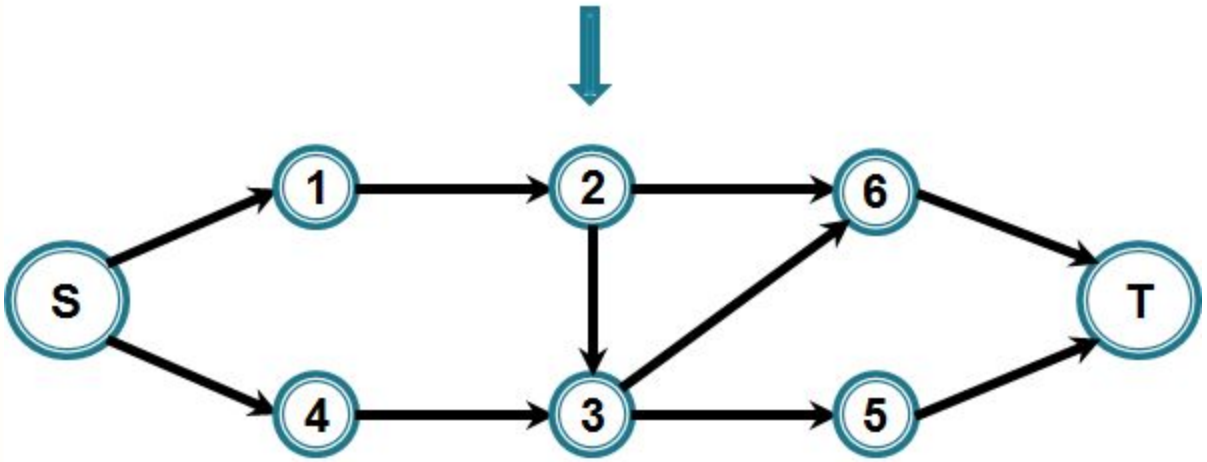
Drumuri Critice: Exemplu



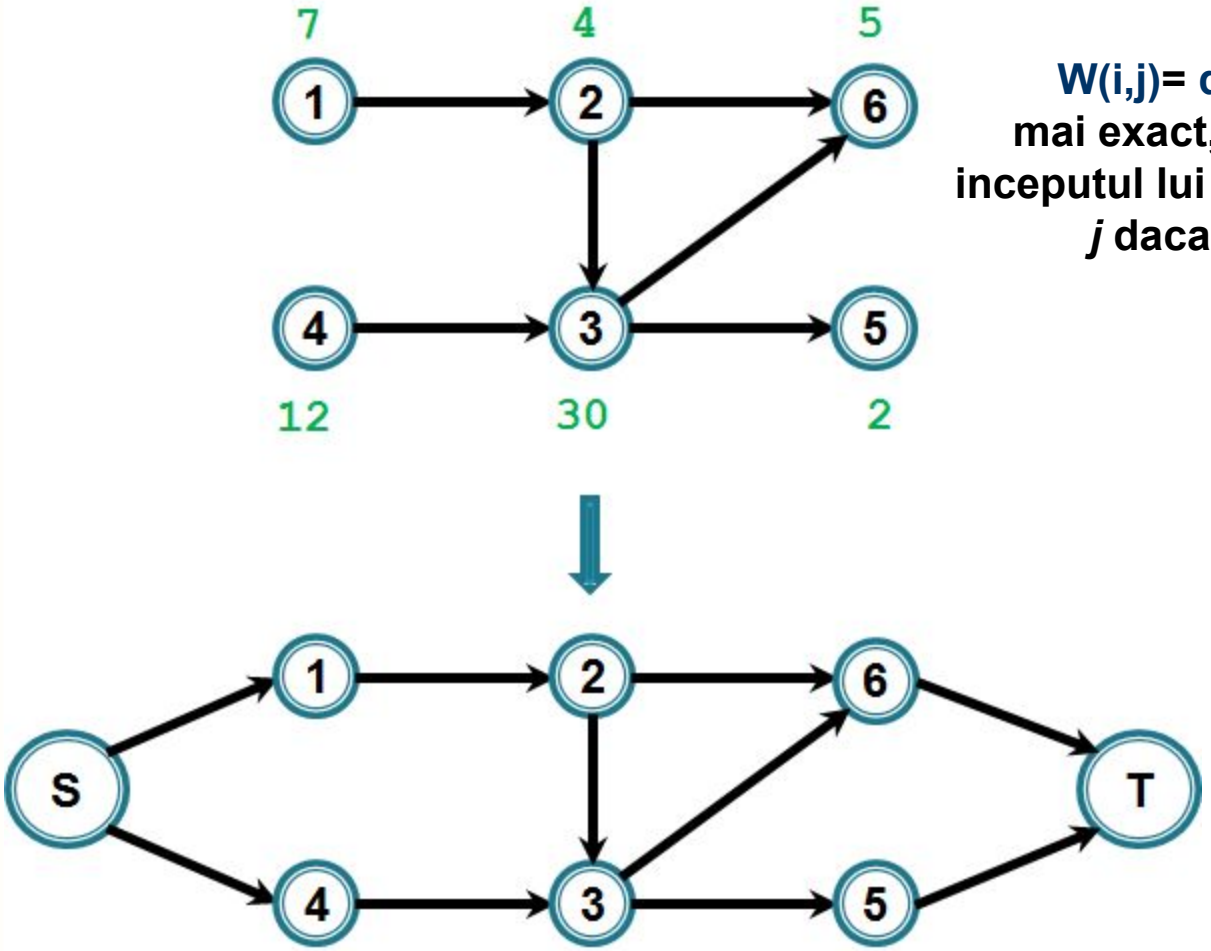
Drumuri Critice: Exemplu



W(i,j)=?

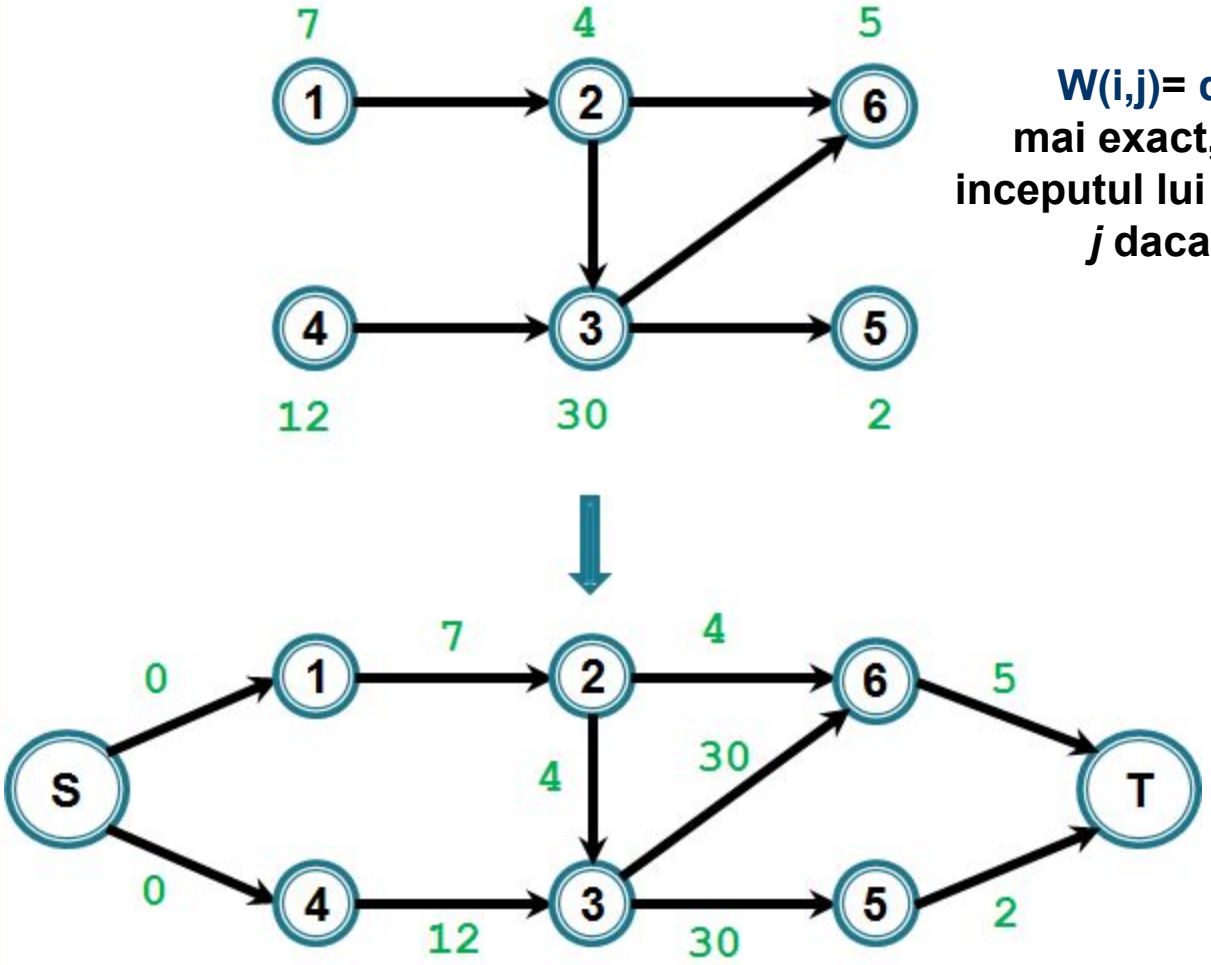


Drumuri Critice: Exemplu



W(i,j)= durata activitatii *i*
mai exact, timpul scurs de la inceputul lui *i* pana la inceputul lui *j* daca *i,j* consecutive

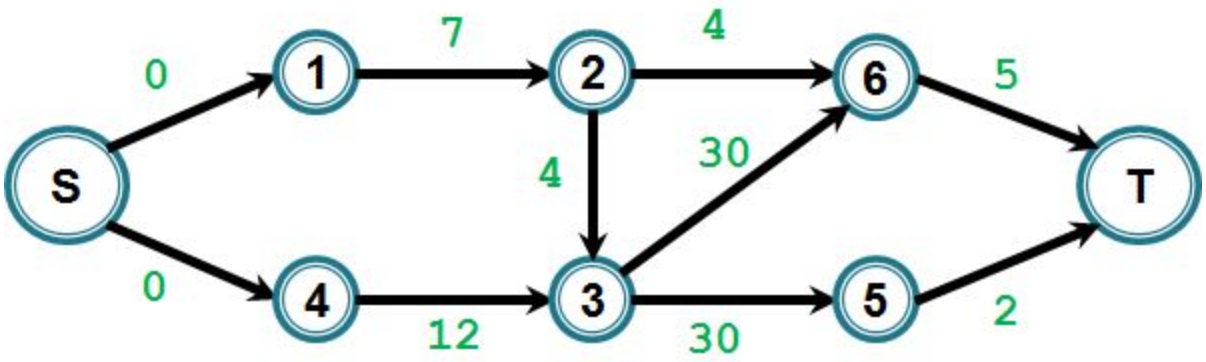
Drumuri Critice: Exemplu



W(i,j)= durata activitatii *i*
mai exact, timpul scurs de la inceputul lui *i* pana la inceputul lui *j* daca *i,j* consecutive

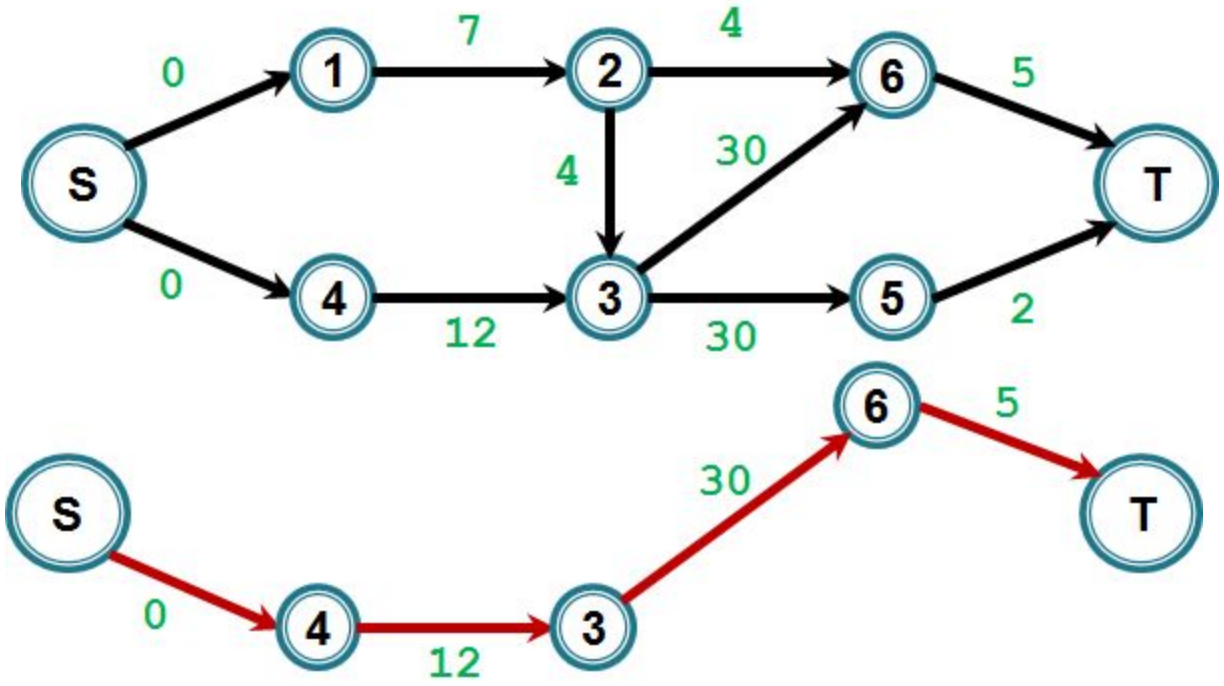
Drumuri Critice: Exemplu

Timpul minim de finalizare a proiectului = costul maxim al unui drum de la S la T



Drumuri Critice: Exemplu

Timpul minim de finalizare a proiectului = costul maxim al unui drum de la S la T



Analiza...

Putem modifica algoritmul de determinare de drumuri minime în grafuri aciclice a.î. să determine drumuri maxime (de cost maxim) de la S la celelalte vârfuri?

Analiza...

Putem modifica algoritmul lui Dijkstra de determinare de drumuri minime în grafuri (nu neapărat aciclice) a.î. să determine drumuri maxime de la S la celelalte vârfuri?

Drumuri minime cu mai multe puncte de start

PopescuStefanBDV@gmail.com

Problema

Dandu-se un graf (preferabil fara circuite de cost negativ), se pune problema gasirii in mod eficient a drumurilor de cost minimim de la oricare nod la oricare alt nod

Problema

Dandu-se un graf (preferabil fara circuite de cost negativ), se pune problema gasirii in mod eficient a drumurilor de cost minimim de la oricare nod la oricare alt nod

Q: Cum retin costul drumurilor dintre *i* si *j*?
A: Matricea D[i][j]= costul drumului minim de la i la j

Problema

Dandu-se un graf (preferabil fara circuite de cost negativ), se pune problema gasirii in mod eficient a drumurilor de cost minimim de la oricare nod la oricare alt nod

Q: Cum retin efectiv drumul dintre *i* si *j*?
A: Matricea T[i][j]= Predecesorul nodului j in drumul de cost minim de la i la j

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
n=|V|
//initializam distante si predecesori
pentru fiecare i,j ∈ V executa
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
n=|V|
//initializam distante si predecesori
pentru fiecare i,j ∈ V executa
    D[i][i] = 0; D[i][j] = w[i][j];
    T[i][i] = 0;
    T[i][j] = i - daca ij ∈ E;
    T[i][j] = NULL - altfel ∈ E;
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
n=|V|
//initializam distante si predecesori
pentru fiecare i,j ∈ V executa
    D[i][i] = 0; D[i][j] = w[i][j];
    T[i][i] = 0;
    T[i][j] = i - daca ij ∈ E;
    T[i][j] = NULL - altfel;
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru i de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
                daca D'[i][j]=D[i][j]
                    T'[i][j]=T[i][j]
                altfel
                    T'[i][j]=T[k][j]
        T=T'; D=D'
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
                daca D'[i][j]=D[i][j]
                    T'[i][j]=T[i][j]
                altfel
                    T'[i][j]=T[k][j]
        T=T'; D=D'
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]= ?
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
                daca D'[i][j]=D[i][j]
                    T'[i][j]= ?
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
                daca D'[i][j]=D[i][j]
                    T'[i][j]=T[i][j]
                altfel
                    T'[i][j]= ?
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
                daca D'[i][j]=D[i][j]
                    T'[i][j]=T[i][j]
                altfel
                    T'[i][j]=T[k][j]
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
                daca D'[i][j]=D[i][j]
                    T'[i][j]=T[i][j]
                altfel
                    T'[i][j]=T[k][j]
        T=T'; D=D'
```

Solutia: Algoritmul Floyd-Warshall

Complexitate?

```
//actualizare distante si predecesori
    pentru k de la 1 la n
        pentru i de la 1 la n
            pentru j de la 1 la n
                D'[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
                daca D'[i][j]=D[i][j]
                    T'[i][j]=T[i][j]
                altfel
                    T'[i][j]=T[k][j]
        T=T'; D=D'
```

Corectitudine

- Algoritmul incerca sa insereze in drumul minim contruit toate nodurile *k*; un nod *k* este folosit in constructia unui drum de cost minim doar daca ajuta la reducerea costului.
- Ordinea in care sunt construite drumurile?
- Ce se intampla in cazul circuitelor de cost negativ?

Questions?

The end