Calcul Numeric – Tema #3

Ex. 1 Să se propună un Algoritm în baza metodei Gauss-Jordan, care are ca date de intrare matricea A şi ca date de ieşire inversa A^{-1} şi $det(A)$.

Opţiune: Se poate aplica Gauss cu pivotare parţială atunci când se elimină elementele sub diagonala principală, iar pentru eliminarea elementelor deasupra diagonalei principale se vor aplica strict transformari elementare (fără interschimbare de linii).

Ex. 2 Să se construiască în Matlab procedura **GaussJordan** conform sintaxei

$[invA, detA] =$ **GaussJordan**(A), unde $invA$ reprezintă inversa matricei A, iar $detA$ semnifică $det(A)$. Să se apeleze procedura **GaussJordan** pentru datele de intrare: $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 10 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$.

Să se rezolve în Matlab, apelând procedura **GaussJordan**, sistemul $Ax = b, b = (12\ 30\ 10)^T$.

Ex. 3 Fie sistemul

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

a) Să se afle manual descompunerea LU utilizând metodele Gauss fără pivotare şi cu pivotare parţială. Obs.: Se va ţine cont de indicaţia de la **Ex. 4.**

b) Să se afle soluţia sistemului conform metodei de factorizare LU.

Ex. 4 Să se propună un Algoritm de factorizare LU care foloseşte metodele Gauss fără pivotare şi cu pivotare parţială. Algoritmul va avea ca date de intrare matricea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, respectiv vectorul $b \in \mathbb{R}^n$, iar ca date de ieşire matricele L, U şi $x \in \mathbb{R}^n$ - soluţia sistemului $Ax = b$.

Indicaţie: În secvenţa de interchimbare a liniilor în matricea A se vor interschimba şi elemente din matricea L, respectiv elementele vectorului b.

if $p \neq k$ then

$L_p \leftrightarrow L_k$ (schimbă linia p cu linia k din matricea A)

if $k > 1$ then

$L_{p,1:k-1} \leftrightarrow L_{k,1:k-1}$; (Se interschimba şi elemente din matricea L, a nu se face confuzia cu linia L_p din matricea A)

endif

$b_p \leftrightarrow b_k$ (interschimbă elementele din b)

endif

Ex. 5 Să construiască în Matlab procedurile:

a) $[x] = \mathbf{SubsAsc}(A, b)$

b) $[L, U, x] = \mathbf{FactLU}(A)$

conform metodelor substituţiei ascendente şi factorizării LU şi să se apeleze procedura **FactLU** pentru exemplul de la Ex. 3.

Ex. 6 Fie Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 8 & 14 \end{pmatrix}$

a) Verificaţi dacă A este simetrică şi pozitiv definită;

b) În caz afirmativ, determinaţi factorizarea Cholesky;

c) Să se rezolve sistemul $Ax = b, b = (-5 \ \ -14 \ \ -25)^T$, folosind factorizarea Cholesky.

Ex. 7 Să se construiască în Matlab procedura **FactCholesky** conform sintaxei

$[x, L] = \mathbf{FactCholesky}(A, b)$ şi se aplice această procedură pentru datele de la Ex.6.