• Dem. că orice func. izotonă păstrează minimele și maximele arbitrare

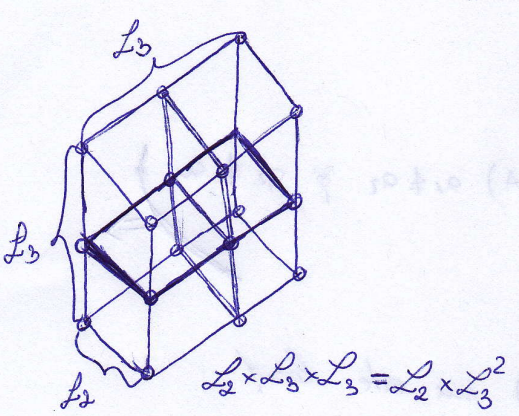
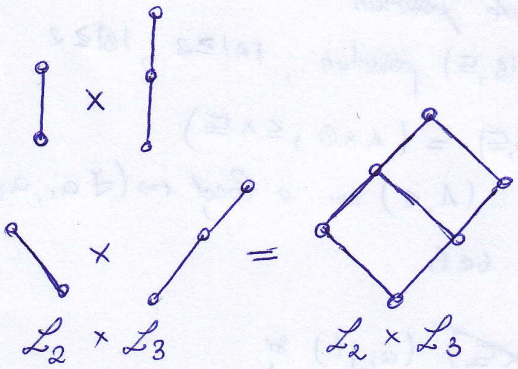
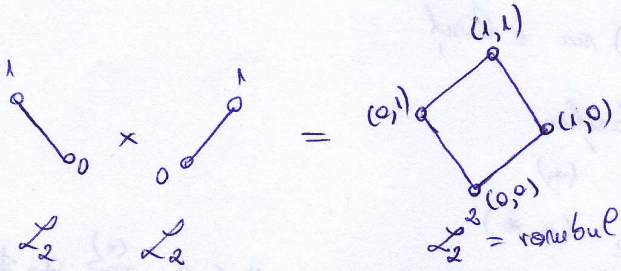
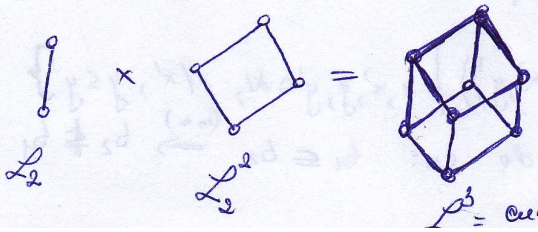
Lema: Fie $(A,\leq)$, $(B,\sqsubseteq)$ poseturi, $f: A \to B$ func. izotonă și $X \subseteq A$, $Y \subseteq A$ a.î.

$\exists$ în $(A,\leq)$ $\min(X)$ și $\max(Y) \Rightarrow X \neq \emptyset$, $Y \neq \emptyset \Rightarrow A \neq \emptyset \Rightarrow B \neq \emptyset$ ($\exists f: A \to B$)

$\exists \min(f(X))$ în $(B,\sqsubseteq)$ și $f(\min(X)) = \min(f(X))$

Not. $m := \min(X) \Leftrightarrow \begin{cases} m \in X \Rightarrow f(m) \in f(X) \ (*) \\ (\forall a \in X)\ m \leq a \overset{f \text{ izot.}}{\Rightarrow} (\forall a \in X)\ f(m) \sqsubseteq f(a) \\ \{f(a) \mid a \in X\} = f(X) \end{cases} \Rightarrow (\forall b \in f(X))\ f(m) \sqsubseteq b \ (**)$

$(*), (**) \Rightarrow f(m) = \min(f(X)) \Leftrightarrow f(\min(X)) = \min(f(X))$

Prin dualitate $\Rightarrow \exists \max(f(Y)) = f(\max(Y))$

Exerc.: Să se descompună următ. poset (latrice) în produs direct de lanțuri