

$R: \begin{matrix} a & b \\ a & b \end{matrix}$ nu este nici refl., nici irrefl.

• $R \rightarrow \text{simetrica} \Leftrightarrow R \subseteq R^{-1} \Leftrightarrow R = R^{-1}$

$R \rightarrow \text{simetrica} \Leftrightarrow (\forall a, b \in A) (aRb \Rightarrow bRa) \Leftrightarrow (\forall a, b \in A) (aRb \Rightarrow aR^{-1}b)$

$\Leftrightarrow R \subseteq R^{-1} \Leftrightarrow R^{-1} \subseteq (R^{-1})^{-1} \Leftrightarrow R^{-1} \subseteq R \Leftrightarrow R \subseteq R^{-1} \text{ si } R^{-1} \subseteq R \Leftrightarrow R = R^{-1}$

• $R \rightarrow \text{antisimetrica} \Leftrightarrow R \cap R^{-1} \subseteq \Delta_A$

$R \rightarrow \text{antisimetrica} \Leftrightarrow (\forall a, b \in A) (aRb \text{ si } bRa \Rightarrow a = b) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\forall a, b \in A) (aRb \text{ si } aR^{-1}b \Rightarrow a \Delta_A b) \Leftrightarrow (\forall a, b \in A) [(a, b) \in R \cap R^{-1} \Rightarrow (a, b) \in \Delta_A] \Leftrightarrow R \cap R^{-1} \subseteq \Delta_A$

• $R \rightarrow \text{asimetrica} \Leftrightarrow R \cap R^{-1} = \emptyset$

$R \rightarrow \text{asimetrica} \Leftrightarrow (\forall a, b \in A) (aRb \Rightarrow b \notin a) \Leftrightarrow$

$(\forall a, b \in A) (aRb \Rightarrow a \neq b) \Leftrightarrow R \cap R^{-1} = \emptyset$

• $R \rightarrow \text{transitiva} \Leftrightarrow R^2 \subseteq R$

$R^2 = R \circ R = \{(b, c) \mid a, c \in A, (\exists b \in A) (aRb \text{ si } bRc)\}$

$\xleftarrow{a} R^2 \subseteq R$

Pe $a, b, c \in A$ ai aRb si $bRc \Rightarrow aR^2c \Rightarrow aRc \Rightarrow R \rightarrow \text{transitiva}$

$\xleftarrow{a} R \rightarrow \text{transitiva}$

Pe $a \in A, c \in A, (a, c) \in R^2 \Leftrightarrow (\exists b \in A) (aRb \text{ si } bRc)$

$\xrightarrow{\text{transitiv.}} aRc \Rightarrow R^2 \subseteq R$