Calcul Numeric – Tema #8

Ex. 1 Să se afle polinomul de interpolare Lagrange $P_2(x)$ a funcţiei $f(x) = sin(x)$ relativ la diviziunea $(-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2})$, utilizând metodele Neville şi Newton cu diferenţe divizate. Să se evalueze eroarea $|P_2(\frac{\pi}{6}) - f(\frac{\pi}{6})|$.

Ex. 2 Fiind date funcţia $f(x) = 3^x$ şi diviziunea $(-2, -1, 0, 1, 2)$, să se aproximeze $\sqrt{3}$ folosind metoda Neville.

Ex. 3 Fiind date $x_j = j, j = \overline{1, 4}$, $P_{1,2}(x) = x + 1, P_{2,3}(x) = 3x - 1, P_{2,3,4}\left(\frac{3}{2}\right) = 4$, să se calculeze $P_{1,2,3,4}\left(\frac{3}{2}\right)$.

Ex. 4 Fie polinomul $P_2(x) = f[x_1] + f[x_1, x_2](x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2)$. Folosind $P_2(x_3)$ arătaţi că $a_3 = f[x_1, x_2, x_3]$.

Ex. 5 1) Să se construiască în Matlab următoarele proceduri conform sintaxelor:

a) $y =$**MetNeville**(X, Y, x) $(y = P_n(x))$;

b) $y =$**MetNDD**(X, Y, x), $(y = P_n(x))$;

c) $[y, z] =$**MetHermite**(X, Y, Z, x), $(y = H_{2n+1}(x), z = H'_{2n+1}(x))$,

folosind metodele Neville, Newton cu diferenţe divizate şi Hermite. Vectorii X, Y, Z reprezintă nodurile de interpolare, respectiv valorile funcţiilor f, f' în nodurile de interpolare.

2) Să se construiască în Matlab în aceeaşi figură, graficele funcţiei f pe intervalul $[a, b]$, punctele $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n+1}$ şi polinomul P_n obţinut alternativ prin una din cele trei metode. Datele problemei sunt: $f(x) = sin(x), n = 3, a = -\pi/2, b = \pi/2$. Se va considera diviziunea $(X_i)_{i=\overline{1,n+1}}$ echidistantă. Pentru construcţia graficelor funcţiei f şi P_n, folosiţi o discretizare cu 100 noduri. Intr-o altă figură să se construiască derivata f' şi derivata polinomului Hermite calculat numeric conform procedurii **MetHermite**.

3) Reprezentaţi grafic într-o altă figură eroarea $E = |f - P_n|$.

Ex. 6 Fiind dată funcţia $f(x) = 3xe^x - e^{2x}$, să se aproximeze $f(1.03)$ folosind polinomul Hermite de gradul cel mult 3 şi nodurile $x_1 = 1, x_2 = 1.05$. Evaluaţi eroarea $|f(1.03) - H_3(1.03)|$.