

$$\Rightarrow \underbrace{(\Delta_A \cup R \cup R^{-1}) \setminus \Delta_A}_{\subseteq R \cup R^{-1}} = A^2 \setminus \Delta_A \Rightarrow A^2 \setminus \Delta_A \subseteq R \cup R^{-1}$$

$$\underline{R \Rightarrow \text{totală}} \Leftrightarrow A^2 \setminus \Delta_A \subseteq R \cup R^{-1} \Rightarrow \Delta_A \cup R \cup R^{-1} = A^2 \Rightarrow A^2 \setminus \Delta_A \subseteq R \cup R^{-1}$$

$$\bullet R \Rightarrow \text{completă} \Leftrightarrow R \cup R^{-1} = A^2 \Leftrightarrow R \Rightarrow \text{refl. și totală}$$

$$R \Rightarrow \text{completă} \Leftrightarrow (\forall a, b \in A) (aRb \text{ sau } bRa) \Leftrightarrow \{(\forall a, b \in A^2) \Rightarrow (ab) \in R \cup R^{-1}\}$$

$$\Leftrightarrow A^2 \subseteq \underbrace{(R \cup R^{-1})}_{\subseteq A^2} \Leftrightarrow R \cup R^{-1} = A^2$$

$$R \Rightarrow \text{completă} \Leftrightarrow (\forall a, b \in A) (aRb \text{ sau } bRa) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (\forall a, b \in A) \sum a \neq b \Rightarrow (aRb \text{ sau } bRa) \Rightarrow R \Rightarrow \text{totală} \\ (\forall a \in A) (aRa \text{ sau } aRa) \Leftrightarrow (\forall a \in A) aRa \Leftrightarrow R \Rightarrow \text{refl.} \end{array} \right.$$