Temă:

Fie A, B, C mulțimi arbitrare. Să se arate că:

(2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Rez: Fie x elem. arb. fixat

$x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow x \in A$ și $x \in B \cup C \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ \text{și} \\ x \in B \text{ sau } x \in C \end{cases}$ (I)

$x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ \text{sau} \\ x \in A \cap C \end{cases} \begin{cases} x \in A \text{ și } x \in B \\ \text{sau} \\ x \in A \text{ și } x \in C \end{cases}$ (II)

$(I) \Leftrightarrow (II)$

$(I) \Rightarrow (II)$ Pp că x satisface (I) $\Rightarrow$

caz 1: $x \in A \begin{cases} x \in A \text{ și } x \in B \\ \text{sau} \\ x \in A \text{ și } x \in C \end{cases} \Rightarrow (II)$

caz 2: $x \in B$ sau $x \in C \Rightarrow \begin{cases} x \in A \text{ și } x \in B \\ \text{sau} \\ x \in A \text{ și } x \in C \end{cases} \Rightarrow (II)$

$(II) \Rightarrow (I)$ Pp x satisface (II)

caz 1: $x \in A \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ \text{și} \\ x \in B \text{ sau } x \in C \end{cases} \Rightarrow (I)$

caz 2: $x \in B$ sau $x \in C \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ \text{și} \\ x \in B \text{ sau } x \in C \end{cases} \Rightarrow (I)$

$\Rightarrow [(I) \Leftrightarrow (II)] \Leftrightarrow A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$