

$$(L, \leq) \rightarrow \text{latice} \Rightarrow (L, \max, \min, \leq) \rightarrow \text{latice}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(\max(a, b)) = f(b) = f(a) \vee f(b) \\ f(\min(a, b)) = f(a) = f(a) \wedge f(b) \end{array} \right\} \rightarrow f \text{ morfism de latice}$$

Exerc.: Să se dea un exemplu de morfism de latice care nu păstrează ~~infimum~~ și supremum arbitrar

Considerăm laticea (\mathbb{R}, \leq) .
 \downarrow
 ordinea naturală

Ține $a, b \in \mathbb{R}$ cu $a < b$

Ține $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{de } x \leq a \\ x, & \text{de } x \in (a, b) \\ x+1, & \text{de } x \geq b \end{cases}$

$f \rightarrow$ izotonia $\xrightarrow{\text{(unui exerc. de mai sus)}}$ $f \rightarrow$ morf de lat. (endomorfism al lat. (\mathbb{R}, \leq))

$\inf((a, b)) = a \notin (a, b), \inf((a, b)) \neq \min((a, b))$.

$\sup((a, b)) = b \notin (a, b), \sup((a, b)) \neq \max((a, b))$

$f((a, b)) = (a, b) \Rightarrow \underline{\inf(f((a, b)))} = \inf((a, b)) = a \neq a-1 = f(a) =$
 $= f(\inf((a, b)))$

$\sup(f((a, b))) = \sup((a, b)) = b \neq b+1 = f(b) = f(\sup((a, b)))$

Exerc.: $(A, \leq), (B, \leq) \rightarrow$ poseturi; $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$;

$f: A \rightarrow B, f \rightarrow$ izotonia; $\emptyset \neq x \leq A$ cu $\exists \inf(x), \sup(x)$ în (A, \leq) și

$\exists \inf(f(x)), \sup(f(x))$ în (B, \leq) . Atunci că:

$f(\inf(x)) \leq \inf(f(x))$ și $f(\sup(x)) \geq \sup(f(x))$ cu

"=" pt $f \rightarrow$ izom de poseturi și cu un

egălitate
 exemple pt inegalități stricte (ex. din exerc. anterior este un ex
 pt inegalități stricte (nónegalități).

$$\begin{pmatrix} \geq := \leq^{-1} \\ \leq := \geq^{-1} \end{pmatrix}$$