"ANALIZĂ MATEMATICĂ"
SERIA 14, SEMESTRUL I
LISTA SUBIECTELOR TEORETICE

1) Relație de ordine, mulțime total ordonată, mulțime total ordonată- definiții.
Corp ordonat, corp complet ordonat- definiții.

2) Fie R un corp complet ordonat.
Definiția mulțimii inductive din R.
Definiția mulțimii numerelor naturale din R.
Definiția mulțimii numerelor întregi din R.
Definiția mulțimii numerelor raționale din R.
Definiția mulțimii numerelor iraționale din R.
Principiul inducției matematice- enunț și demonstrație.
Principiul lui Arhimede- enunț și demonstrație.
Corolarele principiului lui Arhimede- enunț.

3) Imaginea directă a unei mulțimi printr-o funcție, imaginea inversă a unei mulțimi printr-o funcție- definiții și proprietăți.
Funcție injectivă, funcție surjectivă, funcție bijectivă, - definiții.
Compunerea a două funcții.
Inversa unei funcții bijective.

4) Definiția topologiei și a unui spațiu topologic.
Definiția mulțimii închise și a mulțimii deschise dintr-un spațiu topologic.
Definiția vecinătății unui punct dintr-un spațiu topologic.
Definiția punctului interior a unei mulțimi.
Definiția punctului de aderență a unei mulțimi.
Definiția punctului de acumulare a unei mulțimi.
Definiția punctului izolat a unei mulțimi.
Definiția frontierei topologice a unei mulțimi.

5) Definiția metricii și a spațiului metric. Exemple de spații metrice.
Topologia unui spațiu metric- construcție.
Șir convergent într-un spațiu metric, șir Cauchy într-un spațiu metric, subșir al unui șir dintr-un spațiu metric, punct limită al unui șir dintr-un spațiu metric- definiții.
Definiția spațiului metric complet.

6) Teorema de caracterizare a convergenței unui șir din $\Re^k$- enunț și demonstrație (se enunță lema folosită în demonstrația teoremei).
Teorema de caracterizare a șirurilor Cauchy din $\Re^k$ - enunț.

7) Teorema : « Orice şir monoton şi mărginit de numere reale este convergent »- demonstraţie.

Lema lui Cesaro- enunţ.

Criteriul lui Cauchy pentru şiruri de numere reale- enunţ şi demonstraţie (se enunţă rezultatele folosite în demonstraţia criteriului).

Criteriul cleştelui- enunţ şi demonstraţie.

Şir cu limita $+\infty$, şir cu limita $-\infty$ - definiţii.

Teorema : « Orice şir de numere reale conţine cel puţin un subşir care are limită în $\overline{\Re}$ »- demonstraţie.

Limita inferioară şi limita superioară a unui şir de numere reale- definiţii.

Legătura între limita inferioară şi limita superioară a unui şir de numere reale şi mulţimea punctelor sale limită- enunţ.

8) Serie de numere reale convergentă, serie numere reale divergentă, serie de numere reale absolut convergentă convergentă- definiţii.

Criteriul lui Cauchy pentru serii de numere reale- enunţ şi demonstraţie.

Teorema : « Orice serie de numere reale absolut convergentă este convergentă »- demonstraţie.

Criteriul lui Abel- enunţ.

Criteriul lui Dirichlet- enunţ.

Criteriul lui Leibniz- enunţ.

9) Serii cu termeni pozitivi

Criteriul raportului- enunţ.

Criteriul radicalului- enunţ.

Criteriul lui Raabe-Duhamel- enunţ.

Criteriul condensării- enunţ.

Criteriul de comparaţie I- enunţ.

Criteriul de comparaţie II- enunţ.

10) Produsul a două serii- definiţie.

Teorema lui Mertens- enunţ.

Teorema lui Cauchy (referitoare la produsul a două serii)- enunţ.

11) Definiţia spaţiului topologic separat.

Definiţia mulţimii compacte şi a mulţimii relativ compacte.

Teorema de caracterizare a mulţimilor compacte dintr-un spaţiu metric- enunţ.

Definiţia mulţimii mărginite din $\Re^k$.

Teorema de caracterizare a mulţimilor compacte din $\Re^k$ - enunţ.

Definiţia mulţimilor separate şi a mulţimilor conexe.

Definiţia intervalului din $\Re$.

Teorema de caracterizare a mulţimilor conexe din $\Re$.

12) Definiția funcției continue $f : A \subseteq (X, d_1) \to (X, d_2)$ într-un punct $x_0 \in A \cap A'$.

Definiția funcției continue $f : A \subseteq (X, d_1) \to (X, d_2)$ pe mulțimea A.

Teorema: « Fie $f : A \subseteq (X, d_1) \to B \subseteq (X, d_2)$, $g : B \subseteq (Y, d_2) \to (Z, d_3)$ și $x_0 \in A \cap A'$ astfel încât $f(x_0) \in B \cap B'$. Dacă f este continuă în x_0 și g este continuă în $f(x_0)$, atunci $g \circ f$ este continuă în x_0 »- demonstrație.

Teorema : « Fie $f : (X, d_1) \to (X, d_2)$ o funcție continuă și $A \subseteq X$ o mulțime compactă. Atunci $f(A) \subseteq Y$ este mulțime compactă »- demonstrație. Corolarul teoremei- enunț și demonstrație.

Definiția funcției cu proprietatea lui Darboux.

Teorema : « Orice funcție continuă $f : I \to \Re$, unde $I \subseteq \Re$ este interval, are proprietatea lui Darboux pe I."- demonstrație.

Definiția funcției uniform continue.

Teorema: "Dacă $f : A \subseteq (X, d_1) \to (X, d_2)$ este continuă și $A \subseteq X$ este compactă, atunci f este uniform continuă. »- demonstrație.

13) Definiția convergenței simple a unui șir de funcții $f_n : D \subseteq \Re \to \Re, n \in N$ pe o mulțime $A \subseteq D$.

Definiția convergenței uniforme a unui șir de funcții $f_n : D \subseteq \Re \to \Re, n \in N$ pe o mulțime $A \subseteq D$.

Criteriul practic de convergență uniformă- enunț.

Teorema lui Weierstrass- enunț și demonstrație.

Definiția convergenței simple a unei serii de funcții $\sum_{n \in N} f_n$, unde $f_n : D \subseteq \Re \to \Re, n \in N$, pe o mulțime $A \subseteq D$.

Definiția convergenței uniforme a unei serii de funcții $\sum_{n \in N} f_n$, unde $f_n : D \subseteq \Re \to \Re, n \in N$, pe o mulțime $A \subseteq D$.

Definiția seriei de funcții $\sum_{n \in N} f_n$ absolut convergente pe o mulțime $A \subseteq D$.