Calcul Numeric – Tema #12

Ex. 1 Să se deducă formula cuadraturii Newton-Cotes închisă ($n = 3$). Această formulă se mai numeşte şi formula de cuadratură Newton. Să se deducă formula de cuadratură sumată Newton. **Obs.:** Pentru calculul coeficienţilor w_k folosiţi funcţia predefinită *int* destinată calculului simbolic a integralelelor.

Ex. 2

a) Să se construiască în Matlab procedura **Integrare**, având sintaxa $I =$**Integrare**$(f, a, b, m, metoda)$, care calculează valoarea aproximativă a integralei $I(f) = \int_a^b f(x)dx$ conform formulelor de cuadratură sumate a (dreptunghiului, trapezului, Simpson, Newton), i.e. $I_{0,m}, I_{1,m}, I_{2,m}, I_{3,m}$.

b) Să se calculeze erorile absolute $|I(f) - I_{0,m}|, |I(f) - I_{1,m}|, |I(f) - I_{2,m}|, |I(f) - I_{3,m}|$.

Se vor considera următoarele date:

- $a = 0; b = \pi;$
- $f(x) = sin(x);$
- $m = 10;$
- metoda $\in$\{ 'dreptunghi', 'trapez', 'Simpson','Newton'\}.

Ex. 3 Fie ecuaţia $x' = xcost + x^2cost$.

a) Să se demonstreze că ecuţia admite proprietatea de E.U.L;

b) Să se verifice că $\varphi_K(t) = -\dfrac{e^{sint}}{e^{sint} + K}$;

c) Să se afle soluţia problemei Cauchy $(f, 0, 1)$;

d) Să se afle intervalul maximal $I(0, 1) = (t^-(0, 1), t^+(0, 1))$.

Ex. 4 Să se implementeze algoritmul Euler explicit şi să se rezolve numeric problema Cauchy $(f, 0, 1)$ de la Ex. 3 pe intervalul $[0, t^+(0, 1))$. Să se reprezinte în aceeaşi figură graficul soluţiei exacte $\varphi_0(\cdot)$ pe acelaşi interval. Ce observaţi că se întâmplă cu soluţia atunci când ne apropiem de capătul din dreapta a intervalului maximal? Se va reprezenta eroarea într-o figură separată. Se va rezolva numeric problema Cauchy folosind procedura predefinită de Matlab **ode45** şi se va reprezenta grafic atât soluţia, cât şi eroarea obţinute cu ajutorul procedurii **ode45**.