1. Fie $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ cu $f(x) = \max_{z \in \mathbb{R}} \{z \cdot x - exp(z)\}$
   (a) Este mulțimea $X = \{x \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \mid f(x_1) + f(x_2) \leq 0\}$ convexă [1] ?
   (b) Care este soluția problemei de optimizare $(P) := \min_{x \in X} \{\|x\|_2^2\}$? Argumentați.
2. Fie $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu $f(x) = x_1^3 + (1 + x_2)^2$
   (a) Aplicați metoda gradient cu pas ideal pentru punctul de început $z_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ [2].
   (b) Aplicati Metoda Newton cu pasul $\alpha = 1$, pornind de la acelasi z_0 ca la punctul (a).
3. Fie problema de optimizare:

$$(P) := \min_{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}} \{exp(x_2) \mid \|x\|_2 - x_1 \leq 0\}$$

   (a) Determinați problema duală.
   (b) Determinați punctele KKT [3] și natura lor.

[1] Notița Dianei: Mai întâi, trebuie arătat că $g(x) = f(x_1) + f(x_2)$ este o funcție convexă. Funcția f trebuie adusă în altă formă. Apoi, se poate arăta ușor că mulțimea X este convexă, folosind definiția.

[2] Notița lui Eric: pasul ideal nu poate fi găsit. La examen, proful a spus să rezolvăm pur simbolic.

[3] Notița Dianei: Nu uitați de $-\infty$.