# Teoria Compilării

Drăgulici Dumitru Daniel

Facultatea de matematică și informatică, Universitatea București

2011

#### Cuprins

1 Analiza sintactică

olgoritmi de parsare bottom - up Algoritmul de parsare general bottom - up Gramatici de tip LR Gramatici de tip LR(0)

## Cuprins

Analiza sintactică

Algoritmi de parsare bottom - up Algoritmul de parsare general bottom - up Gramatici de tip LR Gramatici de tip LR(0)

Algoritmii de parsare bottom - up încearcă construirea arborelui de derivare de jos în sus (de la frontieră spre rădăcină): se pleacă de la cuvântul analizat, se încearcă "potrivirea" în el a membrului drept al unei producții, dacă se potrivește se înlocuiește porțiunea respectivă cu neterminalul din stânga producției, apoi se reia procedeul cu noul șir (format acum din terminale și neterminale).

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

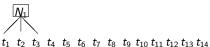
Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

t<sub>1</sub> t<sub>2</sub> t<sub>3</sub> t<sub>4</sub> t<sub>5</sub> t<sub>6</sub> t<sub>7</sub> t<sub>8</sub> t<sub>9</sub> t<sub>10</sub> t<sub>11</sub> t<sub>12</sub> t<sub>13</sub> t<sub>14</sub>

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

t<sub>1</sub> t<sub>2</sub> t<sub>3</sub> t<sub>4</sub> t<sub>5</sub> t<sub>6</sub> t<sub>7</sub> t<sub>8</sub> t<sub>9</sub> t<sub>10</sub> t<sub>11</sub> t<sub>12</sub> t<sub>13</sub> t<sub>14</sub>

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:



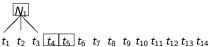
 $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:



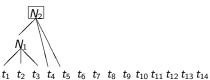
 $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:



 $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:



 $\begin{array}{c}
N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5 \\
N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3
\end{array}$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

$$t_1$$
  $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

 $\begin{array}{c}
N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5 \\
N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3
\end{array}$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

$$N_1$$
 $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

$$N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5$$
  
 $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:



 $\begin{array}{c}
N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5 \\
N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3
\end{array}$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

$$t_1$$
  $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

$$egin{array}{l} N_2 
ightarrow N_1 t_4 t_5 \ N_1 
ightarrow t_1 t_2 t_3 \end{array}$$

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

$$N_3 \rightarrow t_8 t_9$$
  
 $N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5$   
 $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 

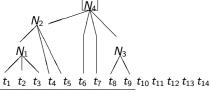
 $N_1$   $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

Pentru a elimina mai repede variantele gresite, cuvântul initial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul initial:

 $N_4 \rightarrow N_2 t_6 t_7 N_3$  $N_3 \rightarrow t_8 t_9$ 

 $N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5$ 

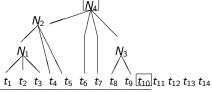
 $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 



Pentru a elimina mai repede variantele gresite, cuvântul initial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul initial:

 $N_4 \rightarrow N_2 t_6 t_7 N_3$  $N_3 \rightarrow t_8 t_9$ 

 $N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5$  $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 



Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $N_4 \rightarrow N_2 t_6 t_7 N_3$   $N_3 \rightarrow t_8 t_9$  $N_2 \rightarrow N_2 t_4 t_7$ 

 $N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5$  $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$   $N_2$   $N_3$   $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

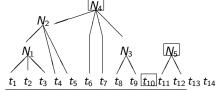
 $N_4 \rightarrow N_2 t_6 t_7 N_3$   $N_3 \rightarrow t_8 t_9$  $N_2 \rightarrow N_2 t_4 t_7$ 

 $N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5$  $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$   $N_2$   $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_6$   $t_7$   $t_8$   $t_9$   $t_{10}$   $t_{11}$   $t_{12}$   $t_{13}$   $t_{14}$ 

Pentru a elimina mai repede variantele gresite, cuvântul initial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al sirurilor obtinute după înlocuire astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul initial:

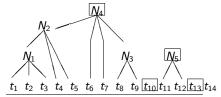
 $N_5 \to t_{11}t_{12}$  $N_4 \rightarrow N_2 t_6 t_7 N_3$  $N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 

 $N_3 \rightarrow t_8 t_9$  $N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5$ 



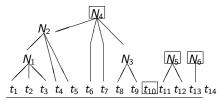
Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $egin{array}{l} {\sf N}_5 &
ightarrow t_{11} t_{12} \ {\sf N}_4 &
ightarrow {\sf N}_2 t_6 t_7 {\sf N}_3 \ {\sf N}_3 &
ightarrow t_8 t_9 \ {\sf N}_2 &
ightarrow {\sf N}_1 t_4 t_5 \ {\sf N}_1 &
ightarrow t_1 t_2 t_3 \ \end{array}$ 



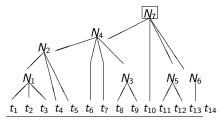
Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $egin{array}{l} N_6 
ightarrow t_{13} \ N_5 
ightarrow t_{11} t_{12} \ N_4 
ightarrow N_2 t_6 t_7 N_3 \ N_3 
ightarrow t_8 t_9 \ N_2 
ightarrow N_1 t_4 t_5 \ N_1 
ightarrow t_1 t_2 t_3 \ \end{array}$ 



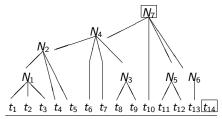
Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $N_7 \rightarrow N_4 t_{10} N_5 N_6 \ N_6 \rightarrow t_{13} \ N_5 \rightarrow t_{11} t_{12} \ N_4 \rightarrow N_2 t_6 t_7 N_3 \ N_3 \rightarrow t_8 t_9 \ N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5 \ N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3$ 



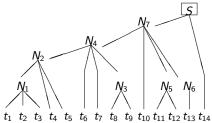
Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $egin{array}{l} N_7 & 
ightarrow N_4 t_{10} \, N_5 \, N_6 \ N_6 & 
ightarrow t_{13} \ N_5 & 
ightarrow t_{11} t_{12} \ N_4 & 
ightarrow N_2 t_6 t_7 \, N_3 \ N_3 & 
ightarrow t_8 t_9 \ N_2 & 
ightarrow N_1 t_4 t_5 \ N_1 & 
ightarrow t_1 t_2 t_3 \ \end{array}$ 



Pentru a elimina mai repede variantele greșite, cuvântul inițial se parcurge de la stânga la dreapta și se încearcă potrivirea membrilor drepți ai producțiilor peste un sufix al prefixului parcurs în el sau al șirurilor obținute după înlocuire - astfel, hotărâtoare în alegerea producțiilor sunt următoarele terminale parcurse în cuvântul inițial:

 $\begin{array}{l} S \rightarrow N_7 t_{14} \\ N_7 \rightarrow N_4 t_{10} N_5 N_6 \\ N_6 \rightarrow t_{13} \\ N_5 \rightarrow t_{11} t_{12} \\ N_4 \rightarrow N_2 t_6 t_7 N_3 \\ N_3 \rightarrow t_8 t_9 \\ N_2 \rightarrow N_1 t_4 t_5 \\ N_1 \rightarrow t_1 t_2 t_3 \end{array}$ 



Obs. că deși parcurgerea cuvântului inițial pentru a determina producțiile se face de la stânga la dreapta, când ne punem problema cum se obține acel cuvânt din S folosind producțiile respective constatăm că de fiecare dată se derivează cel mai din dreapta neterminal, adică s-a obținut o derivare dreaptă  $(S, N_7, N_6, N_5, ...)$ .

De aceea gramaticile cu proprietăți suplimentare care ne permit să determinăm direct, în mod unic, acțiunea/producția corectă consultând k simboluri înainte îndeplinesc niște condiții diferite de cele din cazul LL(k) și s.n. gramatici **de tip** LR(k) (denumirea LR, i.e. **left-right**, provine de la faptul că cuvântul analizat este parcurs de la stânga la dreapta ("left"), iar în final se obține o derivare dreaptă a sa ("right")).

Algoritmii de parsare bottom-up sunt construiți după principiul deplasare - reducere: la fiecare pas fie avansez cu un simbol în cuvântul analizat, fie înlocuiesc un sufix al șirului acumulat cu o producție; reducerile sunt încercate înaintea deplasărilor.

## Cuprins

Analiza sintactică

Algoritmi de parsare bottom - up Algoritmul de parsare general bottom - up Gramatici de tip LR Gramatici de tip LR(0)

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

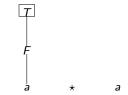


$$5: F \rightarrow a$$

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:



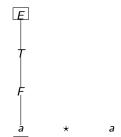
$$4: T \rightarrow F$$
  
 $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

 $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$  $5: F \rightarrow a$ 

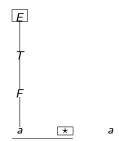
Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:



Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

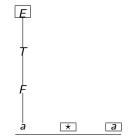


 $\begin{array}{l} 2:E\to T\\ 4:T\to F\\ 5:F\to a \end{array}$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

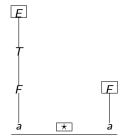


$$\begin{array}{l} 2: E \rightarrow T \\ 4: T \rightarrow F \\ 5: F \rightarrow a \end{array}$$

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

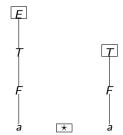


 $5: F \rightarrow a$   $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$  $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

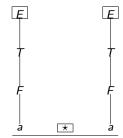


 $4: T \rightarrow F$   $5: F \rightarrow a$   $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$  $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

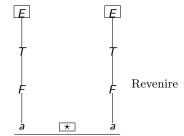


 $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$   $5: F \rightarrow a$   $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$   $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

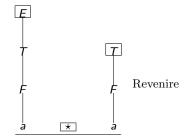


 $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$   $5: F \rightarrow a$   $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$   $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:



 $5: F \rightarrow a$   $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$  $5: F \rightarrow a$ 

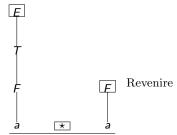
 $4 \cdot T \rightarrow F$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

 $5: F \rightarrow a$   $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$  $5: F \rightarrow a$ 

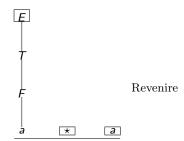
Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:



Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

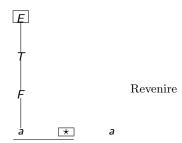


 $\begin{array}{l} 2:E\rightarrow T\\ 4:T\rightarrow F\\ 5:F\rightarrow a \end{array}$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:



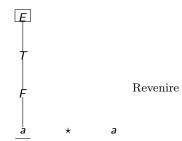
$$2: E \rightarrow T$$
  
 $4: T \rightarrow F$   
 $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

 $2: E \rightarrow T$   $4: T \rightarrow F$  $5: F \rightarrow a$ 

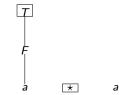
Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:



Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

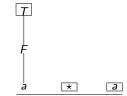


$$4: T \rightarrow F$$
  
 $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

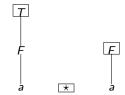


$$4: T \rightarrow F$$
  
 $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

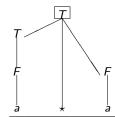


$$5: F \rightarrow a$$
  
 $4: T \rightarrow F$   
 $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:

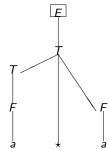


$$3: T \rightarrow T \star F$$
  
 $5: F \rightarrow a$   
 $4: T \rightarrow F$   
 $5: F \rightarrow a$ 

Algoritmul de parsare general bottom - up nu necesită proprietăți suplimentare ale GIC, dar este exponențial (face backtracking).

#### Exemplu:

Fie G GIC dată de:  $V_N = \{E, T, F\}$ ,  $V_T = \{a, +, \star\}$ , simbolul de start: E, P:  $1: E \to E + T$   $2: E \to T$   $3: T \to T \star F$   $4: T \to F$   $5: F \to a$  (am numerotat producțiile). Pentru  $w = a \star a$  avem succesiv:



$$2: E \rightarrow T$$

$$3: T \rightarrow T \star F$$

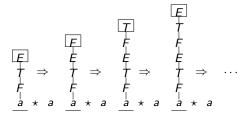
$$5: F \rightarrow a$$

$$4: T \rightarrow F$$

$$5: F \rightarrow a$$

Exemplul anterior arată că la algoritmii bottom - up nu mai este necesar ca gramatica să nu fie recursivă la stânga, ca în cazul algoritmilor top -down.

Am putea avea însă probleme dacă ar exista ciclicități de forma  $A \stackrel{\star}{\Rightarrow} A$ ,  $A \in V_N$ . Dacă în exemplul anterior am fi avut și producția  $F \to E$ , am fi intrat în recursie infinită (reamintim că reducerile se încearcă înaintea deplasărilor):



De aceea vom cere ca gramatica să nu aibe  $\lambda$ -producții și nici redenumiri, sau mai general să fie proprie - aceste cerințe nu restrâng generalitatea, deoarece am văzut că orice GIC cu limbaj nevid se poate transforma într-una echivalentă proprie.

Algoritmul de parsare general bottom - up se poate formaliza astfel:

- Intrare:  $G = \langle V_N, V_T, S, P \rangle$  o GIC proprie, cu producțiile numerotate 1, ..., |P|;
  - $w = a_1 \dots a_n \in V_T^+$  (deci  $n \ge 1$ );
- **leşire:** dacă  $w \in L(G)$ , atunci o analiză dreaptă a lui w (i.e. şirul numerelor producțiilor folosite într-o derivare dreaptă a sa din S);
  - dacă  $w \notin L(G)$ , atunci eroare.

#### **Notații:** Lucrăm cu **configurații** de forma (s; i; $\alpha$ ; $\beta$ ), unde:

- $s \in \{q, r, t, e\}$  reprezintă starea algoritmului (stare curentă, revenire, terminare, resp. eroare);
- i este poziția curentă în șirul de intrare, care este w, simbol nou; deci este pe poziția 1, terminalele din <math>e0 pe pozițiile 2, ..., e1, iar e1 are valori 1, ..., e1;
- $\alpha_-$  este o stivă cu vârful la dreapta, ce reține șirul curent de simboluri din  $V_G$  din care se poate deriva porțiunea din \$w de la stânga lui i (inclusiv);
- $_{-}\beta$  este o stivă cu vârful la stânga, ce reține un istoric al deplasărilor și reducerilor care au condus la  $\alpha$  curent.

Configurația inițială este:  $(q; 1; \$; \lambda)$ .

Trecerea de la o configurație la alta se face în baza următoarelor reguli (încercate în ordinea asta):

- 1. (Reducere) Se aplică cât timp este posibil:
  - $(q; i; \alpha\beta; \gamma) \vdash (q; i; \alpha A; j\gamma)$ , unde  $j: A \rightarrow \beta \in P$  este prima producție al cărei membru drept este sufix al lui  $\alpha\beta$ ;
- 2. (Deplasare): Dacă i < n+1 atunci:  $(q; i; \alpha; \gamma) \vdash (q; i+1; \alpha a_i; d\gamma)$  și salt la (1);
- 3. (Acceptare):  $(q; n+1; \$S; \gamma) \vdash (t; n+1; \$S; \gamma)$  și STOP; avem  $w \in L(G)$  iar la ieșire se emite  $g(\gamma)$ , unde g este morfismul de monoizi (i.e. extinderea la șiruri) generat de funcția  $g(d) = \lambda$ , g(j) = j  $(j \in \{1, ..., |P|\})$ ;
- 4. (Revenire):  $(q; n+1; \alpha; \gamma) \vdash (r; n+1; \alpha; \gamma)$ ;
- 5. Se aplică una din (5a) (5e) (încercate în ordinea asta):
- 5a.  $(r; i; \alpha A; j\gamma) \vdash (q; i; \alpha' B; k\gamma)$  și salt la (1), unde  $j: A \rightarrow \beta$ ,  $k: B \rightarrow \beta'$ , j < k și  $\alpha\beta = \alpha'\beta'$ ;
- 5b.  $(r; n+1; \alpha A; j\gamma) \vdash (r; n+1; \alpha \beta; \gamma)$  și salt la (5), unde  $j: A \rightarrow \beta$ ;
- 5c.  $(r; i; \alpha A; j\gamma) \vdash (q; i+1; \alpha \beta a_i; d\gamma)$  și salt la (1), unde  $i < n+1, j: A \rightarrow \beta$ ;
- 5d.  $(r; i; \alpha a_{i-1}; d\gamma) \vdash (r; i-1; \alpha; \gamma)$  și salt la (5), unde  $i \neq 1$ ;
- 5e.  $(r; 1; \$; \lambda) \vdash (e; 1; \$; \lambda)$  și se emite eroare.



#### Exemplu:

Să aplicăm algoritmul pentru aceeași gramatică și cuvânt ca în exemplul ilustrat grafic mai devreme:

```
Fie G GIC dată de: V_N = \{E, T, F\}
V_T = \{a, +, \star\}
simbolul de start: E
P: 1: E \to E + T
2: E \to T
3: T \to T \star F
4: T \to F
5: F \to a
(am scris în stânga numărul ca producție).
```

Fie  $w=a\star a,$  deci avem de analizat \$ a \star a 1 2 3 4

(am notat dedesubt pozițiile simbolurilor în șirul de intrare).

Atunci vom avea (am notat deasupra fiecărei "\=" numărul regulii aplicate):

#### Exemplu:

```
(q; 1; \$; \lambda) \stackrel{2}{\vdash}
(q; 2; \$a; d) \stackrel{1}{\vdash}
(q; 2; \$F; 5d) \stackrel{1}{\vdash}
(q; 2; \$T; 45d) \stackrel{1}{\vdash}
(q; 2; \$E; 245d) \vdash
(q; 3; \$E \star; d245d) \vdash
(q; 4; \$E * a; dd245d) \vdash
(q; 4; \$E \star F; 5dd245d) \vdash
(q; 4; \$E \star T; 45dd245d)
(q; 4; \$E \star E; 245dd245d) \vdash
(r; 4; \$E \star E; 245dd245d)
(r: 4: \$E * T: 45dd245d) \vdash
```

#### Exemplu:

```
(r; 4; \$E \star F; 5dd245d) \vdash^{3b}
(r; 4; \$E * a; dd245d) \vdash^{5d}
(r; 3; \$E \star; d245d) \stackrel{5d}{\vdash}
(r; 2; \$E; 245d) \stackrel{5c}{\vdash}
(a: 3: $T*: d45d) -
(q; 4; \$T * a; dd45d) \stackrel{1}{\vdash}
(q; 4; \$T \star F; 5dd45d) \stackrel{1}{\vdash}
(a:4;\,\$T;\,35dd45d)\,\dot{\vdash} (merge și producția 4, dar prima care merge este 3)
(a; 4; \$E; 235dd45d) \vdash
(t; 4; \$E; 235dd45d) accept
deci a \star a \in L(G) iar o derivare dreaptă a sa este g(235dd45d) = 23545.
```

Să aplicăm algoritmul și pentru w = a +

#### Exemplu:

```
(q; 1; \$; \lambda) \stackrel{2}{\vdash}
(q; 2; \$a; d) \stackrel{1}{\vdash}
(q; 2; \$F; 5d) \stackrel{1}{\vdash}
(q; 2; \$T; 45d) \stackrel{1}{\vdash}
(q; 2; \$E; 245d) \stackrel{?}{\vdash}
(q; 3; \$E+; d245d) \vdash
(r; 3; \$E+; d245d) \vdash
(r; 2; \$E; 245d) \stackrel{5c}{\vdash}
(q; 3; \$T+; d45d) \vdash
(r; 3; \$T+; d45d) \vdash
(r; 2; \$T; 45d) \stackrel{5c}{\vdash}
(a: 3: \$F+: d5d) \vdash
```

#### Exemplu:

```
\begin{array}{lll} 1:E\rightarrow E+T, & 3:T\rightarrow T\star F, & 5:F\rightarrow a, & \$w=\$\ a+2:E\rightarrow T, & 4:T\rightarrow F \end{array}
(r; 3; F+; d5d) \stackrel{5d}{\vdash}
(r; 2; \$F; 5d) \stackrel{5c}{\vdash}
(q; 3; \$a+; dd) \vdash^4
(r; 3; \$a+; dd) \stackrel{5d}{\vdash}
(r; 2; \$a; d) \stackrel{5d}{\vdash}
(r; 1; \$; \lambda) \stackrel{5e}{\vdash}
(e; 1; \$; \lambda) error
deci a+ \notin L(G).
```

### Cuprins

Analiza sintactică

Algoritmi de parsare bottom - up Algoritmul de parsare general bottom - up Gramatici de tip LR Gramatici de tip LR(0)

Fie  $G = \langle V_N, V_T, S, P \rangle$  o GIC.

#### Definiție:

G este de tip LR(k),  $k \in N$ , dacă:

 S nu apare în membrul drept al nici unei producții (aceasta se poate rezolva ușor, introducând un nou simbol de start S' și producția S' → S);

• pentru orice derivări drepte 
$$\begin{cases} S \overset{*}{\Rightarrow_d} \alpha Aw \Rightarrow_d \alpha \beta w \\ S \overset{*}{\Rightarrow_d} \gamma Bx \Rightarrow_d \alpha \beta y \end{cases} \text{ a.î. } w, x, y \in V_T^{\star} \text{ $\it $$$};$$
 
$$First_k(w) = First_k(y), \text{ avem } \begin{cases} \alpha = \gamma \\ A = B \\ x = y \end{cases}$$

Obs: deci, dacă am redus un prefix al unui cuvânt din limbajul generat la un șir (ce poate fi format din terminale și neterminale)  $\alpha\beta$ , rămânând încă neparcurse în cuvânt niște terminale (din w sau y), atunci e suficient să privim k terminale înainte printre acestea ca să știm exact dacă avem de făcut o reducere și cu ce producție.

Următoarea propoziție dă un criteriu de a determina mai ușor dacă o gramatică este de tip LR(k):

Fie G o GIC a.î. S nu apare în membrul drept al nici unei producții. Numerotăm producțiile cu 1, ..., |P|.

Pentru orice producție  $i: A \to \beta$  și orice  $u \in V_T^*$  notăm:

$$R_k(i,u) = \{\alpha\beta u : S \stackrel{\star}{\Rightarrow}_d \alpha Aw \stackrel{l}{\Rightarrow}_d \alpha\beta w, \ w \in V_T^{\star}, \ \{u\} = First_k(w)\}$$
 ( $\stackrel{i}{\Rightarrow}_d$  înseamnă derivare dreaptă directă cu producția  $i$ ; se poate demonstra că  $R_k(i,u)$  este o mulțime regulată).

#### Propoziție:

- G este de tip LR(k) d.d.
- 1. S nu apare în membrul drept al nici unei producții.
- 2. pentru orice u, v, y, z, dacă  $u \in R_k(i, y)$  și  $uv \in R_k(j, z)$ , atunci  $v = \lambda$  și i = j.

Următoarea propoziție condensează alte câteva proprietăți ale gramaticilor de tip LR(k):

#### Propoziție:

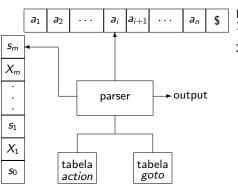
Fie G o GIC.

- G este de tip LR(k),  $k \ge 1$  d.d. G este de tip LR(1);
- dacă G este de tip LR(0) atunci G este de tip LR(1) (nu este valabil și reciproc);
- dacă G este de tip LL(k) atunci G este de tip LR(k)  $(k \in N)$ ;
- dacă G este de tip LR(k) atunci G este neambiguă  $(k \in N)$ .

Observații: din propoziția de mai sus rezultă următoarele:

- în studiul gramaticilor de tip LR(k) este suficient să ne limităm la cazurile k=0 și k=1, spre deosebire de gramaticile de tip LL(k), unde aveam câte un caz relevant pentru fiecare k;
- condiția *LR* este mai slabă decât condiția *LL* și deci mai multe gramatici se pot încadra aici știm să facem parsarea pentru mai multe gramatici.

Pentru a ilustra ideea algoritmului de parsare pentru gramatici de tip LR(k) (e suficient să considerăm k=0 sau k=1), imaginăm o mașină:



Mașina (algoritmul) funcționează astfel:

- Stiva se inițializează cu starea inițială 0; st. curentă este mereu cea din vf. stivei.
   St. curentă s<sub>m</sub> și terminalul curent din șiru de interne a coută în tole action inc.
- St. curentă s<sub>m</sub> și terminalul curent din șirul de intrare a<sub>i</sub> se caută în tabela action, iar action(s<sub>m</sub>, a<sub>i</sub>) dă acțiunea ce se va face în continuare; ea poate fi:
  - o deplasare  $ds_k$  (d =deplasare,  $s_k$  este o stare); în acest caz: se avansează un terminal în șirul de intrare ( $i \rightarrow i+1$ ) iar în stivă se adaugă  $a_i$  și apoi  $s_k$ ;
  - o reducere rm (r = reducere, m este nr. unei producții m: A → X<sub>1</sub>...X<sub>n</sub>); în acest caz:

numărul m este scris la ieșire (output), apoi din vârful stivei sunt scoase primele n stări și simbolurile de sub ele (vom vedea că mereu aceste simboluri vor fi exact  $X_1, ..., X_n$  (i.e. mb. drept al prod. m), ceea ce ne-ar permite să reținem în stivă doar stări), apoi perechea (s,A) (unde s este starea rămasă în vârful stivei) se caută în tabela goto care va da o nouă stare s' = goto(s,A), iar in final se adaugă în stivă A și apoi s'.

### Cuprins

Analiza sintactică

Algoritmi de parsare bottom - up Algoritmul de parsare general bottom - up Gramatici de tip LR Gramatici de tip LR(0)

Construcția tabelelor action și goto în cazul LR(0) se face astfel:

Numim **configurație** LR(0) (sau **item** LR(0), pe scurt **item**) orice producție a gramaticii considerate, cu un caracter special "." inserat în membrul drept.

#### Exemplu:

```
producția E \to E+T are 4 itemuri: E \to .E+T E \to E.+T E \to E+.T E \to E+T.
```

producția  $A o \lambda$  are un singur item: A o .

Cu asemenea itemuri definim stările parserului; de ex. itemul  $E \to E. + T$  spune că parserul a recunoscut în șirul de intrare un șir generat din E, iar acum se așteaptă să citească un "+", urmat de un șir generat de T (E și T fiind neterminale iar + un terminal) - atunci totul se va reduce cu această producție în E.

Apar următoarele probleme:



• De obicei nu este posibil să caracterizăm starea parserului cu un singur item, deoarece s-ar putea să nu știm dinainte ce producție se va aplica pentru reducere.

De exemplu dacă există și producția  $E \to E \star T$  ( $\star$  este un terminal), atunci ambele itemuri  $E \to E. + T$ ,  $E \to E. \star T$  vor fi aplicabile după ce parserul a citit un șir generat de E. De aceea starea respectivă a parserului va fi descrisă de o mulțime de itemuri, în acest caz  $\{E \to E. + T, E \to E. \star T\}$ .

• Dacă într-o stare avem un item cu "." în fața unui neterminal, de ex.  $E \to E + .B$  (E, B neterminale, + terminal), acesta arată că parserul se așteaptă să citească un șir generat de B; ca să știm însă dacă și cum putem aplica itemul ar trebui să știm cum începe un asemenea șir - să-i știm primul terminal; atunci, la starea respectivă trebuie adăugate și itemurile care permit procesarea în continuare a lui B.

Astfel, dacă într-o mulțime de itemuri există vreunul de forma  $A \to v.Bw$ ,  $B \in V_N$ , iar în gramatică există o producție de forma  $B \to w'$ , atunci la mulțime trebuie adăugat și itemul  $B \to .w'$ ; dacă w' începe cu un neterminal, atunci trebuie adăugate și itemurile similare corespunzătoare acestuia, ș.a.m.d., până nu se mai adaugă noi itemuri.

Obținem ceea ce s.n. **închiderea** (closure) mulțimii de itemuri (extensia minimală care se poate obține așa). Aceste închideri vor fi de fapt stările parserului.

Nu vom genera însă toate stările posibile ci doar pe cele accesibile (i.e. care se pot atinge efectiv din starea initială).

În acest moment avem tot suportul intuitiv necesar pentru a descrie algoritmul de parsare.



#### Observație:

În cazul LR(1) în definiția itemurilor se ține cont și de un simbol "lookahead", care se presupune a fi consultat înainte.

Exemplu:

$$A \rightarrow \alpha.\beta$$
; a

Algoritmul de parsare pentru gramatici de tip LR(0) se poate formaliza astfel:

Intrare: •  $G = \langle V_N, V_T, S, P \rangle$  o GIC de tip LR(0); •  $w \in V_T^*$ :

**leșire:** • dacă  $w \in L(G)$ , atunci o analiză dreaptă a lui w;

• dacă  $w \notin L(G)$ , atunci eroare.

• Adăugăm un simbol de start nou S', producția  $S' \to S$  și un terminal nou \$, care va fi pus la sfârșitul șirului de intrare.

• Folosim funcția *closure(1)* pentru a obține închiderea mulțimii de itemuri *1*:

```
-function closure(1)
    begin
         for [fiecare A \rightarrow \alpha.B\beta \in J] do
    for [fiecare B \to \gamma \in J] do if B \to .\gamma \notin J then
                     J \leftarrow J \cup \{B \rightarrow .\gamma\}
       – until [nu se mai adaugă itemuri];
        closure \leftarrow J
(obs. c\ alpha closure(closure(I)) = closure(I))
```

Folosim funcția go(I,X) pentru a determina mulțimea de itemuri în care se ajunge dacă din mulțimea de itemuri I procesez simbolul  $X \in V_G$ :

```
-function go(I,X)
begin
go \leftarrow closure(\{A \rightarrow \alpha X.\beta : A \rightarrow \alpha.X\beta \in I\})
-end;
```

(deocamdată nu am generat stări, am descris niște instrumente cu care vom genera)

• Calculăm **mulțimile canonice** de tip *LR*(0):

```
C \leftarrow \{closure(\{S' \rightarrow .S\})\}; repeat for [fiecare I \in C] do for [fiecare X \in V_G] do if go(I,X) \neq \emptyset and go(I,X) \notin C then C \leftarrow C \cup \{go(I,X)\} until [nu se mai adaugă noi mulțimi]
```

- Calculăm tabelele action și goto:
- 1. Notăm  $C = \{l_0, \ldots, l_n\}$  a.î.  $l_0 = closure(\{S' \to .S\})$ , și pentru fiecare  $l_k \in C$  considerăm starea  $k \in \{0, \ldots, n\}$ ; Starea inițială este 0 (și deci corespunde lui  $closure(\{S' \to .S\})$ ). Numerotăm producțiile sub forma  $m : A \to \alpha$ ,  $m \in \{0, \ldots, |P|\}$ , a.î.  $0 : S' \to S$  (deci producțiile din P au numere  $\geq 1$ ).
- 2. Efectuăm:

```
-for [fiecare k \in \{0, \ldots, n\}] do begin

for [fiecare A \to \alpha.a\beta \in I_k a.î. a \in V_T (deci fără $) și go(I_k, a) = I_j] do

action(k, a) \leftarrow dj; (deplasare j)

for [fiecare A \to \alpha. \in I_k cu m: A \to \alpha \in P și m > 0 (deci fără S' \to S)] do

for [fiecare a \in V_T \cup \{\$\}] do

action(k, a) = rm; (reducere cu producția m)

if S' \to S. \in I_k then

action(k, \$) \leftarrow accept;

for [fiecare A \to \alpha.X\beta \in I_k cu X \in V_N și go(I_k, X) = I_j] do

goto(k, X) \leftarrow j

end
```

3. Toate intrările pentru action și goto nesetate la pasul 2 se setează cu error.

#### Propoziție:

O GIC G este de tip LR(0) d.d. făcând pentru ea construcțiile de mai sus, tabela action nu are intrări multiple.

Domeniul de definiție al celor două tabele este următorul:

action: Stări  $\times$  ( $V_T \cup \{\$\}$ ), goto: Stări  $\times$   $V_N$ 

- Lucrăm cu **configurații** de forma ( $\beta$ ;  $\alpha$ ;  $\pi$ ), unde:
  - $\beta_-$  este o stivă cu vârful la dreapta, ce conține stări intercalate cu simboluri (un istoric al deplasărilor și reducerilor), de forma  $s_0X_1s_1...X_ms_m$ ;
  - $_{-}\alpha$  este o stivă cu vârful la stânga, ce conține șirul de analizat completat la dreapta cu \$:
  - \_π este o stivă cu vârful la stânga, ce va conține o analiză dreaptă (se va construi spre stânga și se va citi spre dreapta).
- Configurația inițială este:  $(0; w\$; \lambda)$ .
- Trecerea de la o configurație la alta se face în baza următoarelor reguli (în fiecare moment se poate aplica doar una dintre ele):
- 1.  $(0X_1s_1...X_ms_m; a_ia_{i+1}...a_n\$; \pi) \vdash (0X_1s_1...X_ms_ma_is'; a_{i+1}...a_n\$; \pi),$  dacă action $(s_m, a_i) = ds';$
- 2.  $(0X_1s_1...s_{j-1}X_js_j...X_ms_m; a_ia_{i+1}...a_n\$; \pi) \vdash (0X_1s_1...s_{j-1}As; a_ia_{i+1}...a_n\$; k\pi), dacă \begin{cases} action(s_m, a_i) = rk \\ k: A \to X_j...X_m \\ goto(s_{j-1}, A) = s \end{cases}$
- (0Ss<sub>1</sub>; \$; π) ⊢ accept (i.e. action(s<sub>1</sub>, \$) = accept); analiza dreaptă se obține citind π de la stânga la dreapta;
- 4.  $(0X_1s_1...X_ms_m; a_ia_{i+1}...a_n\$; \pi) \vdash error$ , altfel (i.e.  $action(s_m, a_i) = error$ ).



#### Exemplu:

Să aplicăm algoritmul pentru următoarea GIC care generează expresii aritmetice binare:

 $1: E \to E \star B, 2: E \to E + B, 3: E \to B, 4: B \to 0, 5: B \to 1$ (E şi B sunt neterminale, E simbol de start, +,  $\star$ , 0 şi 1 sunt terminale). şi pentru cuvântul w = 1 + 1.

Adăugăm noul simbol de start S și noul terminal de încheiere \$.

Vom calcula simultan C, go, action, goto și vom da numere stărilor pe măsură ce le vom obține.

De asemenea, la scrierea unei stări, itemurile generatoare (din care se determină celelalte prin închidere) le vom scrie mai la dreapta.

Pentru a nu confunda terminalele 0 și 1 cu stările 0, 1, vom scrie terminalele subliniat: 0, 1.

#### Exemplu:

```
1: E \rightarrow E \star B, 2: E \rightarrow E + B, 3: E \rightarrow B, 4: B \rightarrow \underline{0}, 5: B \rightarrow \underline{1}

Starea 0 (multimea I_0):

S \rightarrow .E

E \rightarrow .E \star B

E \rightarrow .E + B

E \rightarrow .B

B \rightarrow .\underline{0}

B \rightarrow \underline{1}
```

În starea 0 "." apare în fața terminalelor  $\underline{0}$  și  $\underline{1}$  și a neterminalelor E și B, deci doar cu acestea este definită funcția go:

$$go(l_0, \underline{0}) = closure(\{B \rightarrow \underline{0}.\}) \stackrel{not}{=} l_1$$
 (o construim și obs. că e o stare nouă);  $go(l_0, \underline{1}) = closure(\{B \rightarrow \underline{1}.\}) \stackrel{not}{=} l_2$ ;  $action(0, \underline{0}) = d1$ ;  $action(0, \underline{1}) = d2$ ;  $go(l_0, E) = closure(\{S \rightarrow E., E \rightarrow E. \star B, E \rightarrow E. + B\}) \stackrel{not}{=} l_3$ ;  $go(l_0, B) = closure(\{E \rightarrow B.\}) \stackrel{not}{=} l_4$ .  $goto(0, E) = 3$ ;  $goto(0, B) = 4$ ;

Nu avem itemuri terminate cu ".", deci nu avem reduceri, și nici itemul  $S \to E$ . deci nici accept.

#### Exemplu:

```
\begin{aligned} 1: E \to E \star B, \, 2: E \to E + B, \, 3: E \to B, \, 4: B \to \underline{0}, \, 5: B \to \underline{1} \\ &\qquad \qquad \text{Starea 1 (mulţimea } I_1\text{):} \\ &\qquad \qquad B \to \underline{0}. \end{aligned}
```

Din starea 1 nu avem go, dar avem un item terminat cu ".", anume  $B \to \underline{0}$ ., ce corespunde producției 4 deci avem reduceri:

 $action(1,\star) = action(1,+) = action(1,\underline{0}) = action(1,\underline{1}) = action(1,\$) = r4$  nu avem itemul  $S \to E$ . (pentru accept).

$$action(2, \star) = action(2, +) = action(2, \underline{0}) = action(2, \underline{1}) = action(2, \$) = r5$$

#### Exemplu:

```
1: E \to E \star B, 2: E \to E + B, 3: E \to B, 4: B \to \underline{0}, 5: B \to \underline{1}

Starea 3 (multimea I_3):

S \to E.

E \to E \cdot \star B

E \to E \cdot + B
```

(conține doar itemurile generatoare, deoarece "." nu apare în fața vreunui neterminal)

$$go(I_3, \star) = closure(\{E \rightarrow E \star .B\}) \stackrel{not}{=} I_5;$$
  
 $action(3, \star) = d5;$   
 $go(I_3, +) = closure(\{E \rightarrow E + .B\}) \stackrel{not}{=} I_6;$   
 $action(3, +) = d6:$ 

În starea 3 nu avem reduceri - chiar dacă avem un item terminat cu ".", el corespunde producției  $S \to E$  care nu este din gramatica inițială; avem însă o acceptare:

```
action(3,\$) = accept;
```

#### Exemplu:

```
1: E \rightarrow E \star B, 2: E \rightarrow E + B, 3: E \rightarrow B, 4: B \rightarrow 0, 5: B \rightarrow 1
       Starea 4 (mulţimea I_4):
E \rightarrow B.
     action(4, \star) = action(4, +) = action(4, 0) = action(4, 1) = action(4, \$) = r3
        \GammaStarea 5 (mulțimea I_5):

\begin{array}{c|c}
E \to E \star .B \\
B \to .\underline{0}
\end{array}

     go(I_5, \underline{0}) = closure(\{B \rightarrow \underline{0}.\}) = I_1;
     action(5,0) = d1;
     go(I_5, 1) = closure(\{B \rightarrow 1.\}) = I_2;
     action(5,1) = d2;
     go(I_5, B) = closure(\{E \rightarrow E \star B.\}) \stackrel{not}{=} I_7;
     goto(5, B) = 7:
```

#### Exemplu:

```
1: E \rightarrow E \star B, 2: E \rightarrow E + B, 3: E \rightarrow B, 4: B \rightarrow 0, 5: B \rightarrow 1
        Starea 6 (mulţimea I_6):
      E \rightarrow E + .BB \rightarrow .0
        ---B \rightarrow .1
    go(I_6, 0) = closure(\{B \rightarrow 0.\}) = I_1; action(6, 0) = d1;
    go(I_6, 1) = closure(\{B \rightarrow 1.\}) = I_2; action(6, 1) = d2;
    go(I_6, B) = closure(\{E \rightarrow E + B.\}) \stackrel{not}{=} I_8; goto(6, B) = 8:
       \GammaStarea 7 (mulțimea I_7):
      \vdash F \rightarrow F \star B.
    action(7, \star) = action(7, +) = action(7, 0) = action(7, 1) = action(7, \$) = r1
      Starea 8 (mulțimea l_8):
      \vdash E \rightarrow E + B.
    action(8, \star) = action(8, +) = action(8, 0) = action(8, 1) = action(8, \$) = r2
```

#### Exemplu:

Avem deci tabelele action și goto următoare (intrările necompletate sunt error):

	action					goto	
Stare	*	+	<u>0</u>	<u>1</u>	\$	Ε	В
0			d1	d2		3	4
1	r4	r4	r4	r4	r4		
2	<i>r</i> 5						
3	<i>d</i> 5	d6			асс		
4	r3	r3	r3	r3	r3		
5			d1	d2			7
6			d1	d2			8
7	<i>r</i> 1						
8	r2	r2	r2	r2	r2		

#### Exemplu:

#### Observații:

- $\bullet$  Nu au rezultat intrări multiple, ceea ce arată că gramatica este de tip LR(0).
- În stările din care se fac reduceri apare același rm pe toată linia, astfel că reducerea folosită nu depinde de terminalul citit înainte în cuvântul analizat asta înseamnă LR(0): consultă 0 terminale înainte pentru a decide reducerea folosită.

Dacă gramatica necesită consultarea unui terminal înainte pentru a nu avea reduceri ambigue, tabelul ar avea rm-uri diferite în coloane diferite, iar algoritmul de mai sus nu poate produce asemenea linii de tabel - algoritmul trebuie rafinat.

Cu asemenea algoritmi se pot parsa mai multe gramatici decât cu cel din cazul LR(0).

#### Exemplu:

• De exemplu putem înlocui:

```
 \begin{array}{l} \text{for [fiecare } A \to \alpha. \in I_k \text{ cu } m: A \to \alpha \in P \text{ și } m > 0] \text{ do} \\ \text{for [fiecare } a \in V_T \cup \{\$\}] \text{ do} \\ \text{$action(k,a) = rm$;} \end{array}
```

cu:

for [fiecare 
$$A \to \alpha$$
.  $\in I_k$  cu  $m: A \to \alpha \in P$  şi  $m > 0$ ] do for [fiecare  $a \in Follow_1(A)$ ] do  $action(k, a) = rm$ ;

iar gramaticile pentru care acest algoritm produce tabela action fără intrări multiple s.n. gramatici de tip SLR(1) (simple LR(1)).

Se demonstrează că orice gramatică de tip LR(0) este și de tip SLR(1), iar orice gramatică de tip SLR(1) este și de tip LR(1).

#### Exemplu:

 $1:E\rightarrow E\star B,\,2:E\rightarrow E+B,\,3:E\rightarrow B,\,4:B\rightarrow\underline{0},\,5:B\rightarrow\underline{1}$ 

	action				goto		
Stare	*	+	0	1	\$	E	В
0			d1	d2		3	4
1	r4	r4	r4	r4	r4		
2	r5	r5	r5	r5	<i>r</i> 5		
3	d5	d6			acc		
4	r3	r3	r3	r3	r3		
- 5			d1	d2			7
6			d1	d2			8
7	r1	r1	r1	r1	r1		
8	r2	r2	r2	r2	r2		

Să parsăm cuvântul  $w = \underline{1} + \underline{1}$  (am scris deasupra fiecărui  $\vdash$  regula folosită):

$$\begin{array}{ll} \left(0;\, \underline{1}+\underline{1}\$;\, \lambda\right) \overset{1}{\vdash} & (action(0,\underline{1})=d2) \\ \left(0\underline{1}2;\, +\underline{1}\$;\, \lambda\right) \overset{2}{\vdash} & (action(2,+)=r5,\, 5:B \to \underline{1},\, goto(0,B)=4) \\ \left(0B4;\, +\underline{1}\$;\, 5\right) \overset{2}{\vdash} & \\ \left(0E3;\, +\underline{1}\$;\, 35\right) \overset{1}{\vdash} & \\ \left(0E3+6;\, \underline{1}\$;\, 35\right) \overset{1}{\vdash} & \end{array}$$

#### Exemplu:

 $1:E\rightarrow E\star B,\, 2:E\rightarrow E+B,\, 3:E\rightarrow B,\, 4:B\rightarrow \underline{0},\, 5:B\rightarrow \underline{1}$ 

	action				goto		
Stare	*	+	0	1	\$	Ε	В
0			d1	d2		3	4
1	r4	r4	r4	r4	r4		
2	<i>r</i> 5	<i>r</i> 5	r5	r5	<i>r</i> 5		
3	d5	d6			acc		
4	r3	r3	r3	r3	r3		
5			d1	d2			7
6			d1	d2			8
7	r1	r1	r1	r1	r1		
8	r2	r2	r2	r2	r2		

$$(0E3 + 6\underline{1}2; \$; 35) \stackrel{?}{\vdash}$$
  
 $(0E3 + 6B8; \$; 535) \stackrel{?}{\vdash}$   
 $(0E3; \$; 2535) \stackrel{3}{\vdash} accept$   $(action(3, \$) = accept)$ 

iar analiza dreaptă este: 2535

Exercițiu: desenați arborele de derivare pornind de la această analiză dreaptă.

Am spus că o GIC este de tip LR(0) d.d. tabela *action* nu are intrări multiple (conflicte).

Riscul să apară conflicte există doar la adăugarea reducerilor - pot apărea conflicte dr sau rr.

Uneori însă (ca și în cazul LL) conflictele pot fi rezolvate. Prezentăm în continuare tipurile posibile de conflicte și modul lor de rezolvare:

• Conflicte dr - exemplu:

Dacă gramatica este: 
$$1: E \rightarrow aE$$
  $2: E \rightarrow a$  (simbol de start  $E$ , terminal  $a$ ) atunci avem:  $a$  starea  $a$ :

Din starea 0 avem tranziții go cu a și E; cu a obținem starea 1.

Din starea 1 avem tranziții go cu a și E, iar cu a ajungem tot în starea 1; astfel, action(1,a)=d1.

Totodată, în starea 1 avem și itemul  $E \to a$ . care determină setarea întregii linii a lui 1 din tabela *action* cu r2; în particular, action(1, a) = r2.

#### • Conflicte rr - exemplu:

Dacă gramatica este:

```
\begin{array}{c} 1: E \rightarrow Aa \\ 2: E \rightarrow Bb \\ 3: A \rightarrow a \\ 4: B \rightarrow a \\ \text{(neterminale $E$, $A$, $B$, simbol de start $E$, terminale $a$, $b$)} \\ \text{atunci avem:} \begin{array}{c} \underline{\text{starea 0:}} \\ S \rightarrow .E \\ E \rightarrow .Aa \\ E \rightarrow .Bb \end{array} \begin{array}{c} \underline{\text{starea 1:}} \\ A \rightarrow a. \\ B \rightarrow a. \end{array}
```

A
ightarrow .a

Din starea 0 avem tranziții *go* cu *E*, *A*, *B* și *a*; cu *a* obținem starea 1. Starea 1 conține două itemuri terminate cu ".", care conduc la setarea liniei lui 1 din tabela *action* atât cu *r*3 cât și cu *r*4.

Ambele tipuri de conflicte (dr și rr) se pot rezolva dacă permitem parserului să consulte mulțimile  $Follow_1(A)$ ,  $A \in V_N$ , pentru a decide dacă va aplica o reducere cu una din alternativele lui A.

El va face o reducere cu producția  $A \to \alpha$  doar dacă următorul simbol din șirul analizat este în  $Follow_1(A)$ .

Această soluție conduce la așa-numitele **Simple LR parsers** (pentru gramaticile SLR(1) - ele sunt o specie de gramatici LR(1) mai constrânsă decât LR(1) general dar mai relaxată decât LR(0)).

#### Analiza sintactică bottom - up

#### Teme laborator:

- 1. Implementați algoritmul de parsare general bottom up. Programul va citi o GIC (presupusă a fi proprie), apoi într-un ciclu va citi diverse cuvinte și va determina dacă fac parte din limbajul generat de gramatică; în caz afirmativ, va afișa și producțiile aplicate într-o derivare dreaptă a sa.
- 2. Implementați algoritmul de parsare general bottom up folosind o procedură/funcție recursivă, care la fiecare apel să facă o derivare. Celelalte detalii sunt ca la problema 1.
- 3. Implementați algoritmul de parsare pentru gramatici de tip LR(0). Programul va citi o GIC, va construi tabelele *action* și *goto*, determinând dacă gramatica este LR(0), apoi într-un ciclu va citi diverse cuvinte și va determina dacă fac parte din limbajul generat de gramatică; în caz afirmativ, va afișa și producțiile aplicate într-o derivare dreaptă a sa.
- 4. Implementați algoritmul de parsare pentru gramatici de tip SLR(1). Detaliile sunt ca la problema 3.