<u>Obs</u>: Sunt subalg. ale lui L_2^3: $\{0, a, z, 1\}$, $\{0, c, x, 1\}$, $\{0, b, y, 1\} \simeq L_2^3$

Dacă $\cdot$ $S \ni a, b \Rightarrow S \ni \bar{a}, \bar{b} \Rightarrow \begin{cases} S \ni z, y \\ S \ni a \vee b \Rightarrow S \ni x \Rightarrow S \ni \bar{x} \Rightarrow S \ni c \end{cases} \Rightarrow S = L_2^3$

$\cdot$ $S \supseteq \{0, 1\}$

<u>Exerc</u>: Să se determine automorfismele booleene ale cubului

<u>Rez</u>: Dem. că orice izomorfism boolean duce atomi în atomi

Fie A, B alg. Boole, $f: A \to B$ un izomorfism boolean și $a \in A$ atom.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \xrightarrow{f\nearrow, \text{inj}} 0 = f(0) < f(a) \\ \text{și} \\ (\nexists x \in A)\ 0 < x < a \end{cases}$

Pp prin absurd că $f(a)$ nu e atom. $\Rightarrow (\exists b \in B)\ 0 < b < f(a) \xrightarrow{f^{-1}\nearrow, \text{inj}}$

$\Rightarrow 0 = f^{-1}(0) < f^{-1}(b) < f^{-1}(f(a)) = a \Rightarrow$ ~~h~~ cu a atom $\Rightarrow f(a)$ atom a lui B

Fie $f: L_2^3 \to L_2^3$ un izomorfism boolean $\Rightarrow f(0) = 0$, $f(1) = 1$ și

$\left.\begin{array}{l} f(\{a, b, c\}) \subseteq \{a, b, c\} \\ \text{inj (bij)} \Rightarrow \text{au același cardinal (3)} \end{array}\right\} \Rightarrow f(\{a, b, c\}) = \{a, b, c\} \Rightarrow$

$f \to$ bij

$\Rightarrow f|_{\{a,b,c\}}$ este o permutare a mulțimii $\{a, b, c\}$ $\longrightarrow 3! = 6$ posibilități

Dacă, de ex, $f(a) = b$, $f(b) = c$ și $f(c) = a$ at.:

$\left.\begin{cases} f(x) = f(a \vee b) = f(a) \vee f(b) = b \vee c = z \\ f(y) = f(a \vee c) = f(a) \vee f(c) = b \vee a = x \end{cases}\right\} \Rightarrow f(z) = y$

Se dem. că orice funcție obținută astfel este izomorfism boolean.

$\Rightarrow L_2^3$ are 6 automorfisme booleene.