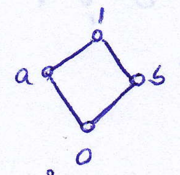

$\mathcal{L}_2^2 = \mathcal{L}_2 \times \mathcal{L}_2$ (rombul)
(alg. Boole)

Exerc: Fie $(L, \vee, \wedge, \le, 0, 1)$ o latice distributivă marg. și $C(L)$ mult. elem. complementate ale lui L. Dem că $C(L)$ formează o alg. Boole.

REZ:

$L \rightarrow$ distributivă $\Rightarrow (\forall x \in C(L))$ x are exact un complement în L, fie acesta $\bar{x}$.

$0, 1 \in C(L)$, cu $\bar{0} = 1$ (și $\bar{1} = 0$).

$\forall x, y \in C(L) \Rightarrow \begin{cases} x \vee y \in C(L), \text{ cu } \overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y} \\ \text{și } x \wedge y \in C(L), \text{ cu } \overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $C(L) \rightarrow$ sublat marg a lui L; $L \rightarrow$ distributivă

$\underbrace{\qquad}_{\Downarrow}$ $C(L) \rightarrow$ lat distr. marg.

~~$\forall x \in C(L) \Rightarrow$~~

$\forall x \in C(L) \Rightarrow \bar{x} \in C(L)$ cu $\bar{\bar{x}} = x$. $\Rightarrow$ x are complementul $\bar{x}$ în lat distributivă marg $C(L)$ $\Rightarrow$ $C(L) \rightarrow$ lat distr. marg. complementată, i.e $(C(L), \vee, \wedge, \le, \bar{\ }, 0, 1) \rightarrow$ alg. Boole. ($\bar{\ }$ - elem unic în cazul complementării)

Exerc: Dem. că singurele alg. Boole total ordonate sunt alg Boole trivială (lanțul cu un elem) și alg. Boole standard (lanțul cu două elem).

REZ: Fie $(B, \vee, \wedge, \le, \bar{\ }, 0, 1)$ o alg Boole $\Rightarrow B \neq \emptyset$.

Dc. $|B| = 1$, at. $\overset{(\Leftrightarrow)}{\Rightarrow}$ $0 = 1 \Rightarrow B = \{0\} = \{1\} = \mathcal{L}_1 \rightarrow$ lanț (alg. Boole trivială (alg. Boole total ordonată))

Dc $|B| = 2$, ~~at~~ $\Rightarrow 0 \neq 1$ ~~și~~, $B = \{0, 1\} = \mathcal{L}_2 \rightarrow$ lanț (alg. Boole standard)
$(0 \le 1)$
$(\le)$