$\{y \in B \mid x \le y\}$

Deci

(1) $a \sim_{[x)} b \Leftrightarrow a \leftrightarrow b \in [x) \Leftrightarrow x \le a \leftrightarrow b \Leftrightarrow x \le (a \to b) \wedge (b \to a)$

↳ filtru principal gen de x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le a \to b \\ \text{și } x \le b \to a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \wedge a \le b \\ \text{și } x \wedge b \le a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \wedge x \le b \\ b \wedge x \le a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \wedge x \le b \wedge x \\ \text{și } b \wedge x \le a \wedge x \end{cases} \Rightarrow a \wedge x = b \wedge x$$

Ex: $T \to$ mult, $X \in \mathcal{P}(T)$. Af $\sim \subseteq (\mathcal{P}(T))$, $(\forall A, B \in \mathcal{P}(T))$

$A \sim B \overset{def}{\Leftrightarrow} A \cap X = B \cap X \Rightarrow \sim \in \mathcal{C}(\mathcal{P}(T))$, cu $F^{\sim} = [X) = \{Y \in \mathcal{P}(T) \mid X \subseteq Y\}$

(1) $a \sim_{[x)} b \Leftrightarrow a \wedge x = b \wedge x$

(2) $a \sim_F b \Leftrightarrow (\exists f \in F)\ a \wedge f = b \wedge f$

"$\Rightarrow$" $a \sim_F b \Leftrightarrow a \leftrightarrow b \in F \Leftrightarrow (\exists f \in F)\ a \leftrightarrow b = f \Rightarrow$

$\Rightarrow f \le a \leftrightarrow b \Leftrightarrow a \leftrightarrow b \in [f) \Leftrightarrow a \sim_{[f)} b \overset{(1)}{\Leftrightarrow} a \wedge f = b \wedge f$

"$\Leftarrow$" $(\exists f \in F)\ a \wedge f = b \wedge f \overset{(1)}{\Rightarrow} a \sim_{[f)} b \Leftrightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} \Leftrightarrow a \leftrightarrow b \in [f) \\ f \in F \Rightarrow [f) \subseteq F \end{array}\right\} \Rightarrow a \leftrightarrow b \in F \Leftrightarrow a \sim_F b$$

COFINITE $\mathcal{P}(T)$

↳ cu congruența, limita

• Fie T o mult. Să se dem. că mult. părților cofinite ale lui T este un filtru al alg Boole $\mathcal{P}(T)$ și să se det congruența asociată acestui filtru

Filtru - mult. nevidă închisă la conjuncție și la majorare

REZ

mult. părților finite → $F := \{X \in \mathcal{P}(T) \mid |\bar{X}| < \infty\}$, unde $(\forall X \in \mathcal{P}(T))$ (finit)

$\bar{X} := T \setminus X$.

$\bar{T} = \emptyset \Rightarrow |\bar{T}| = 0 < \infty \Rightarrow T \in F \Rightarrow F \ne \emptyset$

(F1) închiderea la conjuncție

Fie $A, B \in F \Rightarrow |\bar{A}| < \infty$, $|\bar{B}| < \infty$

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \Rightarrow |\overline{A \cap B}| = |\bar{A} \cup \bar{B}| \le |\bar{A}| + |\bar{B}| < \infty \Rightarrow$

$A \cap B \in F$

(F2) închiderea la majorare

Fie $A \in F$ și $B \in \mathcal{P}(T)$, cu $A \subseteq B$

$\bar{B} \subseteq \bar{A} \Rightarrow |\bar{B}| \le |\bar{A}| < \infty \Rightarrow B \in F$