Calcul Numeric – Tema #7

Ex. 1 Fie următorul sistem de ecuaţii neliniare:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ \dfrac{x^2}{8} - y = 0 \end{cases} \tag{1}$$

$(x, y) \in [-3, 3] \times [-3, 3]$. Să se implementeze în Matlab următoarele cerinţe:

- Să se calculeze simbolic Jacobianul sistemului;
- Să se construiască grafic curbele $\mathcal{C}_1 : x^2 + y^2 = 4$ şi $\mathcal{C}_2 : y = \dfrac{x^2}{8}$;
- Să se construiască procedura **Newton** cu sintaxa $[x_{aprox}, N]$ =**Newton**$(F, J, x^{(0)}, \varepsilon)$ în baza algoritmului metodei Newton;
- Să se afle ambele puncte de intersecţie apelând procedura **Newton** pentru datele $\varepsilon = 10^{-6}$ şi $x^{(0)}$ ales în vecinătatea punctelor de intersecţie.
- Să se construiască pe graficul curbelor punctele de intersecţie.
- Să se adapteze programul **Newton** astfel încât matricea Jacobian va fi calculată aproximativ folosind diferenţe finite. Să se recalculeze soluţia apelând noua procedură.

Ex. 2 Fie sistemul neliniar

$$\begin{cases} x_1^2 - 10x_1 + x_2^2 + 8 = 0 \\ x_1 x_2^2 + x_1 - 10x_2 + 8 = 0 \end{cases}, (x_1, x_2) \in [0, 5] \times [0, 5] \tag{2}$$

Rămân valabile cerinţele de la Ex. 1.

Ex. 3 Să se afle polinomul de interpolare Lagrange $P_2(x)$, a funcţiei $f(x) = sin(x)$ relativ la diviziunea $(-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2})$. Se vor folosi metodele: directă, Lagrange şi Newton. Să se evalueze eroarea $|P_2(\frac{\pi}{6}) - f(\frac{\pi}{6})|$.

Ex. 4 1) Să se construiască în Matlab următoarele proceduri conform sintaxelor:

a) y =**MetDirecta**(X, Y, x)

b) y =**MetLagrange**(X, Y, x)

c) y =**MetN**(X, Y, x)

Se vor folosi metodele prezentate la curs. Vectorii X, Y reprezintă nodurile de interpolare, respectiv valorile funcţiei f în nodurile de interpolare;

2) Să se construiască în Matlab în aceeaşi figură, graficele funcţiei f pe intervalul $[a, b]$, punctele $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n+1}$ şi polinomul P_n obţinut alternativ prin una din cele două metode. Datele problemei sunt: $f(x) = sin(x), n = 3, a = -\pi/2, b = \pi/2$. Se va considera diviziunea $(X_i)_{i=\overline{1,n+1}}$ echidistantă. Pentru construcţia graficelor funcţiei f şi P_n, folosiţi o discretizare cu 100 noduri.

3) Reprezentaţi grafic într-o altă figură eroarea $E = |f - P_n|$.

4) Creşteţi progresiv gradul polinomului P_n şi rulaţi programele. Ce observaţi în comportamentul polinomului P_n? Deduceţi n maxim pentru care polinomu P_n îşi pierde caracterul.

Obs.: Polinoamele Lagrange sunt instabile pentru n mare, i.e., la o variaţie mică în coeficienţi apar variaţii semnificative în valorile polinomului.