

EXAMEN CALCUL NUMERIC 2019

Examenul scris va fi compus din 6 subiecte punctate cu 10 puncte fiecare.

- Două subiecte teoretice din lista de subiecte teoretice;
- Două exerciții asemănătoare cu cele din lista de exerciții;
- Două probleme de programare asemănătoare cu cele din teme.

1. Metoda secantei.
2. Metoda poziției false.
3. Metoda Gauss fără pivotare. Metoda Gauss cu pivotare parțială.
4. Sisteme liniare inferior triunghiulare. Decompunerea LU .
5. Metode iterative de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare. Metoda Jacobi. Metoda Jacobi pentru matrice diagonal dominante pe linii.
6. Metoda directă și metoda Lagrange de determinare a polinomului Lagrange P_n .
7. Interpolare cu funcții spline pătratice.
8. Diferențe finite progresive, regresive și centrale pentru $f'(x)$.
9. Formulele de cuadratură Newton-Cotes. Formula de cuadratură a trapezului. Formula de cuadratură sumată a trapezului ($n = 1$).
10. Metode numerice de rezolvare a ecuațiilor diferențiale. Metoda punctului central. Metoda Euler modificată.

Obs. După prezentarea teoretică a metodei se va descrie și algoritmul.

January 18, 2019 1 / 6

January 18, 2019 2 / 6

Listă exerciții

1. Să se rezolve conform metodei Gauss fără pivotare și metodei Gauss cu pivotare parțială sistemul:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 = -5 \\ 2x_1 - 2x_2 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases} \quad (1)$$

$$2. \text{ Fie } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 8 & 5 \\ -4 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

- a) Să se descompună LU matricea A folosind atât metoda Gauss fără pivotare, cât și Gauss cu pivotare parțială.
- b) Să se rezolve sistemul $Ax = b$, $b = (5, 18, 20)^T$, folosind factorizarea LU de la punctul a).

$$3. \text{ Fie } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 14 \end{pmatrix}$$

- a) Să se verifice dacă A este simetrică și pozitiv definită;
- b) În caz afirmativ, să se determine factorizarea Cholesky;

January 18, 2019 3 / 6

- c) Să se rezolve sistemul $Ax = b$, $b = (10, 6, 11)^T$, folosind descompunerea LL^T .

4. Să se studieze aplicabilitatea metodelor în cazul următoarelor matrice:

$$a) A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,01 & 0 \\ 0 & 1 & 0,04 \\ 0 & 0,02 & 1 \end{pmatrix} - \text{Metoda Jacobi};$$

$$b) A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} - \text{Metoda Jacobi pentru matrice diagonal dominante};$$

$$c) A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 10 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} - \text{Metoda Jacobi relaxată}.$$

5. Să se afle polinomul de interpolare Lagrange $P_2(x)$, conform metodelor Lagrange și Newton cu diferențe divizate, a funcției $f(x) = \ln x$ relativ la diviziunea $(1, e, e^2)$.
6. Fie $P_2(x)$ polinomul de interpolare pentru datele $(0, 0), (\frac{1}{2}, y), (1, 3)$. Să se determine y conform metodei Neville astfel încât $P_2(1, 5) = 0$.

January 18, 2019 4 / 6

7. Fiind dat tabelul diferențelor divizate

x_i	DD ordin 0	DD ordin 1	DD ordin 2
$x_1 = 0$	$f[x_1] = f(x_1)$		
$x_2 = 0,4$	$f[x_2] = f(x_2)$	$f[x_1, x_2]$	
$x_3 = 0,7$	$f[x_3] = f(x_3) = 6$	$f[x_2, x_3] = 10$	$f[x_1, x_2, x_3] = \frac{50}{7}$

să se scrie polinomul $P_2(x)$.

8. Fiind dat următorul tabel conform metodei Neville prin care se aproximează $f(0.5)$

x_i	$P_{m_1}(0,5)$	$P_{m_1, m_2}(0,5)$	$P_{m_1, m_2, m_3}(0,5)$
$x_1 = 0$	0		
$x_2 = 0,4$	2,8	3,5	
$x_3 = 0,7$			27/7

să se determine $f(0.7)$.

9. Să se afle funcția de interpolare spline liniară și spline pătratică S pentru funcția $f(x) = \ln x$ relativ la diviziunea $(1, e, e^2)$.
10. Să se determine funcția spline cubică S care interpolatează datele $(1, 2), (2, 3), (3, 5)$ și $S'(1) = 2, S'(3) = 1$. (Formulele de calcul ale coeficienților vor fi date în foaia de examen.)

Listă probleme de programare asemănătoare cu cele din teme care se referă la:

1. Metoda biseției.
2. Metoda Gauss cu pivotare parțială.
3. Metodei Jacobi relaxată.
4. Metoda Newton de rezolvare a sistemelor de ecuații neliniare.
5. Metoda Newton cu DD.
6. Interpolarea spline cubică.
7. Derivarea numerică. Metoda de extrapolare Richardson.
8. Metoda Euler explicită.

Obs. Programele se vor scrie folosind sintaxa specifică programului Matlab. Pentru erori de sintaxă se va scădea din punctaj. Algoritmii vor fi dați în foaia de subiecte.