$$\vee,\wedge \left| \begin{array}{l} \phi\times\phi=\phi \\ \phi^2 : \phi^2 \Rightarrow \phi \end{array} \right) \Rightarrow \vee = \wedge = (\phi, \phi, \phi)$$

(3) Dacă $f^{-1}(w) = \phi \Rightarrow f^{-1}(w) \to$ sublat a lui L.

Dacă $f^{-1}(w) \neq \phi$: fie $a, b \in f^{-1}(w) \Leftrightarrow f(a), f(b) \in W \xrightarrow{\text{sublat}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} W \ni f(a) \sqcup f(b) = f(a\vee b) \Rightarrow a\vee b \in f^{-1}(w) \\ w \ni f(a) \sqcap f(b) = f(a\wedge b) \Rightarrow a\wedge b \in f^{-1}(w) \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(w) \to \text{sublat a lui } L \text{ (închisă la } \vee \text{ și } \wedge)$$

Pt. ~~lat~~ lat. marg: $\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \bot, \top \in W \\ f(0) \quad f(1) \end{array} \right) \Rightarrow 0, 1 \in f^{-1}(W) \Rightarrow f^{-1}(W)$ sublat. marg. a lui L

• Să se dem. că $\forall$ fct izotonă între două lanțuri nevide este morfism de latici

Fie $(L, \leq)$, $(M, \sqsubseteq) \to$ lanțuri ($\neq \phi$) $\Rightarrow (L, \max, \min, \leq)$ și $(M, \max, \min, \sqsubseteq) \to$ latici

Fie $f : L \to M \to$ fct izotonă

Fie $a, b \in L \Rightarrow a \leq b$ sau $b \leq a$. Pp de ex, $a \leq b$

$$\xrightarrow{(f\nearrow)} f(a) \sqsubseteq f(b) \Rightarrow \begin{cases} f(\max\{a,b\}) = f(b) = \max\{f(a), f(b)\} \\ f(\min\{a,b\}) = f(a) = \min\{f(a), f(b)\} \end{cases}$$

$\Rightarrow f \to$ morfism de latici

• Generalizarea exercițiului anterior:

$(L, \leq) \to$ lanț, $L \neq \phi$, $(M, \vee, \wedge, \leq) \to$ latice, $M \neq \phi$;

$f : L \to M \to$ fct izotonă. Dem că $f \to$ morfism de latici

REZ: Fie $a, b \in L \Rightarrow a \leq b$ sau $b \leq a$. Pp de ex, $a \leq b \xrightarrow{(f\nearrow)}$

$$f(a) \leq f(b) \Leftrightarrow \begin{cases} f(a) \vee f(b) = f(b) \\ f(a) \wedge f(b) = f(a) \end{cases}$$