

$$(3) f^{-1}\left(\bigcap_{i \in J} B_i\right) = \bigcap_{i \in J} f^{-1}(B_i)$$

$$(4) f\left(\bigcap_{i \in J} A_i\right) \subseteq \bigcap_{i \in J} f(A_i) \subseteq f(A) \Leftrightarrow$$

$$\text{cu } n=4 \quad \forall (A_i)_{i \in J} \neq \emptyset$$

$$\Leftrightarrow f \rightarrow \text{inj} \quad \text{bati en pt "}\subseteq\text{"}$$

Prob:

(1) $\forall x (a) \text{ arb, fixat}$

$$x \in f^{-1}\left(\bigcup_{i \in J} B_i\right) \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(x) \in \bigcup_{i \in J} B_i \Leftrightarrow f(x) \in B_{j_0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\exists j_0 \in J) f(x) \in B_{j_0} \Leftrightarrow (\exists j_0 \in J) x \in f^{-1}(B_{j_0})$$

$$\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i \in J} f^{-1}(B_i) \Rightarrow (1)$$

(2) $\forall y (a) \text{ arb, fixat}$

$$y \in f\left(\bigcup_{i \in J} A_i\right) \Leftrightarrow (\exists x \in \bigcup_{i \in J} A_i) y = f(x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\exists i_0 \in J) (\exists x \in A_{i_0}) y = f(x) \Leftrightarrow (\exists i_0 \in J) y \in f(A_{i_0}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y \in \bigcup_{i \in J} f(A_i) \Rightarrow (2)$$

(3) $\forall x (a) \text{ arb, fixat}$

$$x \in f^{-1}\left(\bigcap_{i \in J} B_i\right) \Rightarrow f(x) \in \bigcap_{i \in J} B_i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\forall j_0 \in J) f(x) \in B_{j_0} \Leftrightarrow (\forall j_0 \in J) x \in f^{-1}(B_{j_0}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in \bigcap_{i \in J} f^{-1}(B_i) \Rightarrow (3)$$