9 1.24* Util. strategia eliminării verif. ne. mult.:

$S = \{p \vee \neg r,\ q \vee r,\ \neg q \vee r,\ \neg p \vee \neg r\}$

Pas 1: Eliminarea clauzelor tautologice (ex: $\underline{u} \vee s \vee \underline{\neg u}$)

Nu sunt

Pas 2: Eliminarea clauzelor subsumate de alte clauze (ex: $\underline{u \vee s} \vee t$ e subsumată de $\underline{u \vee s}$)

Nu sunt

Pas 3: Eliminarea clauzelor ce conțin literali puri (un literal e pur dacă $\nexists$ negația sa nicăieri)

Nu sunt

Pas 4: Eliminarea clauzelor unitate, a clauzelor ce conțin clauza unitate și ștergerea negației din celelalte clauze

Nu sunt

$Res_q(q \vee r, \neg q \vee r) = r$

$S = \{p \vee \neg r,\ \cancel{q \vee \underline{r}},\ \cancel{\neg q \vee \underline{r}},\ \neg p \vee \neg r,\ \underline{r}\}$

P1: Nu sunt

P2: $\Rightarrow S = \{p \vee \cancel{\neg r},\ \neg p \vee \cancel{\neg r},\ \cancel{r}\}$

P3: Nu sunt

P4: r - este clauză unitate $\Rightarrow S = \{\cancel{p},\ \cancel{\neg p}\} \Rightarrow S = \{\square\}$

p el. unitate $\neg p \vee \square$ ||

$\Rightarrow S$ este inconsistentă

$S' = \{ q \vee r, \neg q \vee r, \cancel{\neg p \vee \neg r} \}$

Pas 1: -

Pas 2: -

Pas 3: $\neg p$ este literal pur, deci $\Rightarrow S' = \{ \cancel{q \vee r}, \cancel{\neg q \vee r} \}$

r este literal pur, deci $\Rightarrow S' = \emptyset$, consistentă

9.1.25. Folosind strategia mulțimii suport, dem.:

$$\underbrace{p \vee \neg r}_{U_1},\ \underbrace{\neg q \to r}_{U_2},\ \underbrace{\neg q}_{U_3} \overset{?}{\vdash} \underbrace{\neg(p \to q)}_{V}$$

$U_1 = p \vee \neg r = C_1$

$U_2 = q \vee r = C_2$

$U_3 = \neg q = C_3$

$\neg V = \neg p \vee q = C_4$

$S = \{C_1, C_2, C_3, C_4\}$

not Y mulțimea suport $= \{C_4\}$

$S \setminus Y = \{C_1, C_2, C_3\}$ – submulțime consistentă

Obs: nu rezolvăm clauzele din $S \setminus Y$ între ele

$Rez_p(C_1, C_4) = \neg r \vee q = C_5$

$Rez_q(C_3, C_4) = \neg p = C_6$

$Rez_p(C_6, C_1) = \neg r = C_7$

$Rez_r(C_7, C_2) = q = C_8$

$Rez_r(C_3, C_8) = \square$

$\xRightarrow{T.C.C.}$ inconsistentă

9.1.26.2. Dem. legea silogismului $(p\to q)\to((q\to r)\to(p\to r))$ utilizând o met. semantică

tabel semantic:

$\neg((p\to q)\to((q\to r)\to(p\to r)))$ (1) ✓

| α (1)

$p\to q$ (2) ✓

$\neg((q\to r)\to(p\to r))$ (3) ✓

| (3) α

$(q\to r)$ (4) ✓

$\neg(p\to r)$ (6) ✓

| (6) α

p

$\neg r$

(2) β

$\neg p$ | q

$\otimes$

(4) β (under q): $\neg q$ | r

$\otimes$ | $\otimes$

Tabel sem închisă

$\Downarrow$ T.C.C.

Formulă tautologică

Logica Predicatelor

Problemă: Să se transforme din limbaj natural în limbaj logic:

Suma a două nr. pare este un nr. impar. (inconsistentă)

$D = \mathbb{Z}$

const. $2 \overset{not.}{=} a$

fct: $s : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}$, $s(x, y) = x + y$

Pred: $P : \mathbb{Z} \to \{T, F\}$, $P(x) =$ "x e par"

$$\Big((\forall x)(\forall y)\big(P(x) \land P(y) \to \neg P(s(x, y)) \big) \Big)$$

Dați o interpretare cu domeniu finit și una cu dom. infinit pt.:

$$\mathcal{U} \stackrel{not.}{=} (\exists x)\, P(x) \vee (\exists x) Q(x) \rightarrow (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$$

$$\mathcal{I}_1 = \langle D_1, m_1 \rangle$$

$$D_1 = \{1, 2\}$$

const.: —

fct.: —

Pred.: $m_1(P): D_1 \rightarrow \{T, F\}$, $m_1(P)(1) = T$, $m_1(P)(2) = F$

$m_1(Q): D_1 \rightarrow \{T, F\}$, $m_1(Q)(1) = F$, $m_1(Q)(2) = T$

$$\mathcal{V}^{\mathcal{I}_1}(\mathcal{U}) = \mathcal{V}^{\mathcal{I}_1}\Big(\big((\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \rightarrow (\exists x)(P(x) \vee Q(x))\big)\Big) =$$

$$= \mathcal{V}^{\mathcal{I}_1}\big((\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)\big) \rightarrow \mathcal{V}^{\mathcal{I}_1}\big((\exists x)(P(x) \vee Q(x))\big) =$$

$$= \mathcal{V}^{\mathcal{I}_1}\big((\exists x)P(x)\big) \vee \mathcal{V}^{\mathcal{I}_1}\big((\exists x)Q(x)\big) \rightarrow \mathcal{V}^{\mathcal{I}_1}\big((\exists x)(P(x) \vee Q(x))\big) =$$

$$= \big(m_1(P)(1) \vee m_1(P)(2)\big) \vee \big(m_1(Q)(1) \vee m_1(Q)(2)\big) \rightarrow \big(m_1(P)(1) \vee m_1(Q)(1)\big) \vee \big(m_1(P)(2) \vee m_1(Q)(2)\big)$$

$$= (T \vee F) \vee (F \vee T) \rightarrow (T \vee F) \vee (F \vee T) =$$

$$= T \vee T \rightarrow T \vee T = T \rightarrow T = T \Rightarrow \mathcal{I}_1 \text{ este model} \Rightarrow \mathcal{U} \text{ este consistent.}$$