Examen scris la analiza matematica

-sesiune iarna 2024-

1. Determinati natura seriei cu termeni pozitivi

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^3 n + 1)}$$

2. Determinati parametrul $a \in \mathbb{R}$ astfel incat functia $f(x,y) = \dfrac{1}{x}\,\mathrm{e}^{x/y}$ sa verifice relatia

$$x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) + y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) + 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = af(x,y), \quad \forall x, y > 0.$$

3. Fie $A \subseteq \mathbb{R}^2$ multimea plana marginita de dreptele $x + 3y = 3$, $2y - x = 2$ si $2x + y = 6$.
   a) Desenati multimea A si aratati ca nu este simpla in raport cu vreo axa.
   b) Calculati integrala

$$\iint_A \frac{1}{(x+y)^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

4. a) Enuntati teorema multiplicatorilor lui Lagrange pentru o functie de 3 variabile si o restrictie.

   b) Formulati problema determinarii distantei minime de la punctul de coordonate $(1,1,2)$ la frontiera multimii $B(O_3, 3)$, ca o problema de extrem conditionat.