

Problema 9.17.2: Utilizând forma normală adekvată

(FNC sau FND) demonstrați:  $\vdash (U \rightarrow V) \rightarrow ((V \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow V \wedge Z))$

$$P := \neg(U \rightarrow V) \vee ((V \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow V \wedge Z))$$

$$\equiv \neg(U \rightarrow V) \vee (\neg(V \rightarrow Z) \vee (U \rightarrow (V \wedge Z)))$$

$$\equiv \neg(\neg U \vee V) \vee (\neg(\neg V \vee Z) \vee (\neg U \vee (V \wedge Z))) \text{, notat } U=A, V=B$$

$$\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee (\neg(\neg B \vee Z) \vee (\neg A \vee (B \wedge Z)))$$

$$\equiv (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg Z) \vee (\neg A \vee (B \wedge Z))$$

$$\equiv (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg Z) \vee \neg A \vee (B \wedge Z)$$

$(a+b) * (c+d) * e * (f+g) = acdf + acdg + adef +$

$$\equiv (\underline{A} \vee \underline{B} \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\underline{A} \vee \underline{B} \vee \neg A \vee \neg Z) \wedge (\underline{A} \vee \neg Z \vee \neg A \vee B) \wedge (\underline{A} \vee \neg Z \vee \neg A \vee Z)$$

$$\wedge (\neg B \vee \underline{B} \vee \neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg Z \vee \neg A \vee \underline{Z}) \wedge (\neg B \vee \underline{B} \vee \neg A \vee \neg Z) \wedge (\neg B \vee \neg Z \vee \neg A \vee \underline{B})$$

Avem FNC cu 8 clauze tautologice, deci  $\Rightarrow P$  este tautologie

918.2 Universal form adequate result: truth models

$$\neg(p \vee q) \vee r \Rightarrow \neg p \wedge (q \wedge r) \equiv$$

$$\neg(\neg(p \vee q) \vee r) \equiv \neg(\neg p \wedge (q \wedge r)) \equiv$$

$$((p \vee q) \wedge r) \vee (\neg p \wedge (q \wedge r)) \equiv$$

$$((p \vee q) \wedge r) \vee (\neg p \wedge (q \wedge r)) \equiv \text{distrib.} \wedge \text{factor.} \vee$$

F.M.D, 3 columns

$$\text{col. 1: } p \wedge r \Rightarrow i_{1,2}: \{p, q, r\} \rightarrow \{T, F\}$$

$$i_1(p) = F \quad i_1(r) = F$$

$$i_1(q) = T$$

$$i_2(p) = F \quad i_2(r) = F$$

$$i_2(q) = F$$

$$\text{col. 2: } q \wedge r \Rightarrow i_{1,3}: \{p, q, r\} \rightarrow \{T, F\}$$

$$i_3(p) = T$$

$$i_3(q) = T$$

$$i_3(r) = F$$

col. 3:  $\neg p \wedge q$

$$i_{1,3}: \{p, q, r\} \rightarrow \{T, F\}$$

$$i_4(p) = F$$

$$i_4(q) = T$$

$$i_4(r) = T$$

$\Rightarrow$  models:  $m_1, m_2, m_3, m_4$



9.1.9.2

Demonstrată că următoarea formulă este inconsistentă folosind  
Forma normală adecvată.

$$(\neg U \vee V) \wedge \neg(\neg V \Rightarrow \neg U) \stackrel{\text{elim. } \rightarrow}{\equiv}$$

$$(\neg U \vee V) \wedge \neg(\neg\neg V \vee \neg U) \stackrel{\text{dubla } \neg}{\equiv}$$

$$(\neg U \vee V) \wedge \neg(V \vee \neg U) \stackrel{\Delta M}{\equiv}$$

$$(\neg U \vee V) \wedge \neg(\neg V \wedge U) \stackrel{\text{proc. } \wedge}{\equiv}$$

$$(\neg U \vee V) \wedge \neg V \wedge U \stackrel{\text{dubla } \wedge \text{ față de } V}{\equiv}$$

$$(\neg U \wedge \neg V \wedge U) \vee (\neg V \wedge \neg V \wedge U) = F \vee F$$

conjunctie/si  $\wedge$   
disjunctie/ sau  $\vee$

$F \vee F$  cu două arbori inconsistente