

# Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

## Lucrare Nr. 1 „Precizarea rădăcinii. Metoda tangentelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „C”, Nume Prenume Elev Guțu Cătălin

### Varianta 15

**Ecuația I:**  $x^*(x+1)^2 = 1$

**Ecuația II:**  $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$

#### Scop lucrare:

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (optional).

#### Sarcini de realizat:

- 1) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia  $\varepsilon=0.001$ , utilizând programul corespunzător;
- 2) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia  $\varepsilon=0.001$ , utilizând programul corespunzător;

#### Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației ei prin metoda tangentelor.

Separăm rădăcinile ecuației  $x^*(x+1)^2 = 1$  în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = x^*(x+1)^2;$$

$$y_2 = 1$$

Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor  $y_1$  și  $y_2$ .

$x$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$x+1$	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$(x+1)^2$	1	1,44	1,96	2,56	3,24	4
$y_1$	0	0,288	0,784	1,536	2,592	4
$y_2$	1	1	1	1	1	1

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul  $[0; 1]$ .

Precizăm această rădăcină prin metoda tangentelor. Deoarece  $f(0,4)<0$ ; și  $f(0,6)>0$ , iar derivata de ordinul II  $f''(x)>0$ , atunci în calitate de valoare inițială aproximativă pe acest interval vom lăsa  $x_0=0,5$ .

Calculele le realizăm conform formulei:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}.$$

În prealabil determinăm derivata de ordinul I:

$$f'(0,5)=3\cdot(0,5)^2+4\cdot0,5+1=3\cdot0,25+2+1=0,75+2+1=3,75$$

Calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

$n$	$x_n$	$(x_n+1)^2$	$x_n(x_n+1)^2$	$f(x_n)=x_n(x_n+1)^2-1$	$h_n = f(x_n)/3,75$
0	0,50000	2,25000	1,12500	0,12500	0,03333
1	0,46667	2,15111	1,00370	0,00370	0,00104
2	0,46563	2,14825	0,99999	-0,00001	-0,00000

Răspuns: Soluția este  $x=0,46563$

□ **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda tangentelor.**

Este dată ecuația:  $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$ ;

1. Notăm funcția  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 12x - 12$ ;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi  $f'(x) = 3x^2 - 6x + 12$
3. Determinăm discriminantul  $D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 36 - 144 = -108 < 0$ .
4. Alcătuim tabelul semnelor funcției  $f(x)$ , stabilind valorile lui  $x$  egale cu:

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
Semnul $f(x)$	-	-	+	+

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul  $[1, 2]$ .

Precizăm soluția utilizând metoda tangentelor. **Deoarece**

$f(1) < 0, f(2) > 0$  și  $f''(x) = 6x - 6 \geq 0$  pe intervalul  $[1; 2]$ , atunci ca valoare aproximativă inițială luăm  $x_0 = 1$

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Determinăm  $f'(x) = 3x^2 - 6x + 12$ .

Toate calculele le introducем pentru comoditate în tabel:

$n$	$x_n$	$x_n^2$	$x_n^3$	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$h = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	1,00000	1,00000	1,00000	-2,00000	9,00000	-0,22222
1	1,22222	1,49383	1,82506	0,01100	9,85185	0,00112
2	<b>1,22102</b>	1,49089	1,82042	0,00000	9,84430	0,00000

Răspuns: Soluția este  $x \approx 1,22102$

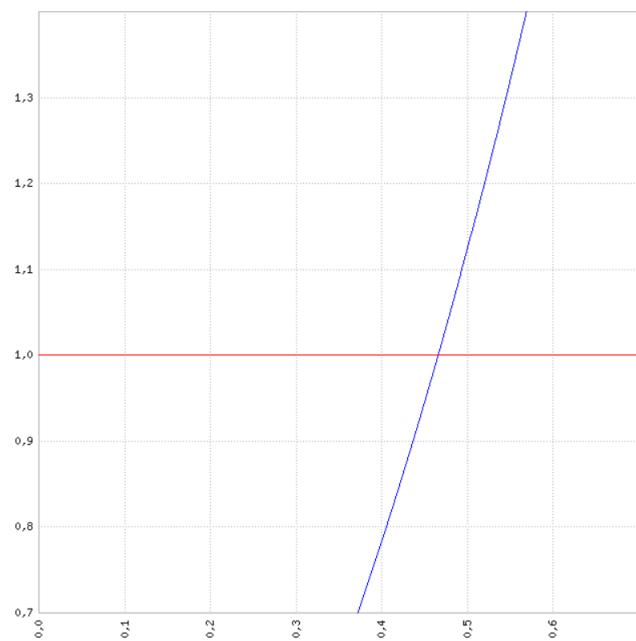
## NOTĂ

- Pentru construirea graficelor funcțiilor veți utiliza ploterul de funcții grafice, ca de exemplu:
- <https://www.mathe-fa.de/ro>, sau alte plotere de funcții grafice.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 12x - 12$$

$$g(x) = 1$$

Graficul funcției



- Toate tabelele vor fi elaborate în MS Excel, cu utilizarea formulelor, pentru un calcul automatizat.

- Numărul de cifre după virgulă utilizate în calcule: MINIM – 3 cifre, MAXIM – 5 cifre. Cu cât veți utiliza mai multe cifre după virgulă, cu atât calculele efectuate vor fi mai exacte.
- Proiectul realizat va fi salvat în format PDF și încărcat în GITHUB la data indicată și în termenul indicat (Termenul limită este - 26/01/2026. Ora 23.00)
- Toate proiectele elaborate și încărcate după termenul indicat – nu vor fi evaluate, se va considera ca proiect lipsă și evaluat cu nota minimă.

**Sarcini individuale:**

12A	Ecuația I	Ecuația II	12C	Ecuația I	Ecuația II
1.	$x-\sin x=0,25$	$x^3-3x^2+9x-8=0$	1.	$\ln x+(x+1)^3=0$	$x^3+2x^2+2=0$
2.	$\operatorname{tg}(0,58x+0,1)=x^2$	$x^3-6x-8=0$	2.	$x \cdot 2^x=1$	$x^3-3x^2+9x-10=0$
3.	$\sqrt{x} - \cos(0,378x) = 0$	$x^3-3x^2+6x+3=0$	3.	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$	$x^3-2x^2+2=0$
4.	$\operatorname{tg}(0,4x+0,4)=x^2$	$x^3-0,1x^2+0,4x-1,5=0$	4.	$x-\cos x=0$	$x^3+3x-1=0$
5.	$\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$	$x^3-3x^2+9x+2=0$	5.	$3x+\cos x+1=0$	$x^3+x-2=0$
6.	$\operatorname{tg}(0,5x+0,2)=x^2$	$x^3+x-5=0$	6.	$x+\ln x=0,5$	$x^3+0,4x^2+0,4x-1,6=0$
7.	$3x-\cos x-1=0$	$x^3+0,2x^2+0,5x-1,2=0$	7.	$2-x=\ln x$	$x^3-0,7x^2+0,4x-1,5=0$
8.	$x+\lg x=0,5$	$x^3+3x+1=0$	8.	$(x-1)^2 = \frac{1}{2}e^x$	$x^3-0,5x^2+0,4x+2=0$
9.	$\operatorname{tg}(0,5x+0,1)=x^2$	$x^3+0,2x^2+0,5x-2=0$	9.	$(2-x) \cdot e^x=0,5$	$x^3-5x^2+12x+3=0$
10.	$x^2+4\sin x=0$	$x^3-3x^2+12x-9=0$	10.	$2,2x-2^x=0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1=0$
11.	$\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0$	$x^3-0,2x^2+0,3x-1,2=0$	11.	$x^2+3\sin x=0$	$x^3-0,1x^2+0,4x+1,2=0$
12.	$\operatorname{tg}(0,4x+0,3)=x^2$	$x^3-3x^2+6x-2=0$	12.	$2x-\lg x=7$	$x^3-3x^2+6x-5=0$
13.	$x \cdot \lg x - 1,2=0$	$x^3-0,5x^2+0,3x-2=0$	13.	$5x-8 \cdot \ln x=8$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1,4=0$
14.	$1,8x^2-\sin 10x=0$	$x^3+3x^2+6x-1=0$	14.	$3x-e^x=0$	$x^3+2x+4=0$
15.	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{4} = 0$	$x^3+0,1x^2+0,4x-1,2=0$	15.	$x \cdot (x+1)^2=1$	$x^3-3x^2+12x-12=0$
16.	$\operatorname{tg}(0,3x+0,4)=x^2$	$x^3+4x-6=0$	16.	$x=(x+1)^3$	$x^3+0,2x^2+0,7x-0,7=0$
17.	$x^2-20 \cdot \sin x=0$	$x^3+0,2x^2+0,5x+0,8=0$	17.	$x^2=\sin x$	$x^3+4x-6=0$
18.	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{3} = 0$	$x^3-3x^2+12x-12=0$	18.	$x^3=\sin x$	$x^3+0,1x^2+0,4x-1,2=0$
19.	$\operatorname{tg}(0,47x+0,2)=x^2$	$x^3-0,2x^2+0,3x+1,2=0$	19.	$x = \sqrt{\lg(x+2)}$	$x^3+3x^2+6x-1=0$
20.	$x^2+5\sin x=0$	$x^3-2x+4=0$	20.	$x^2=\ln(x+1)$	$x^3-0,1x^2+0,6x-1=0$
21.	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{2} = 0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1,4=0$	21.	$2x-\lg x=-0,5$	$x^3-3x^2+6x-2=0$
22.	$2x-\lg x-7=0$	$x^3-3x^2+6x-5=0$	22.	$2x+\cos x=0,5$	$x^3-0,2x^2+0,1x-1,2=0$
23.	$\operatorname{tg}(0,44x+0,3)=x^2$	$x^3-0,1x^2+0,4x+1,2=0$	23.	$x^3+\sin(0,5x)+1=x^2$	$x^3-3x^2+12x-9=0$
24.	$3x-\cos x-2=0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1=0$	24.	$0,5x+\lg(x-1)=0,5$	$x^3+0,2x^2+0,5x-2=0$
25.	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{10} = 0$	$x^3+3x^2+12x+3=0$	25.	$\sin(0,5+x)=2x-0,5$	$x^3+3x+1=0$
26.	$x^2+1,5\sin x=0$	$x^3-0,1x^2+0,4x+2=0$	26.	$\lg(2+x)+2x=3$	$x^3+0,2x^2+0,5x-1,2=0$
27.	$\operatorname{tg}(0,36x+0,4)=x^2$	$x^3-0,2x^2+0,4x-1,4=0$	27.	$\lg(1+2x)=2-x$	$x^3-3x^2+9x+2=0$
28.	$x+\lg x-0,7=0$	$x^3+0,4x^2+0,6x-1,6=0$	28.	$2\sin(x-0,6)=1,5-x$	$x^3-0,1x^2+0,7x-2,5=0$
29.	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{5} = 0$	$x^3+x-3=0$	29.	$x+\lg(1+x)=1,5$	$x^3-3x^2+6x+3=0$
30.	$2 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$x^3-0,2x^2+0,6x-2,4=0$	30.	$x+\cos x=1$	$x^3-0,1x^2+0,3x-0,6=0$
31.	$3 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$2x^3-3x^2-x-5=0$	31.	$x^3+\cos x=-1$	$x^3-3x^2+3,5=0$
32.	$0,5x+1=(x-2)^2$	$x^3-2x^2-x+1=0$	32.	$5\sin x=x$	$x^3-1,2x^2+1,5=0$
33.	$(x-3)=\cos x$	$x^3+3x^2+24x-10=0$	33.	$x^3-\cos 3x=-1$	$x^3-4x^2+2=0$

<b>34.</b>	$x^2 - 2 + 0,5^x = 0$	$2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$	<b>34.</b>	$0,5^x - 1 = (x+2)^2$	$x^3 + 3x^2 - 3,5 = 0$
<b>35.</b>	$(x-1)^2 \cdot \lg(x+11) = 1$	$x^3 + 3x - 3 = 0$	<b>35.</b>	$(x-2)^2 \cdot 2^x = 1$	$x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$