

Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

Lucrare Nr. 2 „Precizarea rădăcinii. Metoda Coardelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „___”, Nume Prenume Elev ???

Varianta ____

Ecuația I: _____

Ecuația II: _____

Scop lucrare:

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (opțional).

Sarcini de realizat:

- 1) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;
- 2) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;

Exemplu de realizare a sarcinii:

Sunt date ecuațiile:

- a) $\operatorname{tg}(0,55x+0,1)=x^2$;
- b) $x^3-0,2x^2+0,5x+1,5=0$;

□ Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda coardelor.

Separăm rădăcinile ecuației $\operatorname{tg}(0,55x+0,1)=x^2$ în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = \operatorname{tg}(0,55x+0,1);$$

$$y_2 = x^2 \text{ (figura 1.)}$$

Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor y_1 și y_2 .

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
y ₁	0,1	0,21	0,33	0,46	0,60	0,76
y ₂	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1

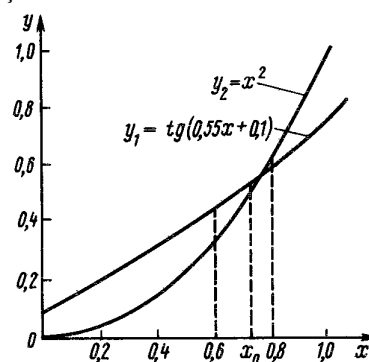


Fig. 1

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul $[0,6; 0,8]$.

Pentru precizarea rădăcinii prin metoda coardelor, determinăm semnele funcției $f(x) = \operatorname{tg}(0,55x+0,1)-x^2$ la capetele segmentului $[0,6; 0,8]$ și semnul derivatei de ordinul II pe acest interval:

$$f(0,6) = \operatorname{tg} 0,43 - 0,36 = 0,4586 - 0,36 = 0,0986;$$

$$f(0,8) = \operatorname{tg} 0,54 - 0,64 = 0,5994 - 0,64 = -0,0406;$$

$$f'(x) = \frac{0,55}{\cos^2(0,55x+0,1)} - 2x;$$

$$f''(x) = 0,55 \cdot 2 \cos^3(0,55x+0,1) \sin(0,55x+0,1) \cdot 0,55 - 2 = \frac{0,605 \cdot \sin(0,55x+0,1)}{\cos^3(0,55x+0,1)} - 2x < 0 \text{ pentru } x \in [0,6; 0,8].$$

Pentru calcule vom folosi relația: $x_{n+1} = x_0 - \frac{f(x_n) \cdot (b - x_n)}{f(b) - f(x_n)}$, unde $b=0,8$ și $x_0=0,6$.

Calcululele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	$0,8-x_n$	$0,55x_n+0,1$	$\operatorname{tg}(0,55x_n+0,1)$	x_n^2	$f(x_n)$	$f(0,8)-f(x_n)$	$h = \frac{f(x_n) \cdot (b - x_n)}{f(0,8) - f(x_n)}$
0	0,6	0,2	0,43	0,4586	0,36	0,0986	-0,1392	-0,142
1	0,742	0,058	0,5081	0,5570	0,5506	0,0064	-0,0470	-0,008
2	0,750	0,50	0,5125	0,5627	0,5625	0,0002	-0,0408	-0,0002
3	0,7502	0,0498	0,5126	0,5628	0,5628	0		

Răspuns: Soluția este $x=0,750$

□ **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda coardelor.**

Este dată ecuația: $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$;

1. Notăm funcția $f(x) = x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi $f'(x) = 3x^2 - 0,4x + 0,5$;
3. Determinăm discriminantul $D = 0,16 - 6 < 0$.
4. Alcătuim tabelul semnelor funcției $f(x)$, stabilind valorile lui x egale cu:
- 5.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
Semnul $f(x)$	–	–	+	+

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul $[-1, 0]$.

Pentru precizarea rădăcinii, aflăm derivate de ordinul II $f''(x) = 6x - 0,4$; în intervalul $[-1, 0]$ se îndeplinește inegalitatea $f''(x) < 0$.

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = a - \frac{f(a)}{f(x_n) - f(a)}(x_n - a),$$

unde $a = -1$, $x_0 = 0$; $f(a) = f(-1) = -1 - 0,2 - 0,5 + 1,5 = -0,2$.

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	x_n^3	x_n^2	$0,2x_n^2$	$0,5x_n$	$f(x_n)$	$f(x_n) + 0,2$	$x_n - a$	$\frac{f(a) \cdot (x_n - a)}{f(x_n) - f(a)}$
0	0	0	0	0	0	1,5	1,7	1	-0,118
1	-0,882	-0,6861	-0,7779	0,1556	-0,441	0,2173	0,4173	0,118	-0,057
2	-0,943	-0,8386	-0,8892	0,1778	-0,4715	0,0121	0,2121	0,057	-0,054
3	-0,946	-0,8466	-0,8949	0,1790	-0,473	0,0014	0,2014	0,054	-0,054
4	-0,946								

Răspuns: $x \approx -0,946$

Sarcini individuale

Clasa 12 C		Clasa 12 C		Clasa 12 A	
Nr.	Ecuția I	Ecuția II	Nr.	Ecuția I	Ecuția II
1.	$x - \sin x = 0,25$	$x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$	1.	$\ln x + (x+1)^3 = 0$	$x^3 + 2x^2 + 2 = 0$
2.	$\operatorname{tg}(0,58x + 0,1) = x^2$	$x^3 - 6x - 8 = 0$	2.	$x \cdot 2^x = 1$	$x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$
3.	$\sqrt{x} - \cos(0,378x) = 0$	$x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$ Nn	3.	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$	$x^3 - 2x^2 + 2 = 0$
4.	$\operatorname{tg}(0,4x + 0,4) = x^2$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$	4.	$x - \cos x = 0$	$x^3 + 3x - 1 = 0$
5.	$\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$	5.	$3x + \cos x + 1 = 0$	$x^3 + x - 2 = 0$
6.	$\operatorname{tg}(0,5x + 0,2) = x^2$	$x^3 + x - 5 = 0$	6.	$x + \ln x = 0,5$	$x^3 + 0,4x^2 + 0,4x - 1,6 = 0$
7.	$3x - \cos x - 1 = 0$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$	7.	$2 - x = \ln x$	$x^3 - 0,7x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$
8.	$x + \lg x = 0,5$	$x^3 + 3x + 1 = 0$	8.	$(x-1)^2 = \frac{1}{2}e^x$	$x^3 - 0,5x^2 + 0,4x + 2 = 0$
9.	$\operatorname{tg}(0,5x + 0,1) = x^2$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$	9.	$(2-x) \cdot e^x = 0,5$	$x^3 - 5x^2 + 12x + 3 = 0$
10.	$x^2 + 4\sin x = 0$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$	10.	$2,2x - 2^x = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$
11.	$\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0$	11.	$x^2 + 3\sin x = 0$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$
12.	$\operatorname{tg}(0,4x + 0,3) = x^2$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$	12.	$2x - \lg x = 7$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$
13.	$x \cdot \lg x - 1,2 = 0$	$x^3 - 0,5x^2 + 0,3x - 2 = 0$	13.	$5x - 8 \cdot \ln x = 8$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$
14.	$1,8x^2 - \sin 10x = 0$	$x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$	14.	$3x - e^x = 0$	$x^3 + 2x + 4 = 0$
15.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{4} = 0$	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$	15.	$x \cdot (x+1)^2 = 1$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$
16.	$\operatorname{tg}(0,3x + 0,4) = x^2$	$x^3 + 4x - 6 = 0$	16.	$x = (x+1)^3$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,7x - 0,7 = 0$
17.	$x^2 - 20 \cdot \sin x = 0$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0$	17.	$x^2 = \sin x$	$x^3 + 4x - 6 = 0$
18.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{3} = 0$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$	18.	$x^3 = \sin x$	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$
19.	$\operatorname{tg}(0,47x + 0,2) = x^2$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,3x + 1,2 = 0$	19.	$x = \sqrt{\lg(x+2)}$	$x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$
20.	$x^2 + 5\sin x = 0$	$x^3 - 2x + 4 = 0$	20.	$x^2 = \ln(x+1)$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,6x - 1 = 0$
21.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{2} = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$	21.	$2x + \lg x = -0,5$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$
22.	$2x - \lg x - 7 = 0$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$	22.	$2x + \cos x = 0,5$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,1x - 1,2 = 0$
23.	$\operatorname{tg}(0,44x + 0,3) = x^2$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$	23.	$x^3 + \sin(0,5x) + 1 = x^2$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$
24.	$3x - \cos x - 2 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$	24.	$0,5x + \lg(x-1) = 0,5$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$
25.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{10} = 0$	$x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0$	25.	$\sin(0,5+x) = 2x - 0,5$	$x^3 + 3x + 1 = 0$
26.	$x^2 + 1,5\sin x = 0$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 2 = 0$	26.	$\lg(2+x) + 2x = 3$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$
27.	$\operatorname{tg}(0,36x + 0,4) = x^2$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0$	27.	$\lg(1+2x) = 2 - x$	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$
28.	$x + \lg x - 0,7 = 0$	$x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0$	28.	$2\sin(x-0,6) = 1,5 - x$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,7x - 2,5 = 0$
29.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{5} = 0$	$x^3 + x - 3 = 0$	29.	$x + \lg(1+x) = 1,5$	$x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$
30.	$2 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,6x - 2,4 = 0$	30.	$x + \cos x = 1$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,3x - 0,6 = 0$
31.	$3 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$2x^3 - 3x^2 - x - 5 = 0$	31.	$x^3 + \cos x = -1$	$x^3 - 3x^2 + 3,5 = 0$
32.	$(x-3) = \cos x$	$x^3 + 3x^2 + 24x - 10 = 0$	32.	$5\sin x = x$	$x^3 - 1,2x^2 + 1,5 = 0$
33.	$0,5x + 1 = (x-2)^2$	$x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$	33.	$x^3 - \cos 3x = -1$	$x^3 - 4x^2 + 2 = 0$
34.	$x^2 - 2 + 0,5^x = 0$	$2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$	34.	$0,5^x - 1 = (x+2)^2$	$x^3 + 3x^2 - 3,5 = 0$
35.	$(x-1)^2 \cdot \lg(x+1) = 1$	$x^3 + 3x - 3 = 0$	35.	$(x-2)^2 \cdot 2^x = 1$	$x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$