

Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

Lucrare Nr. 1 „Precizarea rădăcinii. Metoda tangentelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „C”, Nume Prenume Elev Guțu Cătălin

Varianta 15

Ecuația I: $x \cdot (x + 1)^2 = 1$

Ecuația II: $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$

Scop lucrare:

- ☐ Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- ☐ Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- ☐ Estimarea erorilor metodelor în studiu (opțional).

Sarcini de realizat:

- 1) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;
- 2) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;

☐ Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda tangentelor.

Separăm rădăcinile ecuației $x \cdot (x + 1)^2 = 1$ în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = x \cdot (x + 1)^2;$$

$$y_2 = 1$$

Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor y_1 și y_2 .

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
x+1	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
(x+1)^2	1	1,44	1,96	2,56	3,24	4
y1	0	0,288	0,784	1,536	2,592	4
y2	1	1	1	1	1	1

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul $[0; 1]$.

Precizăm această rădăcină prin metoda tangentelor. Deoarece $f(0,4) < 0$; și $f(0,6) > 0$, iar derivata de ordinul II $f''(x) > 0$, atunci în calitate de valoare inițială aproximativă pe acest interval vom lua $x_0 = 0,5$.

Calcululele le realizăm conform formulei:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}.$$

În prealabil determinăm derivata de ordinul I:

$$f(0,5) = 3 \cdot (0,5)^2 + 4 \cdot 0,5 + 1 = 3 \cdot 0,25 + 2 + 1 = 0,75 + 2 + 1 = 3,75$$

Calcululele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	$(x_n+1)^2$	$x_n(x_n+1)^2$	$f(x_n)=x_n(x_n+1)^2-1$	$h_n = f(x_n)/3,75$
0	0,50000	2,25000	1,12500	0,12500	0,03333
1	0,46667	2,15111	1,00370	0,00370	0,00104
2	0,46563	2,14825	0,99999	-0,00001	-0,0000

Răspuns: Soluția este $x=0,46563$

□ **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda tangentelor.**

Este dată ecuația: $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$;

1. Notăm funcția $f(x) = x^3 - 3x^2 + 12x - 12$;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi $f'(x) = 3x^2 - 6x + 12$
3. Determinăm discriminantul $D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 36 - 144 = -108 < 0$.
4. Alcătuiți tabelul semnelor funcției $f(x)$, stabilind valorile lui x egale cu:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
Semnul $f(x)$	–	–	+	+

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul $[1, 2]$.

Precizăm soluția utilizând metoda tangentelor. **Deoarece**

$f(1) < 0, f(2) > 0$ și $f''(x) = 6x - 6 \geq 0$ pe intervalul $[1, 2]$, atunci ca valoare aproximativă inițială luăm $x_0 = 1$

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Determinăm $f'(x) = 3x^2 - 6x + 12$.

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	x_n^2	x_n^3	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$h = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	1,00000	1,00000	1,00000	-2,00000	9,00000	-0,22222
1	1,22222	1,49383	1,82506	0,01100	9,85185	0,00112
2	1,22102	1,49089	1,82042	0,00000	9,84430	0,00000

Răspuns: Soluția este $x \approx 1,22102$

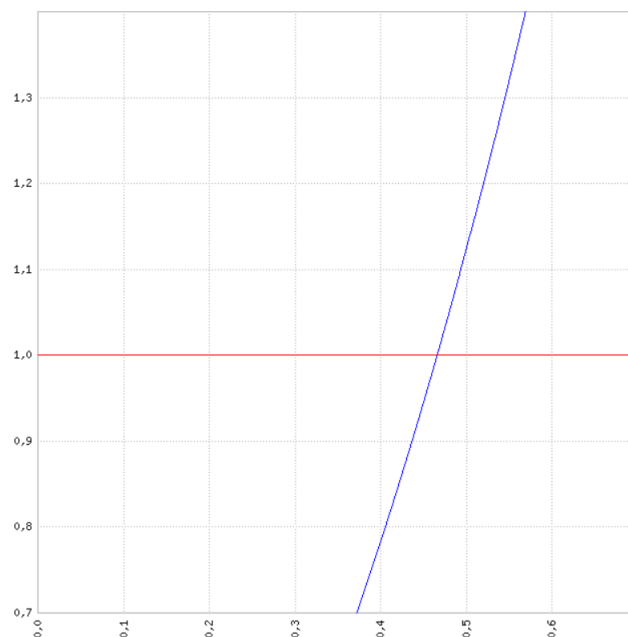
NOTĂ

- Pentru construirea graficelor funcțiilor veți utiliza ploterul de funcții grafice, ca de exemplu:
- <https://www.mathe-fa.de/ro>, sau alte plotere de funcții grafice.

$$f(x) = x \cdot (x + 1)^2$$

$$g(x) = 1$$

Graficul funcției



- Toate tabelele vor fi elaborate în MS Excel, cu utilizarea formulelor, pentru un calcul automatizat.

- Numărul de cifre după virgulă utilizate în calcule: MINIM – 3 cifre, MAXIM – 5 cifre. Cu cât veți utiliza mai multe cifre după virgulă, cu atât calculele efectuate vor fi mai exacte.
- Proiectul realizat va fi salvat în format PDF și încărcat în GITHUB la data indicată și în termenul indicat (Termenul limită este - 26/01/2026. Ora 23.00)
- Toate proiectele elaborate și încărcate după termenul indicat – nu vor fi evaluate, se va considera ca proiect lipsă și evaluat cu nota minimă.

□ **Sarcini individuale:**

12A	Ecuția I	Ecuția II	12C	Ecuția I	Ecuția II
1.	$x - \sin x = 0,25$	$x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$	1.	$\ln x + (x+1)^3 = 0$	$x^3 + 2x^2 + 2 = 0$
2.	$\operatorname{tg}(0,58x+0,1) = x^2$	$x^3 - 6x - 8 = 0$	2.	$x \cdot 2^x = 1$	$x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$
3.	$\sqrt{x} - \cos(0,378x) = 0$	$x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$	3.	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$	$x^3 - 2x^2 + 2 = 0$
4.	$\operatorname{tg}(0,4x+0,4) = x^2$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$	4.	$x - \cos x = 0$	$x^3 + 3x - 1 = 0$
5.	$\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$	5.	$3x + \cos x + 1 = 0$	$x^3 + x - 2 = 0$
6.	$\operatorname{tg}(0,5x+0,2) = x^2$	$x^3 + x - 5 = 0$	6.	$x + \ln x = 0,5$	$x^3 + 0,4x^2 + 0,4x - 1,6 = 0$
7.	$3x - \cos x - 1 = 0$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$	7.	$2 - x = \ln x$	$x^3 - 0,7x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$
8.	$x + \lg x = 0,5$	$x^3 + 3x + 1 = 0$	8.	$(x-1)^2 = \frac{1}{2}e^x$	$x^3 - 0,5x^2 + 0,4x + 2 = 0$
9.	$\operatorname{tg}(0,5x+0,1) = x^2$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$	9.	$(2-x) \cdot e^x = 0,5$	$x^3 - 5x^2 + 12x + 3 = 0$
10.	$x^2 + 4\sin x = 0$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$	10.	$2,2x - 2^x = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$
11.	$\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0$	11.	$x^2 + 3\sin x = 0$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$
12.	$\operatorname{tg}(0,4x+0,3) = x^2$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$	12.	$2x - \lg x = 7$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$
13.	$x \cdot \lg x - 1,2 = 0$	$x^3 - 0,5x^2 + 0,3x - 2 = 0$	13.	$5x - 8 \cdot \ln x = 8$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$
14.	$1,8x^2 - \sin 10x = 0$	$x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$	14.	$3x - e^x = 0$	$x^3 + 2x + 4 = 0$
15.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{4} = 0$	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$	15.	$x \cdot (x+1)^2 = 1$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$
16.	$\operatorname{tg}(0,3x+0,4) = x^2$	$x^3 + 4x - 6 = 0$	16.	$x = (x+1)^3$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,7x - 0,7 = 0$
17.	$x^2 - 20 \cdot \sin x = 0$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0$	17.	$x^2 = \sin x$	$x^3 + 4x - 6 = 0$
18.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{3} = 0$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$	18.	$x^3 = \sin x$	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$
19.	$\operatorname{tg}(0,47x+0,2) = x^2$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,3x + 1,2 = 0$	19.	$x = \sqrt{\lg(x+2)}$	$x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$
20.	$x^2 + 5\sin x = 0$	$x^3 - 2x + 4 = 0$	20.	$x^2 = \ln(x+1)$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,6x - 1 = 0$
21.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{2} = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$	21.	$2x + \lg x = -0,5$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$
22.	$2x - \lg x - 7 = 0$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$	22.	$2x + \cos x = 0,5$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,1x - 1,2 = 0$
23.	$\operatorname{tg}(0,44x+0,3) = x^2$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$	23.	$x^3 + \sin(0,5x) + 1 = x^2$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$
24.	$3x - \cos x - 2 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$	24.	$0,5x + \lg(x-1) = 0,5$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$
25.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{10} = 0$	$x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0$	25.	$\sin(0,5+x) = 2x - 0,5$	$x^3 + 3x + 1 = 0$
26.	$x^2 + 1,5\sin x = 0$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 2 = 0$	26.	$\lg(2+x) + 2x = 3$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$
27.	$\operatorname{tg}(0,36x+0,4) = x^2$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0$	27.	$\lg(1+2x) = 2-x$	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$
28.	$x + \lg x - 0,7 = 0$	$x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0$	28.	$2\sin(x-0,6) = 1,5-x$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,7x - 2,5 = 0$
29.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{5} = 0$	$x^3 + x - 3 = 0$	29.	$x + \lg(1+x) = 1,5$	$x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$
30.	$2 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,6x - 2,4 = 0$	30.	$x + \cos x = 1$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,3x - 0,6 = 0$
31.	$3 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$2x^3 - 3x^2 - x - 5 = 0$	31.	$x^3 + \cos x = -1$	$x^3 - 3x^2 + 3,5 = 0$
32.	$0,5x + 1 = (x-2)^2$	$x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$	32.	$5\sin x = x$	$x^3 - 1,2x^2 + 1,5 = 0$
33.	$(x-3) = \cos x$	$x^3 + 3x^2 + 24x - 10 = 0$	33.	$x^3 - \cos 3x = -1$	$x^3 - 4x^2 + 2 = 0$

34.	$x^2-2+0,5^x=0$	$2x^3+9x^2-21=0$	34.	$0,5^x-1=(x+2)^2$	$x^3+3x^2-3,5=0$
35.	$(x-1)^2 \cdot \lg(x+11)=1$	$x^3+3x-3=0$	35.	$(x-2)^2 \cdot 2^x=1$	$x^3-3x^2+2,5=0$