

Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

Lucrare Nr. 2 „Precizarea rădăcinii. Metoda Coardelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „C”, Nume Prenume Elev: Guțu Cătălin

Varianta 15

Ecuația I: $\text{ctg}(x) - x/4 = 0$

Ecuația II: $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$

Scop lucrare:

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (opțional).

Sarcini de realizat:

- 1) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;
- 2) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;

Realizarea sarcinii:

Sunt date ecuațiile:

a) $\text{ctg}(x) - x/4 = 0$;

b) $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$;

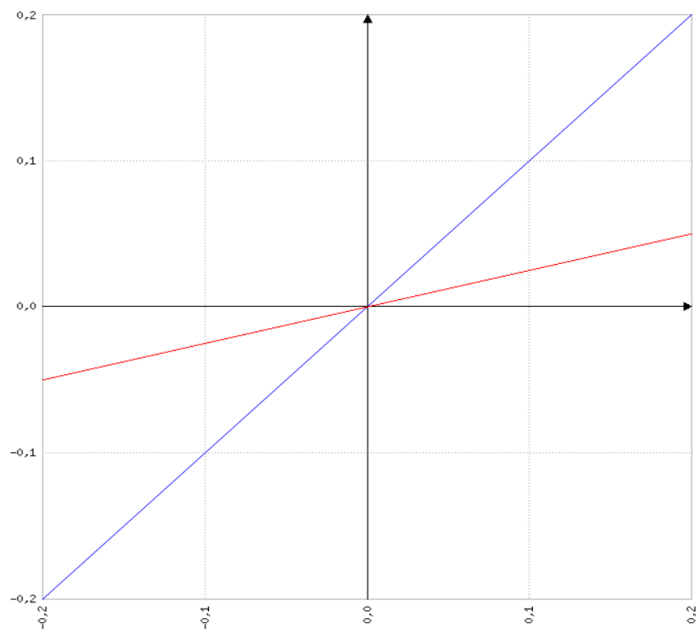
□ Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda coardelor.

Separăm rădăcinile ecuației $\text{tg}(0,55x+0,1)=x^2$ în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = \text{ctg}(x)$$

$$y_2 = x/4$$

Graficul funcției



Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor y_1 și y_2 .

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1
y ₁	4,93	2,365	1,46	0,97	0,64
y ₂	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul $[0,4; 0,5]$.

Pentru precizarea rădăcinii prin metoda coardelor, determinăm semnele

funcției $f(x) = \text{ctg}(x) - x/4$ la capetele segmentului $[0,4; 0,5]$ și semnul derivatei de ordinul II pe acest interval:

$$f(0,4) = 2,365 - 0,1 = 2,265 > 0;$$

$$f(0,5) = 1,830 - 0,125 = -0,295 < 0;$$

$$f'(x) = -1/\sin^2 x - 1/4$$

$$f''(x) = 2 \cdot \cos(x)/\sin^3(x) \quad \text{pentru } x \in [0,4; 0,5].$$

Pentru calcule vom folosi relația: $x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot (b - x_n) / (f(b) - f(x_n))$, unde $b = 0,5$ și $x_0 = 0,4$

Calcululele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	$0,5-x_n$	$\text{ctg}(x_n)$	$x_n/4$	$f(x_n)$	$f(0,5) - f(x_n)$	$h = f(x_n)(0,5-x_n)/(f(0,5)-f(x_n))$
0	0,4000	0,1000	2,3650	0,1000	2,2650	-2,5600	-0,0884
1	0,4884	0,0116	1,8550	0,1221	1,7329	-2,0279	-0,0099
2	0,4685	0,0315	2,0065	0,1171	1,8894	-2,1844	-0,0019
3	0,4666	0,0334	2,0002	0,1166	1,8836	-2,1786	-0,00003
4	0,46657	0,03343	2,0000	0,11664	1,88336	-2,17836	-0,00000

Răspuns: Soluția este $x = 0,46657$

□ *Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda coardelor.*

Este dată ecuația: $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$;

1. Notăm funcția $f(x) = x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi $f'(x) = 3x^2 + 0,2x + 0,4$;
3. Determinăm discriminantul $D = 0,04 - 4 \cdot 3 \cdot 0,4 = -4,76 < 0$
4. Alcătuim tabelul semnelor funcției $f(x)$, stabilind valorile lui x egale cu:

x	$-\infty$	1	1,3	$+\infty$
Semnul $f(x)$	+	+	-	-

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul $[1;1,3]$.

Pentru precizarea rădăcinii, aflăm derivate de ordinul II $f''(x) = 6x + 0,2$ în intervalul $[1;1,3]$ se îndeplinește inegalitatea $f''(x) > 0$.

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = (a \cdot f(b) - b \cdot f(a)) / (f(b) - f(a))$$

unde $a = 1$ și $b = 1,3$

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	x_n^3	x_n^2	$0,1x_n^2$	$0,4x_n$	$f(x_n)$	$f(x_n)+1,2$	x_n-a	$\frac{f(a) \cdot (x_n - a)}{f(x_n) - f(a)}$
0	1,00000	1,00000	1,00000	0,1000	0,4000	0,3000	1,5000	0	0
1	1,2284	1,8515	1,5090	0,1509	0,4914	-0,0062	1,1938	0,2284	-0,007
2	1,2216	1,8212	1,4923	0,1492	0,4886	0,0008	1,2008	0,2216	-0,0006
3	1,2210	1,8200	1,4908	0,1491	0,4884	0,0000	1,2000	0,2210	-0,0000
4	1,2210								

Răspuns: $x \approx 1,2210$

Sarcini individuale

Nr.	Clasa 12 C Ecuația I	Clasa 12 C Ecuația II	Nr.	Clasa 12 A Ecuația I	Clasa 12 A Ecuația II
1.	$x - \sin x = 0,25$	$x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$	1.	$\ln x + (x+1)^3 = 0$	$x^3 + 2x^2 + 2 = 0$
2.	$\operatorname{tg}(0,58x+0,1) = x^2$	$x^3 - 6x - 8 = 0$	2.	$x \cdot 2^x = 1$	$x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$
3.	$\sqrt{x} - \cos(0,378x) = 0$	$x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$ Nn	3.	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$	$x^3 - 2x^2 + 2 = 0$
4.	$\operatorname{tg}(0,4x+0,4) = x^2$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$	4.	$x - \cos x = 0$	$x^3 + 3x - 1 = 0$
5.	$\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$	5.	$3x + \cos x + 1 = 0$	$x^3 + x - 2 = 0$
6.	$\operatorname{tg}(0,5x+0,2) = x^2$	$x^3 + x - 5 = 0$	6.	$x + \ln x = 0,5$	$x^3 + 0,4x^2 + 0,4x - 1,6 = 0$
7.	$3x - \cos x - 1 = 0$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$	7.	$2 - x = \ln x$	$x^3 - 0,7x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$
8.	$x + \lg x = 0,5$	$x^3 + 3x + 1 = 0$	8.	$(x-1)^2 = \frac{1}{2}e^x$	$x^3 - 0,5x^2 + 0,4x + 2 = 0$
9.	$\operatorname{tg}(0,5x+0,1) = x^2$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$	9.	$(2-x) \cdot e^x = 0,5$	$x^3 - 5x^2 + 12x + 3 = 0$
10.	$x^2 + 4\sin x = 0$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$	10.	$2,2x - 2^x = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$
11.	$\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0$	11.	$x^2 + 3\sin x = 0$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$
12.	$\operatorname{tg}(0,4x+0,3) = x^2$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$	12.	$2x - \lg x = 7$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$
13.	$x \cdot \lg x - 1,2 = 0$	$x^3 - 0,5x^2 + 0,3x - 2 = 0$	13.	$5x - 8 \cdot \ln x = 8$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$
14.	$1,8x^2 - \sin 10x = 0$	$x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$	14.	$3x - e^x = 0$	$x^3 + 2x + 4 = 0$
15.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{4} = 0$	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$	15.	$x \cdot (x+1)^2 = 1$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$
16.	$\operatorname{tg}(0,3x+0,4) = x^2$	$x^3 + 4x - 6 = 0$	16.	$x = (x+1)^3$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,7x - 0,7 = 0$
17.	$x^2 - 20 \cdot \sin x = 0$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0$	17.	$x^2 = \sin x$	$x^3 + 4x - 6 = 0$
18.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{3} = 0$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$	18.	$x^3 = \sin x$	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$
19.	$\operatorname{tg}(0,47x+0,2) = x^2$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,3x + 1,2 = 0$	19.	$x = \sqrt{\lg(x+2)}$	$x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$
20.	$x^2 + 5\sin x = 0$	$x^3 - 2x + 4 = 0$	20.	$x^2 = \ln(x+1)$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,6x - 1 = 0$
21.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{2} = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$	21.	$2x + \lg x = -0,5$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$
22.	$2x - \lg x - 7 = 0$	$x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$	22.	$2x + \cos x = 0,5$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,1x - 1,2 = 0$
23.	$\operatorname{tg}(0,44x+0,3) = x^2$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$	23.	$x^3 + \sin(0,5x) + 1 = x^2$	$x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$
24.	$3x - \cos x - 2 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$	24.	$0,5x + \lg(x-1) = 0,5$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$
25.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{10} = 0$	$x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0$	25.	$\sin(0,5+x) = 2x - 0,5$	$x^3 + 3x + 1 = 0$
26.	$x^2 + 1,5\sin x = 0$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 2 = 0$	26.	$\lg(2+x) + 2x = 3$	$x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$
27.	$\operatorname{tg}(0,36x+0,4) = x^2$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0$	27.	$\lg(1+2x) = 2 - x$	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$
28.	$x + \lg x - 0,7 = 0$	$x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0$	28.	$2\sin(x-0,6) = 1,5 - x$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,7x - 2,5 = 0$
29.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{5} = 0$	$x^3 + x - 3 = 0$	29.	$x + \lg(1+x) = 1,5$	$x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$
30.	$2 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$x^3 - 0,2x^2 + 0,6x - 2,4 = 0$	30.	$x + \cos x = 1$	$x^3 - 0,1x^2 + 0,3x - 0,6 = 0$
31.	$3 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$2x^3 - 3x^2 - x - 5 = 0$	31.	$x^3 + \cos x = -1$	$x^3 - 3x^2 + 3,5 = 0$
32.	$(x-3) = \cos x$	$x^3 + 3x^2 + 24x - 10 = 0$	32.	$5\sin x = x$	$x^3 - 1,2x^2 + 1,5 = 0$
33.	$0,5x + 1 = (x-2)^2$	$x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$	33.	$x^3 - \cos 3x = -1$	$x^3 - 4x^2 + 2 = 0$
34.	$x^2 - 2 + 0,5^x = 0$	$2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$	34.	$0,5^x - 1 = (x+2)^2$	$x^3 + 3x^2 - 3,5 = 0$
35.	$(x-1)^2 \cdot \lg(x+1) = 1$	$x^3 + 3x - 3 = 0$	35.	$(x-2)^2 \cdot 2^x = 1$	$x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$