

- 4 **Explică!** Elaborați o metodă de simulare pentru calcularea elementului cu numărul n din șirul de numere 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, Există oare o metodă analitică pentru determinarea elementului cu numărul n ?

Pentru șirul 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... , **formula matematică** (definiția prin recurență) este:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad \text{pentru } n \geq 3$$

Parametri / simboluri:

- n – numărul (poziția) elementului cerut din șir, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$
- a_n – elementul cu numărul n din șir
- a_{n-1}, a_{n-2} – elementele precedente (necesare pentru calcul)

Dacă îți trebuie și **formula explicită (Binet)** pentru acest șir:

$$a_n = \frac{\varphi^{n+1} - \psi^{n+1}}{\sqrt{5}}, \quad \text{unde } \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \psi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Parametri aici:

- n – poziția elementului
- a_n – valoarea elementului
- φ, ψ – constantele de mai sus
- $\sqrt{5}$ – rădăcina lui 5

- a) În timpul zilei o buburuză urcă pe un stâlp 5 m, iar în timpul nopții coboară 3 m. Ascensiunea începe dimineața. Înălțimea stâlpului este de 15 m. Peste câte zile va ajunge buburuza în vârful stâlpului?
- b) În condițiile punctului precedent, ascensiunea începe dimineața de la înălțimea de 6 m.
- c) În condițiile punctului precedent, ascensiunea începe odată cu căderea nopții.

Buburuza urcă ziua u metri și coboară noaptea d metri, stâlpul are înălțimea H .

Numărul de zile până ajunge în vârf:

$$N = \max \left(1, \left\lceil \frac{H - h_0 - u}{u - d} \right\rceil + 1 \right) \quad (\text{valabil dacă } u > d)$$

Parametri

- H – înălțimea stâlpului (m)
- h_0 – înălțimea de pornire dimineața (m)
- u – urcarea pe timpul zilei (m/zi)
- d – coborârea pe timpul nopții (m/noapte)
- N – numărul de zile (număr natural)

1. Transport: timp de deplasare

Enunț: Cât timp durează o deplasare pe o distanță dată, cu viteză constantă?

Parametri:

- t – timp (ore, minute)
- s – distanță (km, m)
- v – viteză (km/h, m/s)

2. Finanțe personale: economisire lunară

Enunț: Câți bani se adună dacă economisești aceeași sumă lunar, timp de n luni?

Parametri:

- S – suma totală economisită
- n – număr de luni
- a – suma economisită pe lună

3. Energie: consumul unui aparat electric

Enunț: Câtă energie consumă un aparat de putere P folosit t ore?

Parametri:

- E – energie (kWh dacă P e în kW și t în ore)
- P – putere (kW)
- t – timp de funcționare (h)

4. Cumpărături: cost cu reducere

Enunț: Cât plătești pentru un produs cu preț inițial p după reducere $r\%$?

Parametri:

- C – cost final
- p – preț inițial
- r – reducere procentuală (%)

5. Sănătate: indicele de masă corporală (IMC)

Enunț: Calculează IMC pentru a evalua raportul masă–înălțime.

Parametri:

- IMC – indicele de masă corporală (kg/m^2)
- m – masa (kg)
- h – înălțimea (m)

6. Agricultură/amenajare: cantitate de îngrășământ

Enunț: Cât îngrășământ este necesar pentru un teren de suprafață A , la doză d ?

Parametri:

- Q – cantitate totală (kg)
- A – suprafață (ha sau m^2)
- d – doză (kg/ha sau kg/m^2)

7. Mediu/chimie: concentrație după diluție

Enunț: Ai o soluție cu concentrație C_1 în volum V_1 , diluată la volumul V_2 . Care este concentrația finală?

Parametri:

- C1 – concentrație inițială
- V1 – volum inițial
- V2 – volum final
- C2 – concentrație finală

8. Producție/servicii: productivitate

Enunț: Câte unități se produc dacă productivitatea este p unități/oră și se lucrează t ore?

Parametri:

- N – număr de unități produse
- p – productivitate (unități/oră)
- t – timp de lucru (ore)

9. Demografie/școală: creștere procentuală simplă

Enunț: Cum evoluează o mărime (număr de elevi, populație etc.) la o rată r% pe an, timp de n ani (model liniar, fără compunere)?

Formula: $N = N_0 \cdot (1 + (r/100) \cdot n)$

- Parametri:
 - N_0 – valoare inițială
 - r – rată anuală (%)
 - n – număr de ani
 - N – valoare după n ani

10. Probabilități: cel puțin un succes

Enunț: Dacă un eveniment reușește cu probabilitate p la o încercare, care e probabilitatea să apară cel puțin o dată în n încercări independente?

Formula: $P(\geq 1) = 1 - (1 - p)^n$

- Parametri:
 - p – probabilitatea de succes la o încercare (0...1)
 - n – număr de încercări
 - $P(\geq 1)$ – probabilitatea de cel puțin un succes

11. Termică: amestec și temperatură de echilibru (fără pierderi)

Enunț: Amesteci două cantități de apă la temperaturi diferite; găsește temperatura finală.

Formula: $T_f = (m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2) / (m_1 + m_2)$

- Parametri:
 - T_f – temperatura finală
 - m_1, m_2 – mase (sau volume) de apă
 - T_1, T_2 – temperaturi inițiale

12. Rezervor: umplere și scurgere simultană

Enunț: Un robinet umple cu debit q_{in} , o scurgere golește cu q_{out} . Cât timp pentru a umple volumul V?

Formula: $t = V / (q_{in} - q_{out})$, dacă $q_{in} > q_{out}$

- Parametri:
 - t – timp
 - V – volum de umplut
 - q_{in} – debit de intrare (L/min)
 - q_{out} – debit de ieșire (L/min)

13. Depreciere: valoare după n ani (compus)

Enunț: Un echipament se depreciază cu $d\%$ anual. Determină valoarea după n ani.

Formula: $V_n = V_0 \cdot (1 - d/100)^n$

- Parametri:
 - V_0 – valoare inițială
 - d – deprecie anuală (%)
 - n – număr de ani
 - V_n – valoare după n ani

14. Logistică: cost total cu penalizare pentru întârziere

Enunț: Costul livrării include tarif fix, tarif pe km și penalizare pentru întârziere.

Formula: $C = C_0 + c \cdot L + k \cdot \max(0, \Delta t)$

- Parametri:
 - C – cost total
 - C_0 – cost fix
 - c – cost per km
 - L – distanță (km)
 - Δt – întârziere (minute/ore)
 - k – penalizare per unitate de timp