

# Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

## Lucrare Nr. 2 „Precizarea rădăcinii. Metoda Coardelor”

**Elaborat: elevul clasei a XII-a „\_\_\_\_”, Nume Prenume Elev ???**

**Varianta \_\_\_\_**

**Ecuția I:** \_\_\_\_\_

**Ecuția II:** \_\_\_\_\_

**Scop lucrare:**

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (optional).

**Sarcini de realizat:**

- 1) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia  $\varepsilon=0.001$ , utilizând programul corespunzător;
- 2) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia  $\varepsilon=0.001$ , utilizând programul corespunzător;

**Exemplu de realizare a sarcinii:**

Sunt date ecuațiile:

- a)  $\operatorname{tg}(0,55x+0,1)=x^2$ ;
- b)  $x^3-0,2x^2+0,5x+1,5=0$ ;

**Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda coardelor.**

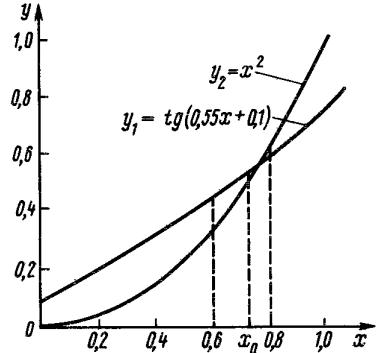
Separăm rădăcinile ecuației  $\operatorname{tg}(0,55x+0,1)=x^2$  în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = \operatorname{tg}(0,55x+0,1);$$

$$y_2 = x^2 \text{ (figura 1.)}$$

Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor  $y_1$  și  $y_2$ .

<b><math>x</math></b>	<b>0</b>	<b>0,2</b>	<b>0,4</b>	<b>0,6</b>	<b>0,8</b>	<b>1</b>
<b><math>y_1</math></b>	0,1	0,21	0,33	0,46	0,60	0,76
<b><math>y_2</math></b>	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1



**Fig. 1**

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul  $[0,6; 0,8]$ .

Pentru precizarea rădăcinii prin metoda coardelor, determinăm semnele funcției  $f(x) = \operatorname{tg}(0,55x+0,1)-x^2$  la capetele segmentului  $[0,6; 0,8]$  și semnul derivatei de ordinul II pe acest interval:

$$f(0,6) = \operatorname{tg} 0,43 - 0,36 = 0,4586 - 0,36 = 0,0986;$$

$$f(0,8) = \operatorname{tg} 0,54 - 0,64 = 0,5994 - 0,64 = -0,0406;$$

$$f'(x) = \frac{0,55}{\cos^2(0,55x+0,1)} - 2x;$$

$$f''(x) = 0,55 \cdot 2 \cos^3(0,55x+0,1) \sin(0,55x+0,1) \cdot 0,55 - 2 = \frac{0,605 \cdot \sin(0,55x+0,1)}{\cos^3(0,55x+0,1)} - 2x < 0 \text{ pentru } x \in [0,6; 0,8].$$

Pentru calcule vom folosi relația:  $x_{n+1} = x_0 - \frac{f(x_n) \cdot (b - x_n)}{f(b) - f(x_n)}$ , unde  $b=0,8$  și  $x_0=0,6$ .

Calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

<b><math>n</math></b>	<b><math>x_n</math></b>	<b><math>0,8-x_n</math></b>	<b><math>0,55x_n+0,1</math></b>	<b><math>\operatorname{tg}(0,55x_n+0,1)</math></b>	<b><math>x_n^2</math></b>	<b><math>f(x_n)</math></b>	<b><math>f(0,8)-f(x_n)</math></b>	<b><math>h = \frac{f(x_n) \cdot (b - x_n)}{f(0,8) - f(x_n)}</math></b>
0	0,6	0,2	0,43	0,4586	0,36	0,0986	-0,1392	-0,142
1	0,742	0,058	0,5081	0,5570	0,5506	0,0064	-0,0470	-0,008
2	0,750	0,50	0,5125	0,5627	0,5625	0,0002	-0,0408	-0,0002
3	<b>0,7502</b>	0,0498	0,5126	0,5628	0,5628	0		

Răspuns: Soluția este  $x=0,750$

□ **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda coardelor.**

Este dată ecuația:  $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$ ;

1. Notăm funcția  $f(x) = x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$ ;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi  $f'(x) = 3x^2 - 0,4x + 0,5$ ;
3. Determinăm discriminantul  $D = 0,16 - 6 < 0$ .
4. Alcătuim tabelul semnelor funcției  $f(x)$ , stabilind valorile lui  $x$  egale cu:
- 5.

$x$	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
Semnul $f(x)$	-	-	+	+

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul  $[-1, 0]$ .

Pentru precizarea rădăcinii, aflăm derivate de ordinul II  $f''(x) = 6x - 0,4$ ; în intervalul  $[-1, 0]$  se îndeplinește inegalitatea  $f''(x) < 0$ .

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = a - \frac{f(a)}{f(x_n) - f(a)}(x_n - a),$$

unde  $a = -1$ ,  $x_0 = 0$ ;  $f(a) = f(-1) = -1 - 0,2 - 0,5 + 1,5 = -0,2$ .

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

$n$	$x_n$	$x_n^3$	$x_n^2$	$0,2x_n^2$	$0,5x_n$	$f(x_n)$	$f(x_n) + 0,2$	$x_n - a$	$\frac{f(a) \cdot (x_n - a)}{f(x_n) - f(a)}$
0	0	0	0	0	0	1,5	1,7	1	-0,118
1	-0,882	-0,6861	-0,7779	0,1556	-0,441	0,2173	0,4173	0,118	-0,057
2	-0,943	-0,8386	-0,8892	0,1778	-0,4715	0,0121	0,2121	0,057	-0,054
3	-0,946	-0,8466	-0,8949	0,1790	-0,473	0,0014	0,2014	0,054	-0,054
4	<b>-0,946</b>								

Răspuns:  $x \approx -0,946$

### Sarcini individuale

	<b>Clasa 12 C</b>	<b>Clasa 12 C</b>		<b>Clasa 12 A</b>	<b>Clasa 12 A</b>
Nr.	Ecuația I	Ecuația II	Nr.	Ecuația I	Ecuația II
<b>1.</b>	$x-\sin x=0,25$	$x^3-3x^2+9x-8=0$	<b>1.</b>	$\ln x+(x+1)^3=0$	$x^3+2x^2+2=0$
<b>2.</b>	$\operatorname{tg}(0,58x+0,1)=x^2$	$x^3-6x-8=0$	<b>2.</b>	$x \cdot 2^x=1$	$x^3-3x^2+9x-10=0$
<b>3.</b>	$\sqrt{x} - \cos(0,378x) = 0$	$x^3-3x^2+6x+3=0$ Nn	<b>3.</b>	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$	$x^3-2x^2+2=0$
<b>4.</b>	$\operatorname{tg}(0,4x+0,4)=x^2$	$x^3-0,1x^2+0,4x-1,5=0$	<b>4.</b>	$x-\cos x=0$	$x^3+3x-1=0$
<b>5.</b>	$\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$	$x^3-3x^2+9x+2=0$	<b>5.</b>	$3x+\cos x+1=0$	$x^3+x-2=0$
<b>6.</b>	$\operatorname{tg}(0,5x+0,2)=x^2$	$x^3+x-5=0$	<b>6.</b>	$x+\ln x=0,5$	$x^3+0,4x^2+0,4x-1,6=0$
<b>7.</b>	$3x-\cos x-1=0$	$x^3+0,2x^2+0,5x-1,2=0$	<b>7.</b>	$2-x=\ln x$	$x^3-0,7x^2+0,4x-1,5=0$
<b>8.</b>	$x+\lg x=0,5$	$x^3+3x+1=0$	<b>8.</b>	$(x-1)^2 = \frac{1}{2}e^x$	$x^3-0,5x^2+0,4x+2=0$
<b>9.</b>	$\operatorname{tg}(0,5x+0,1)=x^2$	$x^3+0,2x^2+0,5x-2=0$	<b>9.</b>	$(2-x) \cdot e^x=0,5$	$x^3-5x^2+12x+3=0$
<b>10.</b>	$x^2+4\sin x=0$	$x^3-3x^2+12x-9=0$	<b>10.</b>	$2,2x-2^x=0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1=0$
<b>11.</b>	$\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0$	$x^3-0,2x^2+0,3x-1,2=0$	<b>11.</b>	$x^2+3\sin x=0$	$x^3-0,1x^2+0,4x+1,2=0$
<b>12.</b>	$\operatorname{tg}(0,4x+0,3)=x^2$	$x^3-3x^2+6x-2=0$	<b>12.</b>	$2x-\lg x=7$	$x^3-3x^2+6x-5=0$
<b>13.</b>	$x \cdot \lg x - 1,2=0$	$x^3-0,5x^2+0,3x-2=0$	<b>13.</b>	$5x-8 \cdot \ln x=8$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1,4=0$
<b>14.</b>	$1,8x^2-\sin 10x=0$	$x^3+3x^2+6x-1=0$	<b>14.</b>	$3x-e^x=0$	$x^3+2x+4=0$
<b>15.</b>	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{4} = 0$	$x^3+0,1x^2+0,4x-1,2=0$	<b>15.</b>	$x \cdot (x+1)^2=1$	$x^3-3x^2+12x-12=0$
<b>16.</b>	$\operatorname{tg}(0,3x+0,4)=x^2$	$x^3+4x-6=0$	<b>16.</b>	$x=(x+1)^3$	$x^3+0,2x^2+0,7x-0,7=0$
<b>17.</b>	$x^2-20 \cdot \sin x=0$	$x^3+0,2x^2+0,5x+0,8=0$	<b>17.</b>	$x^2=\sin x$	$x^3+4x-6=0$
<b>18.</b>	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{3} = 0$	$x^3-3x^2+12x-12=0$	<b>18.</b>	$x^3=\sin x$	$x^3+0,1x^2+0,4x-1,2=0$
<b>19.</b>	$\operatorname{tg}(0,47x+0,2)=x^2$	$x^3-0,2x^2+0,3x+1,2=0$	<b>19.</b>	$x = \sqrt{\lg(x+2)}$	$x^3+3x^2+6x-1=0$
<b>20.</b>	$x^2+5\sin x=0$	$x^3-2x+4=0$	<b>20.</b>	$x^2=\ln(x+1)$	$x^3-0,1x^2+0,6x-1=0$
<b>21.</b>	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{2} = 0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1,4=0$	<b>21.</b>	$2x+\lg x=-0,5$	$x^3-3x^2+6x-2=0$
<b>22.</b>	$2x-\lg x-7=0$	$x^3-3x^2+6x-5=0$	<b>22.</b>	$2x+\cos x=0,5$	$x^3-0,2x^2+0,1x-1,2=0$
<b>23.</b>	$\operatorname{tg}(0,44x+0,3)=x^2$	$x^3-0,1x^2+0,4x+1,2=0$	<b>23.</b>	$x^3+\sin(0,5x)+1=x^2$	$x^3-3x^2+12x-9=0$
<b>24.</b>	$3x-\cos x-2=0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1=0$	<b>24.</b>	$0,5x+\lg(x-1)=0,5$	$x^3+0,2x^2+0,5x-2=0$
<b>25.</b>	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{10} = 0$	$x^3+3x^2+12x+3=0$	<b>25.</b>	$\sin(0,5+x)=2x-0,5$	$x^3+3x+1=0$
<b>26.</b>	$x^2+1,5\sin x=0$	$x^3-0,1x^2+0,4x+2=0$	<b>26.</b>	$\lg(2+x)+2x=3$	$x^3+0,2x^2+0,5x-1,2=0$
<b>27.</b>	$\operatorname{tg}(0,36x+0,4)=x^2$	$x^3-0,2x^2+0,4x-1,4=0$	<b>27.</b>	$\lg(1+2x)=2-x$	$x^3-3x^2+9x+2=0$
<b>28.</b>	$x+\lg x-0,7=0$	$x^3+0,4x^2+0,6x-1,6=0$	<b>28.</b>	$2\sin(x-0,6)=1,5-x$	$x^3-0,1x^2+0,7x-2,5=0$
<b>29.</b>	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{5} = 0$	$x^3+x-3=0$	<b>29.</b>	$x+\lg(1+x)=1,5$	$x^3-3x^2+6x+3=0$
<b>30.</b>	$2 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$x^3-0,2x^2+0,6x-2,4=0$	<b>30.</b>	$x+\cos x=1$	$x^3-0,1x^2+0,3x-0,6=0$
<b>31.</b>	$3 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$2x^3-3x^2-x-5=0$	<b>31.</b>	$x^3+\cos x=-1$	$x^3-3x^2+3,5=0$
<b>32.</b>	$(x-3)=\cos x$	$x^3+3x^2+24x-10=0$	<b>32.</b>	$5\sin x=x$	$x^3-1,2x^2+1,5=0$
<b>33.</b>	$0,5x+1=(x-2)^2$	$x^3-2x^2-x+1=0$	<b>33.</b>	$x^3-\cos 3x=-1$	$x^3-4x^2+2=0$
<b>34.</b>	$x^2-2+0,5^x=0$	$2x^3+9x^2-21=0$	<b>34.</b>	$0,5^x-1=(x+2)^2$	$x^3+3x^2-3,5=0$
<b>35.</b>	$(x-1)^2 \cdot \lg(x+11)=1$	$x^3+3x-3=0$	<b>35.</b>	$(x-2)^2 \cdot 2^x=1$	$x^3-3x^2+2,5=0$