

Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

Lucrare Nr. 1 „Precizarea rădăcinii. Metoda tangentelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „___”, Nume Prenume Elev ???

Varianta ____

Ecuația I: _____

Ecuația II: _____

Scop lucrare:

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (opțional).

Sarcini de realizat:

- 1) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;
- 2) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;

Exemplu de realizare a sarcinii:

Sunt date ecuațiile:

- a) $\operatorname{tg}(0,55x+0,1)=x^2$;
- b) $x^3-0,2x^2+0,5x+1,5=0$;

□ Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda tangentelor.

Separăm rădăcinile ecuației $\operatorname{tg}(0,55x+0,1)=x^2$ în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = \operatorname{tg}(0,55x+0,1);$$

$$y_2 = x^2 \text{ (figura 1.)}$$

Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor y_1 și y_2 .

| x | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1 |
|--------------------------------------|-----|------|------|------|------|------|
| $0,55x$ | 0 | 0,11 | 0,22 | 0,33 | 0,44 | 0,55 |
| $y_1 = \operatorname{tg}(0,55x+0,1)$ | 0,1 | 0,21 | 0,33 | 0,46 | 0,60 | 0,76 |
| $y_2 = x^2$ | 0 | 0,04 | 0,16 | 0,36 | 0,64 | 1 |

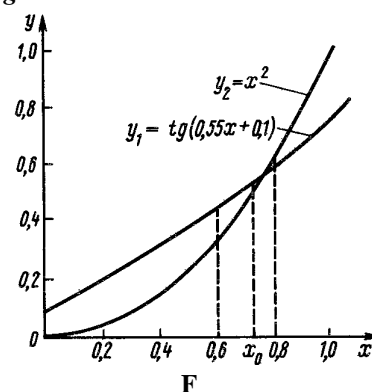


Fig. 1

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul $[0,6; 0,8]$.

Precizăm această rădăcină prin metoda tangentelor. Deoarece $f(0,6) > 0$; și $f(0,8) < 0$, iar derivata de ordinul II $f''(x) < 0$, atunci în calitate de valoare inițială aproximativă pe acest interval vom lua $x_0 = 0,8$.

Calcululele le realizăm conform formulei:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}.$$

În prealabil determinăm derivata de ordinul I:

$$f'(0,8) = \frac{0,55}{\cos^2(0,44 + 0,1)} - 2 \cdot 0,8 = \frac{0,55}{0,85772} - 1,6 = \frac{0,55}{0,7356} - 1,6 = 0,7477 - 1,6 = -0,8523.$$

Calcululele le introducem pentru comoditate în tabel:

| n | x_n | x_n^2 | $0,55x_n+0,1$ | $\operatorname{tg}(0,55x_n+0,1)$ | $f(x_n) = [\operatorname{tg}(0,55x_n+0,1)] - [x_n^2]$ | $h = \frac{f(x_n)}{-0,8523}$ |
|-----|---------------|---------|---------------|----------------------------------|---|------------------------------|
| 0 | 0,8000 | 0,6400 | 0,5400 | 0,5994 | -0,0406 | 0,0476 |
| 1 | 0,7524 | 0,5661 | 0,5138 | 0,5643 | -0,0018 | 0,0021 |
| 2 | 0,7503 | 0,5630 | 0,5127 | 0,5630 | -0,0000 | 0 |

Răspuns: Soluția este $x=0,750$

□ **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda tangentelor.**

Este dată ecuația: $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$;

1. Notăm funcția $f(x) = x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi $f'(x) = 3x^2 - 0,4x + 0,5$;
3. Determinăm discriminantul $D = 0,16 - 6 < 0$.
4. Alcătuim tabelul semnelor funcției $f(x)$, stabilind valorile lui x egale cu:

| x | $-\infty$ | -1 | 0 | $+\infty$ |
|---------------------------------|-----------|------|-----|-----------|
| Semnul $f(x)$ | $-$ | $-$ | $+$ | $+$ |

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul $[-1, 0]$.

Precizăm soluția utilizând metoda tangentelor. Deoarece $f(-1) < 0$, $f(0) > 0$ și $f'(x) < 0$, atunci ca valoare aproximativă luăm $x_0 = -1$.

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Determinăm $f'(x) = 3x^2 - 0,4x + 0,5$.

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

| n | x_n | x_n^2 | x_n^3 | $f(x_n)$ | $f'(x_n)$ | $h = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ |
|-----|----------------|---------|---------|----------|-----------|------------------------------|
| 0 | -1 | 1 | -1 | -0,2 | 3,9 | -0,05100 |
| 1 | -0,9490 | 0,9006 | -1,8547 | -0,0093 | 3,5814 | -0,00260 |
| 2 | -0,9464 | 0,8957 | -0,8477 | -0,0004 | 3,5657 | -0,00001 |

Răspuns: Soluția este $x \approx -0,946$

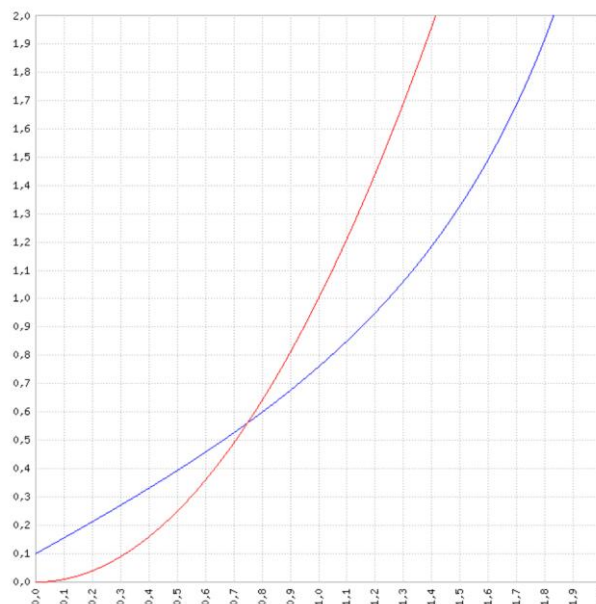
NOTĂ

- Pentru construirea graficelor funcțiilor veți utiliza ploterul de funcții grafice, ca de exemplu:
- <https://www.mathe-fa.de/ro>, sau alte plotere de funcții grafice.

$$f(x) = \tan(0,55 \cdot x + 0,1)$$

$$g(x) = x^2$$

Graficul funcției



- Toate tabelele vor fi elaborate în MS Excel, cu utilizarea formulelor, pentru un calcul automatizat.
- Numărul de cifre după virgulă utilizate în calcule: MINIM – 3 cifre, MAXIM – 5 cifre. Cu cât veți utiliza mai multe cifre după virgulă, cu atât calculele efectuate vor fi mai exacte.
- Proiectul realizat va fi salvat în format PDF și încărcat în GITHUB la data indicată și în termenul indicat (Termenul limită este - 26/01/2026. Ora 23.00)
- Toate proiectele elaborate și încărcate după termenul indicat – nu vor fi evaluate, se va considera ca proiect lipsă și evaluat cu nota minimă.

□ *Sarcini individuale:*

| 12A | Ecuția I | Ecuția II | 12C | Ecuția I | Ecuția II |
|-----|---|---------------------------------|-----|------------------------------|---------------------------------|
| 1. | $x - \sin x = 0,25$ | $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$ | 1. | $\ln x + (x+1)^3 = 0$ | $x^3 + 2x^2 + 2 = 0$ |
| 2. | $\operatorname{tg}(0,58x+0,1) = x^2$ | $x^3 - 6x - 8 = 0$ | 2. | $x \cdot 2^x = 1$ | $x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$ |
| 3. | $\sqrt{x} - \cos(0,378x) = 0$ | $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$ | 3. | $\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$ | $x^3 - 2x^2 + 2 = 0$ |
| 4. | $\operatorname{tg}(0,4x+0,4) = x^2$ | $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$ | 4. | $x - \cos x = 0$ | $x^3 + 3x - 1 = 0$ |
| 5. | $\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$ | $x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$ | 5. | $3x + \cos x + 1 = 0$ | $x^3 + x - 2 = 0$ |
| 6. | $\operatorname{tg}(0,5x+0,2) = x^2$ | $x^3 + x - 5 = 0$ | 6. | $x + \ln x = 0,5$ | $x^3 + 0,4x^2 + 0,4x - 1,6 = 0$ |
| 7. | $3x - \cos x - 1 = 0$ | $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$ | 7. | $2 - x = \ln x$ | $x^3 - 0,7x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$ |
| 8. | $x + \lg x = 0,5$ | $x^3 + 3x + 1 = 0$ | 8. | $(x-1)^2 = \frac{1}{2}e^x$ | $x^3 - 0,5x^2 + 0,4x + 2 = 0$ |
| 9. | $\operatorname{tg}(0,5x+0,1) = x^2$ | $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$ | 9. | $(2-x) \cdot e^x = 0,5$ | $x^3 - 5x^2 + 12x + 3 = 0$ |
| 10. | $x^2 + 4\sin x = 0$ | $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$ | 10. | $2,2x - 2^x = 0$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$ |
| 11. | $\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0$ | 11. | $x^2 + 3\sin x = 0$ | $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$ |
| 12. | $\operatorname{tg}(0,4x+0,3) = x^2$ | $x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$ | 12. | $2x - \lg x = 7$ | $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$ |
| 13. | $x \cdot \lg x - 1,2 = 0$ | $x^3 - 0,5x^2 + 0,3x - 2 = 0$ | 13. | $5x - 8 \cdot \ln x = 8$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$ |
| 14. | $1,8x^2 - \sin 10x = 0$ | $x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$ | 14. | $3x - e^x = 0$ | $x^3 + 2x + 4 = 0$ |
| 15. | $\operatorname{ctg} x - \frac{x}{4} = 0$ | $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$ | 15. | $x \cdot (x+1)^2 = 1$ | $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$ |
| 16. | $\operatorname{tg}(0,3x+0,4) = x^2$ | $x^3 + 4x - 6 = 0$ | 16. | $x = (x+1)^3$ | $x^3 + 0,2x^2 + 0,7x - 0,7 = 0$ |
| 17. | $x^2 - 20 \cdot \sin x = 0$ | $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0$ | 17. | $x^2 = \sin x$ | $x^3 + 4x - 6 = 0$ |
| 18. | $\operatorname{ctg} x - \frac{x}{3} = 0$ | $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$ | 18. | $x^3 = \sin x$ | $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$ |
| 19. | $\operatorname{tg}(0,47x+0,2) = x^2$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,3x + 1,2 = 0$ | 19. | $x = \sqrt{\lg(x+2)}$ | $x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$ |
| 20. | $x^2 + 5\sin x = 0$ | $x^3 - 2x + 4 = 0$ | 20. | $x^2 = \ln(x+1)$ | $x^3 - 0,1x^2 + 0,6x - 1 = 0$ |
| 21. | $\operatorname{ctg} x - \frac{x}{2} = 0$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$ | 21. | $2x + \lg x = -0,5$ | $x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$ |
| 22. | $2x - \lg x - 7 = 0$ | $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$ | 22. | $2x + \cos x = 0,5$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,1x - 1,2 = 0$ |
| 23. | $\operatorname{tg}(0,44x+0,3) = x^2$ | $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$ | 23. | $x^3 + \sin(0,5x) + 1 = x^2$ | $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$ |
| 24. | $3x - \cos x - 2 = 0$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$ | 24. | $0,5x + \lg(x-1) = 0,5$ | $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$ |
| 25. | $\operatorname{ctg} x - \frac{x}{10} = 0$ | $x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0$ | 25. | $\sin(0,5+x) = 2x - 0,5$ | $x^3 + 3x + 1 = 0$ |
| 26. | $x^2 + 1,5\sin x = 0$ | $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 2 = 0$ | 26. | $\lg(2+x) + 2x = 3$ | $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$ |
| 27. | $\operatorname{tg}(0,36x+0,4) = x^2$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0$ | 27. | $\lg(1+2x) = 2-x$ | $x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$ |
| 28. | $x + \lg x - 0,7 = 0$ | $x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0$ | 28. | $2\sin(x-0,6) = 1,5-x$ | $x^3 - 0,1x^2 + 0,7x - 2,5 = 0$ |
| 29. | $\operatorname{ctg} x - \frac{x}{5} = 0$ | $x^3 + x - 3 = 0$ | 29. | $x + \lg(1+x) = 1,5$ | $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$ |
| 30. | $2 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$ | $x^3 - 0,2x^2 + 0,6x - 2,4 = 0$ | 30. | $x + \cos x = 1$ | $x^3 - 0,1x^2 + 0,3x - 0,6 = 0$ |
| 31. | $3 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$ | $2x^3 - 3x^2 - x - 5 = 0$ | 31. | $x^3 + \cos x = -1$ | $x^3 - 3x^2 + 3,5 = 0$ |
| 32. | $0,5x + 1 = (x-2)^2$ | $x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$ | 32. | $5\sin x = x$ | $x^3 - 1,2x^2 + 1,5 = 0$ |
| 33. | $(x-3) = \cos x$ | $x^3 + 3x^2 + 24x - 10 = 0$ | 33. | $x^3 - \cos 3x = -1$ | $x^3 - 4x^2 + 2 = 0$ |
| 34. | $x^2 - 2 + 0,5^x = 0$ | $2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$ | 34. | $0,5^x - 1 = (x+2)^2$ | $x^3 + 3x^2 - 3,5 = 0$ |
| 35. | $(x-1)^2 \cdot \lg(x+11) = 1$ | $x^3 + 3x - 3 = 0$ | 35. | $(x-2)^2 \cdot 2^x = 1$ | $x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$ |
| | | | | | |