

# Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

## Lucrare Nr. 2 „Precizarea rădăcinii. Metoda Coardelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „C”, Nume Prenume Elev: Guțu Cătălin

### Varianta 15

**Ecuația I:**  $\operatorname{ctg}(x) - x/4 = 0$

**Ecuația II:**  $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$

**Scop lucrare:**

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (optional).

**Sarcini de realizat:**

- 1) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia  $\varepsilon=0.001$ , utilizând programul corespunzător;
- 2) De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia  $\varepsilon=0.001$ , utilizând programul corespunzător;

**Realizarea sarcinii:**

Sunt date ecuațiile:

- a)  $\operatorname{ctg}(x) - x/4 = 0$ ;
- b)  $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$ ;

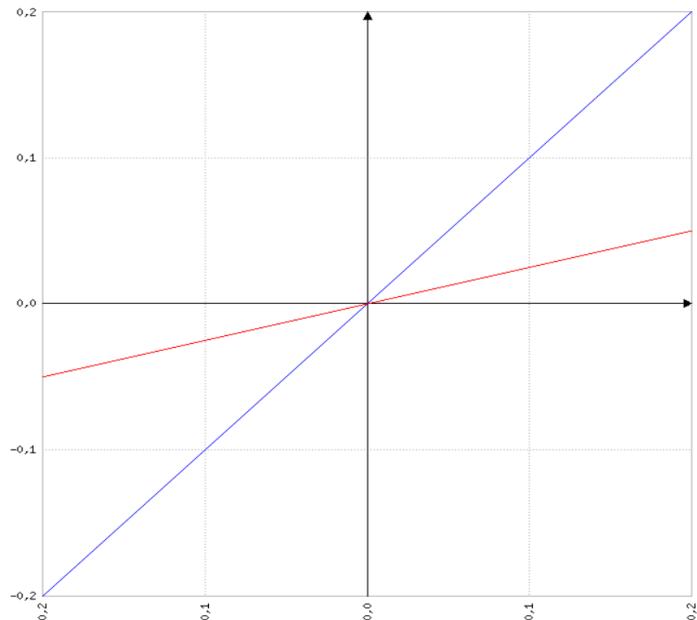
- Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda coardelor.**

Separăm rădăcinile ecuației  $\operatorname{tg}(0,55x+0,1)=x^2$  în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = \operatorname{ctg}(x)$$

$$y_2 = x/4$$

Graficul funcției



Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor  $y_1$  și  $y_2$ .

$x$	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$y_1$	4,93	2,365	1,46	0,97	0,64
$y_2$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul  $[0,4; 0,5]$ .

Pentru precizarea rădăcinii prin metoda coardelor, determinăm semnele

funcției  $f(x) = \operatorname{ctg}(x) - x/4$  la capetele segmentului  $[0,4; 0,5]$  și semnul derivatei de ordinul II pe acest interval:

$$f(0,4) = 2,365 - 0,1 = 2,265 > 0;$$

$$f(0,5) = 1,830 - 0,125 = -0,295 < 0;$$

$$f'(x) = -1/\sin^2 x - 1/4$$

$$f''(x) = 2 \cdot \cos(x)/\sin^3(x) \quad \text{pentru } x \in [0,4; 0,5].$$

Pentru calcule vom folosi relația:  $x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot (b - x_n) / (f(b) - f(x_n))$ , unde  $b = 0,5$  și  $x_0 = 0,4$

Calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

<b>n</b>	<b>x<sub>n</sub></b>	<b>0,5-x<sub>n</sub></b>	<b>ctg(x<sub>n</sub>)</b>	<b>x<sub>n</sub>/4</b>	<b>f(x<sub>n</sub>)</b>	<b>f(0,5) - f(x<sub>n</sub>)</b>	<b>h = f(x<sub>n</sub>)(0,5-x<sub>n</sub>)/(f(0,5)-f(x<sub>n</sub>))</b>
0	0,4000	0,1000	2,3650	0,1000	2,2650	-2,5600	-0,0884
1	0,4884	0,0116	1,8550	0,1221	1,7329	-2,0279	-0,0099
2	0,4685	0,0315	2,0065	0,1171	1,8894	-2,1844	-0,0019
3	0,4666	0,0334	2,0002	0,1166	1,8836	-2,1786	-0,00003
4	<b>0,46657</b>	0,03343	2,0000	0,11664	1,88336	-2,17836	-0,00000

Răspuns: Soluția este  $x = \mathbf{0,46657}$

□ **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda coardelor.**

Este dată ecuația:  $x^3 + 0,1*x^2 + 0,4*x - 1,2 = 0$ ;

1. Notăm funcția  $f(x) = x^3 + 0,1*x^2 + 0,4*x - 1,2 = 0$ ;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi  $f'(x) = 3x^2 + 0,2x + 0,4$ ;
3. Determinăm discriminantul  $D = 0,04 - 4 \cdot 3 \cdot 0,4 = -4,76 < 0$
4. Alcătuim tabelul semnelor funcției  $f(x)$ , stabilind valorile lui  $x$  egale cu:

<b>x</b>	$-\infty$	1	1,3	$+\infty$
Semnul $f(x)$	+	+	-	-

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul [1;1,3].

Pentru precizarea rădăcinii, aflăm derivate de ordinul II  $f''(x) = 6x + 0,2$  în intervalul [1;1,3] se îndeplinește inegalitatea  $f''(x) > 0$ .

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = (a \cdot f(b) - b \cdot f(a)) / (f(b) - f(a))$$

**unde  $a = 1$  și  $b = 1,3$**

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

<b>n</b>	<b>x<sub>n</sub></b>	<b>x<sub>n</sub><sup>3</sup></b>	<b>x<sub>n</sub><sup>2</sup></b>	<b>0,1x<sub>n</sub><sup>2</sup></b>	<b>0,4x<sub>n</sub></b>	<b>f(x<sub>n</sub>)</b>	<b>f(x<sub>n</sub>)+1,2</b>	<b>x<sub>n</sub>-a</b>	<b><math>\frac{f(a) \cdot (x_n - a)}{f(x_n) - f(a)}</math></b>
0	1,00000	1,00000	1,00000	0,1000	0,4000	0,3000	1,5000	0	0
1	1,2284	1,8515	1,5090	0,1509	0,4914	-0,0062	1,1938	0,2284	-0,007
2	1,2216	1,8212	1,4923	0,1492	0,4886	0,0008	1,2008	0,2216	-0,0006
3	1,2210	1,8200	1,4908	0,1491	0,4884	0,0000	1,2000	0,2210	-0,0000
4	<b>1,2210</b>								

Răspuns:  $x \approx 1,2210$

### Sarcini individuale

	<b>Clasa 12 C</b>	<b>Clasa 12 C</b>		<b>Clasa 12 A</b>	<b>Clasa 12 A</b>
Nr.	Ecuăția I	Ecuăția II	Nr.	Ecuăția I	Ecuăția II
<b>1.</b>	$x-\sin x=0,25$	$x^3-3x^2+9x-8=0$	<b>1.</b>	$\ln x+(x+1)^3=0$	$x^3+2x^2+2=0$
<b>2.</b>	$\operatorname{tg}(0,58x+0,1)=x^2$	$x^3-6x-8=0$	<b>2.</b>	$x \cdot 2^x=1$	$x^3-3x^2+9x-10=0$
<b>3.</b>	$\sqrt{x} - \cos(0,378x) = 0$	$x^3-3x^2+6x+3=0$ Nn	<b>3.</b>	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$	$x^3-2x^2+2=0$
<b>4.</b>	$\operatorname{tg}(0,4x+0,4)=x^2$	$x^3-0,1x^2+0,4x-1,5=0$	<b>4.</b>	$x-\cos x=0$	$x^3+3x-1=0$
<b>5.</b>	$\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$	$x^3-3x^2+9x+2=0$	<b>5.</b>	$3x+\cos x+1=0$	$x^3+x-2=0$
<b>6.</b>	$\operatorname{tg}(0,5x+0,2)=x^2$	$x^3+x-5=0$	<b>6.</b>	$x+\ln x=0,5$	$x^3+0,4x^2+0,4x-1,6=0$
<b>7.</b>	$3x-\cos x-1=0$	$x^3+0,2x^2+0,5x-1,2=0$	<b>7.</b>	$2-x=\ln x$	$x^3-0,7x^2+0,4x-1,5=0$
<b>8.</b>	$x+\lg x=0,5$	$x^3+3x+1=0$	<b>8.</b>	$(x-1)^2 = \frac{1}{2}e^x$	$x^3-0,5x^2+0,4x+2=0$
<b>9.</b>	$\operatorname{tg}(0,5x+0,1)=x^2$	$x^3+0,2x^2+0,5x-2=0$	<b>9.</b>	$(2-x) \cdot e^x=0,5$	$x^3-5x^2+12x+3=0$
<b>10.</b>	$x^2+4\sin x=0$	$x^3-3x^2+12x-9=0$	<b>10.</b>	$2,2x-2^x=0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1=0$
<b>11.</b>	$\operatorname{ctg} 1,05x \cdot x^2=0$	$x^3-0,2x^2+0,3x-1,2=0$	<b>11.</b>	$x^2+3\sin x=0$	$x^3-0,1x^2+0,4x+1,2=0$
<b>12.</b>	$\operatorname{tg}(0,4x+0,3)=x^2$	$x^3-3x^2+6x-2=0$	<b>12.</b>	$2x-\lg x=7$	$x^3-3x^2+6x-5=0$
<b>13.</b>	$x \cdot \lg x-1,2=0$	$x^3-0,5x^2+0,3x-2=0$	<b>13.</b>	$5x-8 \cdot \ln x=8$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1,4=0$
<b>14.</b>	$1,8x^2-\sin 10x=0$	$x^3+3x^2+6x-1=0$	<b>14.</b>	$3x-e^x=0$	$x^3+2x+4=0$
<b>15.</b>	$\operatorname{ctgx} \frac{x}{4}=0$	$x^3+0,1x^2+0,4x-1,2=0$	<b>15.</b>	$x \cdot (x+1)^2=1$	$x^3-3x^2+12x-12=0$
<b>16.</b>	$\operatorname{tg}(0,3x+0,4)=x^2$	$x^3+4x-6=0$	<b>16.</b>	$x=(x+1)^3$	$x^3+0,2x^2+0,7x-0,7=0$
<b>17.</b>	$x^2-20 \cdot \sin x=0$	$x^3+0,2x^2+0,5x+0,8=0$	<b>17.</b>	$x^2=\sin x$	$x^3+4x-6=0$
<b>18.</b>	$\operatorname{ctgx} \frac{x}{3}=0$	$x^3-3x^2+12x-12=0$	<b>18.</b>	$x^3=\sin x$	$x^3+0,1x^2+0,4x-1,2=0$
<b>19.</b>	$\operatorname{tg}(0,47x+0,2)=x^2$	$x^3-0,2x^2+0,3x+1,2=0$	<b>19.</b>	$x = \sqrt{\lg(x+2)}$	$x^3+3x^2+6x-1=0$
<b>20.</b>	$x^2+5\sin x=0$	$x^3-2x+4=0$	<b>20.</b>	$x^2=\ln(x+1)$	$x^3-0,1x^2+0,6x-1=0$
<b>21.</b>	$\operatorname{ctgx} \frac{x}{2}=0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1,4=0$	<b>21.</b>	$2x+\lg x=-0,5$	$x^3-3x^2+6x-2=0$
<b>22.</b>	$2x-\lg x-7=0$	$x^3-3x^2+6x-5=0$	<b>22.</b>	$2x+\cos x=0,5$	$x^3-0,2x^2+0,1x-1,2=0$
<b>23.</b>	$\operatorname{tg}(0,44x+0,3)=x^2$	$x^3-0,1x^2+0,4x+1,2=0$	<b>23.</b>	$x^3+\sin(0,5x)+1=x^2$	$x^3-3x^2+12x-9=0$
<b>24.</b>	$3x-\cos x-2=0$	$x^3-0,2x^2+0,5x-1=0$	<b>24.</b>	$0,5x+\lg(x-1)=0,5$	$x^3+0,2x^2+0,5x-2=0$
<b>25.</b>	$\operatorname{ctgx} \frac{x}{10}=0$	$x^3+3x^2+12x+3=0$	<b>25.</b>	$\sin(0,5+x)=2x-0,5$	$x^3+3x+1=0$
<b>26.</b>	$x^2+1,5\sin x=0$	$x^3-0,1x^2+0,4x+2=0$	<b>26.</b>	$\lg(2+x)+2x=3$	$x^3+0,2x^2+0,5x-1,2=0$
<b>27.</b>	$\operatorname{tg}(0,36x+0,4)=x^2$	$x^3-0,2x^2+0,4x-1,4=0$	<b>27.</b>	$\lg(1+2x)=2-x$	$x^3-3x^2+9x+2=0$
<b>28.</b>	$x+\lg x-0,7=0$	$x^3+0,4x^2+0,6x-1,6=0$	<b>28.</b>	$2\sin(x-0,6)=1,5-x$	$x^3-0,1x^2+0,7x-2,5=0$
<b>29.</b>	$\operatorname{ctgx} \frac{x}{5}=0$	$x^3+x-3=0$	<b>29.</b>	$x+\lg(1+x)=1,5$	$x^3-3x^2+6x+3=0$
<b>30.</b>	$2 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$x^3-0,2x^2+0,6x-2,4=0$	<b>30.</b>	$x+\cos x=1$	$x^3-0,1x^2+0,3x-0,6=0$
<b>31.</b>	$3 \cdot \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$2x^3-3x^2-x-5=0$	<b>31.</b>	$x^3+\cos x=-1$	$x^3-3x^2+3,5=0$
<b>32.</b>	$(x-3)=\cos x$	$x^3+3x^2+24x-10=0$	<b>32.</b>	$5\sin x=x$	$x^3-1,2x^2+1,5=0$
<b>33.</b>	$0,5x+1=(x-2)^2$	$x^3-2x^2-x+1=0$	<b>33.</b>	$x^3-\cos 3x=-1$	$x^3-4x^2+2=0$
<b>34.</b>	$x^2-2+0,5^x=0$	$2x^3+9x^2-21=0$	<b>34.</b>	$0,5^x-1=(x+2)^2$	$x^3+3x^2-3,5=0$
<b>35.</b>	$(x-1)^2 \cdot \lg(x+11)=1$	$x^3+3x-3=0$	<b>35.</b>	$(x-2)^2 \cdot 2^x=1$	$x^3-3x^2+2,5=0$