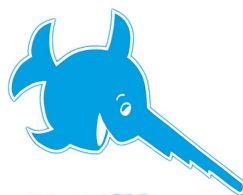


Этакое большое ничего и матстат

Белкин Дмитрий, U-1152
Бертыш Вадим, СПБГЭТУ «ЛЭТИ» 4373

15 июня 2016



U-1152

Основные определения

Определение 1 (Статистический эксперимент). *Тройка $(\mathfrak{X}, \mathfrak{F}, \mathcal{P})$ называется статистическим экспериментом*

- \mathfrak{X} - Множество результатов эксперимента
- \mathfrak{F} - Савокупность наблюдаемых событий
- $\mathcal{P} = \{P_\theta, \theta \in \Theta\}$ - Семейство вероятностных распределений

Дальше положим $\mathfrak{X} = \mathbb{R}^n$, $\mathfrak{F} = \sigma(\mathfrak{F}_1 \times \cdots \times \mathfrak{F}_n) = \mathfrak{B}_n$

Определение 2 (Статистика). *Измеримая функция $T : \mathfrak{X} \rightarrow E$ называется статистикой*

Определение 3 (Подчиненная статистика). *Статистика T называется подчиненной, если её распределение не зависит от параметра*

$$P_\theta(T \in A) = P_T(A)$$

Определение 4 (Достаточная статистика). *Статистика T называется достаточной, если условное распределение X при условии T не зависит от параметра*

$$P_\theta(X \in A|T) = P_{X|T}(A), \forall \theta \in \Theta$$

Подчиненная не содержит информации о параметре, достаточная содержит всю информацию о параметре

Определение 5 (Минимальная достаточная статистика). *Достаточная статистика T называется минимальной, если, $\forall T_1$ достаточной $\exists g : T = g(T_1)$*

Использование МДС максимально редуцирует имеющиеся данные

Основные типы задач статистики

- Точечное оценивание (статистики $\delta : \mathfrak{X} \rightarrow \Theta$)
- Доверительное оценивание с уровнем доверия $1 - \alpha$ (\mathcal{Y} - семейство подмножеств Θ)

$$\Delta : \mathfrak{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

такие, что $P_\theta(\theta \in \Delta(\vec{X})) \geq 1 - \alpha, \forall \theta \in \Theta$

- Проверка гипотез (принятие решений)
 $H : \theta \in \Theta_*$, $\Theta_* \subset \Theta$ - Гипотеза. Выдвигают $H_0 : \theta \in \Theta_0$ и $H_A : \theta \in \Theta$
Решающее правило - критерий

$$\phi : \mathfrak{X} \rightarrow [0; 1]$$

$\phi(\vec{X})$ - вероятность выбрать альтернативу (отвергнуть H_0)

Асимптотический подход Пусть $(\mathfrak{X}^{(n)}, \mathfrak{F}^{(n)}, \mathcal{P}^{(n)})$ последовательность статистических экспериментов $\mathcal{P}^{(n)} = \{p_{\theta}^{(n)}, \theta \in \Theta\}$

Определение 6 (Состоятельность оценки). *Точечная оценка $\delta^{(n)}(\vec{X})$ называется состоятельной, если*

$$\delta^{(n)}(\vec{X}) \xrightarrow{p_{\theta}} \theta, \forall \theta \in \Theta$$

Определение 7 (Сильная состоятельность оценки). *Точечная оценка $\delta^{(n)}(\vec{X})$ называется сильно состоятельной, если*

$$\delta^{(n)}(\vec{X}) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p_{\theta}=1} \theta, \forall \theta \in \Theta$$

Определение 8 (Асимптотическая нормальность). *Точечная оценка $\delta^{(n)}(\vec{X})$ называется асимптотически нормальной, если*

$$\sqrt{n}(\delta^{(n)}(\vec{X}) - \theta) \xRightarrow{P_{\theta}} \mathcal{N}(0, \sigma^2(\theta))$$

Индикатор 1

Определение 9 (Точечная оценка). *Статистика $\delta(\vec{X})$, $\delta : \mathfrak{X} \rightarrow \Theta$ называется точечной оценкой*

Определение 10 (Функция потерь). *пусть θ реально значение параметра, тогда $W(\delta(\vec{X}), \theta)$ функция потерь, если*

- $W(\delta(\vec{X}), \theta) > 0, \forall \vec{X}$
- $W(\theta, \theta) = 0$

Используют различные функции потерь (в дальнейшем используем функцию Гаусса)

$$W(\delta, \theta) = |\delta - \theta| \quad (\text{Лаплас})$$

$$W(\delta, \theta) = (\delta - \theta)^2 \quad (\text{Гаусс})$$