a) El momento se deberá conservar ya que es un sistema aislado donde no hay
b) intervención de fuerzas externas.

Por la segunda ley de Newton tenemos que

$$\vec{F}_{Tot} = \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext}$$

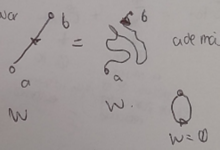
$\vec{F}_{int} = 0$ porque se cancelan gracias a la 3 ley de Newton la fuerza de ai sobre bi es igual en magnitud y opuesta en signo a la fuerza de bi sobre ai para ai, bi $\in$ sistema.

$\vec{F}_{ext} = \sum_i \frac{dP_i}{dt}$. donde en ausencia de fuerzas externas $\vec{F}_{ext} = 0 = \frac{dP}{dt}$.

entonces P es una constante.

c) Una fuerza conservativa es aquella en la que el trabajo es independiente del camino utilizado es decir $W_{ab} = -W_{ba}$. en particular

$W = \oint F \cdot ds = 0 \rightarrow$ si es conservativa.



además

$$W = \int F \cdot ds$$

$$W_{ab} = \int_a^b kd^3 \, dd = \frac{1}{4} kd^4 \Big|_a^b = \frac{1}{4} k b^4 - \frac{1}{4} k a^4$$

$$W_{ba} = \int_b^a kd^3 \, dd = \frac{1}{4} kd^4 \Big|_b^a = \frac{1}{4} k a^4 - \frac{1}{4} k b^4$$

$$W_{ab} = -W_{ba}.$$

d) la energía cinética total se conserva ya que vuelve al valor que tenía inicialmente.

e) Que el sistema no está ligado.

f) la energía mecánica se conserva porque no hay nada con lo que interactúe el sistema por tanto en ausencia de interacción con el exterior, en particular en ausencia de fuerzas y también en ausencia de fuerzas disipativas debería conservarse la energía. Además, como se pusieron las fuerzas son conservativas la energía mecánica debería conservarse.

Ahora bien, con respecto al método de Euler. tenemos que. las cantidades que actualiza son las relacionadas con la posición y la velocidad así que tiene que ver tanto con la energía cinética como potencial. Como este método es convergente tenemos que cuando $dt \rightarrow 0$ ... esto tiende a 0 lo que significa que la diferencia entre la solución propuesta no dista tanto de la solución real a las ecuaciones de movimiento. y por tanto un resultado como la conservación de la energía mecánica debería replicarse con este método.

g) Sí, ya que la energía potencial tiene la forma $U_p = -\frac{1}{4} kd^4$

y el trabajo tiene la forma $W = \frac{1}{4} kd^4$ entonces $W = -U_p$

En particular nótese que:

$$\vec{F} = -\nabla U_p =$$

$$\vec{F} = kd^3 \;\wedge\; U_p = -\frac{1}{4} kd^4.$$

h) No, en realidad el momento angular sí debería conservarse dado que

$$\vec{\tau}_{tot} = \vec{\tau}_{int} + \vec{\tau}_{ext}$$

$\vec{\tau}_{int} = 0$ por el mismo motivo de la ley de acción reacción; $\vec{\tau}_{ext} = 0$ no hay torques externos.

$\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ entonces el momento angular se conserva.

En la gráfica de la simulación la diferencia entre el momento angular inicial y final es muy pequeña dados no sólo los valores del eje y sino de la escala de la gráfica. La discrepancia puede deberse al error de redondeo o del método de aproximación utilizado.

i) Si el sistema 2D se extendiera a 3D. estas partículas no se mantendrían en el plano x-y dado que ahora tendrían una velocidad en el eje z y por tanto un momento asociado a esta. Ahora bien, se debería seguir conservando tanto el momento lineal total como el momento angular total.