



UNIVERSIDADE DE AVEIRO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Cálculo I C

11/01/2024

Avaliação Discreta

Teste 2

Duração: 2h00

Nº mec. _____ Nome _____

Comece por escrever o seu número e nome nas quatro folhas do enunciado. Cada folha contém uma questão, a que deve responder na própria folha (frente e verso), justificando claramente a sua resposta. Pode consultar apenas o seu formulário e não pode utilizar qualquer equipamento eletrónico. Boa sorte!

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

1. (4 val.) Considere as regiões

$$D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$$

$$D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 \leq y \leq x + 1\}.$$

- (a) Esboce as regiões D_1 , D_2 e a sua interseção $D = D_1 \cap D_2$.
(b) Determine a área da região D .

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

2. (5 val.) Estude a natureza dos seguintes integrais impróprios e calcule o valor dos que são convergentes:

(a) $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos(x)}{x} dx;$

(b) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x} dx;$

(c) $\int_0^{+\infty} (t^5 + e^{-2t}) e^{-2t} dt.$

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

3. (5 val.) Resolva os seguintes problemas:

- (a) Determine uma função f , na variável x , que é igual à sua derivada multiplicada por x e que satisfaz a condição $f(1) = 1$;
- (b) Determine um fator integrante para a equação linear $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x}$ e encontre a solução que satisfaz a condição $y(1) = -1$;
- (c) Efetue uma mudança da variável na equação $y' = \frac{x}{x+y}$ para a transformar numa EDO de variáveis separáveis. Separe as variáveis mas não resolva a equação que obtiver.

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

4. (6 val.) Considere a equação diferencial linear completa de coeficientes constantes

$$y^{(iv)} + 8y'' + 16y = \sin(x) + e^x.$$

- (a) Determine a solução geral da equação homogénea associada.
- (b) Descreva o procedimento para obter uma solução particular da equação completa utilizando o método dos coeficientes indeterminados.
- (c) Determine a solução geral da equação completa.

