6 a) Se existissem 9 pessoas com alturas distintas então era possível escolher um conjunto de 9 pessoas com alturas diferentes. Logo existem no máximo 8 alturas diferentes.

$$f: \underset{\text{pessoas}}{X} \to \underset{\text{alturas}}{A} \quad \text{não injetiva}$$

$$|A| < |X| = 9$$

b) Seja P o conjunto das 33 pessoas

$$|P| = 33 > 4 \cdot 8$$

Pelo princípio da gaiola de pombos generalizado, existem pelo menos 5 pessoas com a mesma altura.

7. $M_i = \{$ multiplos de i inferiores a 2001 $\}$

$$|M_3 \cup M_4| = |M_3| + |M_4| - |M_3 \cap M_4|$$

$$= \left\lfloor \frac{2000}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2000}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{2000}{12} \right\rfloor$$

$$= 666 + 500 - 166 = 1000$$

$$|(M_3 \cup M_4) \cap M_5| = |(M_3 \cap M_4) \cup (M_4 \cap M_5)|$$

$$= |M_3 \cap M_4| + |M_4 \cap M_5| - |M_3 \cap M_4 \cap M_5|$$

$$= \left\lfloor \frac{2000}{12} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2000}{20} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{2000}{60} \right\rfloor = 133 + 100 - 33$$

$$= 200$$

$$|(M_3 \cap M_4) \cap \overline{M_5}| = 1000 - 200 = 800$$

Resposta: 800 números.