Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo II - Agrupamento 3 **2022/2023**

Soluções do 1º Teste (Versão 1)

1. (a) 5

   (b) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{|a_n|}{|a_{n+1}|} = 6$

   (c) $x^2\cosh(-2x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4^n}{(2n)!} x^{2n+2}$, $x \in \mathbb{R}$

   (d) 8

   (e) 4

   (f) $\frac{\pi^2}{8}$

2. $D_c = [1, \frac{5}{3}]$, sendo que a série converge absolutamente em todos os pontos do domínio de convergência.

3. (a) $f(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{1}{9}x^2(1+\theta)^{-\frac{5}{3}}$ para algum θ entre x e 0.

   (b) $\sqrt[3]{1{,}3} \approx 1,1$

4. (a) Sugestão: Use o Critério de Weierstrass.

   (b) Uma vez que, para cada $n \in \mathbb{N}$, $f_n(x) = \frac{\operatorname{sen}(nx)}{n^4}$ é contínua em $\mathbb{R}$ (logo em $[-\pi, \pi]$) e a série converge uniformemente, podemos concluir que a função soma é contínua em $[-\pi, \pi]$ e, portanto, é integrável em $[-\pi, \pi]$. Assim, podemos integrar termo a termo e concluir que $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}(nx)}{n^4}\, dx = \sum_{n=1}^{+\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\operatorname{sen}(nx)}{n^4}\, dx = 0.$

5. (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2}{n} \operatorname{sen}(nx), x \in \mathbb{R}$

   (b) O Teorema de Dirichlet permite concluir que $S(3\pi) = S(-2\pi) = 0$.

6. (a) $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x,y) \neq (0,0) \ \wedge\ x^2 + y^2 \neq 1\}$.

   (b) $\mathcal{C}_5 = \{(x,y) \in D_f : x^2 + y^2 = e\}$.

7. Como não existe

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} g(x,y),$$

   podemos concluir que g não é contínua em $(0,0)$.