Parte B

3. **Resolução 1:**
   Número de maneiras de escolher um livro em francês e um livro em espanhol: $5 \times 7 = 35$
   Número de maneiras de escolher um livro em francês e um livro em português: $5 \times 11 = 55$
   Número de maneiras de escolher um livro em espanhol e um livro em português: $7 \times 11 = 77$
   Número de maneiras de escolher dois livros em línguas diferentes:
$$5 \times 7 + 5 \times 11 + 7 \times 11 = 35 + 55 + 77 = 167.$$

   Resolução 2:
   Número de maneiras de escolher dois livros: $\binom{5+7+11}{2} = \binom{23}{2} = \frac{23 \times 22}{2} = 23 \times 11 = 253$
   Número de maneiras de escolher dois livros em francês: $\binom{5}{2} = 10$
   Número de maneiras de escolher dois livros em espanhol: $\binom{7}{2} = 21$
   Número de maneiras de escolher dois livros em português: $\binom{11}{2} = 55$
   Número de maneiras de escolher dois livros em línguas diferentes:
$$\binom{23}{2} - \binom{5}{2} - \binom{7}{2} - \binom{11}{2} = 253 - 10 - 21 - 55 = 167.$$

4. (a) $\binom{4+7+1+2}{4\,,\,7\,,\,1\,,\,2} = \binom{14}{4\,,\,7\,,\,1\,,\,2} = \dfrac{14!}{4!7!2}$.

   (b) $\binom{1+7+1+2}{1\,,\,7\,,\,1\,,\,2} = \binom{11}{1\,,\,7\,,\,1\,,\,2} = \dfrac{11!}{7!2}$.

5. O número de soluções pedido é o mesmo que o número de soluções da equação
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15 - 3 = 12$$
   com $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{N}$ e $x_1 \leq 2$.

   Resolução 1: Notamos que $x_1 \in \{0, 1, 2\}$.
   Quando $x_1 = 0$, a equação $x_2 + x_3 + x_4 = 12$ tem $\left(\!\binom{3}{12}\!\right) = \binom{3+12-1}{12} = \binom{14}{12} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$ soluções.
   Quando $x_1 = 1$, a equação $x_2 + x_3 + x_4 = 12 - 1 = 11$ tem $\left(\!\binom{3}{11}\!\right) = \binom{3+11-1}{11} = \binom{13}{11} = \frac{13 \times 12}{2} = 78$ soluções.
   Quando $x_2 = 2$, a equação $x_2 + x_3 + x_4 = 12 - 2 = 10$ tem $\left(\!\binom{3}{10}\!\right) = \binom{3+10-1}{10} = \binom{12}{10} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$ soluções.
   Número de soluções que satisfazem as condições do enunciado:
$$\left(\!\binom{3}{12}\!\right) + \left(\!\binom{3}{11}\!\right) + \left(\!\binom{3}{10}\!\right) = 91 + 78 + 66 = 235.$$

   Resolução 2: O número de soluções da equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ é
$$\left(\!\binom{4}{12}\!\right) = \binom{4+12-1}{12} = \binom{15}{12} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3 \times 2} = 5 \times 7 \times 13 = 455.$$
   O número de soluções da equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ em que $x_1 \geq 3$ é o mesmo que o número de soluções da equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12 - 3 = 9$, ou seja,
$$\left(\!\binom{4}{9}\!\right) = \binom{4+9-1}{9} = \binom{12}{9} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 2 \times 11 \times 10 = 220.$$
   Número de soluções que satisfazem as condições do enunciado:
$$\left(\!\binom{4}{12}\!\right) - \left(\!\binom{4}{9}\!\right) = 455 - 220 = 235.$$