1

a) $\forall x\,(\mathrm{Filo}(x) \to \exists y\,(\mathrm{Livro}(x) \wedge \mathrm{Escrever}(x,y)))$

b) $\forall x \forall y\,((\mathrm{Filo}(x) \wedge \mathrm{AlunoDe}(x,y))$

$\to \exists z\,(\mathrm{Livro}(z) \wedge \mathrm{Escrever}(y,z)$

$\wedge \mathrm{Ler}(x,z)))$

2 Aqui consideremos

- $\varphi_1 = \forall x \exists y\,(P(x,y) \wedge Q(x,y))$

Introduzimos o símbolo de função f de um argumento:

$$\forall x\,(P(x,f(x)) \wedge Q(x,f(x)))$$

- $\varphi_2 \equiv \forall x\,((\neg \exists y P(x,y)) \vee (\neg \exists z\, Q(x,z))$

$\vee (\exists w\, R(x,w)))$

$$\equiv \forall x \exists w \forall y \forall z\,(\neg P(x,y) \vee \neg Q(x,z) \vee R(x,w))$$

Introduzimos o símbolo de função g de uma variável:

$$\forall x \forall y \forall z (\neg P(x,y) \vee \neg Q(x,z) \vee R(x, g(x)))$$

Finalmente, consideremos

$$\neg \psi \equiv \exists x \forall w \neg R(x,w)$$

Introduzimos o símbolo de constante c:

$$\forall w \neg R(c,w)$$

Portanto, obtém-se as cláusulas

$$P(x_1, f(x_1)) \,,\; Q(y_1, f(y_1))$$

$$\neg P(x_2, y_2) \vee \neg Q(x_2, z_2) \vee R(x_2, g(x_2)),$$

$$\neg R(c,w)$$

A dedução:

1) $P(x_1, f(x_1))$ $\quad$ H

2) $\neg P(x_2, y_2) \vee \neg Q(x_2, z_2) \vee R(x_2, g(x_2))$ H

3) $\neg Q(x_2, z_2) \vee R(x_2, g(x_2))$

Res$(1,2)$,

$mgu(P(x_1, f(x_1)), P(x_2, y_2))$

$= \{x_2/x_1, f(x_1)/y_2\}$

4) $Q(y_1, f(y_1))$ $\quad$ H

5) $R(y_1, g(y_1))$ $\quad$ Res$(3,4)$

$mgu(Q(x_2, z_2), Q(y_1, f(y_1)))$

$= \{y_1/x_2, f(y_1)/z_2\}$

6) $\neg R(c, w)$ $\quad$ H

7) $\perp$ $\quad$ Res$(5,6)$

$mgu(R(y_1, g(y_1)), R(c, w)) = \{c/y_1, g(c)/w\}$

Assim, podemos concluir que

$$\{\varphi_1, \varphi_2, \neg\psi\}$$

é inconsistente, portanto,

$$\varphi_1, \varphi_2 \models \psi,$$