Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo II - Agrupamento 3 **2021/2022**

Soluções do Exame Final (Época de Recurso) (V 1)

1. (a) -1

   (b) 1

   (c) f é contínua em $\mathbb{R}^2$

   (d) $x + z - 1 = 0$

   (e) $(0, 0)$ é ponto de sela

   (f) $2x^3y + y^2x^2 = C$, $C \in \mathbb{R}$.

2. $\left]-\frac{7}{3}, -\frac{5}{3}\right[$

3. (a) $T_0^2 f(x) = x - \frac{x^2}{2}$

   (b) $\ln(1,1) \approx \frac{19}{200}$

4. (a) f é uma função par, logo a sua série de Fourier é uma série de cossenos.
   $a_0 = \frac{7\pi^2}{3}$.

   (b) Como f é contínua e seccionalmente diferenciável em $\mathbb{R}$, podemos concluir pelo Teorema de Dirichlet que $S(x) = f(x)$, para todo o $x \in \mathbb{R}$, onde S denota a soma da série de Fourier. Logo, $S(3\pi) = 2\pi^2$.

5. $f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ é máximo global e $f(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2}$ é mínimo global de $f|_{\mathcal{C}}$.
   (Sugestão: usar o Método dos Multiplicadores de Lagrange)

6. $y = -\frac{1}{x}\cos x + \frac{1}{x^2}\operatorname{sen} x + \frac{C}{x^2}$, $C \in \mathbb{R}$.

7. (a) $y_h = C_1 + C_2 e^x + C_3 x e^x, \quad C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R}$.

   (b) $y = y_h + y_p = C_1 + C_2 e^x + C_3 x e^x + 2x^2 + 9x, \quad C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R}$.

8. $y(t) = t + \cos t - 2\operatorname{sen} t, \quad t \geq 0$.