

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконав:

студент групи КН-112

Весна Ігор

Викладач:

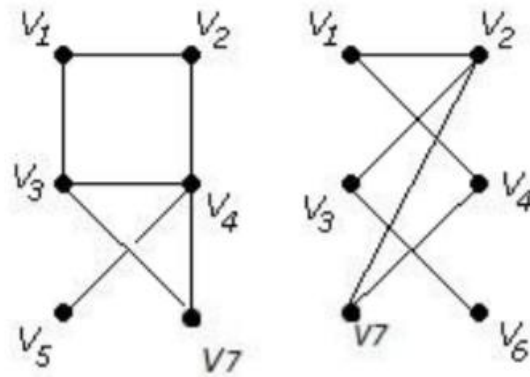
Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

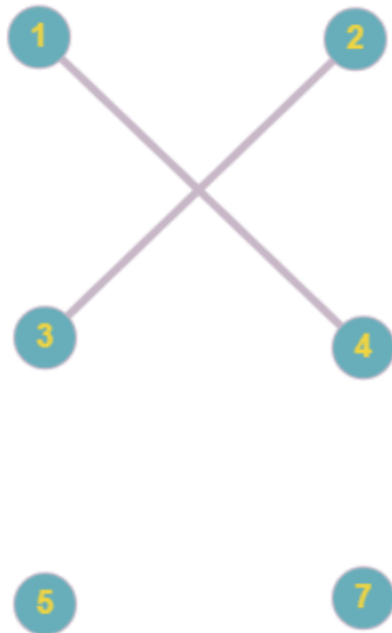
Варіант 8
ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ
Завдання № 1

Виконати наступні операції над графами: 1) знайти доповнення до першого графу, 2) об'єднання графів, 3) кільцеву сумму G_1 та G_2 (G_1+G_2), 4) розмножити вершину у другому графі, 5) виділити підграф A - що складається з 3-х вершин в G_1 6) добуток графів.

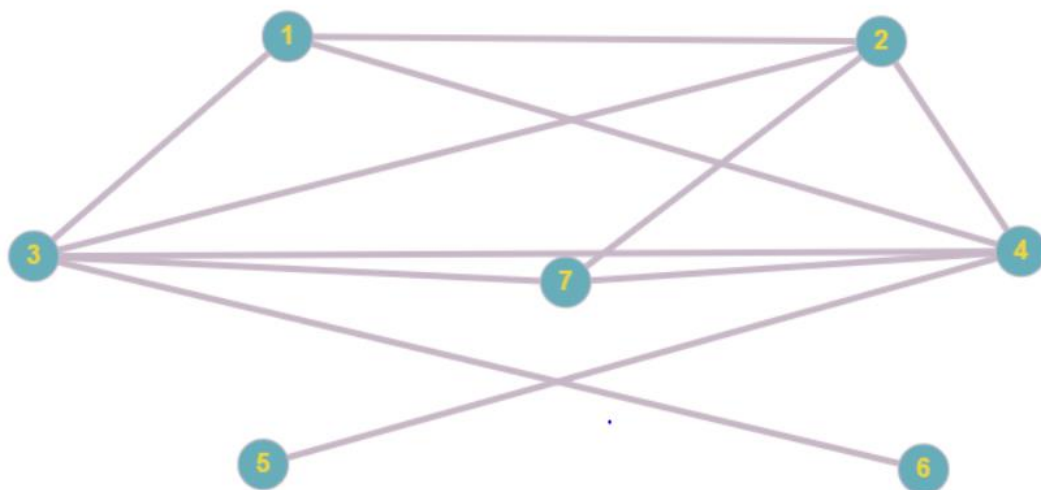
8)



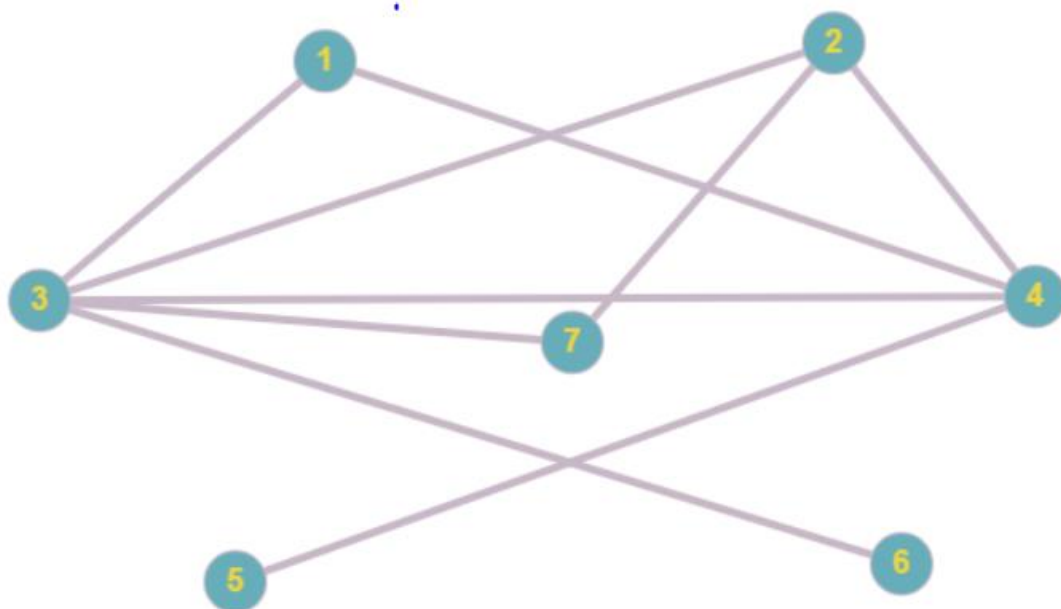
1)Доповнення
 $G_1 \setminus G_2$:



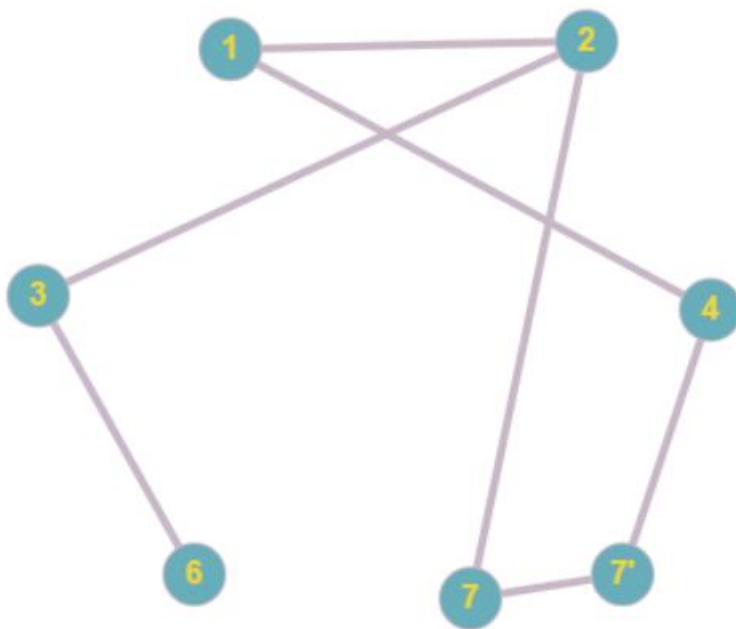
2)об'єднання графів:



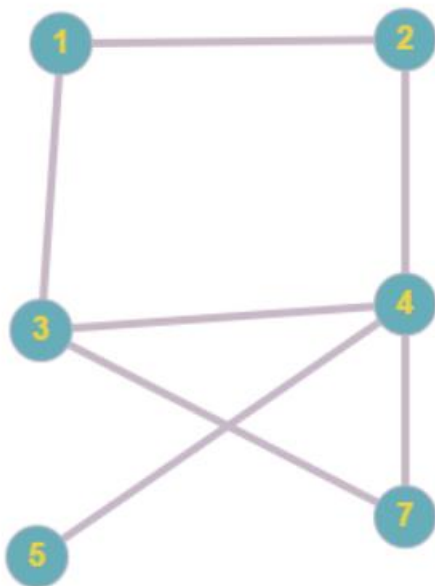
3) Кільцева сума:



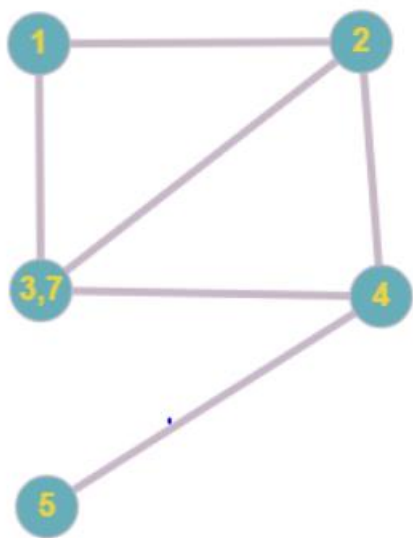
4) Розщепити вершину у другому графі:
Розщепимо вершину 7



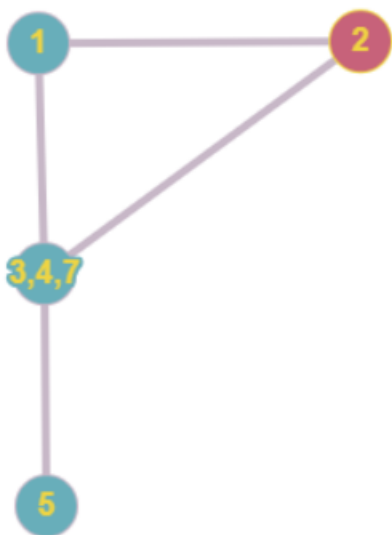
5) Виділити підграф A, що складається з $V=\{3,4,7\}$ в $G1$ і знайти стягнення A в $G1$



Стягуємо 7 в 3



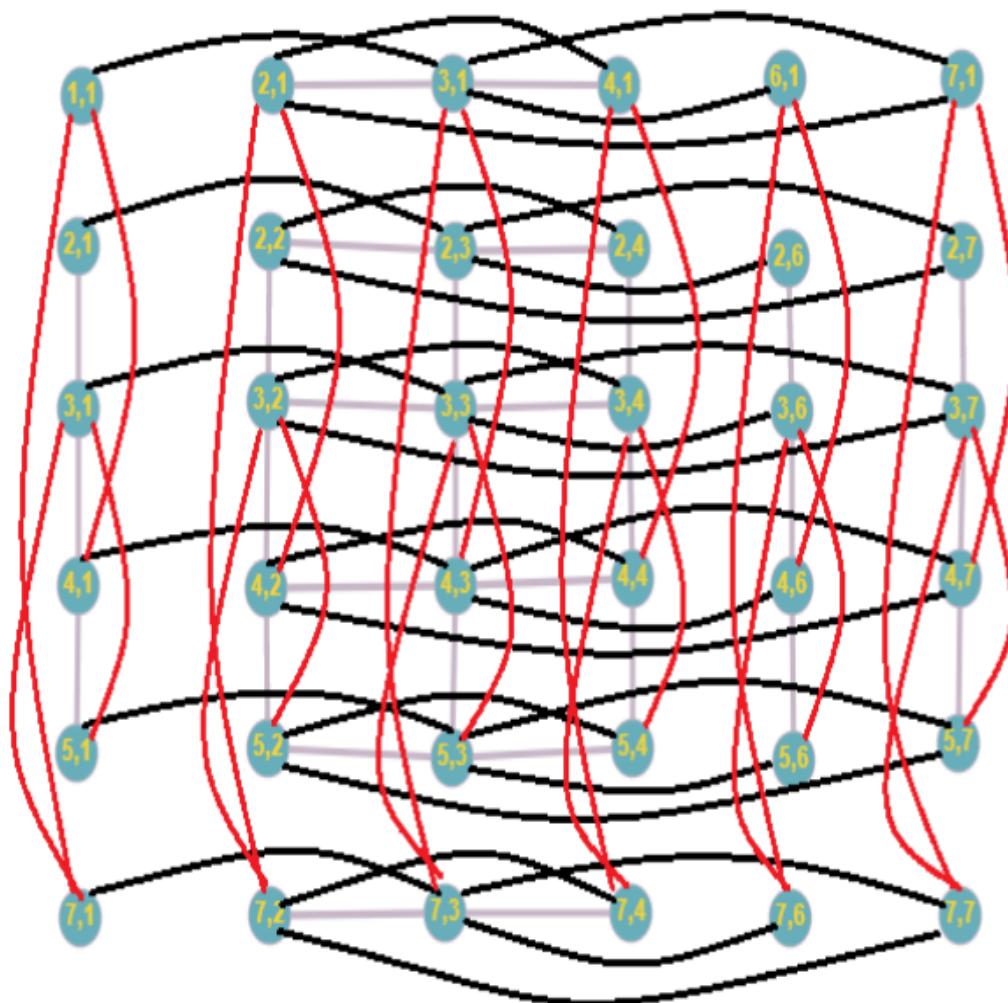
Стягуємо 3,7 в 4



Стягуємо 3,7,4 в 2



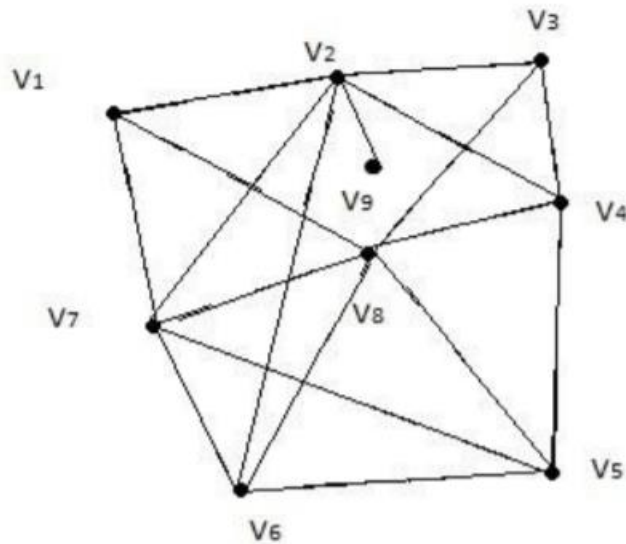
6)Добуток графів



Завдання № 2

Скласти таблицю суміжності для графа.

8)



Таблиця суміжності:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
2	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	1	0	1	0	0	0	1	0
4	0	1	1	0	1	0	0	1	0
5	0	0	0	1	0	1	1	1	0
6	0	1	0	0	1	0	1	1	0
7	1	1	0	0	0	1	0	1	0
8	1	0	1	1	1	1	1	0	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Завдання № 3

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

Найдовший шлях від V5 до V9 і V8 до V9

Діаметр = 3

Завдання № 4

Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вшир (закінчується на парне число).

Обхід вшир:

Номер	Номер вершини	Черга
0	-	-
1	1	1
2	2	12
3	8	128
4	7	1287
5	-	287
6	3	2873
7	4	28734
8	9	287349
9	6	2873496
10	-	873496
11	5	8734965
12	-	734965
13	-	34965
14	-	4965
15	-	965
16	-	65
17	-	5
18	-	-


```

1  #include<iostream>
2  #include<queue>
3  #define v 8
4  using namespace std;
5  class n {
6  public:
7      int val;
8      int st;
9  };
10 int matrix[v][v] = {
11     {0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0},
12     {1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1},
13     {1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0},
14     {1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0},
15     {0, 0, 0, 0, 0, 1, 7, 0},
16     {1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0},
17     {1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0},
18     {0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0}
19 };
20 void bfs(n* verh, n s) {
21     n u;
22     int i, j;
23     queue<n> que;
24     for (i = 0; i < v; i++) {
25         verh[i].st = 0;
26     }
27     verh[s.val].st = 1;
28     que.push(s);
29     while (!que.empty()) {
30         u = que.front();
31         que.pop();
32         cout << u.val+1 << " ";
33         for (i = 0; i < v; i++) {
34             if (matrix[i][u.val]) {

```

```

25         verh[i].st = 0;
26     }
27     verh[s.val].st = 1;
28     que.push(s);
29     while (!que.empty()) {
30         u = que.front();
31         que.pop();
32         cout << u.val+1 << " ";
33         for (i = 0; i < v; i++) {
34             if (matrix[i][u.val]) {
35                 if (verh[i].st == 0) {
36                     verh[i].st = 1;
37                     que.push(verh[i]);
38                 }
39             }
40         }
41         u.st = 2;
42     }
43 }
44
45 int main() {
46     n verh[v];
47     n start;
48     int s;
49     for (int i = 0; i < v; i++) {
50         verh[i].val = i;
51     }
52     s = 65;
53     start.val = s - 65;
54     cout << "bfs: ";
55     bfs(verh, start);
56     cout << endl;
57 }

```

```

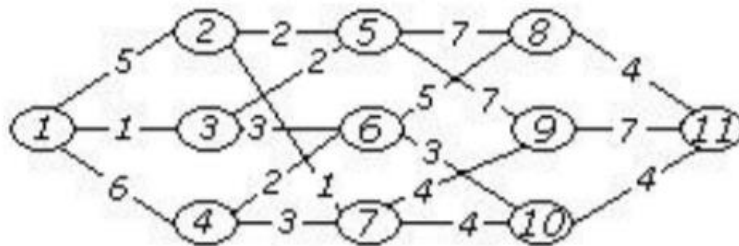
9
1
0 1 0 0 0 0 1 1 0
1 0 1 1 0 1 1 0 1
0 1 0 1 0 0 0 1 0
0 1 1 0 1 0 0 1 0
0 0 0 1 0 1 1 1 0
0 1 0 0 1 0 1 1 0
1 1 0 0 1 1 0 1 0
1 0 1 1 1 1 1 0 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0
1 2 7 8 3 4 6 9 5

```

Завдання № 5

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

8)

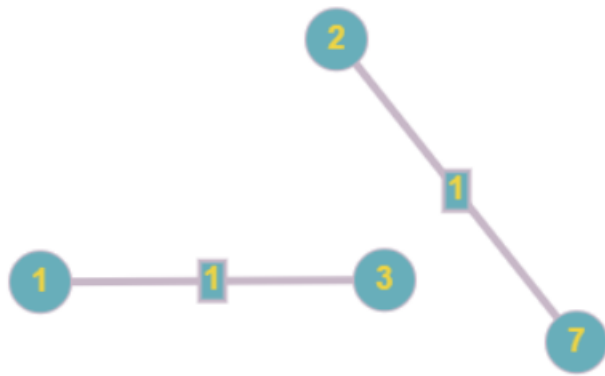


Метод Краскала $V=\{1,3\}$ $E=\{(1,3)\}$



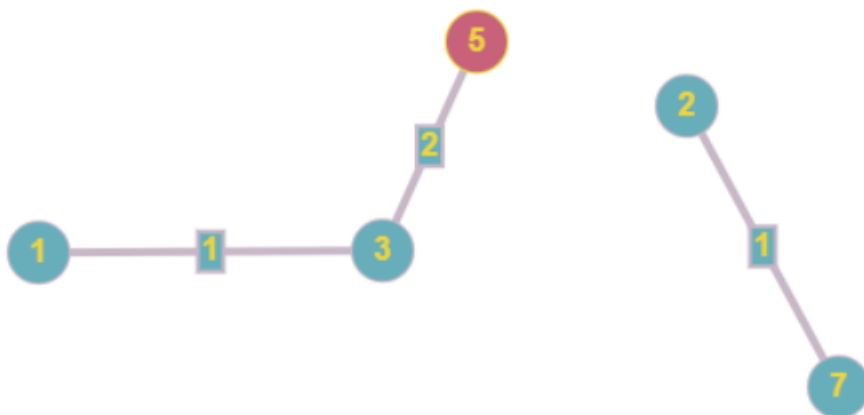
$V=\{1,2,3,7\}$

$E=\{(1,3),(2,7)\}$

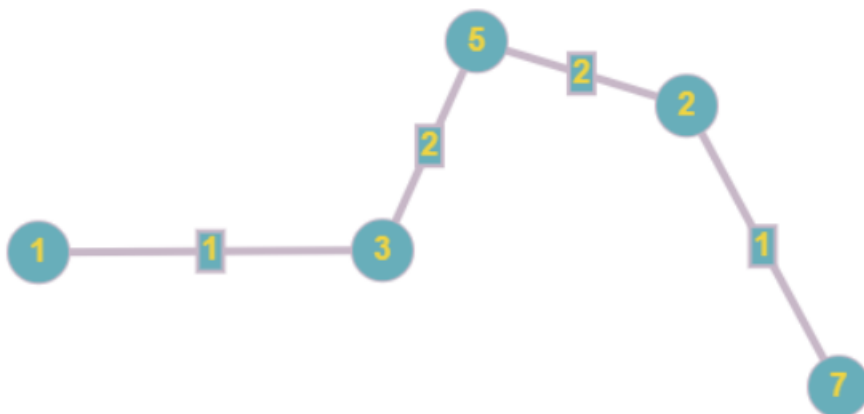


$V = \{1, 2, 5, 7, 9\}$

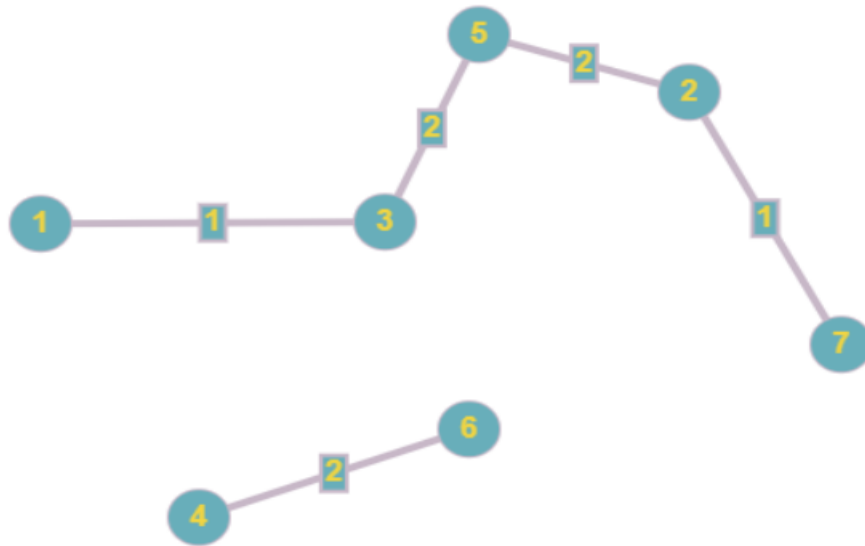
$E = \{(1, 3), (2, 7), (3, 5)\}$



$V = \{1, 3, 5, 2, 7\}$ $E = \{(1, 3), (3, 5), (5, 2), (2, 7)\}$



$V=\{1,2,7,9,5,4,6\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(4,6)\}$

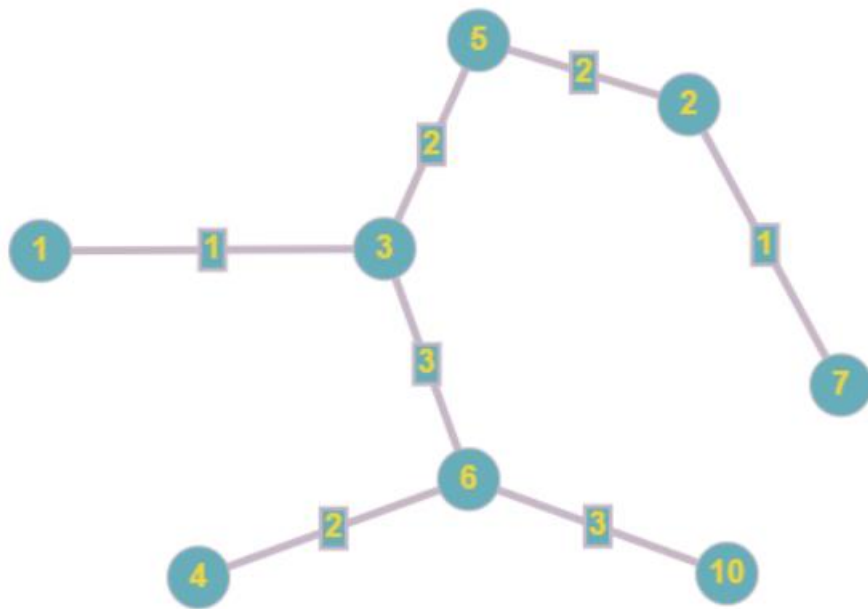


$V=\{1,2,7,9,5,4,6\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(4,6),(3,6)\}$

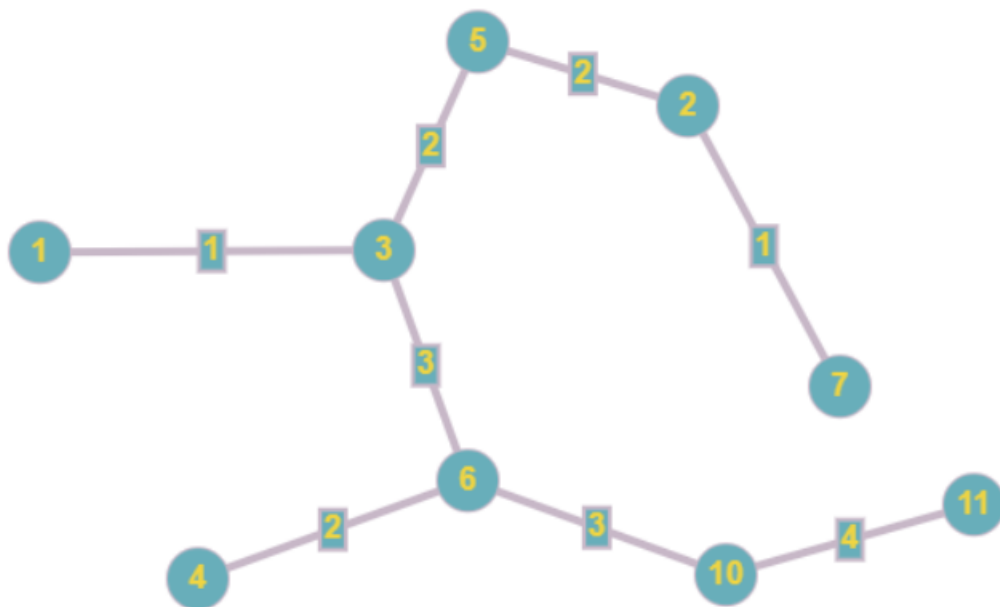


$\{(4,7)\}$ - ЦИКЛ

$V=\{1,2,7,9,5,4,6,10\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(4,6),(3,6),(6,10)\}$

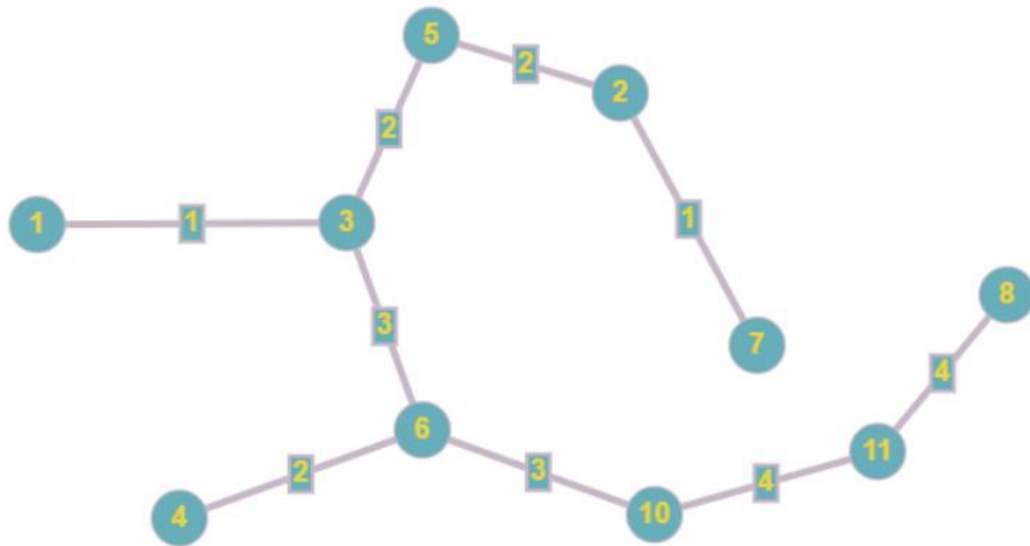


$V = \{1, 2, 7, 9, 5, 4, 6, 10, 11\}$ $E = \{(1, 3), (3, 5), (5, 2), (2, 7), (4, 6), (3, 6), (6, 10), (10, 11)\}$



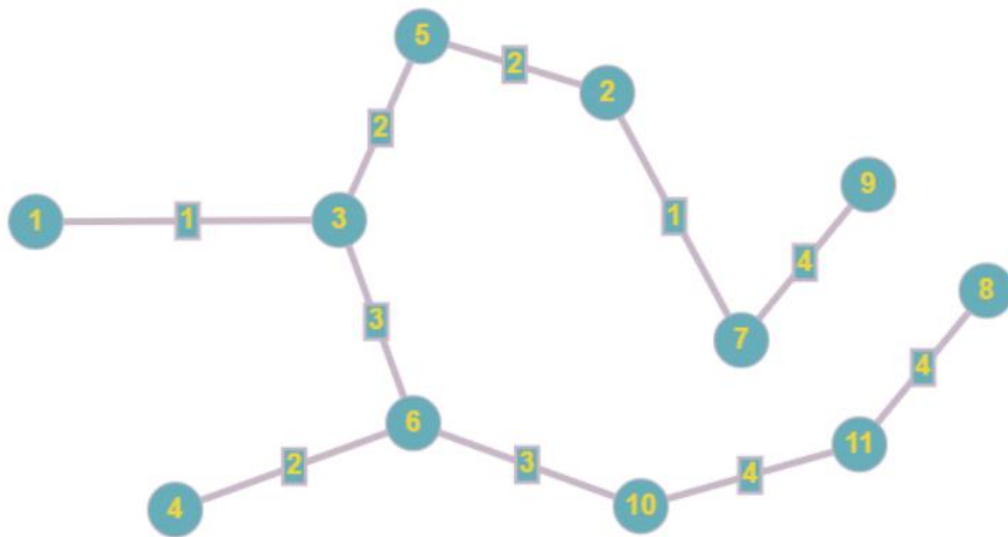
$V = \{1, 2, 7, 9, 5, 4, 6, 10, 11, 8\}$

$E = \{(1, 3), (3, 5), (5, 2), (2, 7), (4, 6), (3, 6), (6, 10), (10, 11), (11, 8)\}$



$V = \{1, 2, 7, 9, 5, 4, 6, 10, 11, 8, 9\}$

$E = \{(1, 3), (3, 5), (5, 2), (2, 7), (4, 6), (3, 6), (6, 10), (10, 11), (11, 8), (7, 9)\}$



Bara=26

```
#include <iostream>
#define INT_MAX 2147483647

using namespace std;

#define V 11
int parent[V];

int find(int i) {
    while (parent[i] != i)
        i = parent[i];
    return i;
}

void union1(int i, int j) {
    int a = find(i);
    int b = find(j);
    parent[a] = b;
}

void Kruskal(int cost[][V]) {
    cout << "The Kruskal Method" << endl;
    int min_cost = 0;

    for (int i = 0; i < V; i++)
        parent[i] = i;

    if (min == INT_MAX) {
        cout << "There is no minimum spanning tree." << endl;
        exit(0);
    }

    union1(a, b);
    printf("Edge %d-%d \t cost: %d \n",
        edge_count++ + 1, a + 1, b + 1, min);
    min_cost += min;
}

printf("\n Minimum cost= %d \n", min_cost);
}

int main() {
    int cost[][V] = {
        {INT_MAX, 7, 9, 2, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX,
        INT_MAX, INT_MAX},
        {7, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 2, INT_MAX, 1, INT_MAX, INT_MAX,
        INT_MAX, INT_MAX},
        {3, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 7, 4, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX,
        INT_MAX},
        {2, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 5, 5, INT_MAX, INT_MAX,
        INT_MAX},
        {INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 2, 4,
        INT_MAX, INT_MAX},
        {INT_MAX, 2, 7, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 4, INT_MAX, 2,
        INT_MAX},
        {INT_MAX, INT_MAX, 5, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 4, INT_MAX, 2,
        INT_MAX},
        {INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX,
        INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX},
        {INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX,
        INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX},
        {INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX,
        INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX}
    };
}
```

```
V={1,2,7,9,5,4,6,10,11,8,3}  
E={(1,2),(7,9),(2,7),(5,9),(4,6),(1,4),(6,10),(10,11),(5,8),(6,3)}
```

Метод Прима:

$V=\{1,3\}$ $E=\{(1,3)\}$



$V=\{1,3,5\}$ $E=\{(1,3),(3,5)\}$



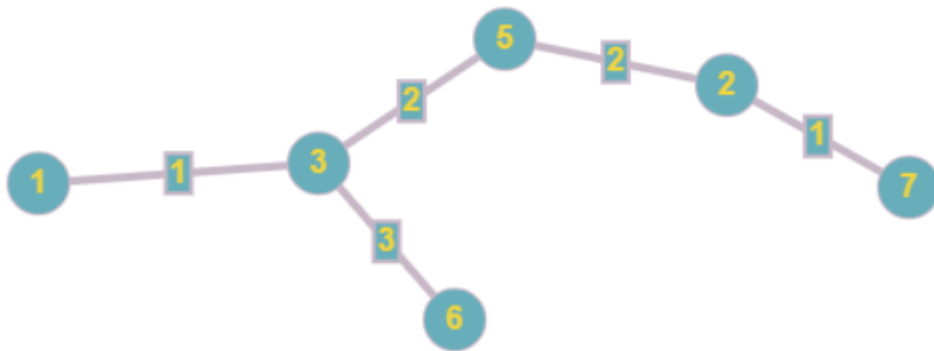
$V=\{1,3,5,2\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2)\}$



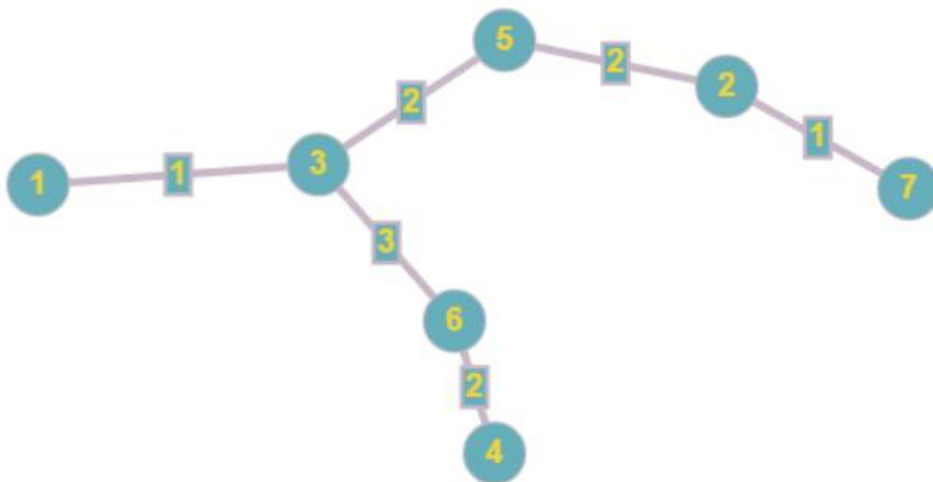
$V=\{1,3,5,2,7\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7)\}$



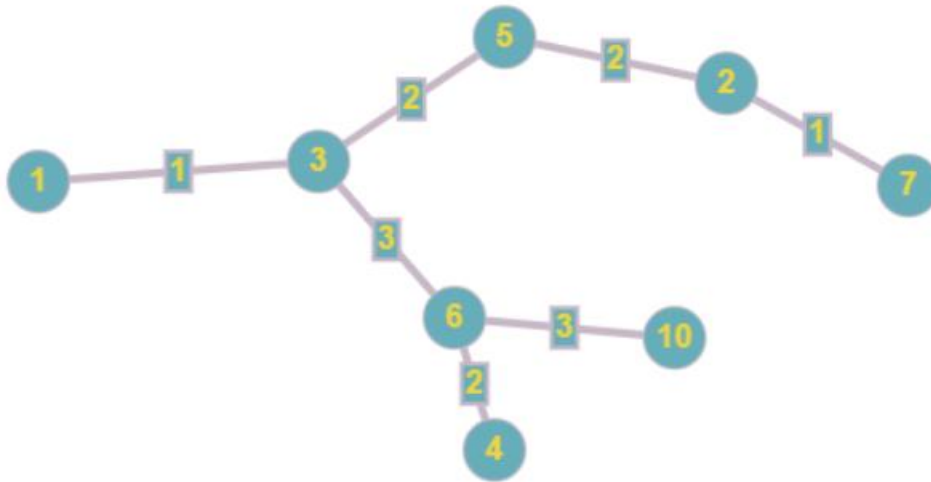
$V=\{1,3,5,2,7,6\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(3,6)\}$



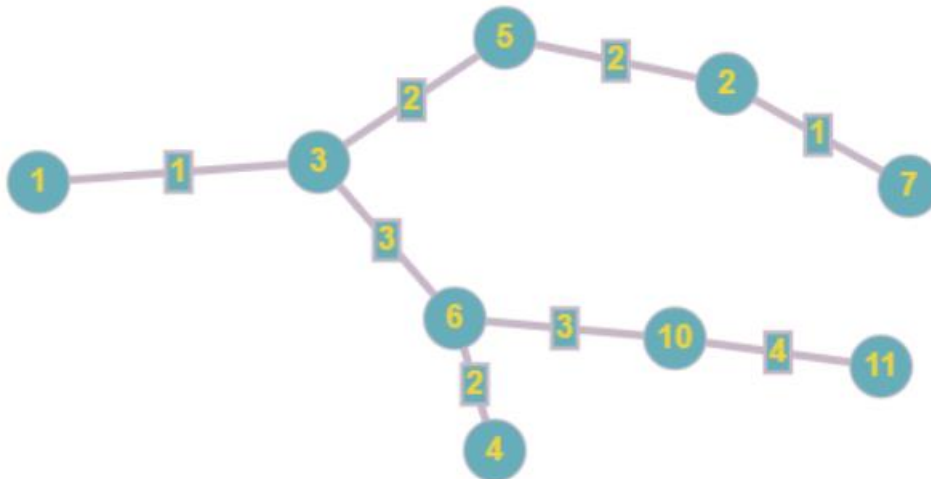
$V=\{1,3,5,2,7,6,4\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(3,6),(6,4)\}$



$V=\{1,3,5,2,7,6,4,10\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(3,6),(6,4),(6,10)$

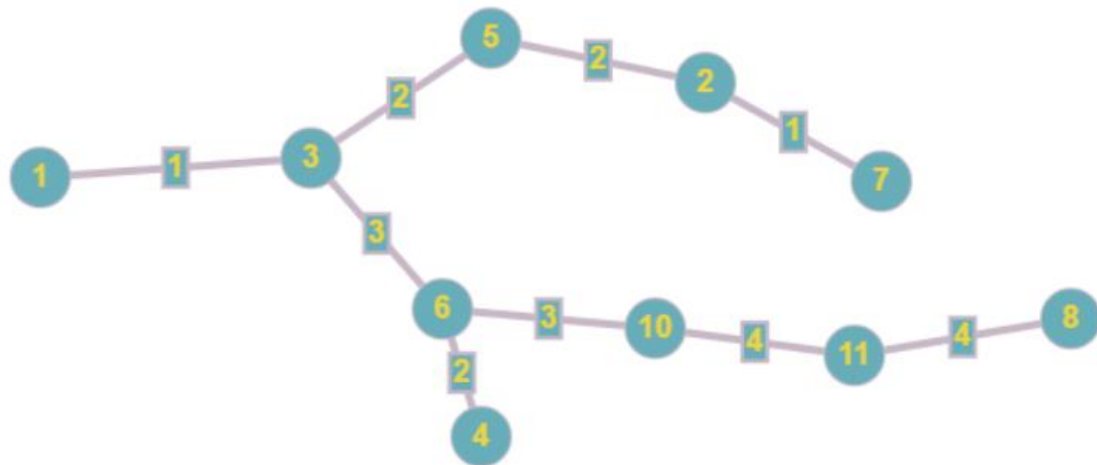


$V=\{1,3,5,2,7,6,4,10\}$ $E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(3,6),(6,4),(6,10)\}$



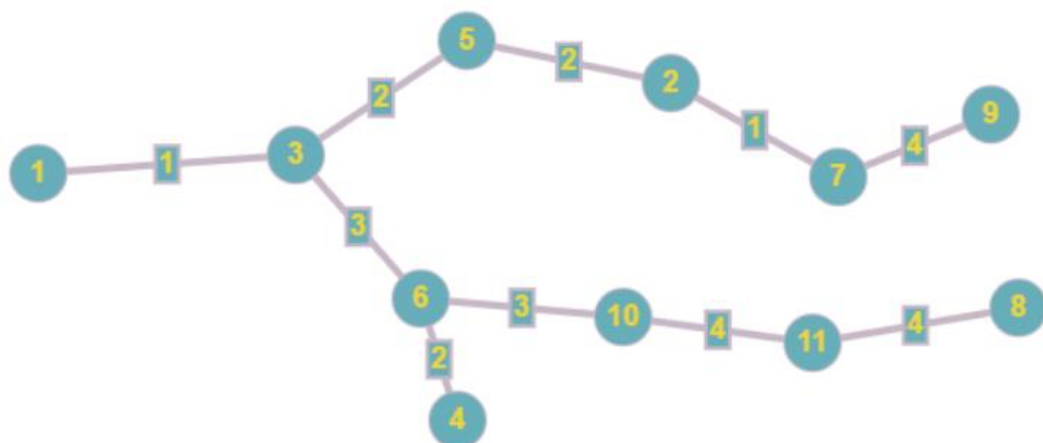
$V=\{1,3,5,2,7,6,4,10,11,8\}$

$E=\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(3,6),(6,4),(6,10),(10,11),(11,8)\}$



$V = \{1, 3, 5, 2, 7, 6, 4, 10, 11, 8, 9\}$

$E = \{(1, 3), (3, 5), (5, 2), (2, 7), (3, 6), (6, 4), (6, 10), (10, 11), (11, 8), (7, 9)\}$



Weight=26.

```

1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3
4  int main()
5  {
6
7      int v, count = 0, min = 0, k, t;
8      bool check = false;
9      cin >> v;
10     int* tops = new int[v];
11
12     int** matrix = new int* [v];
13     for (int i = 0; i < v; i++) {
14         matrix[i] = new int[v];
15     }
16
17     int** rebra = new int* [v - 1];
18
19     for (int i = 0; i < v - 1; i++) {
20         rebra[i] = new int[2];
21     }
22
23     for (int i = 0; i < v; i++) {
24         for (int j = 0; j < v; j++) {
25             cin >> matrix[i][j];
26         }
27     }
28
29     tops[count] = 1;
30     count++;
31
32     for (int i = 0; count < v; i++) {
33         for (int j = 0; j < count; j++) {
34             for (int a = 0; a < v; a++) {
35                 for (int m = 0; m < count; m++) {
36                     if (tops[m] == a + 1) {
37                         check = true;
38                     }
39                 }
40             }
41         }

```

```

42     }
43     }
44     }
45     }
46     if (check) { check = false; continue; }
47
48     if (min == 0 && matrix[tops[j] - 1][a] > 0) {
49         min = matrix[tops[j] - 1][a];
50         k = rebra[count - 1][0] = tops[j]; t = rebra[count - 1][1] = a + 1;
51         continue;
52     }
53
54     if (matrix[tops[j] - 1][a] > 0 && matrix[tops[j] - 1][a] < min) {
55         min = matrix[tops[j] - 1][a];
56         k = rebra[count - 1][0] = tops[j]; t = rebra[count - 1][1] = a + 1;
57     }
58 }
59
60 matrix[k - 1][t - 1] = 0; matrix[t - 1][k - 1] = 0;
61
62 tops[count] = t;
63 count++;
64 min = 0;
65 }
66
67 for (int j = 0; j < v - 1; j++) {
68     cout << rebra[j][0] << " " << rebra[j][1] << endl;
69 }
70
71 return 0;
72 }

```

```

11
0 5 1 6 0 0 0 0 0 0 0
5 0 0 0 2 0 1 0 0 0 0
1 0 0 0 2 3 0 0 0 0 0
6 0 0 0 0 2 3 0 0 0 0
0 2 2 0 0 0 0 7 7 0 0
0 0 3 2 0 0 0 5 0 3 0
0 1 0 3 0 0 0 0 4 4 0
0 0 0 0 7 5 0 0 0 0 4
0 0 0 0 7 0 4 0 0 0 7
0 0 0 0 0 3 4 0 0 0 4
0 0 0 0 0 0 0 4 7 4 0
1 3
3 5
5 2
2 7
3 6
6 4
6 10
7 9
10 11
11 8

```

Завдання № 6

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

8)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	7	3	5	4	6	2	3
2	7	∞	6	1	5	1	1	2
3	3	6	∞	5	1	7	5	5
4	5	1	5	∞	3	3	2	3
5	4	5	1	3	∞	2	2	3
6	6	1	7	3	2	∞	5	7
7	2	1	5	2	2	5	∞	5
8	3	2	5	3	3	7	5	∞

Почнемо з 1-ої вершини:

1

Найближча до 1-ої вершина - 7

1->7

Довжина шляху: 2

найближча до 7-ої вершини - 2

1->7->2

Довжина шляху: 2+1

найближча до 2-ої вершини - 4

1->7->2->4

Довжина шляху: 2+1+1

найближча до 4-ої вершини - 5

1->7->2->4->5

Довжина шляху: 2+1+1+3

найближча до 5-ої вершини - 3

1->7->2->4->5->3

Довжина шляху: 2+1+1+3+1

найближча до 3-ої вершини - 8

1->7->2->4->5->3->8

Довжина шляху: 2+1+1+3+1+5

найближча до 8-ої вершини - 6

1->7->2->4->5->3->8->6

Довжина шляху: 2+1+1+3+1+5+7

Всі вершини пройдені, повертаємось у початкову

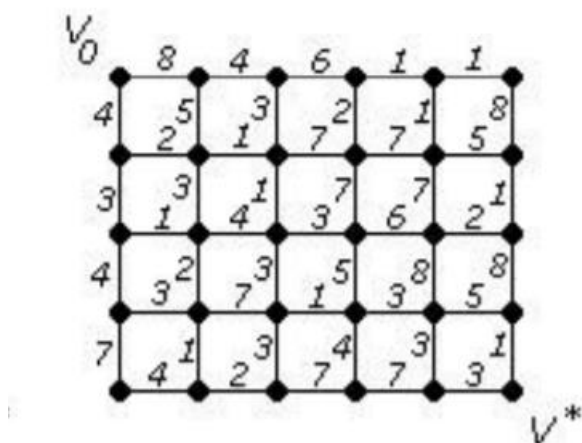
1->7->2->4->5->3->8->6->1

Довжина шляху: 2+1+1+3+1+5+7+6=26.

Завдання № 7

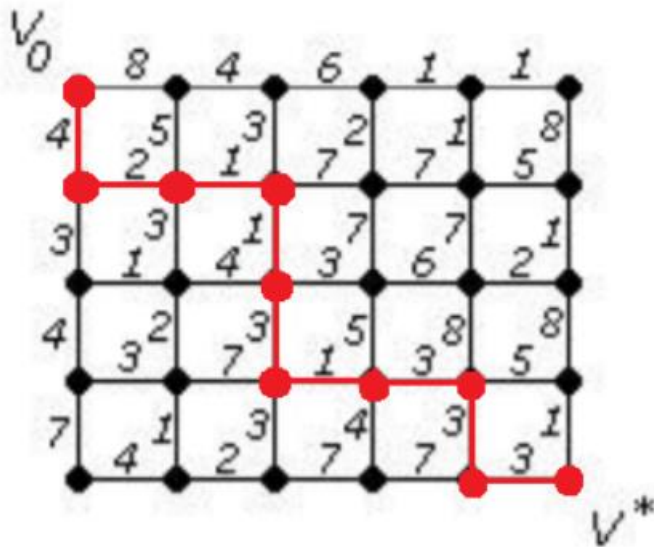
За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V_0 і V^* .

8)



Найкоротший шлях:

8)



```

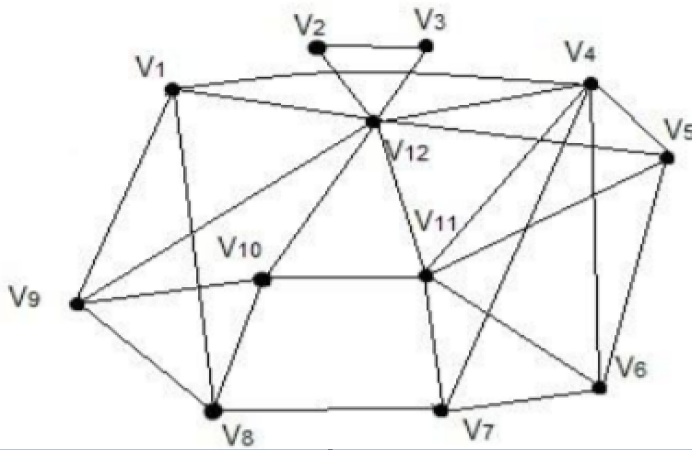
1  #include <stdio.h>
2  #include <stdlib.h>
3  #define SIZE 30
4  #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
5  int main()
6  {
7      int a[SIZE][SIZE];
8      int d[SIZE];
9      int v[SIZE];
10     int temp, minindex, min;
11     int begin_index = 0;
12     system("chcp 1251");
13     system("cls");
14     printf("Enter Matrix:\n");
15     for (int i = 0; i < SIZE; i++)
16     {
17         for (int j = 0; j < SIZE; j++) {
18             scanf_s("%d", &temp);
19             a[i][j] = temp;
20         }
21     }
22
23     for (int i = 0; i < SIZE; i++)
24     {
25         d[i] = 10000;
26         v[i] = 1;
27     }
28     d[begin_index] = 0;
29     do {
30         minindex = 10000;
31         min = 10000;
32         for (int i = 0; i < SIZE; i++)
33         {
34             if ((v[i] == 1) && (d[i] < min))
35             {
36                 min = d[i];
37                 minindex = i;
38             }
39         }
40         if (minindex != 10000)
41         {
42             for (int j = 0; j < SIZE; j++)

```


Завдання № 8

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері; б) елементарних циклів.

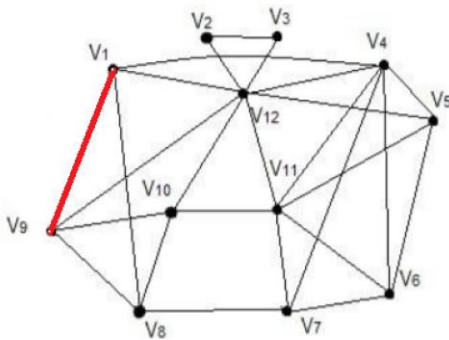
8)



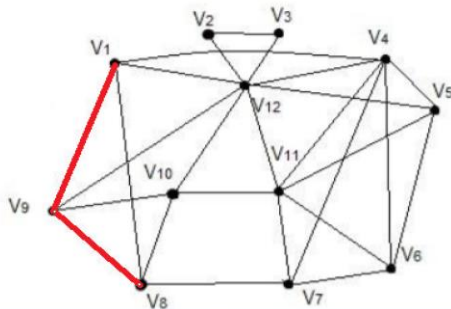
Метод флері:

1

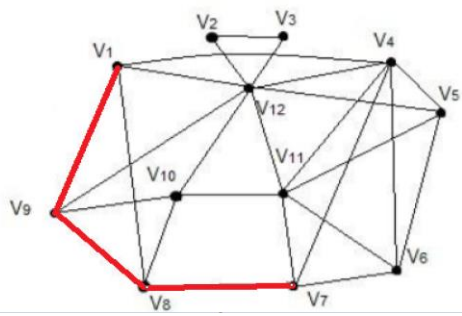
8)



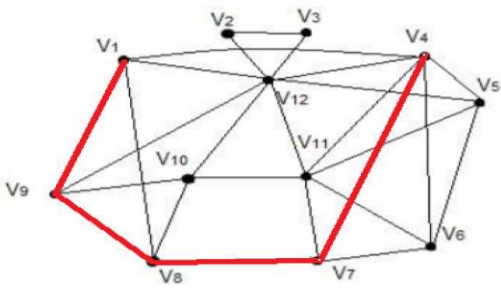
2



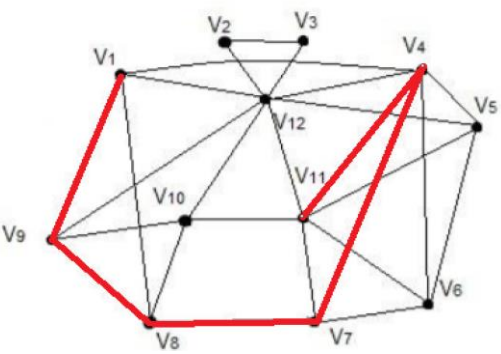
3



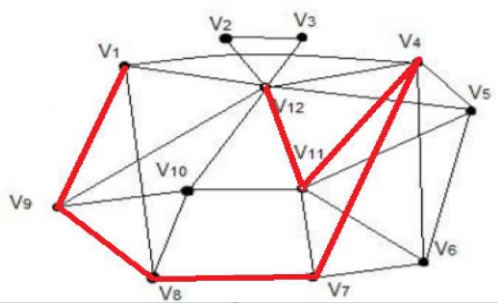
4



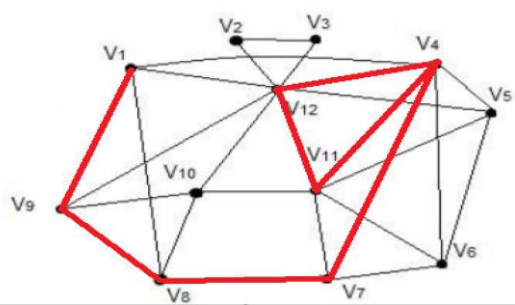
5



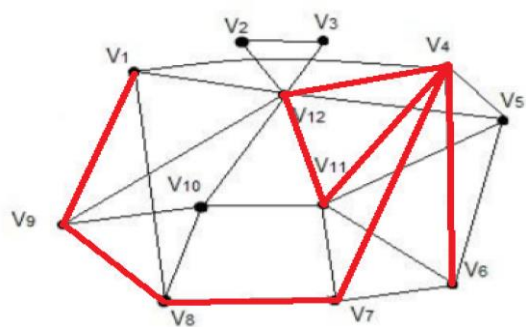
6



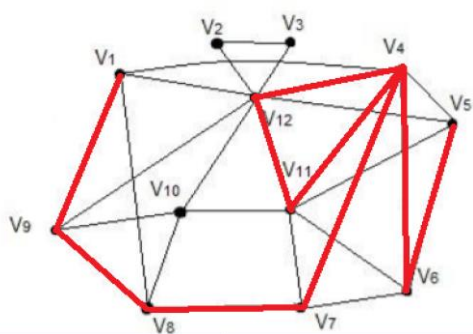
7



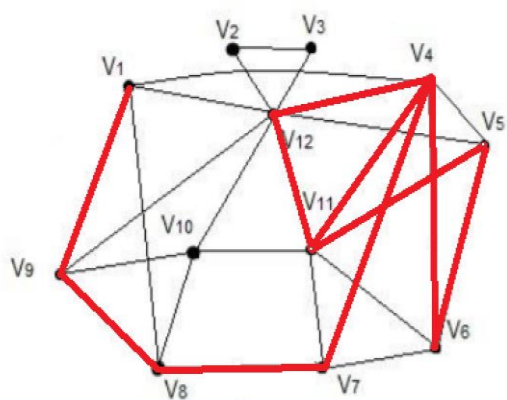
8



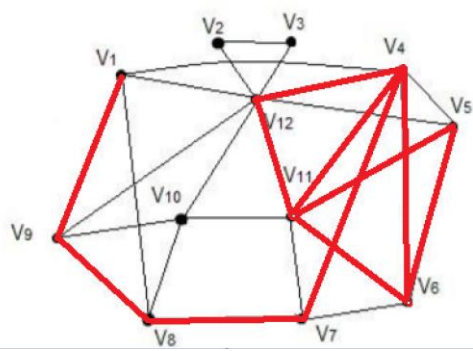
9



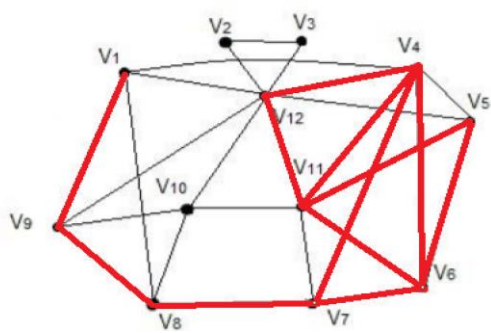
10



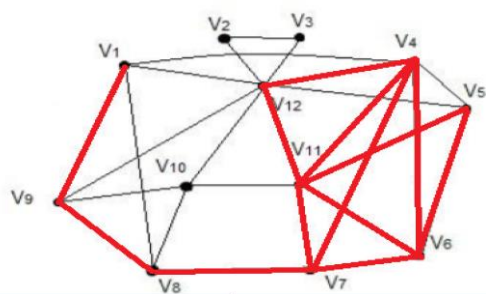
11



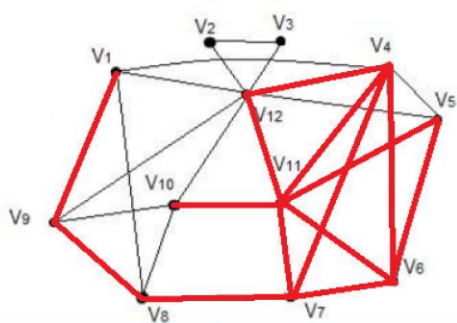
12



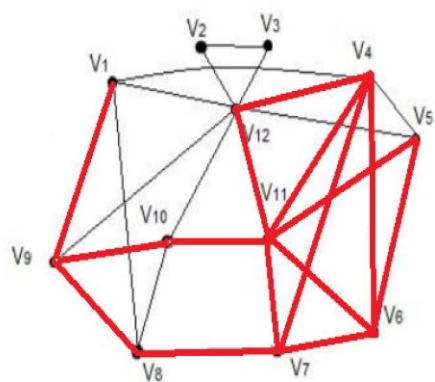
13



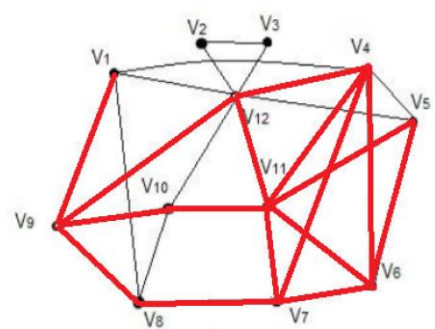
14



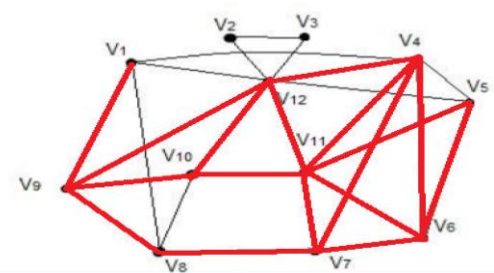
15



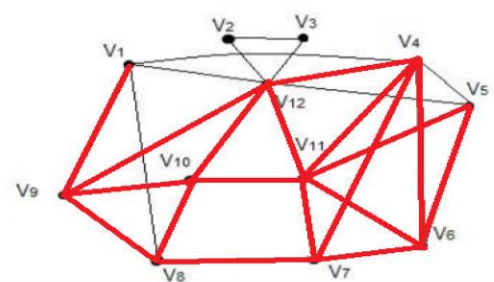
16



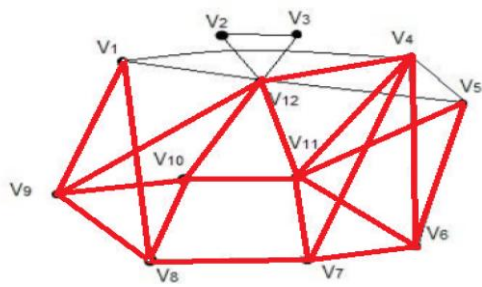
17



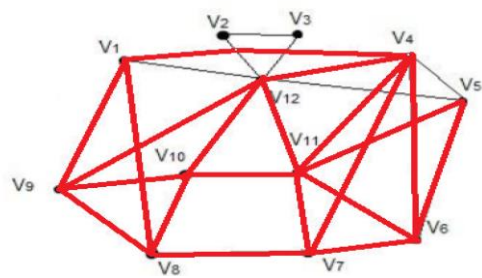
18



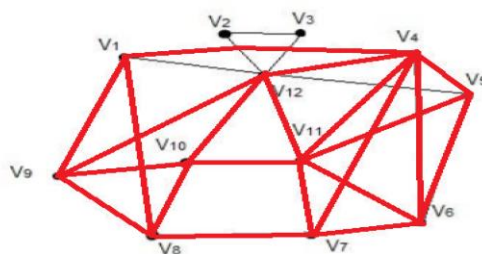
19



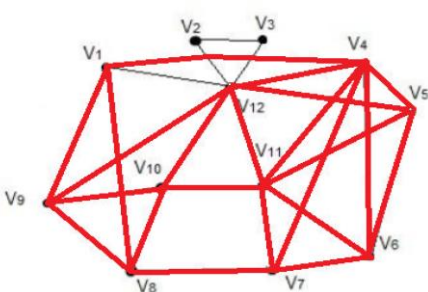
20



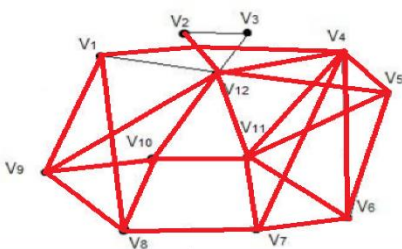
21



22



23



```

1  #include<iostream>
2  #include<vector>
3  #define v 12
4  using namespace std;
5  int matrix[v][v] = {
6      {0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,0},
7      {0,0,1,0,0,0,1,0,1,0,1,0},
8      {0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1},
9      {0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0},
10     {0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,1},
11     {0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0},
12     {0,1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1},
13     {1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0},
14     {0,1,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0},
15     {1,0,1,0,0,0,0,0,1,0,1,0},
16     {0,1,0,0,0,0,0,1,0,1,0,1},
17     {0,0,1,0,1,0,1,0,0,0,1,0}
18 };
19 int temp[v][v];
20 int findstartvr() {
21     for (int i = 0; i < v; i++) {
22         int stp = 0;
23         for (int j = 0; j < v; j++) {
24             if (temp[i][j])
25                 stp++;
26         }
27         if (stp % 2 != 0)
28             return i;
29     }
30     return 0;
31 }
32 bool most(int u, int vr) {
33     int stp = 0;
34     for (int i = 0; i < v; i++)
35         if (temp[vr][i])

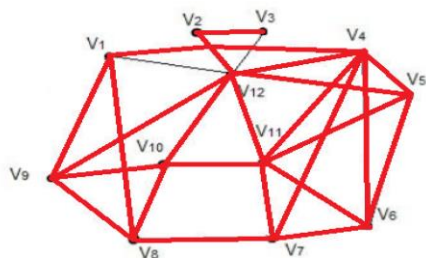
```

```

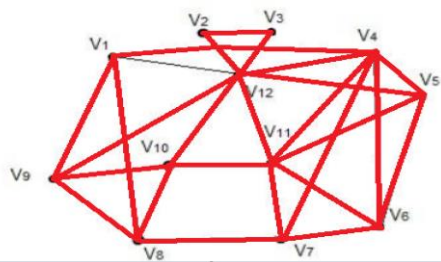
34     for (int i = 0; i < v; i++)
35         if (temp[vr][i])
36             stp++;
37     if (stp > 1) {
38         return false;
39     }
40     return true;
41 }
42 int edgecount() {
43     int counter = 0;

```

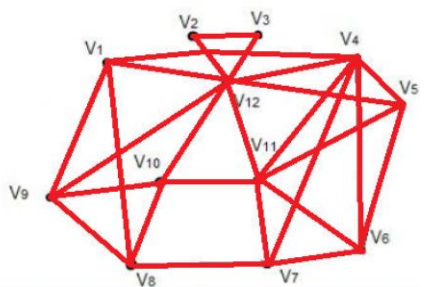
24



25

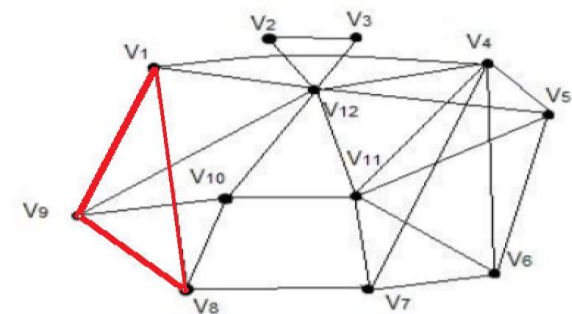


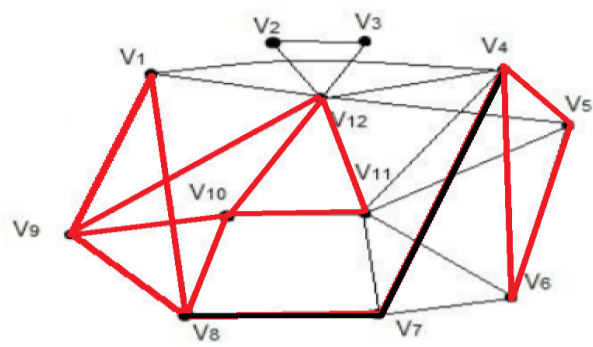
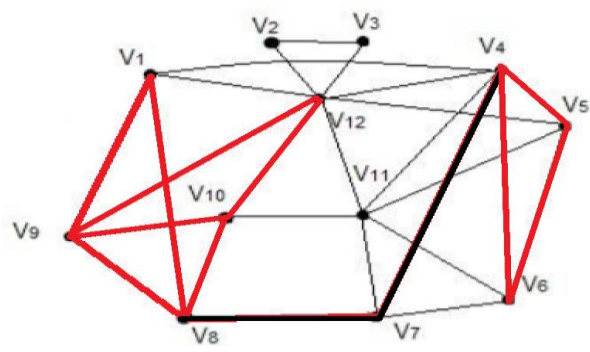
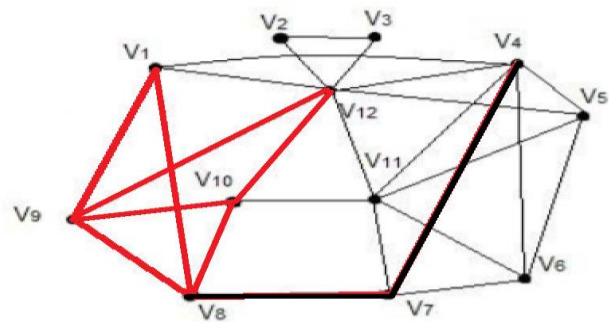
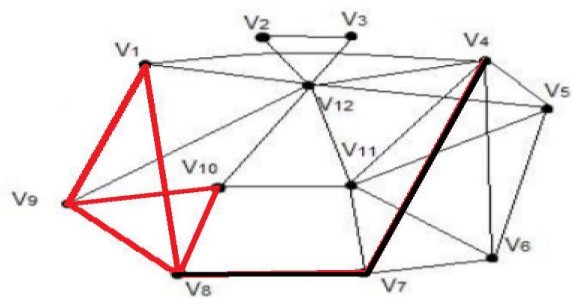
26

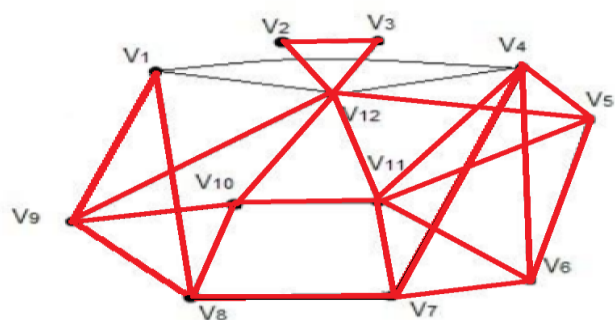
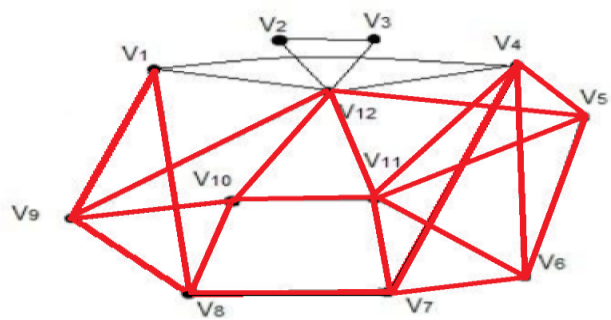
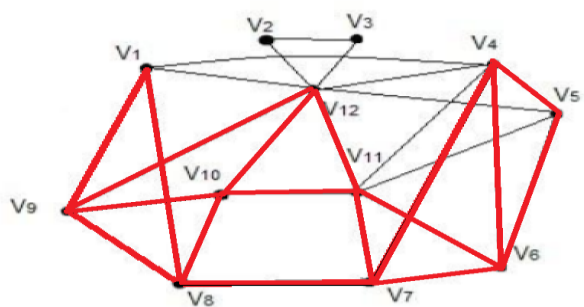


1->9->8->7->4->11->12->4->6->5->11->6->7->11->10->9->12->10->8->1->4->5->12->2->3->12->1

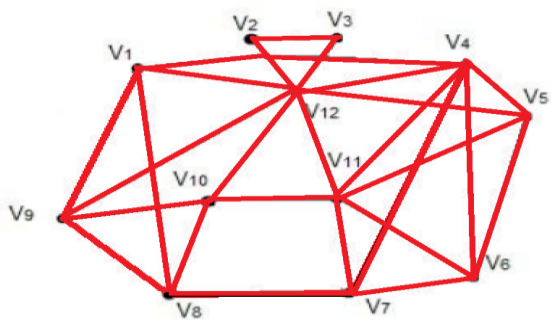
метод елементарних циклів:







Знайдено всі елементарні цикли, ось результат їх поєднання:




```

#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
vector<int> Vcon;
int Inf = 999;
bool check(vector<int> V, int pork) {
    for (auto i = V.begin(); i != V.end(); i++) {
        if (*i == pork) return false;
    }
    return true;
}
void Find(vector<int>* V, int** arr, int n, int pos, int start_pork) {
    for (int i = pos, k = 0; k < 1; i++, k++) {
        for (int j = 0; j < n; j++)
            if (arr[i][j] == 1 && check(*V, j)) {
                if (j == start_pork && (*V).size() > 2) {
                    if (Inf > V->size()) {
                        Vcon.clear();
                        Vcon.push_back(start_pork + 1);
                        for (auto it = (*V).begin(); it != (*V).end(); it++)
                            Vcon.push_back(*it + 1);
                        Vcon.push_back(start_pork + 1);
                        Inf = V->size();
                        break;
                    }
                }
                else {
                    (*V).push_back(j);
                    Find(V, arr, n, j, start_pork);
                }
            }
    }
    if (V->size() != 0)
        V->pop_back();
}
int main() {
    int n;
    cout << "Enter number of porks: ";
    cin >> n;
    int** arr = new int* [n];

```

```

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        arr[i] = new int[n];
    }
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            cin >> arr[i][j];
        }
    }
    vector<int> V;
    vector<int> WAS;
    cout << endl;
    int count, p, q, sum;
    count = 1;
    for (p = 0; p < n; p++)
    {
        sum = 0;
        for (q = 0; q < n; q++)
        {
            sum += arr[p][q];
        }
        if (sum % 2) count = 0;
    }
    cout << endl;
    if (count) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            Inf = 999;
            Find(&V, arr, n, j, j);
            for (int i = 1; i <= Vcon.size(); i++) {
                cout << Vcon[i - 1] << " ";
            }
            cout << endl;
            Vcon.clear();
        }
    }
    else
        cout << "tikai z sela\n";
    cout << endl;
    return 0;
}

```

Enter number of porks: 12

```
0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1
0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1
0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0
0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1
0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 1
0 0 0 1 1 1 1 0 0 1 0 1
1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0
```

```
1 4 5 12 1
```

```
4 1 8 7 4
5 4 1 12 5
6 4 5 11 6
7 4 1 8 7
8 1 4 7 8
9 1 4 12 9
10 8 1 9 10
11 4 1 12 11
12 1 4 5 12
```

Завдання №9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

$$8. (y \cdot x \cdot \bar{y}) \vee x \vee (y \cdot x \cdot \bar{x})$$

Скорочена ДНФ (англ. Reduced disjunctive normal form) - форма запису функції, що володіє наступними властивостями:

- 1) будь-які два доданки відрізняються як мінімум в двох позиціях,
- 2) жоден з Кон'юнктив не міститься в іншому.

Отже,

- 1. $(y * (-y)) = 0$;
- 2. $-(x * (-x)) = 1$;
- 3. $y * 1 = y$;

- $4.x*0=0;$
- $5.0 \vee x \vee y=x \vee y;$
Відповідь : $x \vee y;$