
Table of Contents

Introducción

Matemáticas y las TIC	1.1
-----------------------	-----

Redes sociales y blogs

Twitter	2.1
Blogs	2.2
Edmodo	2.3
Khan Academy	2.4
Más herramientas sociales	2.5

Algunas herramientas

Hojas de cálculo como cuaderno del profesor	3.1
Escribir matemáticas	3.2

Geogebra

Breve introducción a Geogebra	4.1
Personalización del entorno	4.2
Geogebra en clase	4.3
Utilización didáctica de Geogebra	4.4
Integración con otras herramientas	4.5
Más Geogebra	4.6

Otros recursos para enseñanza-aprendizaje

La hoja de cálculo	5.1
Manipulables virtuales	5.2
Desmos	5.3
Videojuegos	5.4
Scratch	5.5
Dispositivos móviles	5.6
Algunos enlaces	5.7

A modo de conclusión

Esto es solo el principio	6.1
Créditos	6.2

Matemáticas y las TIC

¿De qué va esto y qué puedo esperar de este curso?

Hay quien sigue llamando *nuevas tecnologías* a las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), teniendo en cuenta que los primeros ordenadores personales surgieron ya en la década de los 60 y que a finales de los años 80 se popularizaron espectacularmente, esa connotación de novedad ha perdido algo de fuerza. En este curso hablaremos, por tanto, de **TIC** (ICT en el mundo anglosajón) para referirnos de forma general a redes de telecomunicaciones, terminales electrónicos (ordenadores, tabletas, teléfonos móviles, etc.) y servicios o aplicaciones (por ejemplo, las redes sociales).

Últimamente se emplea el acrónimo **TAC** (Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento) para referirse a esas tecnologías, cuando se usan para promover un aprendizaje significativo. En lo que sigue, y por simplificar, hemos dividido los contenidos en dos grandes apartados que aluden un poco a esta separación entre TIC y TAC. Por un lado, esas tecnologías que usamos, o podemos usar, en el día a día como profesores y que nos facilitan ciertas tareas, pero que no inciden en la forma en que aprenden nuestro alumnado. Y por otro lado, las TIC en clase de matemáticas hace referencia a aquellos servicios y aplicaciones TIC que sí que afectan, o están en condiciones de afectar de forma positiva, a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Usos de las TIC en educación

En el día a día

Tal y como están las cosas, hablar de TIC es hablar de redes sociales. Como docentes, nos pueden interesar, al menos, dos cosas. Por un lado, recurrir a ellas como fuente de información o intercambio de experiencias. Aquí es donde entra, por ejemplo, el uso profesional de Twitter o los blogs personales. Por otro lado, las redes sociales proporcionan un soporte excelente para el apoyo al aprendizaje. Tenemos el ejemplo de Edmodo o de Google Classroom, aunque no son las únicas opciones.

Las TIC se pueden emplear para realizar ciertas tareas cotidianas de forma más eficiente o cómoda. Ejemplo de ello es llevar en una hoja de cálculo el registro de las calificaciones de las tareas y exámenes, así como de las observaciones y demás instrumentos de evaluación. Y quien dice hoja de cálculo, dice cuaderno digital del profesor, porque las opciones son tan variadas que cada cual puede optar por la que mejor se adapte a sus necesidades.

Como profesores de matemáticas, también nos vemos en la obligación de escribir matemáticas en dispositivos electrónicos. Más que nada, porque preparar exámenes o ejercicios a mano queda muy mal hoy en día. Por eso, algo que trabajaremos en este curso son los diferentes sistemas que podemos utilizar.

En clase de matemáticas

Sin embargo, lo realmente interesante, desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, no es que este tipo de recursos sirvan para motivar a los alumnos (cosa que, por otro lado, también es deseable), sino que promuevan tareas que, *cognitivamente*, sean distintas de las que se puedan hacer con otros medios. Geogebra es un claro ejemplo de ello, y por eso le dedicamos un lugar central. Además, hay otras herramientas con claro potencial didáctico, que también trataremos, como la hoja de cálculo, Scratch o aplicaciones específicas para dispositivos móviles.

Aviso para navegantes

Es imposible tratar en un curso de 40 horas todo lo relacionado con las matemáticas y las TIC. Además, se ha tratado de incluir herramientas válidas tanto para docentes de **primaria** como de **secundaria**. Algo que pudiera parecer tan simple como la hoja de cálculo, ha dado lugar a tesis doctorales e investigaciones en profundidad. No hablemos ya de Geogebra, que daría para uno o dos cursos aparte de este, de Desmos o de Scratch (este último lo planteamos como optativo, teniendo un fantástico curso en Catedu para profundizar).

En definitiva, la intención de este curso no es otra que la de servir de puerta de entrada. Es decir, mostrar alguna de las cosas que pueden hacerse y despertar la curiosidad y las ganas de hacer algo nuevo y que puede influir en nuestro día a día como profesores. Y, lo que más importa, en el aprendizaje de nuestros alumnos.

Twitter

Hay muchas redes sociales. El siguiente gráfico que hemos preparado intenta sintetizar las más importantes:



Vamos a fijarnos ahora en la red social del pajarito, [Twitter](#), que es, realmente, un servicio de [microblogging](#), donde los usuarios comparten mensajes de 140 caracteres como máximo.

¿Por qué Twitter en un curso de Matemáticas con TIC?

Los profesores de todos los niveles, incluidos los de matemáticas, forman un grupo de usuarios bastante activo en Twitter. Activo y heterogéneo, porque encontramos de todo. Desde maestros y profesores que comparten la última actividad que les ha funcionado especialmente bien (o especialmente mal) en su aula hasta compañeros que reflexionan sobre algún tema de actualidad (en educación matemática), pasando por la divulgación de recursos y muchas otras cosas más. Algunos usuarios bastante activos relacionados con nuestro gremio son, por ejemplo, [@ClaraGrima](#), [@edusadeci](#), [@McLennan1977](#) o [@SimonGregg](#). Basta echar un vistazo a su TimeLine para ver de qué va la cosa.

Twitter en 8 puntos

Espera, espera, que en esta última frase han aparecido la arroba y una palabra especial... Y sí, Internet tiene su propia jerga. Twitter usa una terminología peculiar. Vayamos por partes:

- Un tweet es un mensaje. Ya sabemos, no más de 140 caracteres, pero se pueden adjuntar imágenes, gifs o vídeos.
- Cada usuario tiene un nombre o nick, que es el que define su perfil. Su página principal, por así decirlo. Cuando queremos nombrar a un usuario en un tweet, utilizamos la arroba (@). El mismo editor de Twitter nos completará el nombre, con mayor facilidad si está entre nuestra lista de seguidores.
- Se pueden mandar mensajes privados entre usuarios que se siguen mutuamente.
- La almohadilla (#) sirve para definir un *hashtag*, una etiqueta que, idealmente, sintetiza el tema del mensaje. Esto facilita la búsqueda de todos los mensajes que nos interesan en un momento dado. Por ejemplo, el hashtag del curso es:

#matemaTIC_catedu

- Si has escuchado la expresión *trending topic* alguna vez, es precisamente un hashtag especialmente popular. Muchos mensajes en un intervalo de tiempo relativamente corto, mucha gente reenviando esos mensajes, etc.
- Retweets. Cuando vemos un tweet interesante que queremos compartir con nuestros seguidores, lo podemos *retuitear*.
- Likes o me gusta. El símbolo del corazoncito sirve, normalmente, para indicar que estamos de acuerdo con esa opinión, o que nos ha hecho gracia ese tweet. Ciertos usuarios utilizan los retweet y los likes para plantear encuestas. Por ejemplo, dale a retweet si eres más de académicas y a like si eres de aplicadas.
- TimeLine (TL). El chorro de mensajes de todas las personas a las que sigues y lo que aparece, por defecto, cuando entras en Twitter con tu cuenta. Igualmente, si entras en el perfil de alguien, podrás ver su TL particular.
- Listas. En cuanto sigues más de 100 cuentas, tu TL se puede convertir en lo más cercano al caos que eres capaz de imaginar. Las listas están para ayudarte a organizar eso. Por ejemplo, puedes tener una lista solo con profes de matemáticas que, efectivamente, publican cosas de matemáticas que te resultan interesantes. Otra para cuentas relacionadas con las TIC/TAC, otra para noticias de tu ciudad...

¿A qué esperas?

Para empezar a utilizar Twitter basta con registrarse en www.twitter.com:



Nos pedirá nuestro nombre, un mail o un teléfono y una contraseña. En el siguiente paso es cuando se elige el nombre de usuario `@minick`.

Twitter en modo avanzado

Para gestionar las listas y aprovechar Twitter al máximo, no podemos dejar de recomendar [TweetDeck](#). Es una herramienta que nos permitirá manejar varias cuentas a la vez y tener todo bien organizadito en columnas en la pestaña de un navegador. Existen apps similares para dispositivos móviles. Además, no solo permite la gestión de listas, sino que podremos programar mensajes, seguir «conversaciones», participar en eventos, etc., sin perdernos nada de lo que ocurre.

@leonidasarjona realizó un [breve vídeo](#) donde resume muy bien todo lo que se puede hacer con esto.



Your browser can't play this video.
[Learn more](#)

Los blogs

Podríamos pensar que los blogs andan en decadencia respecto a las redes sociales, como Facebook o Twitter. Es cierto que hay menos bloggers, puesto que hace unos años, los blogs eran el sitio donde se compartían multitud de chistes, contenidos recopilados, etc. Ahora, toda esa actividad loca de compartir todo lo que nos llega tiene lugar por otras vías, como Twitter, Facebook o Pinterest. Y los blogs son el reducto de los curadores de contenidos que aportan algo, de los bloggers reflexivos y de los creadores de contenidos. Sí, luego toda esta comunidad recurre a las redes sociales para compartir su contenido. Pero su cuartel central es el blog. Y a los docentes nos vienen muy bien.

Los blogs personales

Muchos docentes disponen de un blog para, entre otras cosas, abrir una ventana a su aula, compartir experiencias, organizar recursos didácticos o dejar materiales para su alumnado. El mero hecho de escribir sobre lo que hacemos ya invita a la reflexión sobre nuestra propia práctica, de manera que tener un blog (y actualizarlo regularmente) puede ser un detonante para ello.

Los blogs de aula

La idea básica la expresa fantásticamente Sorando (2012). En sus propias palabras, la cosa es que *;la clase sigue en casa!*, y los objetivos son:

- Dejar constancia del desarrollo diario de la clase y de sus actividades, facilitando los repasos en casa, el control paterno y el seguimiento por alumnos ausentes por enfermedad.
- Estimular la responsabilidad, participación y cuidado de aspectos formales por parte de los alumnos, ante el compromiso de presentar artículos a sus compañeros.
- Dar cauce al interés de algunos alumnos (*;son más de los que pensamos!*) ávidos por conocer más allá de lo que en clase se ofrece.
- Presentar variados recursos (aplicaciones interactivas, videos, fotos, artículos, humor, canciones, etc.) cuando hay dificultades para encajarlos en la clase por limitaciones de infraestructuras, organización escolar o dinámica del grupo.
- Fomentar la capacidad de resolver problemas y, como culminación del proceso, la participación en los concursos matemáticos que cada año se ofrecen (Olimpiada Matemática, Fotografía Matemática, Canguro Matemático y Rally Matemático sin Fronteras, en nuestro caso).
- Contribuir a la creación de una cultura de grupo, con el intercambio de propuestas, ideas y opiniones entre compañeros; valorando siempre positivamente a quien ofrece algo a los demás.
- Adiestrar la “mirada matemática” de los alumnos, mostrándoles la presencia matemática en su mundo próximo.
- Construir en la práctica un vínculo positivo con el conocimiento que excede las obligaciones pautadas.

Los blogs como herramienta permitían cumplir con estos objetivos perfectamente. Entre sus características cabe mencionar la existencia de plataformas gratuitas, la baja dependencia de la tecnología (sencillez de uso), estructura de diario y posibilidades de interacción (comentarios, múltiples autores), etc. Los resultados del proyecto de Sorando son más que llamativos y desde aquí recomendamos una visita a sus [blogs de aula](#).

MATEMÁTICAS ELAIOS 1ºESO A Y B

BLOG DE AULA - IES ELAIOS DE ZARAGOZA (ESPAÑA) - CURSO 2009/10

LUNES, 31 DE MAYO DE 2010

Diario de clase: 1º A y B

Escribe Julia (1º A):

Hoy en clase lo primero que hemos hecho ha sido corregir los ejercicios que nos mandó el último día: Pág 229 - 1, 2 ; Pág 236 - 38 y 39

Después de corregir, el profesor nos ha preguntado la teoría que mandó estudiar: Pág 222 y 223. Luego nos ha explicado la nueva teoría de la máquina de sorando y ha corregido algunos de los

Curso 2009-10



Ahora bien, también es cierto que la tecnología cambia. Y lo hace rápido. Actualmente existen otros recursos con las que abordar las premisas de Sorando. Aunque para gustos, colores, en este módulo introduciremos una de estas herramientas, Edmodo, en este sentido.

Las plataformas más empleadas: Blogger y Wordpress

Ahora viene la parte práctica. Hay diversas opciones para montar un blog y aquí no vamos a listar todas. Si disponemos de un servidor propio o de un servicio de alojamiento online, podemos descargarnos alguna de las plataformas de código abierto disponibles por ahí y ponerla a funcionar (por ejemplo, [Ghost](#)). Pero si no queremos cacharrear y nos queremos centrar directamente en el contenido, nada más fácil que acudir a [Blogger](#) o a [Wordpress](#) (de hecho, el [software de Wordpress](#) es abierto y también se puede descargar para hacerlo funcionar en un servidor). Ambas son gratuitas, debiendo pagar únicamente en Wordpress para funcionalidades específicas.

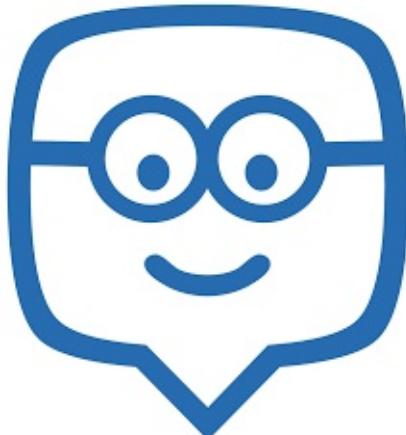
En el curso nos centraremos en Blogger, aunque, realmente, los pasos a seguir serían muy similares para Wordpress.

Para saber más (referencias)

Alonso, R. (2009). Día a día con las Matemáticas: un blog de aula. *Aula de innovación educativa*, 16(181), 55-58.

Sorando, J. M. (2012). [Blog de aula: la clase sigue en casa](#). *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 31, 139-151.

Edmodo, ¿una red social para el aula?



Disponer de una red social para nuestros alumnos nos va a permitir varias cosas. Todo depende de cómo y para qué lo usemos. Y Edmodo es lo que se autodefine como una red social educativa. De hecho, recuerda mucho a Facebook (hasta en los colores que han elegido). No es sorprendente que algún alumno señale esta semejanza la primera vez que lo presentas en una clase («¡Anda, si es como Facebook!»). En realidad, Edmodo se engloba dentro de las herramientas que permiten el *blended learning* o aprendizaje semipresencial. Como decía Sorando en sus blogs, ¡la clase sigue en casa!

¿Por qué Edmodo y no otra cosa?

Edmodo es una aplicación gratuita, por lo menos, de momento. Hay extras, como quitar la publicidad, que requieren el pago de una cuota, pero si no molestan, tampoco es necesario.

A los profesores nos gusta que todo esté muy bien estructurado y organizado, que los foros estén clasificados con hilos, etc. Además, es habitual que hayamos participado en algún curso en línea, y lo normal es que esté en una plataforma basada en código libre que se llama Moodle. Así que pensamos que una buena opción para utilizar con nuestro alumnado es Moodle. Y Moodle está bien, es software libre y ofrece un montón de posibilidades. Quizá demasiadas si lo que queremos hacer es:

- Disponer de un canal de comunicación ágil con nuestros alumnos con el que además se puedan compartir documentos.
- Asignar tareas.
- Programar eventos en el calendario, como fechas de exámenes, entregas, actividades, etc.
- Mensajería con padres y alumnos.
- Poner calificaciones.

Permisos

Debemos ser cuidadosos con la utilización de herramientas que implican la recogida de información personal, fotografías, etc. Edmodo está pensada desde un principio para el ámbito educativo. Tanto es así, que ni siquiera es obligatorio tener una cuenta de correo para registrarse como estudiante. Evidentemente, utilizar la cuenta de correo permite un mejor seguimiento, ya que así los alumnos reciben correos con avisos de lo que ocurre en la clase virtual. En cualquier caso, debemos contar con la autorización de los padres si nuestros alumnos son menores de cierta edad.

Debemos atenernos a dos marcos legislativos, como bien indica [J.J. de Haro](#), y que ahora vamos a resumir teniendo en mente la utilización de Edmodo:

- Por un lado, tenemos los términos del servicio. Edmodo indica que es necesario contar con el consentimiento de los padres o tutores legales de los menores de 13 años de edad para utilizar el servicio. De lo contrario, si advierten que un menor está usando la plataforma sin ese consentimiento, proceden a borrar los datos.

- Por otro lado está la legislación española, en la forma del [Real Decreto 1720/2007, de 21 de diciembre](#) y la [Ley de la Propiedad Intelectual](#). El RD 1720/2007 nos dice que los datos personales de los alumnos de 14 o más años pueden ser gestionados por ellos mismos. Sin embargo, la publicación de trabajos por parte de los alumnos, se atiene a la Ley de Propiedad Intelectual, que no especifica una edad concreta, siendo por tanto necesaria la autorización de los padres si el alumno es menor de 18 años. Como Edmodo es una red privada y la exposición de trabajos en su seno es similar a colgar murales en clase o en el centro educativo, en principio sólo sería obligado pedir autorización cuando los alumnos tuvieran menos de 14 años. Pero si te quieras curar en salud, es recomendable pedirla también para menores de 18 años.

En resumen, que para utilizar Edmodo con nuestros alumnos en España:

- Obligatorio pedir autorización si son menores de 14 años.
- Recomendable si son menores de 18 años.

Desde este [enlace](#), podemos descargar un modelo de carta de autorización para usar Edmodo. Tampoco estaría de más echar un vistazo a la [Guía para centros educativos](#) de la Agencia Española de Protección de Datos.

Funcionalidad básica

Crear una clase y añadir alumnos

Acto seguido, nos salta una ventanita con instrucciones sobre cómo hemos de añadir alumnos.



Lo más importante es ese código que aparece, aunque también nos genera un [pdf personalizado con las instrucciones](#), por si queremos utilizarlo directamente. Sin embargo, el código es todo lo que necesitan los alumnos para «matricularse» en tu clase recién creada. Algo muy habitual es, sencillamente, mostrar la clase recién creada con el proyector o escribir ese código en la pizarra de clase.

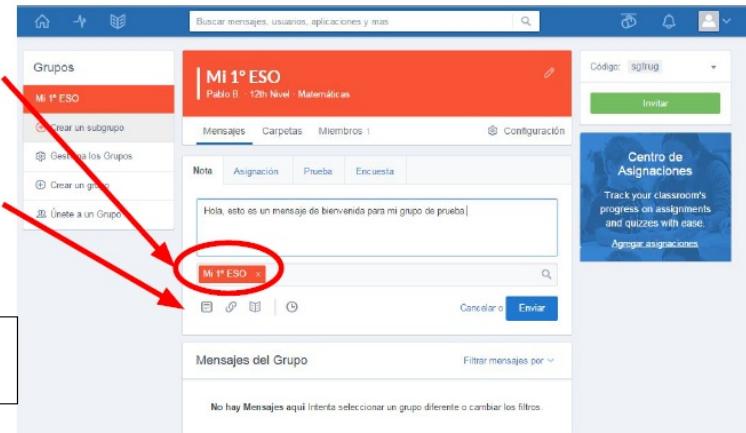
Enviar mensajes, mandar tareas, encuestas...

Lo primero que ve una persona cuando accede a una clase de Edmodo es algo similar a un muro de Facebook. Es decir, una línea temporal con los últimos mensajes que se han ido mandando. El profesor decide si, en cada momento, hay un mensaje fijo que aparece siempre el primero, o no. Podría ser el caso, por ejemplo, de un recordatorio sobre una actividad extraescolar, o sobre la entrega de un trabajo importante.

Destinatarios: a todo un grupo, a los padres de un grupo o a un solo alumno.

Se puede adjuntar un archivo, un enlace o incluso programar el mensaje para que se publique a una hora determinada.

No hay mensajería privada entre estudiantes.



Compartir documentos

Podemos tener todos los materiales que utilizamos normalmente de forma organizada en carpetas. Posteriormente, ya en el menú de un grupo particular, podemos seleccionar qué carpeta queremos compartir con dicho grupo. Es más, en ese momento podemos crear una nueva.

Cosas que comparto con este grupo

Mandar tareas, pruebas o proponer encuestas

Destinatario(s)

Vincular Google Drive a la biblioteca

Si tenemos muchos materiales organizados en Google Drive, tenemos la opción de vincular la cuenta de Google Drive a nuestra cuenta de Edmodo.

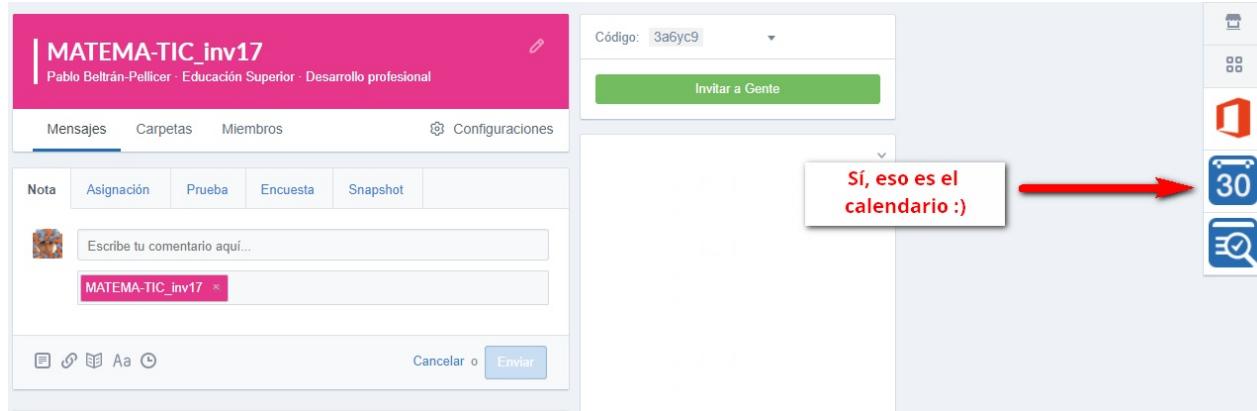
Para ello:

- Entramos en la «biblioteca», haciendo click en el ícono de la barra de herramientas superior.
- Seleccionamos Google Drive. en el panel izquierdo.
- Le damos a «Conectar con Google Drive» y seguimos los pasos. Básicamente, nos pedirá nuestra cuenta de google.

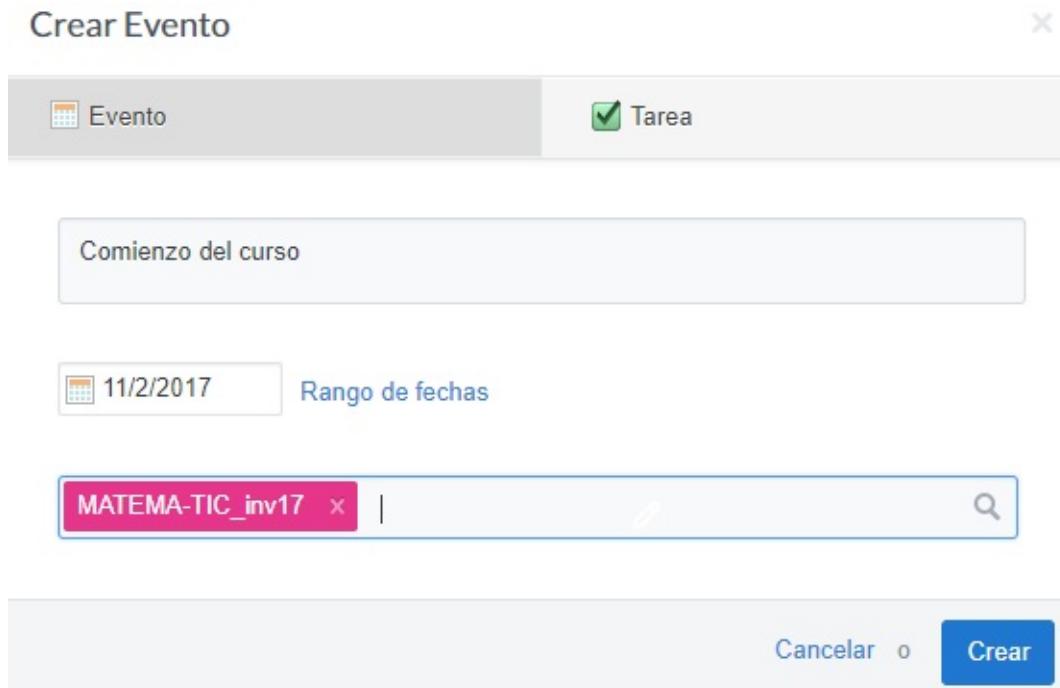
Conviene observar que los archivos en la sección «Google Drive» aparecen ordenados por la última fecha de modificación, en primer lugar los más recientes.

Programar eventos

Para acceder al calendario pincharemos en el ícono del calendario.



Es posible crear un evento directamente en el calendario, pinchando en el día elegido (ojo que las fechas las formatean en plan anglosajón, primero el mes y luego el día):



Aunque si hubiésemos asignado alguna tarea con fecha de entrega, también la veríamos en el calendario con el color del grupo o correspondiente:

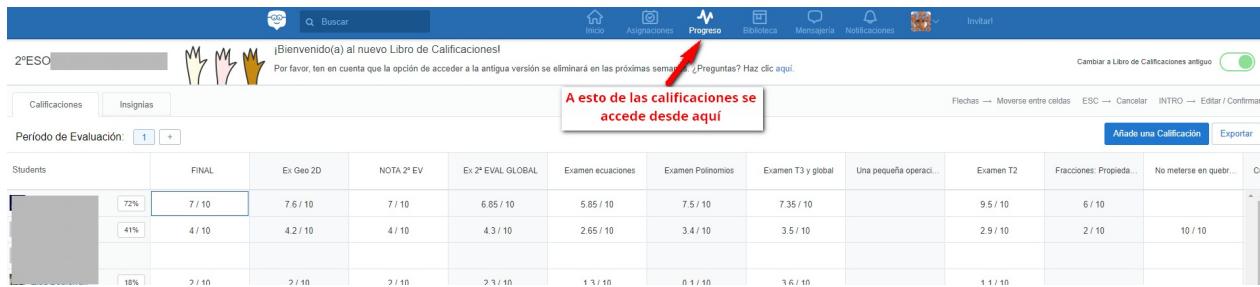
Planificador todos 

Semana Mes Noviembre 1 - Noviembre 5 Hoy < >

MIÉRCOLES NOVIEMBRE 1, 2017	JUEVES NOVIEMBRE 2, 2017	VIERNES NOVIEMBRE 3, 2017	SÁBADO NOVIEMBRE 4, 2017	DOMINGO NOVIEMBRE 5, 2017
	 Comienzo del curso  MATEMA-TIC_inv17			
ALGÚN DÍA			PRÓXIMAMENTE	
<div style="background-color: #f0f0f0; padding: 10px; text-align: center;"> Nueva asignación <small>...que planeas completar en el futuro</small> </div>				

Calificar

En Edmodo podemos llevar un registro de las notas de los alumnos. Nosotros, como profesores, podremos ver -obviamente- las calificaciones de todos los alumnos, añadir nuevas calificaciones, etc. Sin embargo, cada alumno solamente podrá ver las suyas y, cada padre, madre o tutor, solamente podrá ver las de su hijo.



The screenshot shows the Edmodo Gradebook interface for a class named "2ºESO". The top navigation bar includes links for Home, Announcements, Progress, Library, Messages, Notifications, and Invite. A message at the top says "¡Bienvenido(a) al nuevo Libro de Calificaciones! Por favor, ten en cuenta que la opción de acceder a la antigua versión se eliminará en las próximas semanas. Preguntas? Haz clic aquí." There is a switch to "Cambiar a Libro de Calificaciones antiguo". The main area displays student grades in a grid format. A red arrow points to a button labeled "A esto de las calificaciones se accede desde aquí". Below the grid, there are buttons for "Añade una Calificación" and "Exportar".

Escribir matemáticas

Los profesores de matemáticas debemos de ser muy especiales. Como ya hemos visto, muchas aplicaciones ofimáticas se olvidan de que existimos y de que necesitamos escribir símbolos «extraños» de vez en cuando. Así, resulta gratificante cuando GitBook y su empleo de markdown nos facilitan insertar cosas como:

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

sin más que escribir `e^{i x} = \cos x + i \sin x` entre signos de dólar.

Edmodo nos da dos opciones para escribir matemáticas. Por un lado, nos sugiere que, para símbolos matemáticos simples, utilicemos www.typeit.org y después hagamos un copy-paste de los símbolos en Edmodo. Pero nosotros vamos a recomendar el segundo método. Y es que Edmodo permite utilizar la sintaxis de LaTeX. Para incluir una ecuación en una Nota (mensaje) de Edmodo, simplemente rodea la anotación en LaTeX con `[math] ... [/math]`. Esto generará una imagen de la ecuación en cuestión que se mostrará en el mensaje.

Ejemplos extraídos de la página de soporte de Edmodo:

$\frac{1}{2}$	$\left[\text{math} \right] \backslash \frac{1}{2} \left[/ \text{math} \right]$
$1 \neq 2$	$\left[\text{math} \right] 1 \backslash \neq 2 \left[/ \text{math} \right]$
$x \leq 8$	$\left[\text{math} \right] x \backslash \leq 8 \left[/ \text{math} \right]$
$x \geq -3$	$\left[\text{math} \right] x \backslash \geq -3 \left[/ \text{math} \right]$
$2 \cdot 3$	$\left[\text{math} \right] 2 \backslash \cdot 3 \left[/ \text{math} \right]$
2×3	$\left[\text{math} \right] 2 \backslash \times 3 \left[/ \text{math} \right]$
$3 \div 5$	$\left[\text{math} \right] 3 \backslash \div 5 \left[/ \text{math} \right]$
$x \pm 3$	$\left[\text{math} \right] x \backslash \pm 3 \left[/ \text{math} \right]$
x^2	$\left[\text{math} \right] x^2 \left[/ \text{math} \right]$
x_i	$\left[\text{math} \right] x_i \left[/ \text{math} \right]$
x_n^4	$\left[\text{math} \right] x_n^4 \left[/ \text{math} \right] \text{ or } \left[\text{math} \right] x^4_n \left[/ \text{math} \right]$
$\sqrt{2}$	$\left[\text{math} \right] \backslash \sqrt{2} \left[/ \text{math} \right]$
$\sqrt[3]{4+a}$	$\left[\text{math} \right] \backslash \sqrt[3]{4+a} \left[/ \text{math} \right]$
$ x+1 $	$\left[\text{math} \right] \backslash \left x+1 \right \left[/ \text{math} \right]$
$\bullet P$	$\left[\text{math} \right] \backslash \bullet P \left[/ \text{math} \right]$
$\angle ABC$	$\left[\text{math} \right] \backslash \angle ABC \left[/ \text{math} \right]$
$\angle 1 \cong \angle 2$	$\left[\text{math} \right] \backslash \angle 1 \backslash \cong \backslash \angle 2 \left[/ \text{math} \right]$
$m\angle ABC = 15^\circ$	$\left[\text{math} \right] m\backslash \angle \{ABC\} = 15^\circ \left[/ \text{math} \right]$

Una página donde se puede practicar fácilmente esto de escribir ecuaciones y expresiones matemáticas en LaTeX es [Codecogs](#), pues nos permite ir introduciendo cada elemento desde un menú de iconos.

Por otro lado, debemos decir que Edmodo acepta también markdown.

Ayuda para Formato de Texto



Resultado	Formato
Negrita	**este texto estará en negrita**
Cursiva	<i>*este texto estará en cursiva*</i>
• Lista	* Este
• Elementos	* será * Una Lista

Para saber más (referencias)

- Beltrán-Pellicer, P. (2015). [Modelo de carta de autorización para emplear Edmodo](#). Disponible en www.tierradenumeros.com
- Ufi de Alcañiz. [Manual/curso de Edmodo](#).

Khan Academy

Crear una clase

Lo primero será crear una clase. El procedimiento es muy similar al de Edmodo.

X Agregar una clase

- 1. Nombre de la clase**
2. Agrega tema
3. Agregar estudiantes

- Ingresá el nombre de tu clase

Nombre de la clase 0 / 50

Ej: Grupo de 1.o de Sra. Smith

- Importar clase de Google Classroom

Cada clase tiene asignado un código, al estilo de Edmodo.

1. pruebapablo
2. Matemáticas elementales
- 3. Agregar estudiantes**



Agregá estudiantes al hacerlos que se dirijan a khanacademy.org/coaches y teclea en:

8U739KES

[Imprime estas instrucciones](#)

O bien agrega estudiantes con uno de los siguientes métodos adicionales:

- Importar de Google Classroom
- Envía una invitación por correo electrónico
- Crea una cuenta de Khan Academy para ellos (recomendado para estudiantes de menos de 13 años)

Los estudiantes, lo que verán es

Pablo Prueba [Elige un nombre de usuario](#)

[Agrega tu información personal](#)
[Agrega tu ubicación](#)

Inicio Perfil Medallas Progreso Discusión Proyectos Tutores

Los tutores tienen acceso a toda tu información de Khan Academy.

Tu identificación como estudiante e

Join a class (arrow pointing here)

Enter a class code or your teacher's email address:
Code (EK3ST7QU) or email (teacher@example.com) [Únete a la clase](#)

Agrega un tutor

Enter your coach's email address:
Email (yourcoach@example.com) [Agrega un tutor](#)

¿Quieres ser tutor de estudiantes o de tus hijos?

Abre el menú "Pablo Prueba" arriba a la derecha y da clic en "Agregar estudiantes" o "Agregar hijos" para empezar.

Asignar tareas

KhanAcademy permite asignar vídeos educativos y tareas a cada clase o, incluso, a nivel individual. Los vídeos están perfectamente clasificados según los estándares empleados en Estados Unidos.

Mensajería

De momento, Khan Academy no tiene un módulo de mensajería que facilite la comunicación con el alumnado o las familias.

Más herramientas sociales

Cualquier cosa que escribamos sobre el tema, corre riesgo de quedarse obsoleta en menos de un año. Lo que hoy puede estar de moda y ser tendencia, en unos pocos meses puede verse superado por otras alternativas y quedarse obsoleto. Como docentes, tenemos que asumirlo, y superarlo.

Otras opciones para el blended learning

Para gustos, colores. Aquí van diferentes opciones.

- [Google Classroom](#). La apuesta de Google por esto del blended learning. Han tomado nota de lo que funciona (por ejemplo, de Edmodo) y es una gran opción.
- [Schoology](#). Similar a Edmodo, pero un poquito más estructurada.
- [Moodle](#). Software libre. Se puede instalar en un servidor o, si eres profe en Aragón, solicitar espacio a [Catedu](#).
- [Khan Academy](#). Permite asignar tareas a los alumnos, pero carece, por el momento, de mensajería. Lo veremos en la siguiente sección.

Para saber más (referencias)

Curso de Catedu: [Redes sociales en educación](#)

Hojas de cálculo como cuaderno del profesor

Hay cuadernos del profesor que casi podrían tildarse de obras de arte. Al finalizar el curso, contienen toda la información relativa a los diferentes grupos, de forma organizada, con fotos de los alumnos, anotaciones... El papel tiene su encanto y aquí no lo vamos a negar. Ahora bien, también es verdad que no deja de ser un gasto que es asumido unas veces por los centros educativos y, otras veces, por los propios profesores. Además, el uso de un cuaderno físico presenta dos desventajas claras frente a opciones virtuales:

- El uso del papel hace necesario tirar de calculadora para calcular medias y notas finales.
- Si pierdo el cuaderno... ¿qué pasa?



Siendo de matemáticas, y siendo la hoja de cálculo uno de los recursos utilizados en la enseñanza de las matemáticas, creemos que una forma de introducir este elemento en el curso es echar un vistazo a algún tipo de cuaderno del profesor sobre este soporte. Existen en la red multitud de cuadernos del profesor realizados en hoja de cálculo (tanto en Excel, Drive como LibreOffice) y que sustituyen al tradicional cuaderno de papel.

A modo de ejemplo:

- Es interesante el realizado en Excel por Antonio J. Calvillo, compatible con LibreOffice, en cuya página podemos descargarlo (<http://www.musikawa.es/cuaderno-del-profesor-en-excel-muy-facil-manual-musikawa>)
- [Cuaderno virtual del profesor, en Google Drive](#), de Jaume Feliu. El cuaderno virtual del profesor es un libro de cálculo que intenta sustituir la libreta de notas que los profesores siempre hemos utilizado para ir tomando nota del aprendizaje de los alumnos.

Otros cuadernos digitales del profesor

No será porque no haya opciones. Dejamos aquí alguna como referencia.

Android

- [Cuaderno del Profesor/a](#), de Fran Meneu.
- [Cuaderno del Profesor Additio](#)

iOS

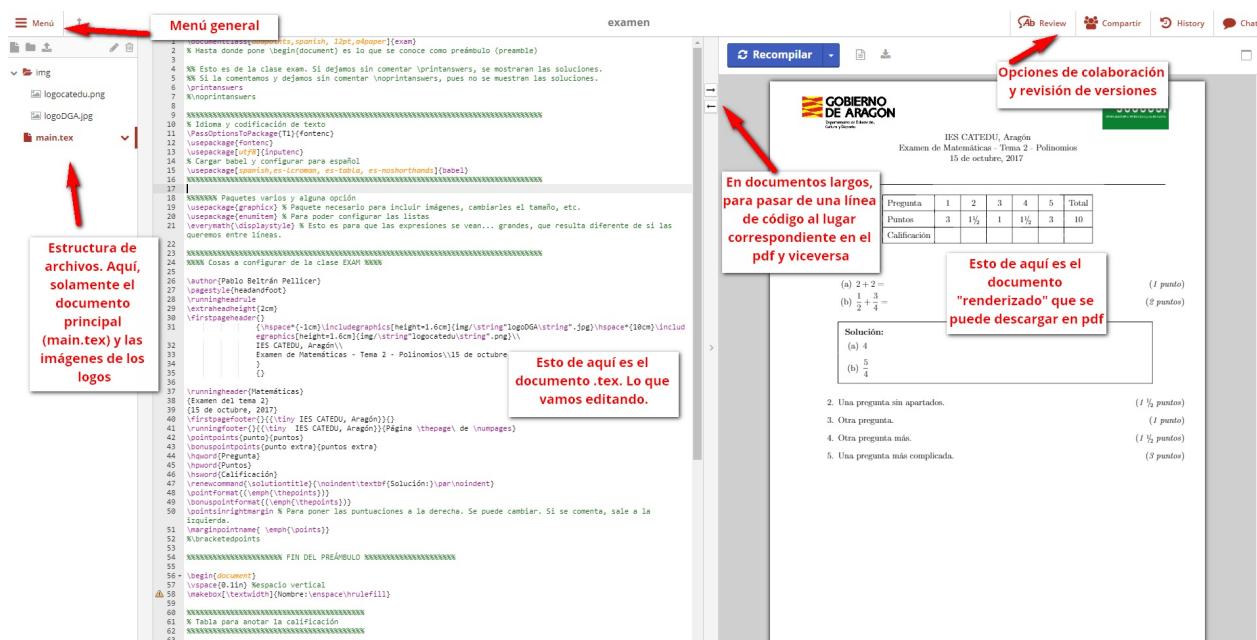
- [iDoceo](#)

Escribir matemáticas

LaTeX

LaTeX es algo que genera sentimientos encontrados. Hay gente que lo ama y gente que lo odia. Pero su sintaxis para escribir expresiones matemáticas es muy, pero que muy cómoda. No vamos aquí a aprender los entresijos más avanzados, sino que vamos a centrar nuestra atención en utilizar un editor online con una plantilla para hacer exámenes. De esta manera, conoceremos la estructura de un documento de LaTeX a la vez que nos hacemos con algo que podemos utilizar mañana mismo en el colegio o en el instituto.

Utilizaremos el estupendo editor en línea OverLeaf (antiguo ShareLaTeX), a partir de la [plantilla para examen](#) con la clase `exam` que hemos hecho pública para este curso (ese regalo que se lleva el lector). Comentemos rápidamente sobre una captura qué es lo que nos vamos a encontrar en la interfaz de OverLeaf, que sería muy similar si usamos editores offline, salvo las opciones de colaboración (entre los que podemos recomendar [Texmaker](#) o [TexStudio](#)).



Si nos fijamos en la plantilla, que exponemos un poco más abajo (aunque se puede ver directamente en OverLeaf), veremos que un documento simple de LaTeX se divide en:

- Preámbulo
- Cuerpo del documento

La primera línea del preámbulo siempre es la definición de la clase de documento `\documentclass[addpoints, spanish, 12pt, a4paper]{exam}` y llega hasta donde pone `\begin{document}`, que es donde comienza el cuerpo. En el preámbulo se configuran aspectos tales como el idioma, lo que se quiere que aparezca en las cabeceras y pies de página, etc. y donde se incluyen paquetes adicionales si queremos hacer alguna birgüería. Hay algunos paquetes que siempre los pondremos en nuestro preámbulo, como `graphicx` para poder incluir imágenes y redimensionarlas.

La plantilla está comentada (cuando se escribe en una línea `%`, todo lo que viene después es un comentario que no se renderiza), de forma que se explica la estructura y lo que se va haciendo.

```
\documentclass[addpoints, spanish, 12pt, a4paper]{exam}
% Hasta donde pone \begin{document} es lo que se conoce como preámbulo (preamble)

% Esto es de la clase exam. Si dejamos sin comentar \printanswers, se mostrarán las soluciones.
% Si la comentamos y dejamos sin comentar \noprintanswers, pues no se muestran las soluciones.
\printanswers
\noprintanswers
```

```
%%%%%% Idioma y codificación de texto
% Idioma y codificación de texto
\PassOptionsToPackage{T1}{fontenc}
\usepackage{fontenc}
\usepackage[utf8]{inputenc}
% Cargar babel y configurar para español
\usepackage[spanish,es-lcroman, es-tabla, es-noshorthands]{babel}
%%%%% Paquetes varios y alguna opción
%usepackage{graphicx} % Paquete necesario para incluir imágenes, cambiarles el tamaño, etc.
%usepackage{enumitem} % Para poder configurar las listas
%everymath{\displaystyle} % Esto es para que las expresiones se vean... grandes, que resulta diferente de si las queremos entr e líneas.

%%%%% Cosas a configurar de la clase EXAM %%%
\author{Pablo Beltrán Pellicer}
\pagestyle{headandfoot}
\runningheadrule
\xtraheadheight{2cm}
\firstpageheader{%
    \hspace{-1cm}\includegraphics[height=1.6cm]{img/string/logoDGAstring.jpg}\hspace{10cm}\includegraphics[height=1.6cm]{img/string/logocatedustring.png} \\
    IES CATEDU, Aragón\\
    Examen de Matemáticas - Tema 2 - Polinomios\15 de octubre, 2017
}
\runningheader{Matemáticas}
\Examen{tema 2}{15 de octubre, 2017}
\firstpagefooter{\tiny IES CATEDU, Aragón}{}%
\runningfooter{\tiny IES CATEDU, Aragón}{Página \thepage\ de \numpages}
\pointpoints{punto}{puntos}
\bonuspointpoints{punto extra}{puntos extra}
\hword{Pregunta}
\hword{Puntos}
\hword{Calificación}
\renewcommand{\solutiontitle}{\noindent\textrbf{Solución:}}\par\noindent
\pointformat{(\emph{\thepoints})}
\bonuspointformat{(\emph{\thepoints})}
\pointsinrightmargin % Para poner las puntuaciones a la derecha. Se puede cambiar. Si se comenta, sale a la izquierda.
\marginpointname{ \emph{\points}}
%\bracketedpoints

%%%%% FIN DEL PREÁMBULO %%%%
\begin{document}
\vspace{0.1in} %espacio vertical
\makebox[\textwidth]{Nombre:\enspace\hrulefill}

%%%%% Tabla para anotar la calificación %%%%
\begin{center}
\resizebox{\textwidth}{!}{\gradetable[h][questions]} % Esto es por si la tabla sale muy grande, para ajustarla al ancho
\gradetable[h][questions]
\end{center}
\vspace{0.1in} % Espacio vertical

\begin{questions} % Comenzamos con las preguntas del examen
% Entre corchetes se pone la puntuación de cada una, y luego el enunciado. Para pasar de linea, simplemente pondremos //
%Pregunta con apartados
\question Calcula:
\begin{parts}
\part[1] $2+2=$
\part[2] $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=$



```

```
\end{parts}
\begin{solution} % Aquí ponemos la solución, es opcional.
\begin{parts}
\part $4$
\part $\frac{5}{4}$
\end{parts}
\end{solution}

\question[1 \half] Una pregunta sin apartados.
\question[1] Otra pregunta.
\question[1 \half] Otra pregunta más.
\question[3] Una pregunta más complicada.

\end{questions}

\end{document}
```

Utilizando la plantilla con OverLeaf

La forma más sencilla de introducirse en LaTeX, que además nos puede venir bien como docentes para elaborar exámenes o tareas, es a través de un editor online como OverLeaf. En primer lugar, nos creamos una cuenta en www.overleaf.com. Después, tenemos dos métodos:

Método 1

1. Abrir el enlace de la plantilla:
2. Esta plantilla no se puede modificar directamente (sería un jaleo en este caso, pero muy útil si estamos elaborando un documento de LaTeX compartido entre varios compañeros). Por lo tanto, hay que hacer una copia:

The screenshot shows the Overleaf project interface. On the left, there's a sidebar with options like 'Download' (Source, PDF), 'Actions' (Copy Project, Word Count, Sync, Dropbox, Mendeley), and 'Settings' (Spell check, Auto-complete). The main area is the 'Source' tab of a LaTeX document. The code includes comments in Spanish explaining the document class, encoding, and package loading. A red arrow points to the 'Copy Project' button in the sidebar.

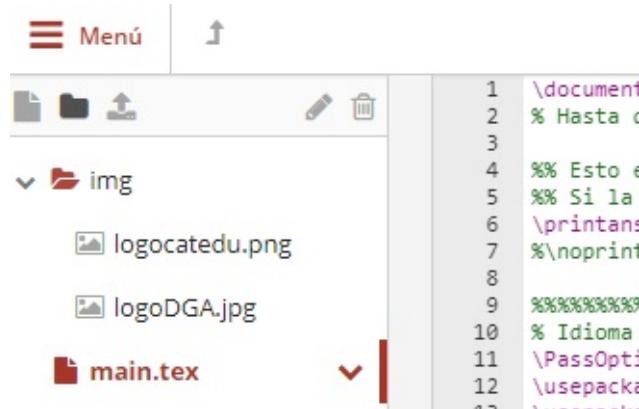
```
\documentclass[addpoints,spanish, 12pt,a4paper]{exam}
% Hasta donde pone \begin{document} es lo que
% Esto es de la clase exam. Si dejamos si
% Si la comentamos y dejamos sin comentar
\printanswers
%\nonprintanswers

%%%%% Idioma y codificación de texto
\PassOptionsToPackage{T1}{fontenc}
\usepackage{fontenc}
\usepackage[utf8]{inputenc}
% Cargar babel y configurar para español
\usepackage[spanish,es-lcroman, es-tabla,
%%%%% Paquetes varios y alguna opción
\usepackage{graphicx} % Paquete necesario
\usepackage{enumitem} % Para poder configurar los tipos de lista
\usepackage{amsmath} % Matemáticas y más matemáticas
\everymath{\displaystyle} % Esto es para que las ecuaciones se muestren entre líneas.
```

- Elegimos el nombre que queramos y ya lo tendremos disponible en nuestros proyectos y podremos modificarlo a nuestro antojo.

Método 2

- Bajar la plantilla (<https://www.overleaf.com/project/59e28be7b1ea802c6058f481>), desde el menú de la izquierda. Descargar-> Fuente. Se bajará un archivo zip comprimido. Lo descomprimimos y veremos un fichero `main.tex` y un directorio `/img` con las imágenes de los logos.
- Crear una cuenta en <https://www.overleaf.com> (es gratuito). Realmente, con este método podría emplearse cualquier editor/compilador de LaTeX.
- Crear un nuevo proyecto y subir los archivos de la plantilla. Es decir, el `main.tex` (que reemplaza al creado por defecto) y las imágenes en su carpeta `/img`.
- Modificar la plantilla al gusto de cada uno. Por ejemplo, añadiendo las preguntas de examen y sus soluciones, o cambiando los logos por los de tu instituto. Con esto último, debemos andar con atención, ya que si cambiamos los ficheros, también tendremos que cambiar los nombres de los mismos dentro de la plantilla.



LaTeX en MS Word

Sigue teniendo su cosa escribir matemáticas en MS Word, pero allá vamos.

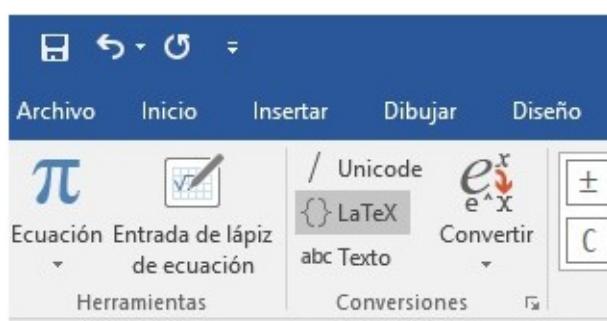
LATEX



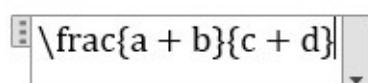
Aproximadamente desde verano de 2017, ya se pueden escribir [ecuaciones en la sintaxis de LaTeX en documentos de MS Word](#). Para Powerpoint hay una triquiñuela, pero no hemos conseguido hacerla funcionar con el paquete de idioma español, así que lo dejaremos para otro momento y vamos a centrarnos ahora en lo que funciona desde la versión de Office 1707 (Build 8326.2058). Y esto es una novedad, a la que tampoco se le ha dado mucha publicidad, pero para la que existía una potencial comunidad de usuarios que la esperaban como agua de mayo. Facilita enormemente, por ejemplo, el copy-paste de fórmulas de otros sitios. Además, la sintaxis de LaTeX puede parecer extraña al principio, pero es bastante más eficaz para escribir ecuaciones y fórmulas que el seleccionado manual con el ratón a través de múltiples menús.

Cómo funciona

1- Insertar ecuación y seleccionar modo $\{\} \text{LaTeX}$



2- En el cuadro de la ecuación, escribir (o pegar) en sintaxis LaTeX la expresión que deseemos. Por ejemplo: $\frac{a+b}{c+d}$



3- Para ir alternando habrá que darle a "Convertir". Si convertimos a "Profesional", veremos el resultado:

$$\frac{a+b}{c+d}$$

4- Mientras que si convertimos a "Lineal", volveremos a ver la expresión LaTeX que hay detrás de ese renderizado, pudiendo modificarla de nuevo.

Cosas interesantes

Si copiamos una fórmula de estas y pegamos en otra aplicación (editor de LaTeX o un simple notepad), lo que aparecerá será la expresión LaTeX. Maravilloso. Aunque sería todavía mejor si Word permitiese entrar en el modo ecuación tecleando algún comando especial tipo `\[`. Todo llegaría, supongo. Y otra cosa que tampoco está habilitada en el editor de ecuaciones en modo LaTeX es el empleo de tags como `\begin{equation}` o `\end{equation}`.

Y limitaciones

A día de hoy (octubre de 2017), y con la última versión posible de Word, nos encontramos con situaciones un poco marcianas. Son situaciones que recuerdan a esos vídeos de YouTube en los que cogen una canción en inglés, la traducen con Google Translate a otros idiomas y luego de vuelta al inglés. Y el resultado, bueno, el resultado os lo podéis [imaginar](#).

El minimalismo al rescate

Y en lo que a escritura se refiere, tiene nombre propio: [markdown](#). De hecho, este libro está hecho con Gitbook, que sigue ese sistema. En lo que a matemáticas se refiere, se puede escribir esto de aquí:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

sin más que escribir esto otro entre signos de dólar:

```
e=\lim_{n\rightarrow\infty} \left( 1+\frac{1}{n} \right)^n
```

Si es la primera vez que ves la sintaxis de LaTeX para expresiones matemáticas, te puede sonar raro. Pero enseguida te habitúas. Y respecto a la sintaxis de markdown, resulta tan simple que pronto te ves escribiendo palabras entre dos asteriscos para activar la **negrita**.

```
**negrita**
```

Hay un buen puñado de editores de markdown. En el fondo, basta con un editor de texto plano, como el bloc de notas de toda la vida o el magnífico [Notepad++](#). Pero es que no hace falta. Los editores especializados en Markdown te permiten ver directamente el resultado de lo que escribes. Por ejemplo, esta es la barra de Gitbook Editor que veo arriba del todo mientras escribo estas líneas:



¿Para qué más? Lo simple es bello. Y si quieres cambiar el estilo, también hay plantillas y formas de hacerlo. A continuación, vamos a ver un poquito en profundidad un editor que, aunque se encuentra en versión beta todavía, es increíble. Por simple. Se trata de [Typora](#).

Typora

typora

/* A TRULY MINIMAL MARK */

Descarga e instalación

En la página web de [Typora](#) podemos descargar el programita en cuestión. Si tenemos Windows o Mac se nos bajará un ejecutable, mientras que si tenemos Linux, en la página vienen las [instrucciones](#) para que se mantenga actualizado.

Aunque para exportar a `pdf` y `html` no hace falta, para poder disfrutar de todas las capacidades de exportación, hay que instalar pandoc.

Aspecto del entorno

Puede parecer simple, porque lo es. Observemos que todas las opciones son accesibles desde los menús (o con atajos de teclado) y que tampoco hay que estar tecleando en markdown (aunque acelera el asunto).



Como podemos ver, tenemos las opciones básicas de cualquier editor, pero con una pequeña diferencia.

Lo que vemos no es exactamente el documento para imprimir

Cuando usamos Typora, ocurre un poquito lo mismo que cuando utilizamos LaTeX. Lo que vemos por pantalla no es WYSIWYG (What You See Is What You Get, lo que ves es lo que obtienes). No es tan exagerado como LaTeX, pero hemos de ser conscientes de que el posicionamiento de los párrafos, el interlineado y demás opciones de formato irían aparte. Es decir, si queremos preparar un examen con preguntas para nuestros alumnos, por ejemplo, podemos optar por:

- Que cada pregunta sea un ítem de una lista numerada.
- Que cada pregunta comience por un título (heading), como «Pregunta 3»

El estilo por defecto es más que suficiente para empezar a probar este sistema. La filosofía de este tipo de sistema de escritura es que te permite centrarte en el contenido en lugar de en el formato.

Breve introducción a Geogebra

Una de las herramientas más utilizadas en niveles preuniversitarios es Geogebra (primaria incluida), cuya licencia para aplicaciones no comerciales es de tipo GNU GPL y se descarga gratuitamente. Además, se puede emplear directamente en línea. Geogebra se puede clasificar como software de geometría dinámica, en el que confluyen un procesador geométrico y otro algebraico y existe muchísima literatura al respecto, así como investigaciones y experiencias didácticas.

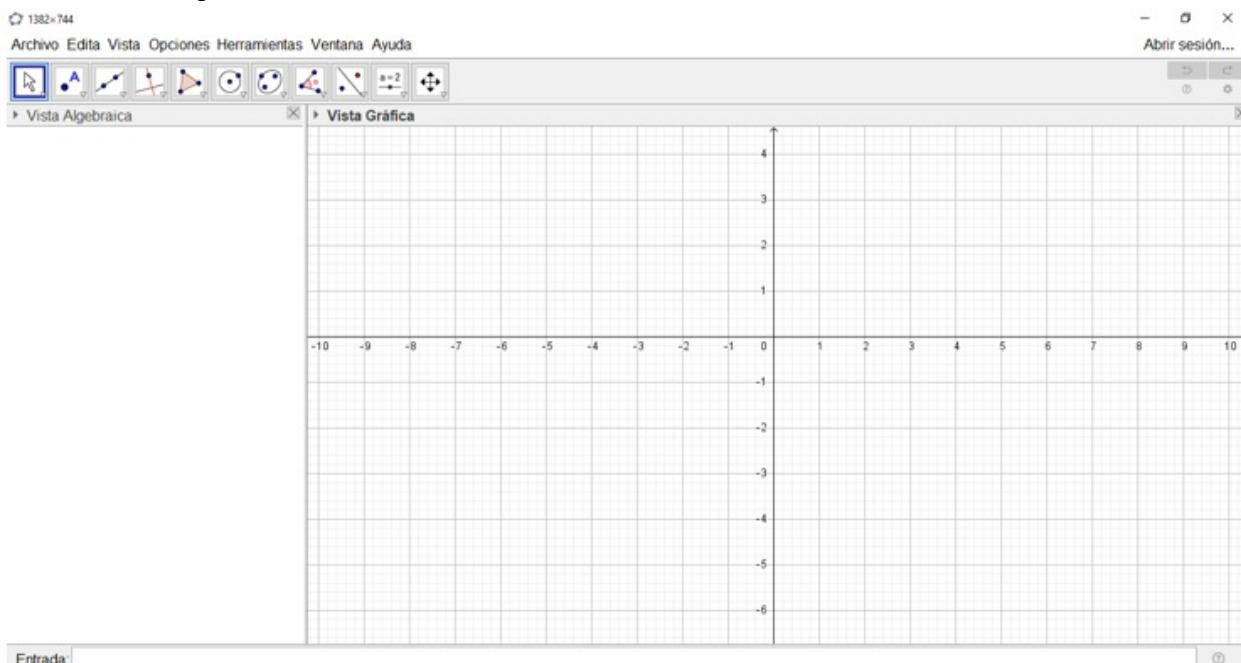
Antes de empezar con esta mini-introducción a Geogebra, es de recibo avisar de que si no le gusta al lector... hay otras. No hay más que asomarse a la [wiki oficial de Geogebra en español](#) o al [manual](#) y los [tutoriales](#) en inglés. Aquí haremos una introducción técnica, a la que añadiremos ejemplos de actividades.

Descarga e instalación

Aunque ya hemos dicho que no hace falta instalar nada, en este curso emplearemos la versión 5, disponible en la web de [descargas de Geogebra](#) donde pone «GeoGebra Classic 5». El hecho de no emplear la nueva versión 6, es que muchos materiales de ayuda que se pueden encontrar fácilmente, se refieren a la versión 5. Por otro lado, todo lo que mencionemos aquí es válido para la nueva versión, y además las construcciones y archivos correspondientes son compatibles. De hecho, existe cierto debate en los propios foros de Geogebra acerca de cuál de las dos versiones es mejor. La principal ventaja de la versión 6 es su adaptación a dispositivos móviles.

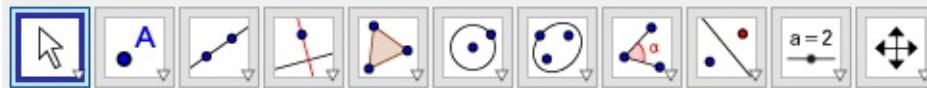
Filosofía

Si no hemos abierto nunca Geogebra, puede sorprendernos el minimalismo de la interfaz. Unos ejes cartesianos de referencia, un panel a la izquierda y un menú con «herramientas y comandos». Es posible que la primera vez que lo abrimos, se abra en modo «calculadora gráfica», por lo que para abrir la interfaz clásica tendremos que ir al menú. Por otro lado, una de las características de Geogebra es que es dinámico, y ofrece diversas «apariencias» (vistas, en versiones anteriores), que van en relación con el tipo de representación de los objetos matemáticos que intervienen. Por ejemplo, representación algebraica y gráfica. Esto significa que si modificamos un objeto en cualquier vista, su representación en las otras se actualiza automáticamente, siempre que sea posible. La apariencia que mostramos a continuación es la de graficación.



La filosofía fundamental de Geogebra es que en las diferentes vistas podremos introducir objetos matemáticos de dos tipos: libres (o independientes) y ligados (o dependientes). Todas las construcciones que hagamos sobre Geogebra dependen de esta distinción.

Herramientas



Las herramientas y comandos, por llamarlos de alguna manera (en el fondo, muchas de ellas son objetos matemáticos), se acceden desde la barra que está disponible en la parte superior de la pantalla. Cada uno de los iconos agrupa, a su vez, una serie de herramientas en un menú desplegable. Con ellas, se pueden realizar construcciones en la vista gráfica utilizando el ratón y, cada vez que introduzcamos un objeto nuevo (recta, circunferencia, etc.), las coordenadas o ecuaciones correspondientes se mostrarán en la vista algebraica.

Cabe observar que los diferentes objetos matemáticos también podemos introducirlos desde la barra de entrada, en la parte inferior, sin más que ingresando sus coordenadas o ecuaciones. Por otro lado, además de la vista gráfica y la algebraica, tenemos:

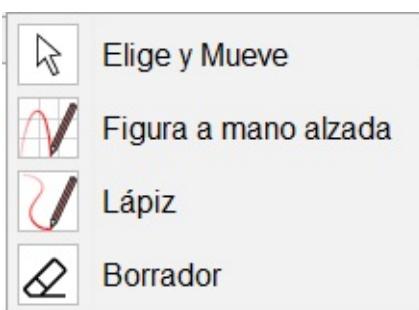
- Vista gráfica 3D.
- Vista CAS para utilizar el sistema de GeoGebra para cálculos simbólicos.
- Vista de hoja de cálculo para trabajar con datos y conceptos estadísticos.
- Calculadora de probabilidades, para calcular y representar gráficamente distribuciones de probabilidades

Pero detengámonos en la barra de herramientas geométricas para comentarla un poquito.

Elige y mueve, mano alzada

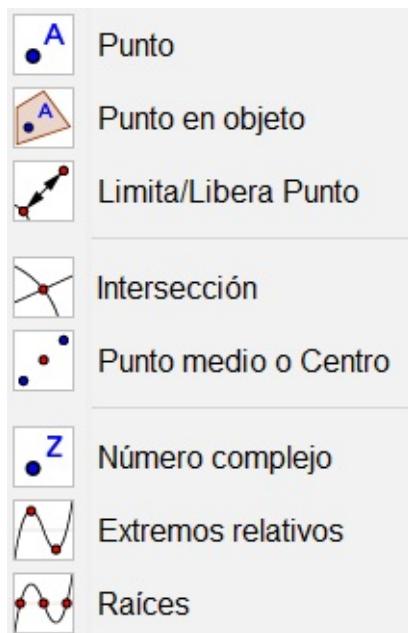
Desde el primer menú accedemos a la herramienta «Elige y mueve», que permite mover objetos sobre la representación gráfica. Es en este menú donde tenemos también las herramientas para hacer figuras (que bien pueden ser funciones) o bocetos, así como borrar.

Observaremos que la última herramienta que usemos es la que se queda por defecto hasta que empleemos otra.



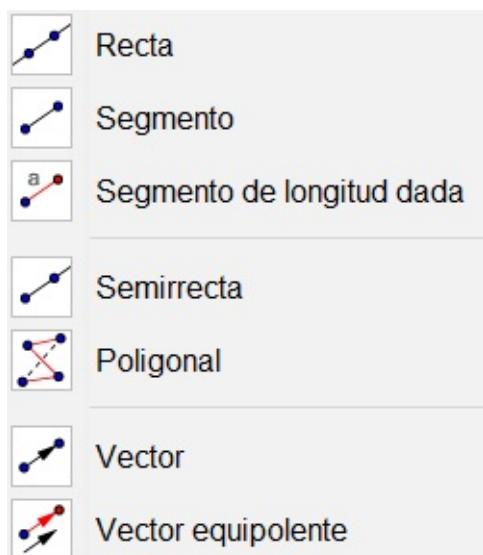
Puntos

En este menú se agrupan unas cuantas herramientas relacionadas con los puntos. Con la primera de ellas, «Punto», lo que crearemos es un punto «libre», que podremos desplazar a cualquier lugar. Sin embargo, utilizando las herramientas «punto en objeto», «intersección» o «punto medio o centro» crearemos un punto que cumple unas condiciones determinadas. En estos casos, si mantenemos el cursor encima de la herramienta, nos indica qué tipos de objetos debemos seleccionar para llevar a cabo la acción.



Rectas

En este menú nos encontramos con rectas, segmentos, semirrectas, etc.



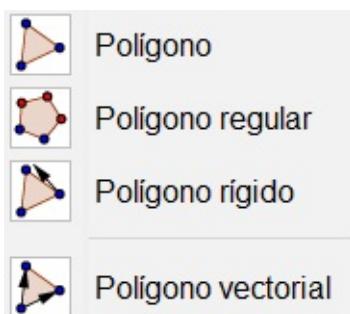
Rectas especiales

El menú que hemos llamado «rectas especiales» contiene herramientas para trazar perpendiculares, paralelas, mediatrixes, bisectrices, etc.



Polígonos

El menú de polígonos.



Circunferencias

El menú más «circular» de todos, para crear circunferencias, arcos y demás.

-  Circunferencia (centro, punto)
-  Circunferencia (centro, radio)
-  Compás
-  Circunferencia por tres puntos

-  Semicircunferencia
-  Arco de circunferencia
-  Arco Tres Puntos

-  Sector circular
-  Sector Tres Puntos

Cónicas

-  Elipse
-  Hipérbola
-  Parábola

-  Cónica por cinco puntos

Medida

Una primera aproximación al menú de medida son las herramientas que nos permiten medir ángulos, distancias y áreas. Esencial para trabajar la conjectura con Geogebra, porque nos muestra mucha información sobre la construcción realizada.

-  Ángulo
-  Ángulo dada su amplitud

-  Distancia o Longitud
-  Área
-  Pendiente

-  Lista
-  Relación
-  Analizador de funciones

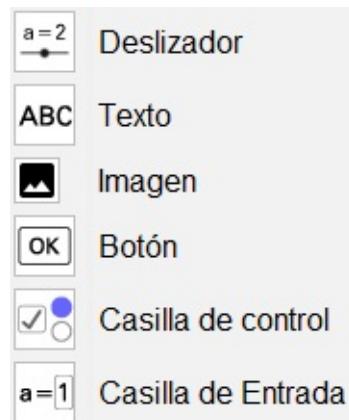
Transformaciones en el plano

Las transformaciones tales como las simetrías, traslaciones y homotecias las tenemos en este menú.



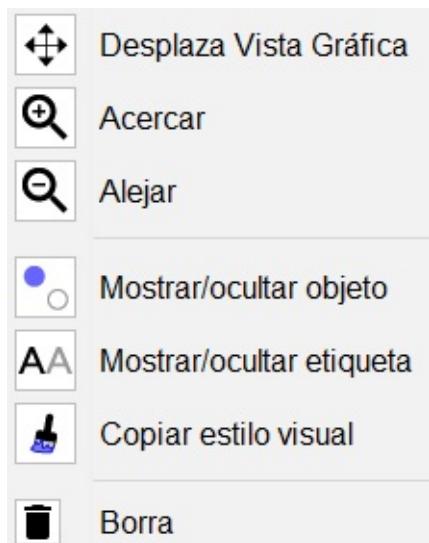
Controles

De cara a elaborar gifs o manipulables, las herramientas de control son fundamentales. El «deslizador», por ejemplo, es un número que podemos variar con el ratón (entre un mínimo y un máximo que podemos establecer), mientras que si queremos introducir libremente un número utilizaríamos la «casilla de entrada». Además, tenemos la posibilidad de añadir texto o imágenes, así como botones y casillas de control.



Apariencia o vista

Finalmente, tenemos un menú con el que controlar la vista en sí. Por ejemplo, qué objetos o etiquetas queremos mostrar, copiar el estilo (formato) visual o hacer zoom. No obstante, para hacer zoom es mucho mejor acostumbrarse a utilizar la tecla control mientras manejamos la rueda del ratón.

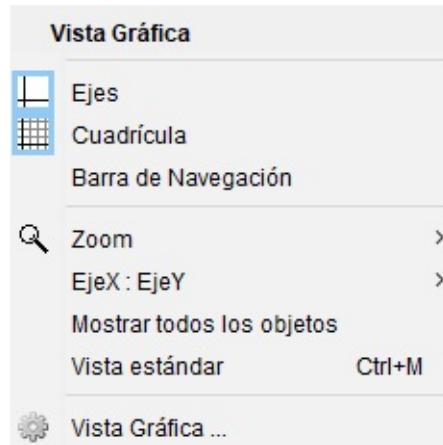


Personalización del entorno

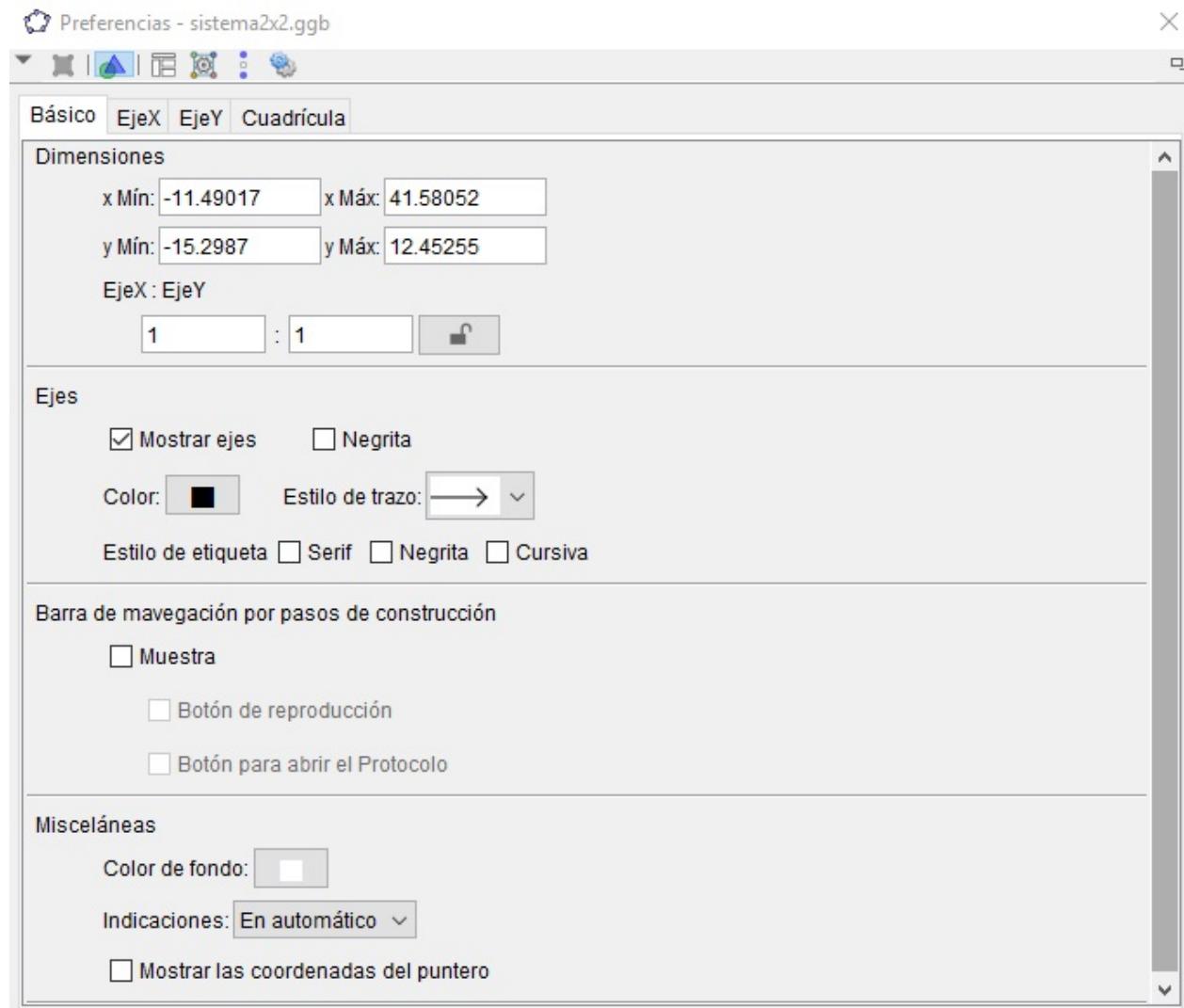
Es sencillo cambiar la apariencia de los objetos de Geogebra. Por ejemplo, que los puntos se vean más gordos. Igualmente, se pueden mostrar u ocultar los ejes, la cuadrícula y el color de fondo.

¿Cómo se personaliza?

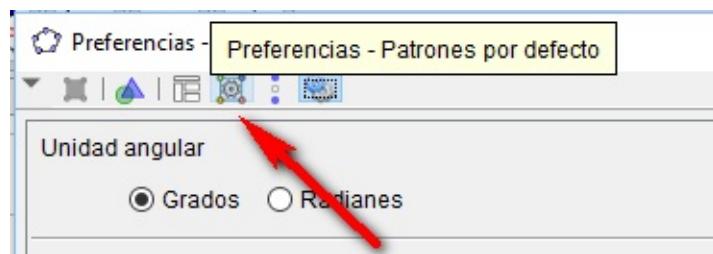
Los ejes y la cuadrícula en la vista gráfica se pueden mostrar y ocultar a voluntad, sin más que desplegando el menú con el botón derecho del ratón:



Además, si en dicho menú entramos en «Vista gráfica...» podremos elegir el color de fondo, entre otras cosas, como la relación entre los ejes:



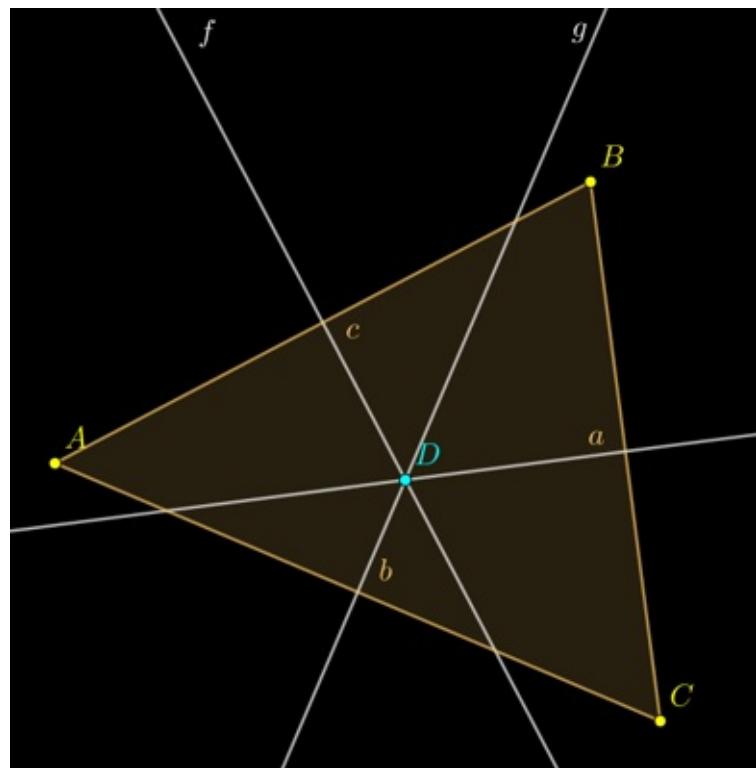
Por otro lado, el color y el grosor de los objetos también puede modificarse, bien individualmente una vez creados, bien en los patrones por defecto.



Ejemplos

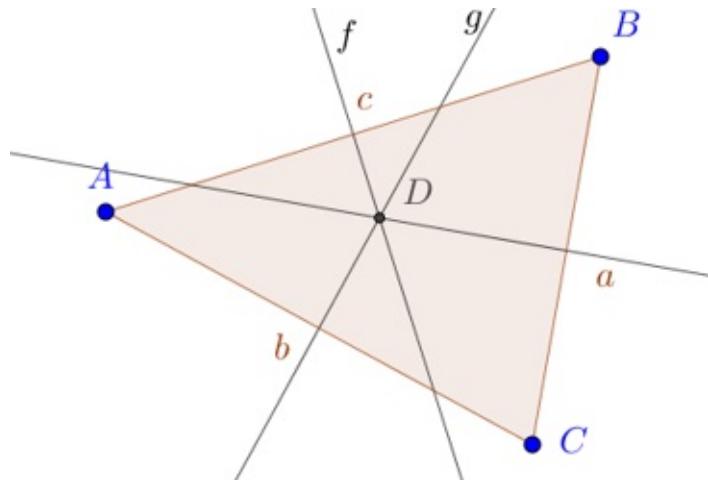
Fondo oscuro

Un ejemplo de personalización, con el fondo oscuro y las líneas y puntos algo más gordotes. Además, la fuente de las letras es también más grande y más elegante. Puede venir bien para su visualización web o incluso en la pizarra virtual, especialmente si hay poca luz ambiental.



Fondo claro

Un ejemplo de fondo claro, pero con algún detalle modificado, como el rótulo de los objetos.



Geogebra en clase

Si el aula dispone de ordenador y cañón, aunque no tenga pizarra digital o ésta funcione regular, puede resultar conveniente tener abierto Geogebra para apoyar muchas de las explicaciones o la resolución de algún problema. Nos referimos aquí tanto a esos momentos que se denominan magistrales, donde el profesor directamente explica algún contenido, como a situaciones en donde hay más interacción, como el trabajo en grupos con sus puestas en común. Ambos contextos tienen en común que es el profesor el que guía, de alguna manera, el devenir de la clase.

Dos formas de trazar la mediatrix en Geogebra

La rápida

Geogebra tiene una herramienta que nos permite trazar directamente la mediatrix de un segmento. Esto resulta conveniente cuando el alumnado ya sabe lo que es una mediatrix, para acelerar el proceso de elaboración de las construcciones en Geogebra.

Geogebra	Discurso
	Trazamos un segmento de extremos A y B.
	Utilizamos la herramienta mediatrix sobre el segmento AB.

Con significado

Pensemos ahora que queremos introducir el concepto de mediatrix en clase. O que simplemente queremos enfatizar que queremos encontrar todos los puntos que están a la misma distancia de A que de B. Si utilizamos Geogebra para ello, en lugar de la regla y el compás, realizaríamos algo similar a lo siguiente:

Geogebra	Discurso
	Trazamos un segmento de extremos A y B.
	Los puntos que están una distancia determinada de A, por ejemplo, a distancia 2, forman la circunferencia c. Esto lo hacemos con la herramienta «circunferencia (centro, radio)».
	Los puntos que están una distancia 2 de B forman la circunferencia d.

	Los puntos de corte de las circunferencias c y d están, por lo tanto, a distancia 2 de A y de B. Los seleccionamos con la herramienta «intersección».
	Repetimos lo mismo con circunferencias centradas en A y B de radios 3 y 4.
	Limpiamos las circunferencias (botón derecho sobre el objeto y dándole a «mostrar objeto» o en el circulito de la vista de objetos de la izquierda) y... ¡eso parece una recta! La trazamos con la herramienta «recta» para comprobar que los puntos están alineados. Hemos construido la mediatrix y hemos visto que está formada por puntos que equidistan de A y de B.

Sistemas de ecuaciones lineales 2x2

La conexión del álgebra y la geometría pocas veces es tan evidente como en la representación gráfica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Aunque aquí nos centraremos en ellos, el tipo de discurso es muy similar para otros tipos de funciones. Por otro lado, durante todo el tema de sistemas resulta muy interesante tener el Geogebra abierto para representar los ejercicios y problemas.

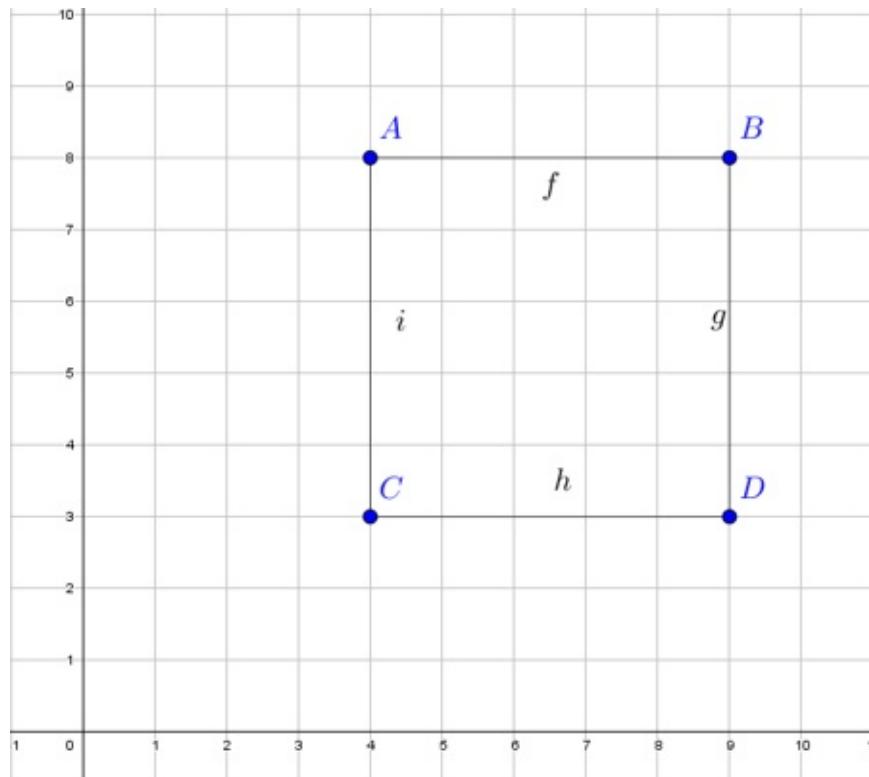
Geogebra	Discurso
	Resolvamos gráficamente el sistema formado por las ecuaciones $y = x + 3$ e $y = 2x + 5$. Comencemos trazando la primera de las rectas. Está formada por todos los puntos que cumplen dicha ecuación. Como, por ejemplo, (0,3). Aquí podemos utilizar la herramienta «punto en objeto» para ir mostrando puntos o, mejor todavía, pedir a la clase que propongan puntos e introducirlos en la barra de entrada para ver si están en la recta.
	Trazamos la segunda de las rectas.
	El punto de corte de ambas rectas es el único punto que cumple las dos ecuaciones.

Utilización didáctica de Geogebra

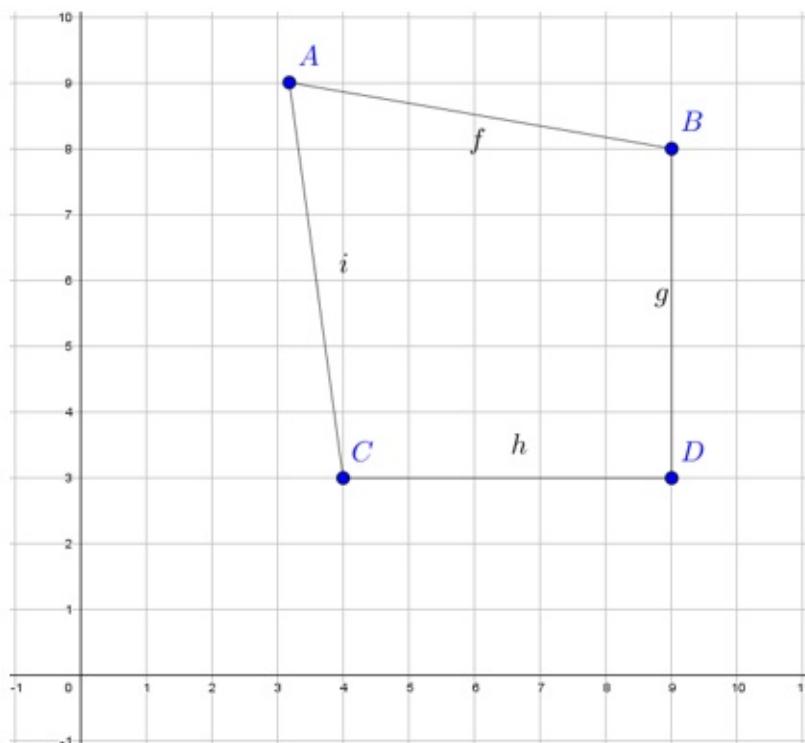
Construyamos un cuadrado

Vaya cosa más fácil, ¿no?

Depende de cómo realicemos una construcción, estaremos ante lo que pretendíamos construir... o no. Supongamos que queremos hacer un cuadrado y nos encontramos con lo siguiente:



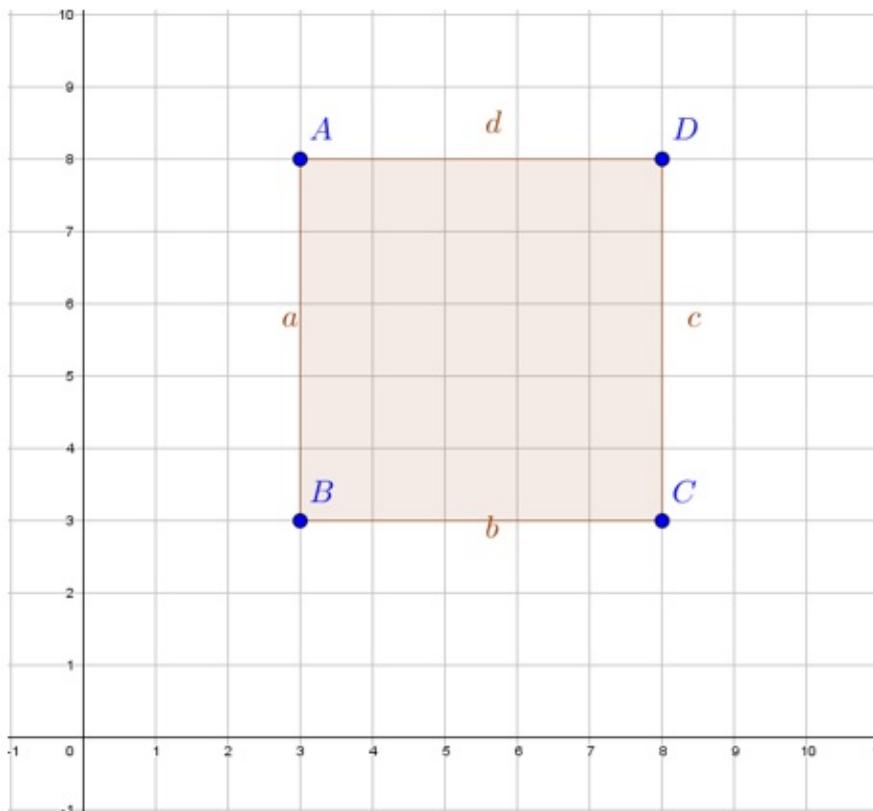
Parece un cuadrado, ¿verdad? Tiene cuatro lados que, además, son iguales... Los ángulos son también iguales... Es más, podemos decir que su lado son 5 unidades. Todo correcto, ¿no? Pues resulta que en Geogebra, eso que muestra la figura anterior, no es un cuadrado. Si tomamos un punto cualquiera y lo desplazamos, veremos que ocurre algo similar a esto:



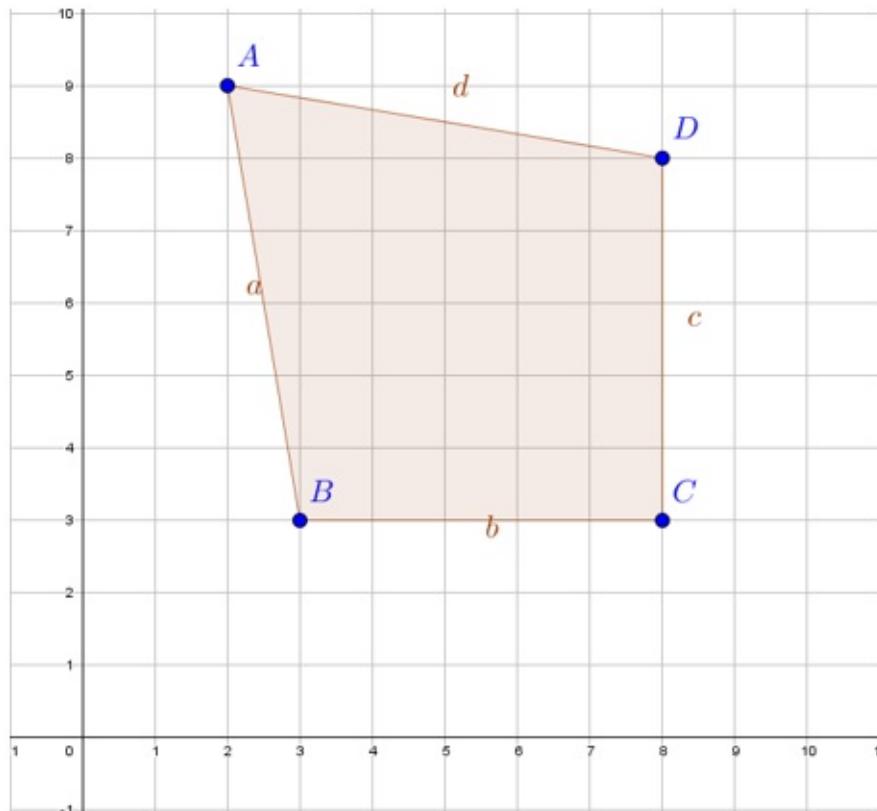
¡Eso no es cuadrado! ¡Hemos descubierto el engaño! Eso es debido a que para construir el «cuadrado» de la primera figura no nos hemos basado en las características esenciales de la figura a construir. Lo único que hemos hecho es disponer 4 puntos libres en la trama y unirlos con segmentos. Al ser puntos libres, se pueden desplazar como queramos, sin influir en el resto de objetos. La única restricción, si acaso, es que los segmentos dibujados siempre tienen como vértices A, B, C y D. Pero nada más.

Pero, ¿no hay una herramienta para hacer polígonos?

Sí, la hay. Usémosla para hacer nuestro cuadrado.



Qué bien ha quedado nuestro cuadrado, ¿no? Además, esta vez ha salido con un relleno sólido que le da más empape. Veamos, lo del colorcillo es porque lo que tenemos ahora es un polígono, otro tipo de objeto distinto a los meros puntos y segmentos del apartado anterior. Sin embargo, hagamos la prueba de mover un vértice:



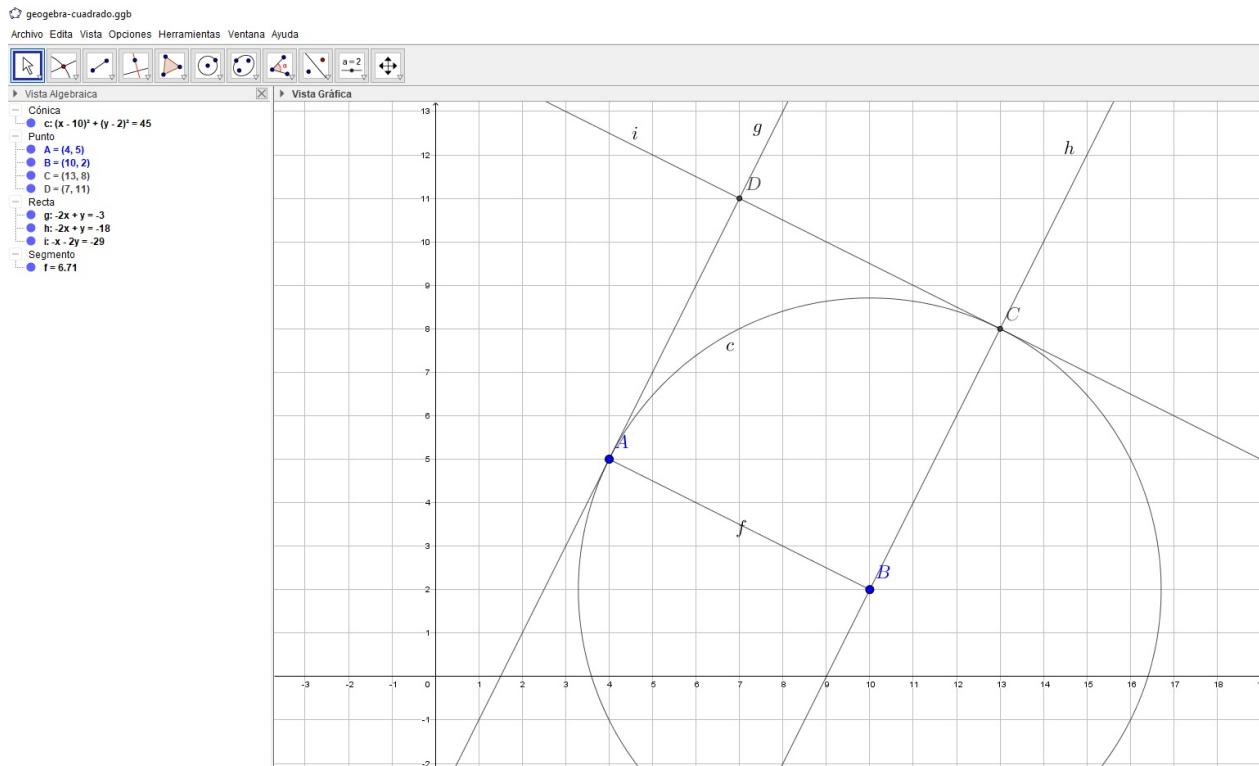
Nuestro gozo en un pozo, sigue pareciéndose a una cosa rara que salía en la primera de la *Guerra de las galaxias*... Entonces, ¿qué podemos hacer?

Un cuadrado de verdad

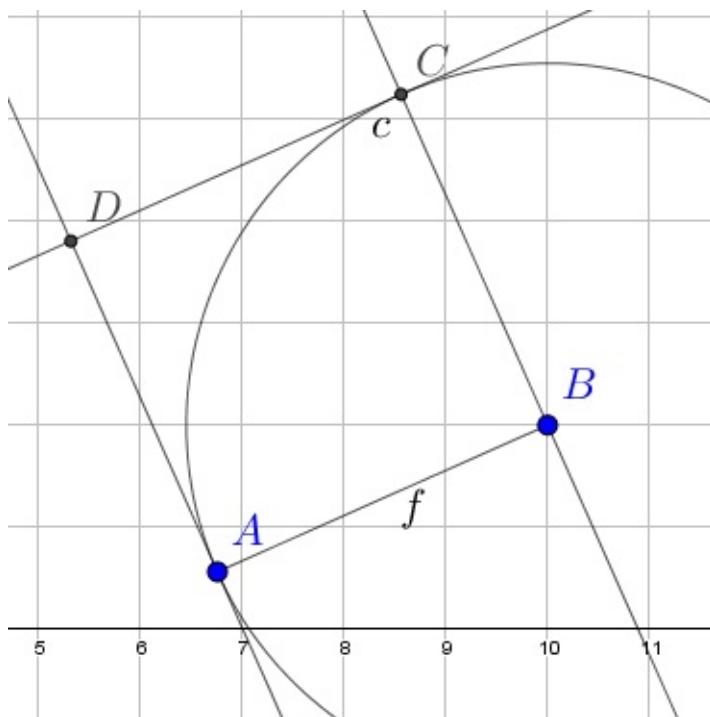
Pensemos un poquito sobre por qué un cuadrado es un cuadrado. Es un cuadrilátero, por lo que tiene 4 vértices y 4 lados. Sus lados son iguales y perpendiculares entre sí. Y..bueno, con eso ya es suficiente. Conste que podríamos partir de otras propiedades que solamente cumplen los cuadrados, pero con las que hemos dicho, nos vale.

- Creamos dos puntos libres, que serán A y B, y los unimos con un segmento, que será uno de los lados del futuro cuadrado.
- Utilizamos la herramienta «Recta perpendicular» para crear dos rectas perpendiculares a AB pasando por A y por B, respectivamente.
- Utilizamos la herramienta «Circunferencia (centro, punto)» para encontrar un tercer vértice. Pinchamos nuestro compás en B y lo abrimos hasta A. Al punto de corte de esa circunferencia con la recta perpendicular a AB que pasa por B, lo llamamos C. Para bautizarlo en Geogebra tenemos que crearlo. Y eso se hace con la herramienta «Intersección»

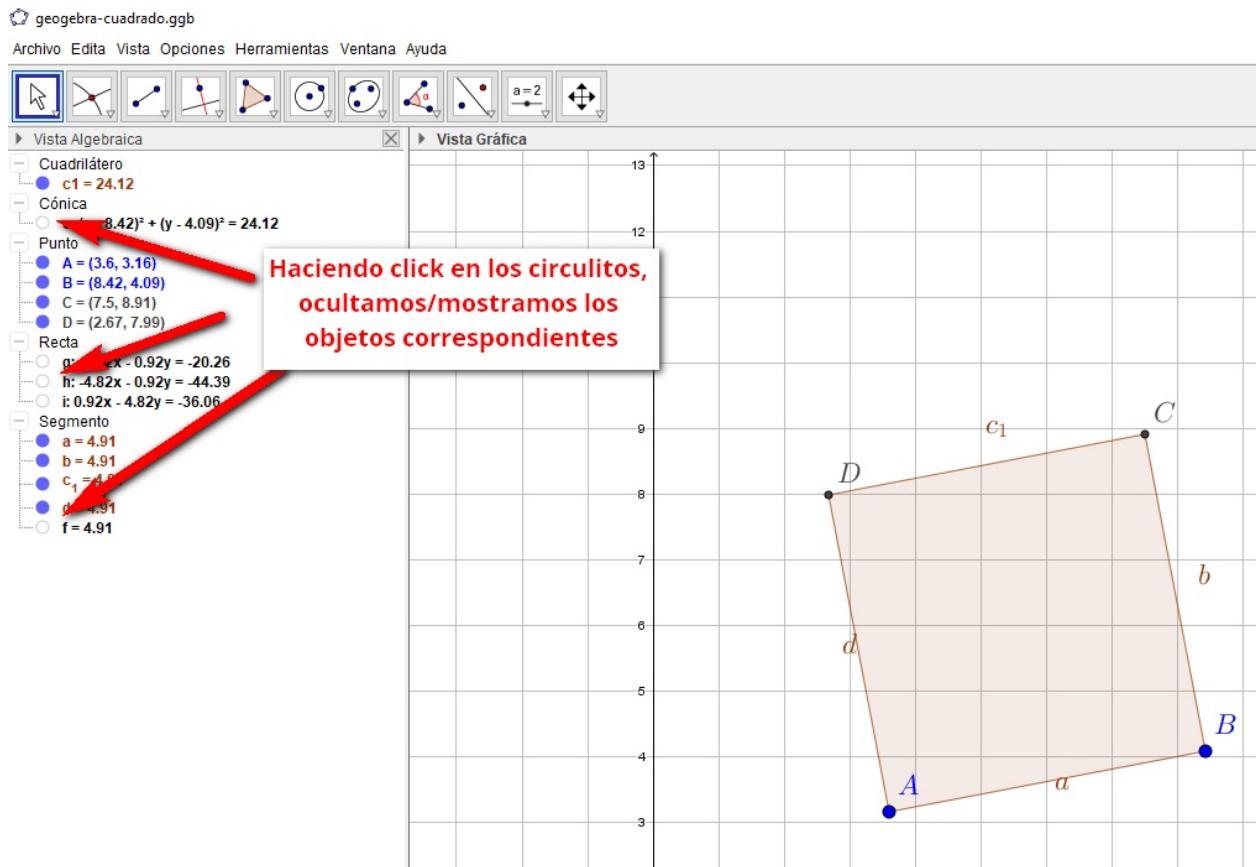
- Nos falta nuestro D, que podemos hacerlo igual que hemos hecho para C, o creando una perpendicular a AC que pasa por C y creando el punto de corte de esa recta nueva con la perpendicular a AB que pasa por A.



Ya está, ABCD es nuestro cuadrado, y si desplazamos A, sigue siendo un cuadrado:



Hemos dejado la hoja llena de objetos que ya no nos hacen falta y queríamos hacer un cuadrado, no rectas y circunferencias de regalo. Bien, es verdad, entonces basta con crear un polígono sobre A, B, C y D y ocultar todos los objetos menos ese nuevo polígono:



El archivo .ggb correspondiente puede descargarse [aqui](#).

Algunas conclusiones sobre esto del cuadrado

Desde el punto de vista de la didáctica de la geometría, esto que acabamos de hacer con el cuadrado es esencial. Para hacer un simple cuadrado de verdad hemos tenido que reflexionar sobre qué hace que un cuadrado sea un cuadrado. Esto es, las propiedades necesarias y suficientes que ha de tener un cuadrilátero para poder ser considerado como un cuadrado.

A partir de aquí, las actividades obvias pasan por la definición de cuadriláteros y otras figuras geométricas. Si se complementa con las obligatorias reflexiones sobre lo que se está haciendo, estamos ante un recurso excelente y que, por otro lado, no tiene equivalente con lápiz y papel.

Conjeturemos

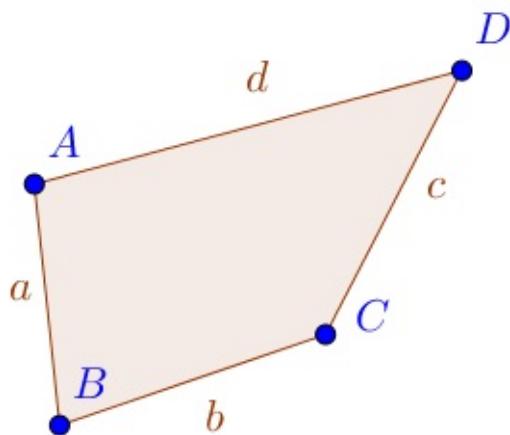
En matemáticas, la idea de conjetura es esencial y se refiere a una proposición que se supone cierta, pero que todavía no ha sido probada ni refutada. Geogebra fomenta que, con tareas adecuadas, los alumnos conjeturen.

Ejemplo 1: polígono que forman los puntos medios de un cuadrilátero

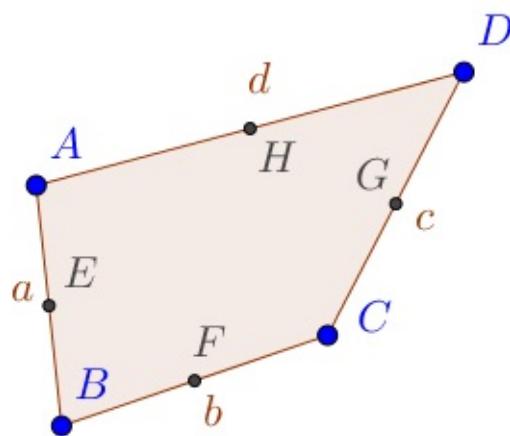
Conjetura si la siguiente afirmación es verdadera o no, de forma razonada.

Dado un cuadrilátero cualquiera, los puntos medios de los lados determinan un paralelogramo

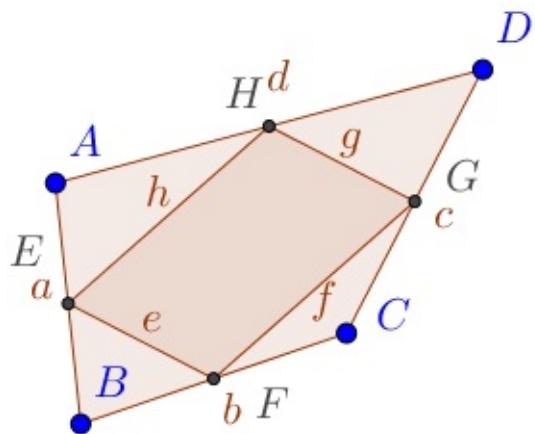
La construcción que haríamos en primer lugar es la de un cuadrilátero libre; es decir, uno cuyos vértices fueran puntos libres. Esto lo podemos realizar directamente con la herramienta polígono o creando primero los puntos y luego el polígono sobre ellos.



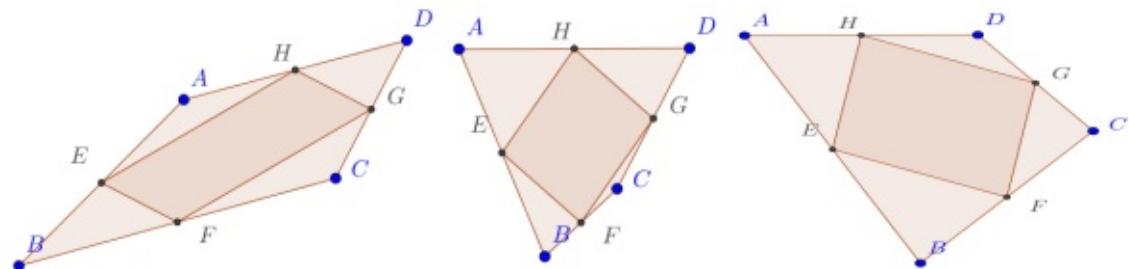
A continuación, hallaremos los puntos medios de los lados. Dichos puntos ya no serán libres, y los crearemos utilizando la herramienta «punto medio». Observemos que también se podrían hallar a partir de la mediatrix (para lo que hay otra herramienta) y luego definiendo el punto como la intersección de la mediatrix y el lado.



Solamente nos falta el polígono determinado por los puntos medios (E, F, G y H). Tomamos la herramienta polígono y unimos dichos puntos.



Aquí ya podríamos empezar a tratar de conjeturar, moviendo los puntos libres que determinan los vértices del cuadrilátero original.

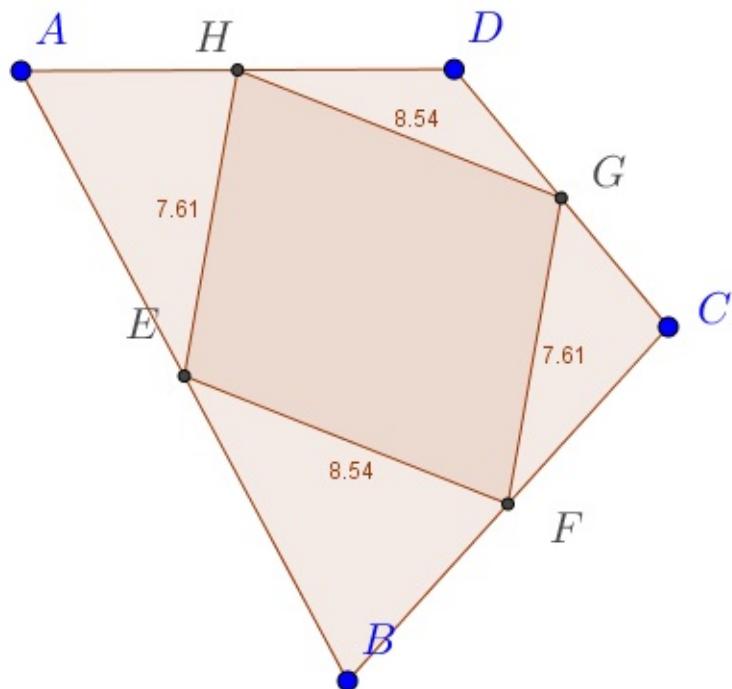


Si la actividad se trabaja por parejas, se tiene la oportunidad de verbalizar estas primeras conjeturas:

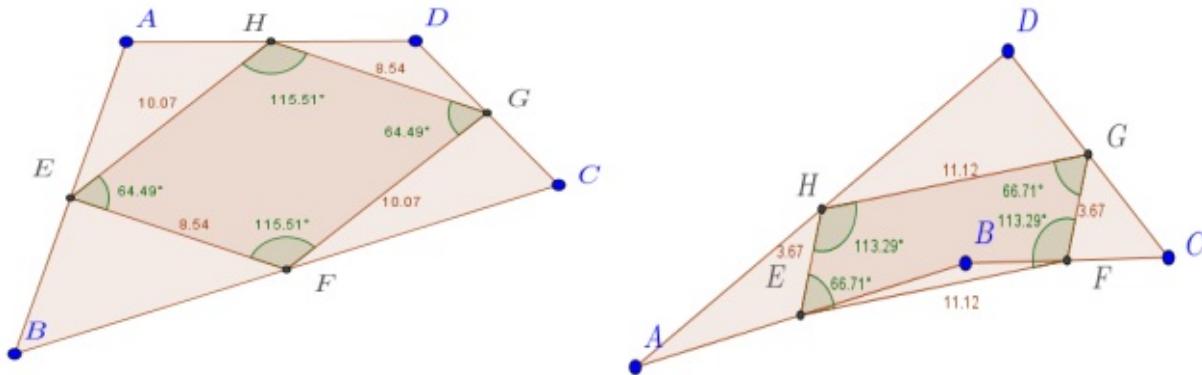
- Parece un rectángulo, ¿no?
- No, no, espera, si movemos esto a mí me parece un rombo...
- ...

Es un buen momento para anotar estas conjeturas en el cuaderno.

Sin embargo, solo hemos comenzado con la actividad. Parece que tenemos todo listo, pero nos falta algo más. Necesitamos más información, y para eso utilizaremos otras herramientas de Geogebra. Por ejemplo, nos puede interesar la longitud de los lados y los ángulos, ya que las clasificaciones usuales de los cuadriláteros se hacen en función de estos dos elementos. Si hacemos que la construcción muestre las distancias, podemos ver que, hagamos lo que hagamos con A, B, C y D, los lados opuestos siempre miden lo mismo. En la actividad de aula, es bueno que esto lo anoten en el cuaderno o que lo incluyan en un documento con la captura de pantalla correspondiente y señalando lo que está ocurriendo.



Bueno, parece que vamos acotando el problema. Pero para ser más exactos, vamos a mostrar también los ángulos:



Lo que observamos es que, tanto sea cóncavo como convexo el cuadrilátero original, el cuadrilátero que resulta de unir los puntos medios tiene siempre:

- Lados opuestos iguales.
- Ángulos opuestos iguales.

Por lo tanto, hagamos lo que hagamos, siempre es un paralelogramo.

Y bueno, se podría seguir tirando de la cuerda. ¿Por qué EF y HG son paralelos (y EH y FG)?

La hoja de cálculo de Geogebra

Geogebra incluye una hoja de cálculo que es muy sencilla de utilizar. Para ejemplificar su funcionamiento, pensemos en un problema de divisibilidad, en torno al concepto de mínimo común múltiplo.

El autobús que va a Cuarte y el que va a Villanueva inician sus recorridos a las siete de la mañana desde el mismo punto de partida. Si el de Cuarte tiene un servicio cada 24 minutos, y el de Villanueva cada 36 minutos, ¿a qué hora, después de las siete, vuelven a coincidir en la salida?

Geogebra	Explicación
	Calculemos en primer lugar cuánto tarda en volver a la salida el primer autobús.
	Seleccionamos las dos celdas y arrastramos para que la hoja nos calcule el resto de múltiplos, que nos proporcionan los instantes en que el primer bus vuelve a la salida.
	Aquí tenemos todos los múltiplos de 24 que deseemos.
	Realizamos lo mismo para el segundo autobús e identificamos que a los 72 minutos coinciden en la salida. Es decir, una hora y doce minutos después de las siete de la mañana, a las 8:12.

Integración con otras herramientas

Lo que hagamos con Geogebra no tiene por qué quedarse ahí. Sin ir más lejos, el menú de exportación ofrece un montón de opciones:



Crear y utilizar un gif para utilizar en Kahoot (por ejemplo)

El primer paso es elaborar la construcción. Ilustraremos el procedimiento de crear un gif haciendo una construcción para hallar el circuncentro de un triángulo.

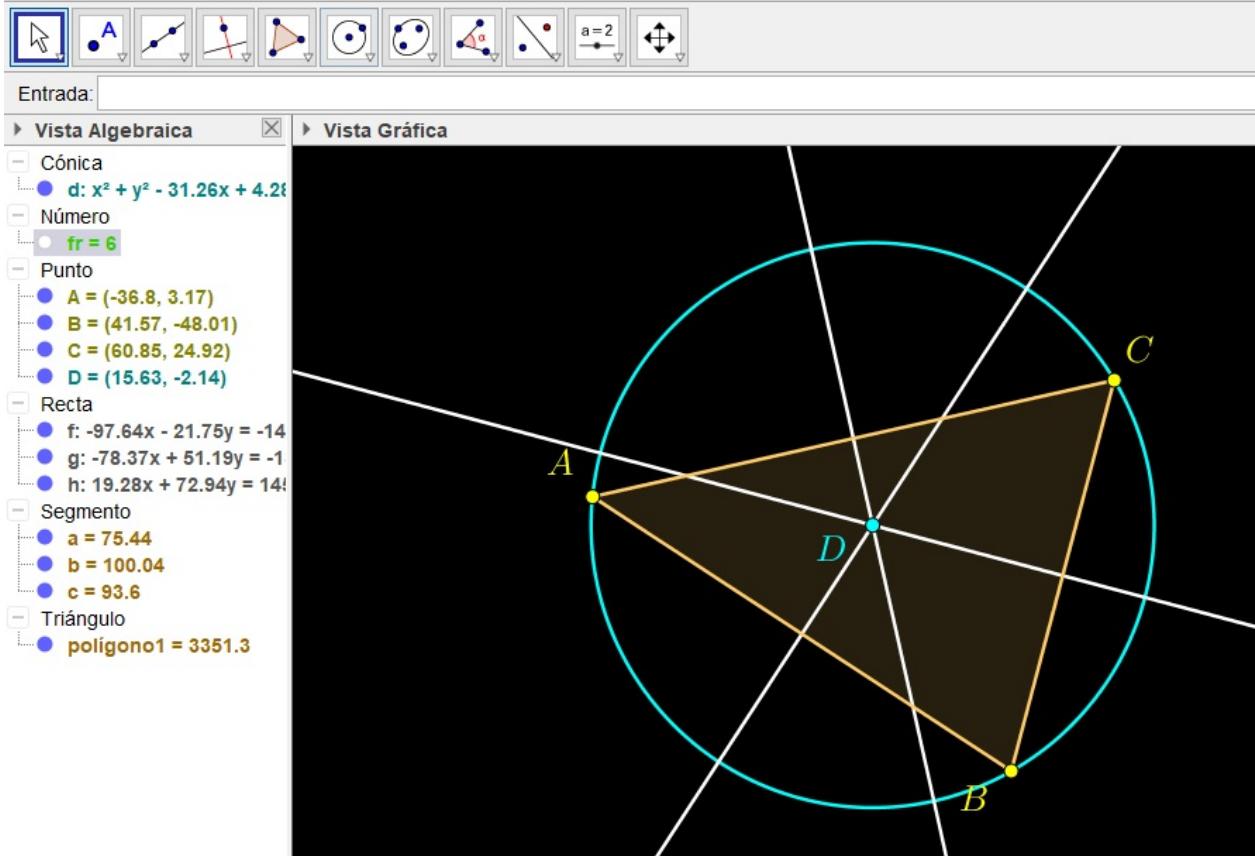
El circuncentro es el punto en el que se intersecan las tres mediatrices de un triángulo y es el centro de la circunferencia circunscrita.

Para ello, la secuencia que podemos realizar es la siguiente:

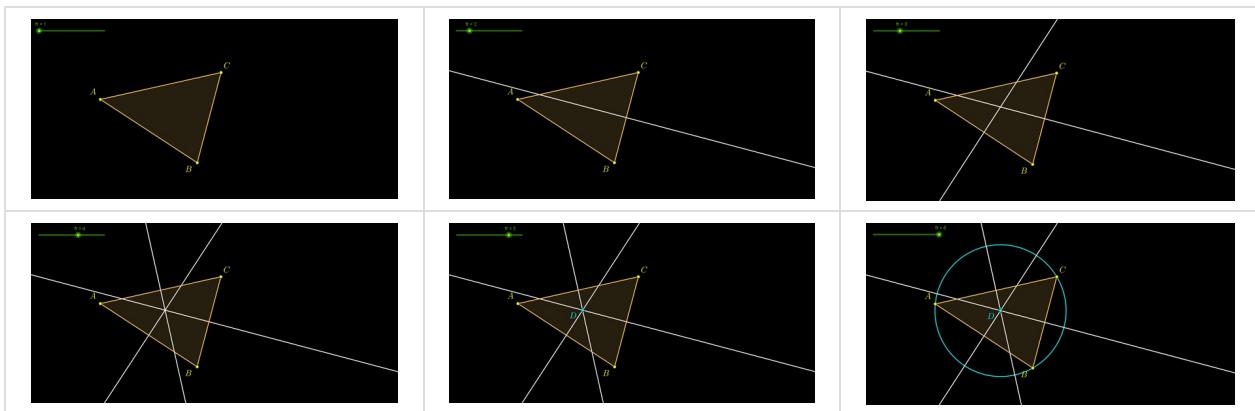
1. Crear el triángulo, mediante la herramienta «polígono».
2. Trazar las mediatrices, para lo que viene bien la herramienta «mediatriz».
3. Obviamente, se cortan en un punto, que no es otro que el circuncentro. Lo bautizamos en Geogebra con la herramienta «intersección».
4. Como el punto así obtenido está a la misma distancia de A, B y C, es posible trazar la circunferencia que pasa por esos puntos, que circunscribe al triángulo.
5. Ponemos los colorines a nuestro gusto, ocultamos rótulos y etiquetas que molesten y ya lo tenemos.

circuncentro.ggb

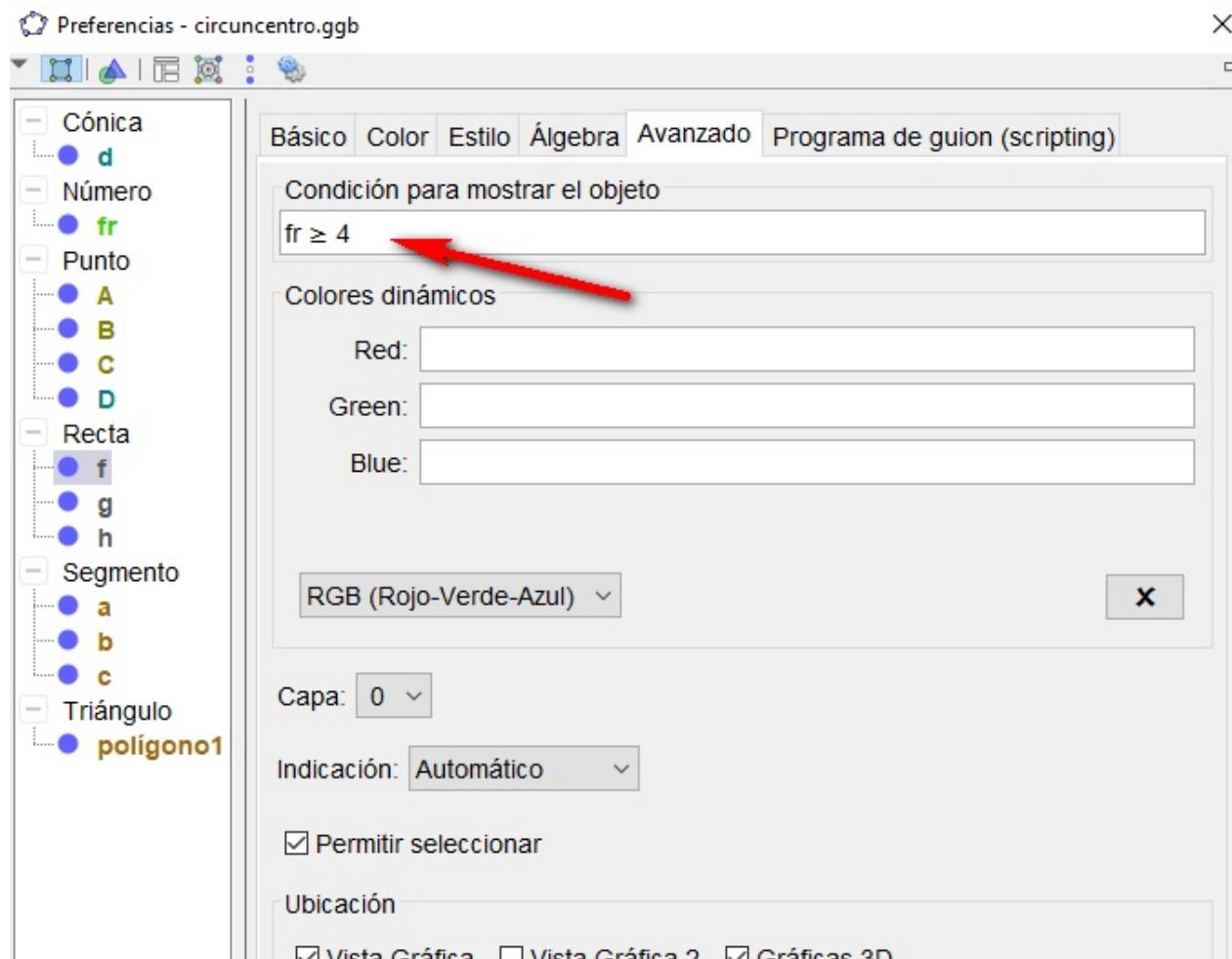
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda



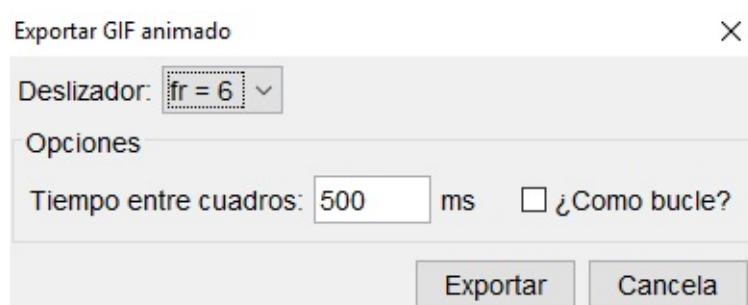
Ahora, lo que queríamos era realizar un gif animado para mostrar el proceso. Si eres un lector atento, de análisis minucioso, tal vez te hayas fijado en un objeto oculto en la anterior figura. Es un deslizador con los pasos (o fotogramas, si queremos) de los que constará la animación. Veamos lo que ocurre al desplazarlo desde 1 hasta 6:



Lo que estamos consiguiendo con el deslizador es ocultar y mostrar los objetos según nos convenga. Esto lo hacemos entrando en las propiedades avanzadas de cada objeto y especificando la condición para mostrarlo. En nuestro caso, el deslizador se llama «fr», y funciona como si fuera una variable numérica. En la figura siguiente observamos que la condición que hemos impuesto para mostrar la recta f (una de las mediatrices) es que $fr \geq 4$, por lo que permanecerá oculta en los fotogramas 1, 2 y 3; y se mostrará en los fotogramas 4, 5 y 6.



Una vez tenemos montada así nuestra construcción, ocultamos el deslizador que hemos utilizado para montar la película y acudimos al menú de exportación, donde tendremos que indicar el deslizador en el cual se basa la animación, y alguna otra opción, como el tiempo entre fotogramas y si queremos que se repita en bucle.



El gif que hemos creado podemos utilizarlo en nuestro blog, en kahoot o en cualquier otro sitio. Las posibilidades de exportación de Geogebra son inmensas.

Más Geogebra

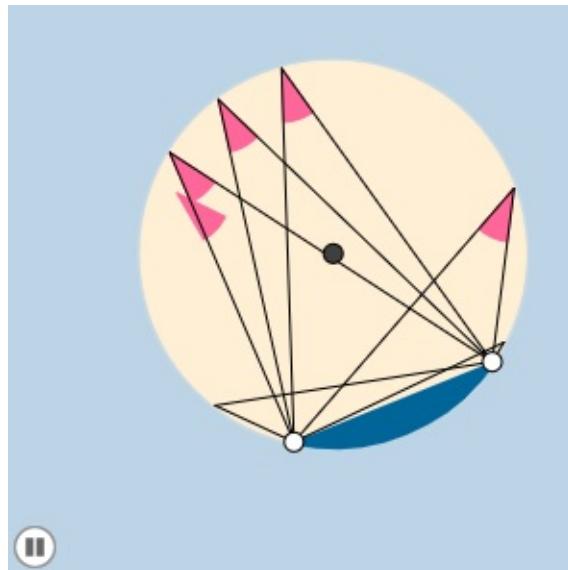
Más cosas que se pueden hacer con Geogebra y que no hemos comentado aquí, pero que se pueden ir explorando.

Modo examen

GeoGebra tiene un modo examen que permite a los estudiantes utilizarlo durante los exámenes, restringiendo el acceso a Internet u otros programas instalados en la computadora o dispositivo. De esta forma, es posible utilizar Geogebra en estas pruebas, pero evitando el empleo de otros programas o la propia conexión a Internet. Si el alumno deja la ventana de GeoGebra, se dispara una alerta que puede ser detectada por el profesor y queda documentada en el registro del examen. [Enlace al tutorial del equipo de documentación de Geogebra](#).

Manipulables y animaciones

Una construcción de Geogebra realizada por el profesor, con deslizadores para modificar algún parámetro, puede considerarse ya como un manipulable. Se pueden llegar a hacer auténticas birguerías. Para muestra, tenemos las animaciones de [@dynamic_math](#) disponibles en su web <http://www.dynamicmathsolutions.com/101-animations>:



«Libros» de Geogebra

Muchos de los tutoriales de la wiki de Geogebra están creados, de hecho, con el propio editor de libros Geogebra. Se trata de un formato interactivo que permite integrar texto y applets de Geogebra. Se puede consultar en este [enlace](#).

Para saber más (referencias)

Arnal-Bailera, A. (2013). *Mediación tecnológica en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo: Estudio múltiple de casos*. Tesis doctoral: Universitat Autònoma de Barcelona.

Filloy, E., Puig, L., Rojano, T., & Carrión, V. (2016). Teachers using different methods and Geogebra to solve Arithmetic-Algebraic problems. En _Technology and Its Integration in Mathematics Education (TIME16). _Mexico.

Hohenwarter, M. & Preiner, J. (2007). *Dynamic mathematics with GeoGebra. The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7, 1448.

- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2009). [Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra](#). *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135-146.
- Iranzo, N. & Fortuny, J. M. (2009). [La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado](#). *Enseñanza de las Ciencias*, 27(3), 433-446.
- Varios autores (2017). [Seminario Experiencias de aula con GeoGebra](#). CIEM, Castro Urdiales. 17-19 de noviembre de 2017.
- Varios Autores (2016). [Monografía: Uso de geogebra para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas](#). *UNO*, 71.

La hoja de cálculo

En módulos anteriores hemos visto que la hoja de cálculo (HC) puede usarse como cuaderno del profesor y para echar unas cuentas de vez en cuando. Sin embargo, la hoja de cálculo es, en sí misma, un recurso ampliamente utilizado en las aulas y sobre el que se ha investigado en profundidad. Algunas de estas experiencias didácticas incluyen en la resolución algebraica de problemas con el apoyo de la hoja de cálculo, como entorno de trabajo, aunque hay que tener en cuenta ciertas limitaciones y, desde luego, es innegable su potencial en estadística.

Utilización de la hoja de cálculo ya en primaria

No debemos encasillar a un instrumento como la hoja de cálculo en una etapa determinada. No dejan de ser una serie de casillas o celdas que podemos relacionar y un entorno donde podemos manipular esos datos y representarlos gráficamente. La experiencia que relata Crespo (2012) se desarrolla, precisamente, con alumnos de 5º y 6º de primaria y, para ello, prepararon una serie de hojas semiestructuradas sobre las que trabajar la resolución de problemas. Vemos un ejemplo en la figura siguiente:



Crespo reconoce que una de las limitaciones es la rigidez inherente a la estructuración de estas hojas ya preparadas. No en vano, si algo caracteriza a la resolución de problemas de verdad, y al tratamiento de los problemas auténticos, es precisamente que deben abordarse de forma abierta. No se trata simplemente de identificar los datos, la fórmula a aplicar y ejecutar las operaciones, sino que se deben relacionar los datos entre sí, establecer hipótesis, etc.

En cualquier caso, no es una mala idea que las primeras veces que utilicemos la hoja de cálculo, lo hagamos con una hoja semiestructurada. De esta manera, ejemplificamos una forma de resolver problemas y los alumnos pueden probar a insertar fórmulas en las celdas, arrastrar valores, etc.

Un ejemplo: problema de divisibilidad (mcm)

En el capítulo dedicado a Geogebra se explica cómo abordar un problema de divisibilidad con la hoja de cálculo.

Enlace con el álgebra, una experiencia de investigación

Método cartesiano

Vamos a exponer ahora una forma de utilizar la hoja de cálculo, a partir de una investigación (Arnau & Puig, 2013) que tenía el objetivo de estudiar qué sucede cuando se enseña a resolver problemas aritmético-algebraicos de enunciado verbal en este entorno, usando un modelo de enseñanza que pretende que los alumnos acaben siendo competentes en la resolución algebraica de problemas mediante el método cartesiano (MC). El método cartesiano es la manera en la que habitualmente se introduce la resolución algebraica de problemas en los textos de álgebra. Presentamos el MC desglosado en una secuencia ordenada de pasos:

1. Una lectura analítica del enunciado del problema que lo reduce a una lista de cantidades y de relaciones entre cantidades.
2. Elección de una cantidad que se va a representar con una letra (o de unas cuantas cantidades que se van a representar con letras distintas).
3. Representación de otras cantidades mediante expresiones algebraicas que describen la relación (aritmética) que esas cantidades tienen con otras que ya han sido previamente representadas por una letra o una expresión algebraica.
4. Establecimiento de una ecuación (o tantas como letras distintas se haya decidido introducir en el segundo paso) igualando dos expresiones, de las que se han escrito en el tercer paso, que representen la misma cantidad.
5. Transformación de la ecuación en una forma canónica.
6. Aplicación de la fórmula o algoritmo de solución a la ecuación en forma canónica
7. Interpretación del resultado de la ecuación en términos del problema.

Como vemos, es el procedimiento habitual cuando se introducen las ecuaciones en educación secundaria. Y se espera que nuestros alumnos sean competentes en él.

Resolución algebraica en la hoja de cálculo

En su trabajo, Arnau y Puig diseñaron una secuencia didáctica para enseñar a resolver problemas de manera algebraica que hace uso de la hoja de cálculo, teniendo en cuenta que el objetivo era la competencia en el MC. Así, lo que se realizara con la hoja de cálculo era un mero paso, algo que sería abandonado más adelante. Su premisa de partida es que el MC comparte elementos comunes con una manera de resolver los problemas en la hoja de cálculo que denominan método de resolución algebraico en la hoja de cálculo (MHC). Los pasos ideales del MHC son:

1. Una lectura analítica del enunciado del problema que lo reduce a una lista de cantidades y de relaciones entre cantidades.
2. La asignación de una celda a una o varias cantidades desconocidas y la elección de una única cantidad desconocida representada en una celda de la que dependerán directa o indirectamente el resto de cantidades desconocidas representadas. A esta cantidad la llamaremos «cantidad de referencia» y a la celda que ocupa, «celda de referencia».
3. La asignación a todas las cantidades desconocidas (exceptuando la cantidad de referencia) de una fórmula mediante la que se expresa una relación con otras cantidades.
4. El establecimiento de una ecuación, lo que se hace igualando dos expresiones que representan la misma cantidad. Por ejemplo, tal y como
5. La variación del valor de la cantidad de referencia hasta conseguir que se verifique la igualdad.
6. La interpretación del valor que verifica la igualdad en términos del problema.

Hay pasos que pueden realizarse de diferente forma. Para su investigación, Arnau y Puig, optaron en el paso 4 por asignar dos celdas a una misma cantidad y comparar sus valores, en lugar de construir la ecuación, mediante una fórmula del tipo `=B1=B2`, que proporciona resultado `VERDADERO`, si los valores presentes en B1 y B2 coinciden, o `FALSO` en caso contrario.

Por otro lado, para el paso 5 eligieron generar una secuencia de valores en la fila en la que se encontraba la celda de referencia, y copiar entonces el contenido del resto de celdas mediante copia y pegado por arrastre, frente a la técnica de hacer variar el valor presente en la celda de referencia.

Ejemplos de problemas

Paz, Petra y su madre

Paz y Petra tienen 6 y 9 años respectivamente. Su madre, Ana, tiene 35 años. ¿Cuántos años deben pasar para que, entre las dos niñas, igualen la edad de la madre?

Resolución mediante líneas de vida (no es MHC):

◊	A	B	C	D
1	Paz	6	7	8
2	Petra	9	10	11
3	Madre	35	35	35
4	Años que tienen que pasar			

◊	A	B	C	D
1	Paz	6	=B1+1	=C1+1
2	Petra	9	=B2+1	=C2+1
3	Madre	35	35	35
4	Años que tienen que pasar			

Observemos que la resolución que muestra la figura anterior se desmarca de los pasos propios del MHC y, por tanto, de la resolución algebraica mediante el MC. Una resolución correcta mediante el MHC sería de la siguiente forma:

◊	A	B
1	Edad Paz	6
2	Edad Petra	9
3	Edad madre	35
4	Años que deben pasar	
5		=B1+B2+B4=B3+B4

Ejercicios

A modo de ejercicio, sugerimos otros dos problemas que aparecen en la investigación de Arnau y Puig (2013):

Lana y algodón

Se dispone de tela de lana y de tela de algodón. En total 12 metros. El precio del metro de lana es de 2 euros y el de algodón, de 4 euros. El valor total de la tela que se dispone es de 32 euros. ¿De cuántos metros de tela de lana y de cuántos metros de tela de algodón se dispone?

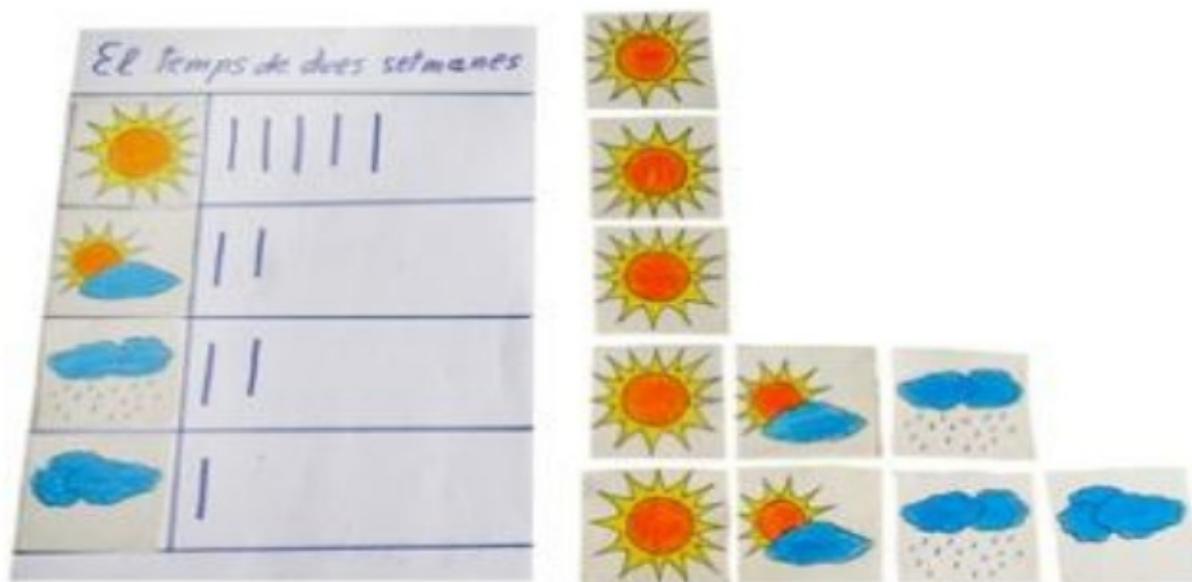
Las ovejas

En una granja hay 180 ovejas en dos corrales. Si sabemos que en uno de ellos hay 30 ovejas más que en el otro, ¿cuántas ovejas hay en cada corral?

Estadística básica con la hoja de cálculo

Para mostrar una aplicación sencilla de la hoja de cálculo con fines estadísticos pensemos en seguir

Hay proyectos muy interesantes que cultivan la estadística desde la educación infantil. Por ejemplo, anotando en la pizarra los días que sale nublado, o que llueve, etc. y, posteriormente, haciendo una especie de diagrama de barras (Alsina, 2017):



¿Por qué no seguir con este tipo de proyectos a lo largo de toda primaria y la secundaria? Sin duda, la hoja de cálculo facilita todo esto, y sobre el soporte de la misma se pueden establecer inferencias cada vez más sofisticadas. De hecho, estos datos suponen un contexto de primer orden para tratar la probabilidad.

Un ejemplo con la hoja de cálculo de Geogebra

La verdad es que Geogebra está acaparando gran parte de la atención en esto de las TIC y las matemáticas. Vamos a dar a continuación un ejemplo de cómo se podría hacer estadística con la hoja de cálculo que lleva integrada (vista «hoja de cálculo»). En cualquier caso, con cualquier otro programa o aplicación, los pasos serían muy similares.

Vamos a investigar acerca del número que calzamos en esta clase.

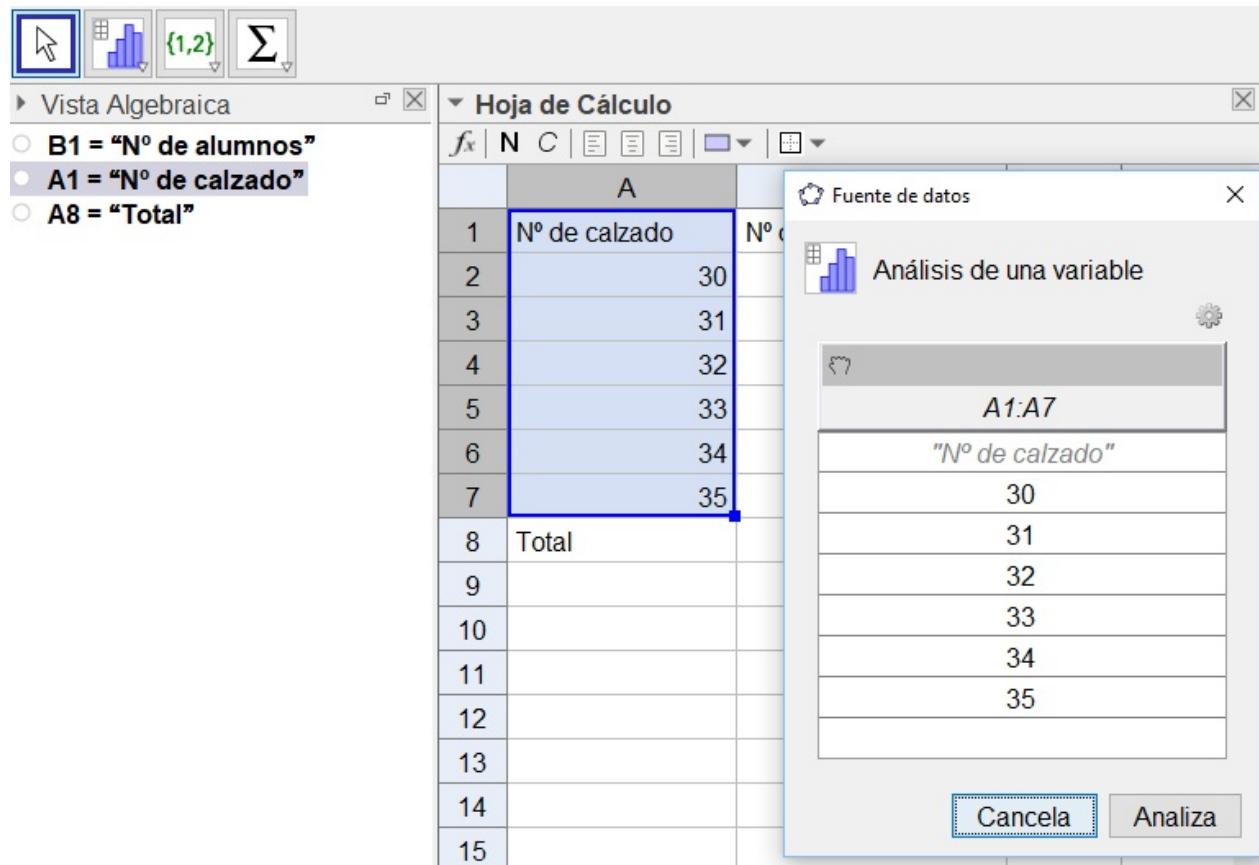
En primer lugar, introducimos los datos de los posibles números de calzado. Hemos elegido hacerlo en una columna, pero podríamos haberlo hecho en una fila. En la columna de al lado, vamos realizando el recuento (frecuencias absolutas) para cada número de calzado. Esto lo podemos hacer en clase haciendo que los alumnos vayan levantando la mano.

Posteriormente, podemos calcular el total de alumnos utilizando la función correspondiente (habrá que seleccionar el conjunto de datos que queramos sumar). Aunque también podríamos haber hecho la suma nosotros, de esta forma damos a entender que la hoja de cálculo permite automatizar cuentas. Así obtenemos el 19 de la siguiente figura:

The screenshot shows the Geogebra interface with the 'Hoja de Cálculo' (Spreadsheet) tab selected. The left sidebar shows 'Vista Algebraica' with three radio button options: **B1 = "Nº de alumnos"**, **A1 = "Nº de calzado"**, and **A8 = "Total"**. The main area displays a table with two columns, A and B. Column A lists numbers from 1 to 8 under the heading 'Nº de calzado'. Column B lists student counts under the heading 'Nº de alumnos'. Row 8 is labeled 'Total' and contains the value 19. A red arrow points to the sigma symbol (Σ) in the toolbar above the table, indicating it was used to calculate the total.

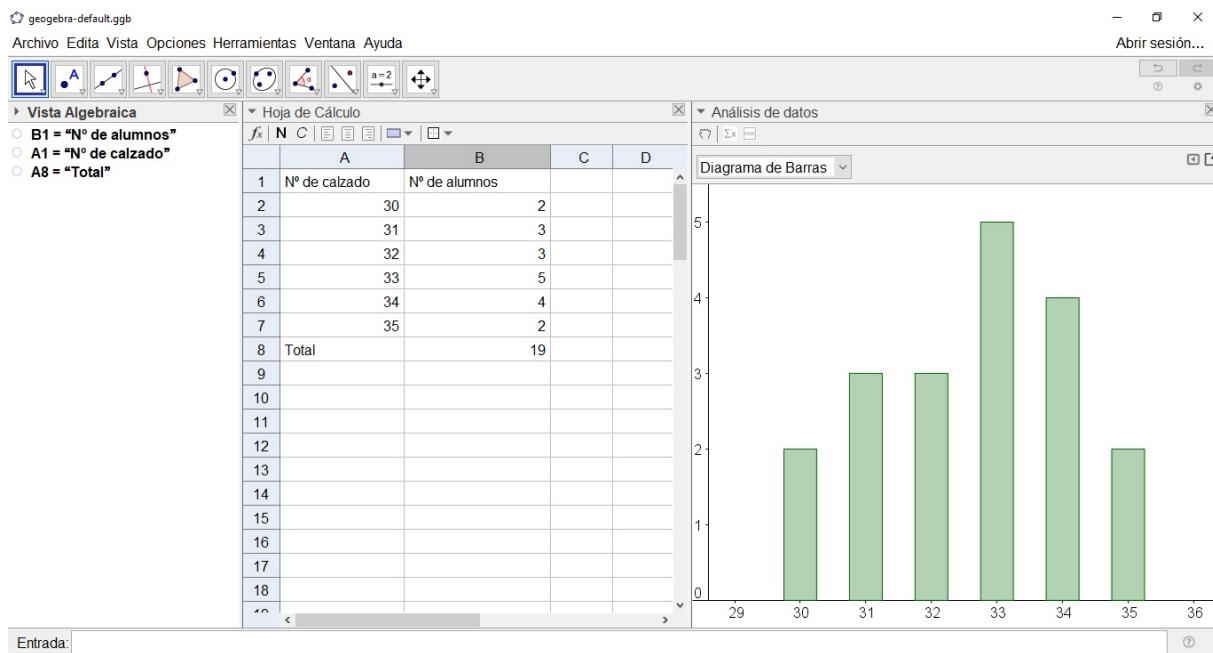
	A	B
1	Nº de calzado	Nº de alumnos
2	30	2
3	31	3
4	32	3
5	33	5
6	34	4
7	35	2
8	Total	19

Finalmente, nos queda hacer el diagrama de barras. Seleccionamos el número de calzado y le damos al icono correspondiente de «Análisis de una variable». Se nos desplegará una ventana para terminar de introducir las fuentes de datos. Como en nuestro caso tenemos los datos con sus frecuencias, tendremos que acceder a la ruedecita de ajuste de dicha ventana, y señalar que queremos introducir datos y frecuencias. Entonces seleccionamos las frecuencias y le damos posteriormente al símbolo de la manita de la columna correspondiente.



La siguiente imagen muestra el aspecto resultante de la hoja de cálculo. Dependiendo del curso, haremos una serie de preguntas que nos facilitarán institucionalizar después el contenido matemático y decir qué es la media, moda, etc. Por ejemplo:

- ¿Cuál es el número de calzado más común?
- ¿Cuál es el número de calzado medio?
- ¿Cuál será el número de calzado del próximo alumno que responda a una pregunta?
- ...



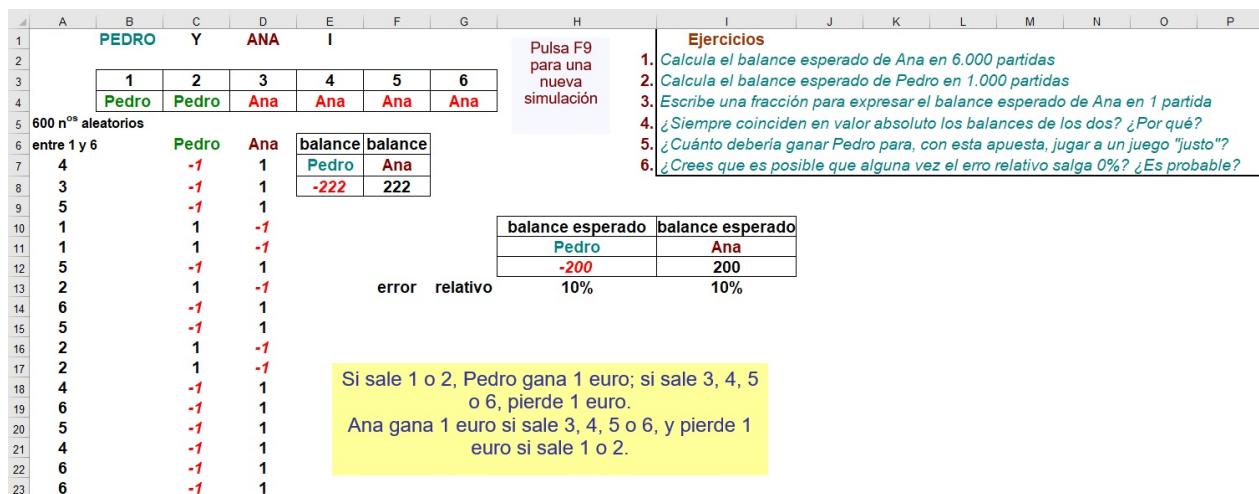
Nota: para replicar estos pasos deberemos cerrar la vista gráfica y abrir la vista hoja de cálculo en Geogebra.

Simulación de eventos aleatorios: esperanza matemática

Aunque la esperanza es un concepto que formalmente, aparece ya en bachillerato, no está de más abordarlo en secundaria desde el punto de vista intuitivo y a partir de la simulación. En este sentido, la hoja de cálculo es un entorno muy apropiado, como relata Gil (2012). Consideremos el problema que propone:

Pedro y Ana apuestan un euro cada uno al resultado obtenido al lanzar un dado equilibrado. Si sale «uno» o «dos», Pedro se llevará los dos euros de la apuesta, mientras que si sale otro número se los llevará Ana.

La hoja de cálculo correspondiente puede descargarse de la web de Miguel Barreras (<http://calendulas.ftp.catedu.es/catexcel/estadistica.htm>) y tiene la siguiente pinta:



Para la generación de los números aleatorios se ha hecho uso de la función =ENTERO(ALEATORIO()*6)+1 y los valores que expresan ganancia o pérdida en cada mano se establecen con sencillos condicionales.

Para saber más (referencias)

Alsina, A. (2017). *La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. Didácticas específicas*, 7, 4-22.

Arnau, D. (2010). *La enseñanza de la resolución algebraica de problemas en el entorno de la hoja de cálculo*. Tesis doctoral: Universitat de València.

Arnau, D. y Puig, L. (2013). *Actuaciones de alumnos instruidos en la resolución algebraica de problemas en el entorno de la hoja de cálculo y su relación con la competencia en el método cartesiano*. *Enseñanza de las Ciencias*, 3, 49–66.

Barreras, M. [Matemáticas con Excel](#). Excelente página web de Miguel Barreras, con actividades, libros y artículos.

Crespo, F. (2012). Utilización de la hoja de cálculo en primaria. *UNO*, 61, 9-14.

Gil, J. C. (2012). El concepto de esperanza matemática. *UNO*, 61, 35-44. [Enlace al material](#).

Filloy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). *El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas*. *Enseñanza de las ciencias*, 26(3), 327-342.

Roldán, A. [HojaMat](#). Espacio web de Antonio Roldán Martínez, con bastante material.

VV. AA. (2012). [Monografía: La hoja de cálculo en la enseñanza de las matemáticas](#). *UNO*, 61.

VV. AA. (2012). [Web Escolar Eustat EP-ESO](#). Algunos materiales para 5º/6º Primaria que referencia F. Crespo en la monografía de UNO.

Manipulables virtuales

Didactmatic Primaria (e Infantil... y Secundaria)

En palabras de su autor Juan García Moreno, la web [Didactmatic Primaria](#) está dedicada a la investigación y desarrollo de contenidos educativos digitales multimedia para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (infantil-primaria y atención a la diversidad en eso) y al análisis y valoración de su interés didáctico. Por una enseñanza-aprendizaje de la matemática que integre las TIC con fundamento didáctico, basada en el aprendizaje por descubrimiento, la atención a la diversidad, el análisis crítico del currículo, el desarrollo de competencias y el fomento de la creatividad.

Por mucho que ponga «primaria» en el nombre de la web, en Didactmatic Primaria encontraremos contenido digital desde la etapa de infantil hasta la secundaria. El propio autor menciona que para atención a la diversidad en ESO. Sin embargo, desde aquí creemos que es muy modesto. La forma en la que aborda la resolución de problemas o, sin ir más lejos, el magnífico laboratorio de azar y probabilidad, son válidos para secundaria tranquilamente.

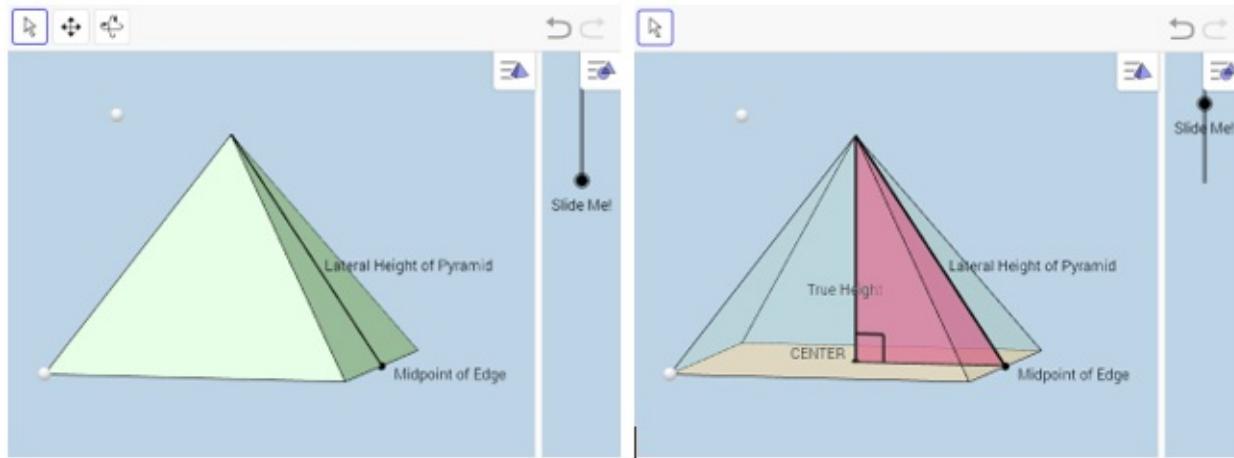
The screenshot shows the homepage of the Didactmatic Primaria website. At the top, the title "LABORATORIO BÁSICO DE AZAR, PROBABILIDAD Y COMBINATORIA." is displayed in large, colorful, bubbly letters. Below the title, there are four menu options: "AZAR Y PROBABILIDAD", "SITUACIONES PROBLEMÁTICAS", "COMBINATORIA", and "EQUIPAMIENTO EXPERIMENTAL". To the right of the menu, there is a large illustration of a roulette wheel with colored sectors (red, black, blue) and a ball. Two silhouettes of people are standing next to the roulette wheel. At the bottom left, there is a row of ten colorful human silhouettes numbered 1 to 10. A copyright notice at the bottom reads "Juan García Moreno. 2009 / 2010". On the right side, there is a circular inset showing various mathematical objects like dice, a green sphere, and a four-leaf clover.

GeogebraTube

Geogebra facilita el que cada usuario suba a la web las construcciones o libros que vaya a haciendo, de forma que, además, se comparten con la comunidad. De ahí que una buena fuente de recursos interactivos sea la propia web de Geogebra (<https://www.geogebra.org/>):

The screenshot shows a top navigation bar with three items: 'Recursos' (Resources), 'Grupos' (Groups), and 'Seguidores' (Followers). Below this is a search bar labeled 'Buscar materiales' (Search materials) with a dropdown arrow. The main area is a light blue workspace.

Por ejemplo, consideremos el siguiente manipulable disponible en los materiales de Tim Brzezinski (<https://www.geogebra.org/m/V9cAn76T>). Está diseñado para plantear situaciones acerca de la superficie lateral de una pirámide de base cuadrada, o de su volumen. Si conocemos como dato la altura de uno de los triángulos que forman las caras de la pirámide y el lado de la base, sí, es posible conocer la altura. Pero muchas veces, nuestros alumnos no son capaces de ver a bote pronto el triángulo rectángulo que permite aplicar Pitágoras para ello.



Hacer nuestros propios manipulables

Tanto con GeoGebra como con Scratch es posible hacer manipulables o pequeños applets interactivos sobre los que proponer tareas. Además, existen (y existirán) multitud de aplicaciones y plataformas sobre las que poder implementar nuestras ideas. Todo depende de lo que nos interese en cada momento.

Para saber más (referencias)

- [DidactmaticPrimaria](#). Estupenda web de Juan García Moreno que nunca nos cansaremos de recomendar.
- Libro de Geogebra, con actividades interactivas: [Competencias matemáticas 1º ESO](#), creado por Álvaro Fernández Buendía y Pablo J. Triviño Rodríguez.
- Materiales de Tim Brzezinski en Geogebra. <https://www.geogebra.org/tbrzezinski>. Es un usuario muy activo, pero hay muchísimos más. Solo hay que buscar un poquito.
- [Materiales del proyecto Gauss](#) (en procomún). Recientemente, todo lo realizado en el proyecto Gauss ha sido actualizado a HTML5, por lo que se pueden utilizar sin problemas.
- [Descartes](#). El Proyecto Descartes fue promovido y financiado por el Ministerio de Educación de España. Actualmente (octubre de 2017) se están migrando los contenidos para evitar problemas de visualización.

Desmos



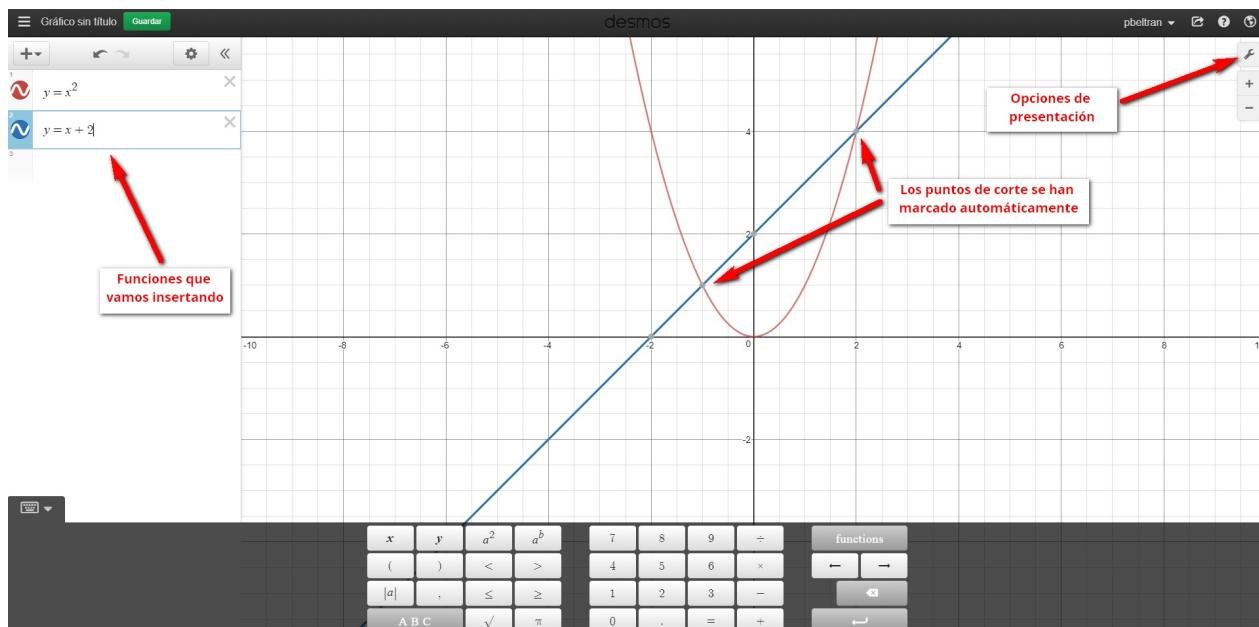
Aquí tenemos a un más que digno competidor para Geogebra, sobre todo en lo que se refiere al tema de funciones. Bueno, tal vez la palabra competidor sea muy fuerte, porque pueden complementarse muy bien.

¿En qué consiste?

Desmos es, esencialmente, una calculadora gráfica diseñada en HTML5, de manera que explota todas sus posibilidades en los navegadores modernos. Sobre esta calculadora, además de actividades ya realizadas por el equipo de Desmos, los docentes pueden crear actividades y modificar otras ya hechas que permiten explorar a los estudiantes y dar sentido a las matemáticas.

Como calculadora gráfica

Accediendo desde la página de Desmos, o directamente en <https://www.desmos.com/calculator>, podremos utilizar la calculadora gráfica, que es la esencia de esta aplicación.



No solo podemos añadir funciones, sino que desde el menú de la izquierda podemos insertar otros elementos, tales como texto, imágenes, etc.



Lanzar actividades en el aula

Desde la web de profesor de Desmos (<https://teacher.desmos.com>), podemos buscar en su banco de recursos, tanto actividades diseñadas por el equipo de Desmos como aquellas subidas por otros docentes:

Antes de seguir, que nadie se lleve las manos a la cabeza por el hecho de que esté en inglés. Por dos cosas:

- Porque ya hay profesores que están subiendo las actividades traducidas o modificadas por ellos mismos.
- Porque el traductor de Google permite apañarse bastante bien. De hecho, posibilita llevar a cabo estas actividades con grupos de alumnos cuyo nivel de inglés no es alto. La siguiente captura muestra cómo queda la página traducida (para ello, desde Chrome o la mayoría de navegadores basta con hacer click con el botón derecho del ratón y darle a traducir):

Dinámica general

Mostraremos la dinámica de funcionamiento con una de las más populares y que sirve para introducir y trabajar las coordenadas de un plano cartesiano en dos dimensiones. En el siguiente apartado veremos que muchas de estas actividades podremos modificarlas (por ejemplo, para traducirlas), pero otras, como esta, no. En cualquier caso, nos servirá para nuestros propósitos. Al seleccionarla, veremos algo similar a lo siguiente:

The (Awesome) Coordinate Plane Activity

by Nathan Kraft | 30-45 minutes | Practice
Edited with love by Desmos

Dispositivos sobre los que puede usarse (Mobile, Tablet, Laptop)

In this activity Students will encounter a series of challenges, each asking them to graph a point on the bullseye of a target. They will plot points in all four quadrants, first by reading points using a table and then by using ordered pairs.

Guía del profesor, descargable en pdf

Crear código de clase para trabajar con nuestro alumnado

Create Class Code

Create a class code to run this activity with your students. We recommend creating a different code for each class period.

Screens

Para ver qué pinta tiene antes de pasársela a los estudiantes

Student Preview

Pantallas que componen la actividad

Class code (código de aula)

Esto es realmente lo importante para ponerlo en marcha. De forma similar a otras aplicaciones (pensemos en Kahoot), será el código que pasemos a nuestros alumnos para que entren en la actividad. Haciendo clic en «Create class code» obtenemos dicho código:

Classes

Create Class Code

CLASS CODE	STUDENTS	DATE
4VS6F	0	Nov 22, 2017 at 6:48 pm

View Dashboard

Como para cada código podemos acceder a su correspondiente panel de control («dashboard»), con estadísticas y resultados, lo recomendable es crear un código distinto para cada grupo de alumnos o sesión.

¿Cómo entran los alumnos?

Si hacemos clic sobre el código, se abre una pantalla que indica el procedimiento.

Hey, students!

Go to student.desmos.com
and type in:

4VS6F

You can also share this link with your students:

<https://student.desmos.com/?prepopulateCo>

Observaremos que en la parte inferior, también tenemos un enlace directo que podemos mandar por correo. Una vez que inician el procedimiento, a los estudiantes se les da la opción de identificarse, lo cual permite interrumpir el trabajo y volver a él más adelante. Pero es opcional, bastará con poner un nombre o pseudónimo en la pantalla que sale después.

Welcome!



Enter your class code:

4vs6f

Join

Sign in to come back to your work later:

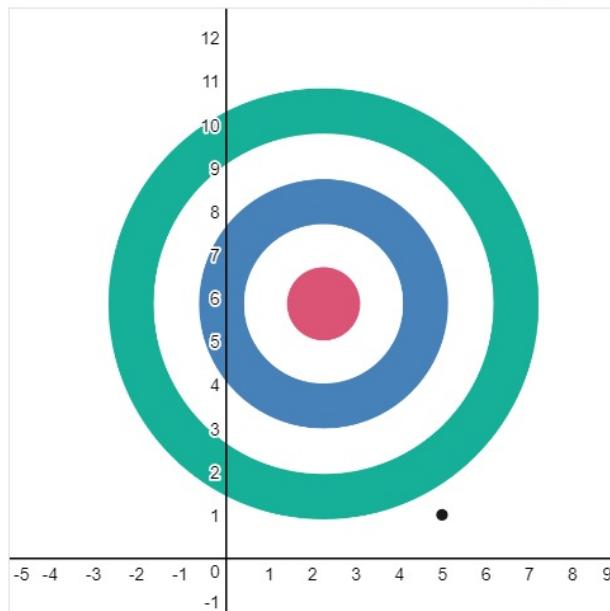


[Sign in with Google](#)

or [Sign in with Desmos](#)

Y ya estarían dentro los alumnos, disfrutando, en este caso, de una bonita sesión de práctica con puntos de coordenadas.

Target Practice #1



Time for some target practice!

Change the numbers in the table below so the point hits the bullseye.

X	Y
5	1

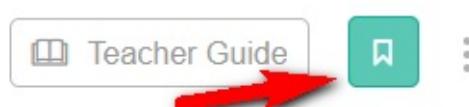
Panel de control

En el panel de control se muestra qué estudiantes lo están realizando y qué respuestas están dando.

The dashboard shows 1 student has started the activity. Step 1: Target P. (Time for some target practice!) Step 2: Target P. (Add numbers) Step 3: Target P. (Add numbers) Step 4: Target P. (We can also use $f(x)$) Step 5: Make yo. (Drag the block) Step 6: Target P. (Enter an ordered pair) Step 7: Target P. (Enter an ordered pair) Step 8: Target P. (Select points) Step 9: Reveal (Here is your target)

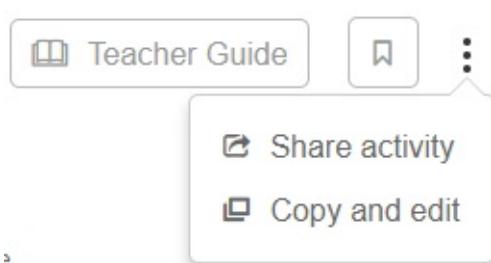
Marcadores de favoritos

Haciendo clic en el símbolo de marcador podremos guardar aquellas actividades que nos resulten de utilidad.



Copiar y editar actividades ya hechas

De momento, salvo que nos descarguemos alguna actividad subida por compañeros en español, está casi todo en inglés (repetimos, el traductor de Chrome funciona bastante bien). Sin embargo, si vemos alguna que se adapte muy bien a nuestras necesidades, podemos copiarla y editarla (copy and edit), cosa que no en todas será posible:



Ejemplo. Traducir un polygraph («quién es quién»)

Un tipo de actividades muy popular en Desmos es el «Polygraph» o polígrafo. Pero creo que nos entenderemos mejor si la llamamos por el nombre por el que la conocemos todos: quién es quién. Tampoco es que sea nueva la idea, pero poder generar juegos de este tipo fácilmente es una maravilla, ya que permiten movilizar mucho vocabulario.

La actividad original está en este enlace: <https://teacher.desmos.com/polygraph/custom/560c53f7441172070b262215>. Accedemos y, si estamos registrados podremos copiar y editarla. Al hacerlo, veremos la primera pantalla de edición, donde se configuran las tarjetas.

Polygraph: [Copy of] Triangles

Make my activity public [?](#)

Next: Fill out the activity info

Show axes and grid lines.

Si quisieramos crear uno nuevo, lo haríamos aquí. Pero como lo que queremos es traducir el texto, hacemos clic en details. Y cambiamos el texto. Una vez hecho, hacemos lo mismo con «Title».

This Custom Polygraph is designed to spark vocabulary-rich conversations about triangles. Key vocabulary that may appear in student questions includes: scalene, obtuse, acute, right, isosceles, and equilateral.

In the early rounds of the game, students may notice graph features from the list above, even though they may not use those words to describe them. That's where you can step in. After most students have played 2-3 games, consider taking a short break to discuss strategy, highlight effective questions, and encourage students in their use of increasingly precise academic language.

Make my activity public [?](#)

El resultado lo vemos en el enlace siguiente: <https://teacher.desmos.com/polygraph/custom/5a1591ce8c08800a6023fbff>

Búsqueda de actividades

- Como hemos dicho, desde la propia web de Desmos:



- En este enlace, hay un repositorio de actividades catalogadas por niveles (en general, del sistema educativo estadounidense): <https://sites.google.com/site/desmosbank/>

Para saber más

Se puede consultar el siguiente enlace donde se describen los tipos de actividades más populares:

Beltrán-Pellicer, P. (2018). [Una introducción a los tipos de actividades que podemos encontrar en Desmos](#). *Entorno Abierto, Boletín Digital de la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemática*, 24, 4-10.

Videojuegos y matemáticas

No podíamos dejar un curso de Matemáticas y TIC sin hacer referencia a los videojuegos.

Videojuegos de contenido matemático

Distinguiremos entre videojuegos de contenido matemático, con una orientación claramente didáctica, de aquellos videojuegos más generales, diseñados para el entretenimiento, pero a los que también se les puede sacar jugo.

Los que encontramos en la web de Arcademics (<http://www.arcademics.com>) son un claro ejemplo de los del primer tipo. Se juegan online y tienen actividades desde primaria (incluso últimos años de infantil) hasta el primer ciclo de secundaria. Hay algunos, como el Alien Addition de la imagen, que se juegan en modo individual y otros, que suelen ser carreras, que se juegan en modo multijugador.

Los individuales también pueden jugarse en la pizarra digital, por equipos, de manera que todos colaboren a identificar el resultado correcto. Por ejemplo, en Alien Addition hay que disparar a la nave que lleva escrita la operación cuyo resultado aparece en el láser. Con lo cual, estamos repasando las tablas de la suma o haciendo cálculo mental, si los números son mayores. Aviso que los niños suelen emocionarse mucho si jugamos en la pizarra, y es posible que haya que calmarlos. Por otro lado, si disponemos de minis o de una sala de informática, las carreras de patitos o coches que se juegan en modo multijugador son muy divertidas, a la vez que sirven para afianzar operaciones formales. En las carreras, la velocidad del coche (o el patito...) depende de que vayamos haciendo bien las cuentas.



Videojuegos en general

Como muestra del contenido matemático subyacente en muchos de ellos, así como de sus posibilidades didácticas, dejamos aquí enlaces a los artículos de Lluís Albarracín en la revista Suma.

Para saber más (referencias)

- Albarracín, L. (2015). [Jugando con el espacio y el tiempo](#). *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 76, 80, 79-85.
- Albarracín, L. (2015). [La creatividad hecha videojuego: Minecraft](#). *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 79, 35-42.
- Albarracín, L. (2015). [Diseñando ciudades en SimCity](#). *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 78, 65-71.
- Albarracín, L. (2014). [Los videojuegos de defensa de torres](#). *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 77, 61-67.
- Albarracín, L. (2014). [Los videojuegos de gestión deportiva: FX Fútbol 2.0](#). *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 76, 75-82.

Scratch



Si bien Geogebra es un software esencialmente matemático, *Scratch* es una aplicación que ha ido ganando mucha popularidad en diferentes ámbitos y que tiene también un potencial enorme en la enseñanza y el aprendizaje de ciertos contenidos propios de las matemáticas. Normalmente, Scratch se asocia a lo que se conoce como pensamiento computacional. De hecho, existen cursos que directamente se denominan «Pensamiento computacional con Scratch».

Los algoritmos en la educación matemática

La enseñanza de las matemáticas está llena de algoritmos. Así, ya en las primeras etapas nos encontramos con algoritmos (tradicionales o no) para las operaciones básicas, más adelante tenemos los que permiten calcular el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor y... en bachillerato, por ejemplo, se aprende el método de Gauss para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Al enseñar estos algoritmos, lo realmente interesante, es que los alumnos aprendan a asignarles un significado. Es decir,

Por otro lado, cuando diseñamos un algoritmo hemos de tener muy claro el resultado al que queremos llegar y los pasos que vemos necesarios para alcanzarlo. Además, exige describir muy bien estos pasos. Hay que describirlos tan bien, ¡que hasta una cosa tan tonta como una máquina debe ser capaz de entenderlos!

Conste que todo esto del pensamiento computacional no nace con Scratch. Ni mucho menos. Basta recordar la famosa tortuguita de Logo con la que se introducía la programación a los más pequeños hace décadas.

Un ejemplo de pseudocódigo

El siguiente ejemplo describe lo que vendría a ser un entrenamiento de natación. Es un algoritmo que devuelve los metros que se han hecho en total, a partir del número de series de 100 que se definen, los metros de calentamiento y los metros de vuelta a la calma.

```

ALGORITMO entrenamiento
DATOS
    calentamiento
    calma
    numseries100
    metros
INICIO
    metros = 0
    calentamiento = 400
    calma = 600
    numseries100 = 10
    metros = calentamiento
REPETIR numseries100
    metros = metros + 100
FIN REPETIR
    metros = metros + calma
ESCRIBIR "Has hecho <metros> metros. Enhorabuena"
FIN

```

Otro ejemplo de pseudocódigo: algoritmo de la suma tradicional

Las siguientes líneas de pseudocódigo muestran los pasos

```

ALGORITMO suma
DATOS
    sumando1
    sumando2
INICIO
    escribir el primer número
    escribir debajo el segundo número, de forma que coincidan unidades con unidades, decenas con decenas, etc.
    trazar una linea horizontal
    llevada=0
REPETIR veces=máximo(cifras de sumando1, cifras de sumando2)-1
    orden=0 //indica la posición que tomaremos. Orden 0 serán las unidades.
    parcial=sumando1(orden)+sumando2(orden)+llevada //observar que la primera vez, la llevada es 0
    SI parcial<10 ENTONCES //no hay llevada
        ESCRIBIR parcial
        llevada=0
    EN CASO CONTRARIO //hay llevada
        ESCRIBIR parcial-10
        llevada=1
    MOVER mano a siguiente columna
    orden=orden+1 //pasamos a la siguiente columna, es decir, al siguiente orden de magnitud.
    ESCRIBIR sumando1(orden)+sumando2(orden)+llevada // para el último orden, se escribe el resultado directamente
FIN

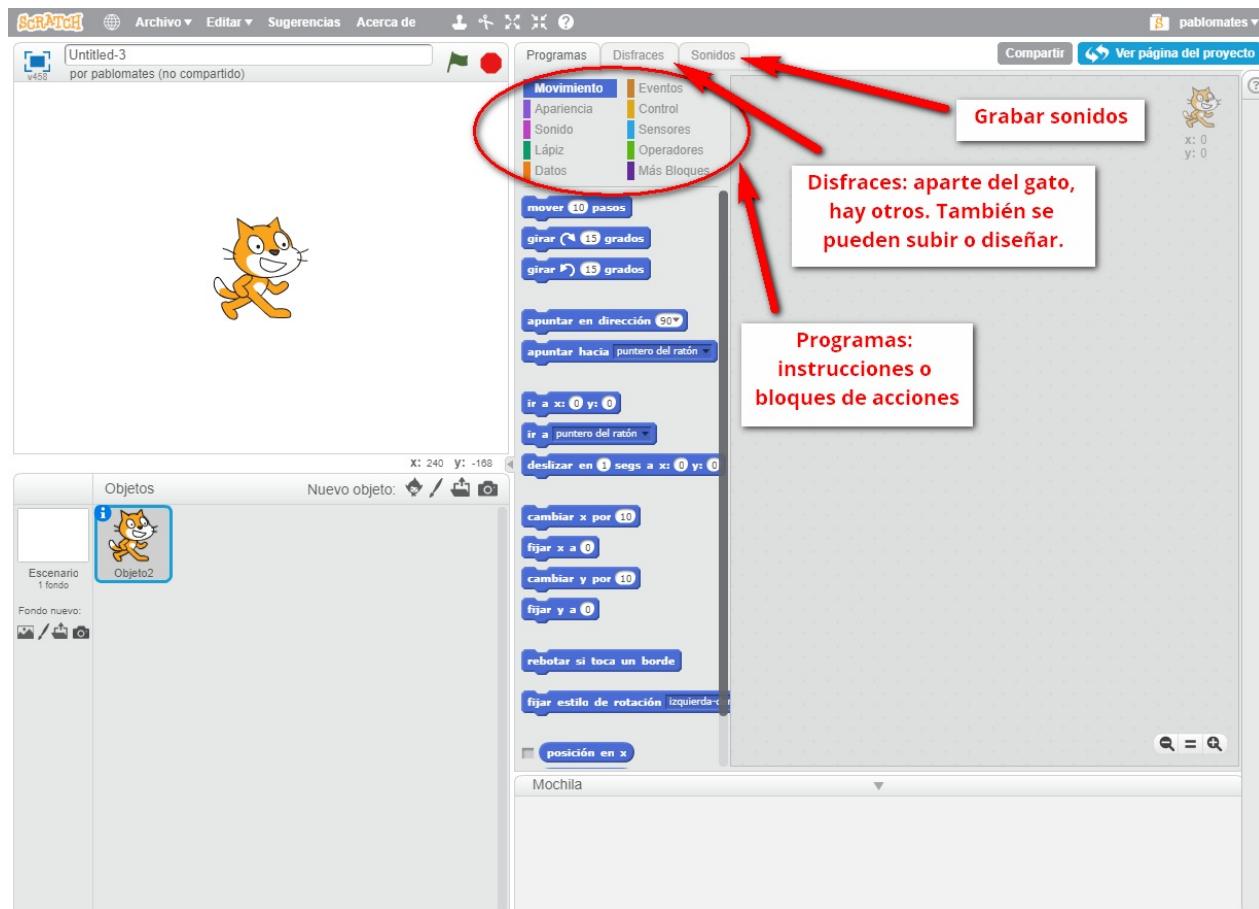
```

Empezando con Scratch

La tarea de iniciación a Scratch más habitual es la realización de un collage de presentación. Para ello, aunque se puede hacer con el editor offline (<https://scratch.mit.edu/download>), recomendamos hacerlo directamente en el editor online. En primer lugar, nos crearemos una cuenta:

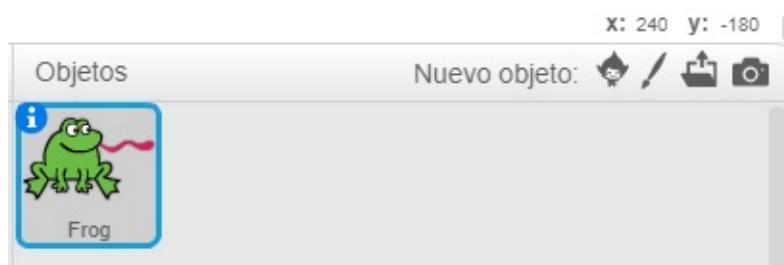


Cuando creamos un proyecto nuevo, lo que veremos será algo similar a lo de la figura siguiente. La zona gris de la derecha es donde iremos añadiendo los programas, que actuarán sobre el objeto seleccionado a la derecha.



Paso 1. Elegimos o subimos el objeto que queramos

Borramos el gato que aparece por defecto (botón derecho sobre el objeto y borrar) y añadimos uno nuevo, bien de la galería, bien subido por nosotros. En este caso, hemos elegido una rana. Aparecerá en la ventana superior de la izquierda y observaremos que al desplazarla con el ratón, podemos ver sus coordenadas, tal y como se observa en la siguiente imagen:



Paso 2. Elegimos el fondo

De la misma forma que hemos hecho para la rana, elegimos el fondo que queramos.



Paso 3. Primera acción

Por ejemplo, queremos que cuando le demos a la banderita verde (que marca el inicio de cualquier programa de Scratch), la rana diga «Hola» y salte. La «banderita» es un evento y, como tal, lo tenemos en el menú de eventos. Lo arrastramos a la ventana de la derecha. Hacemos lo mismo para la instrucción «decir», que encontraremos en el bloque de apariencia y para la instrucción «mover», que está en el bloque de movimiento. Las encajamos para conseguir esto:

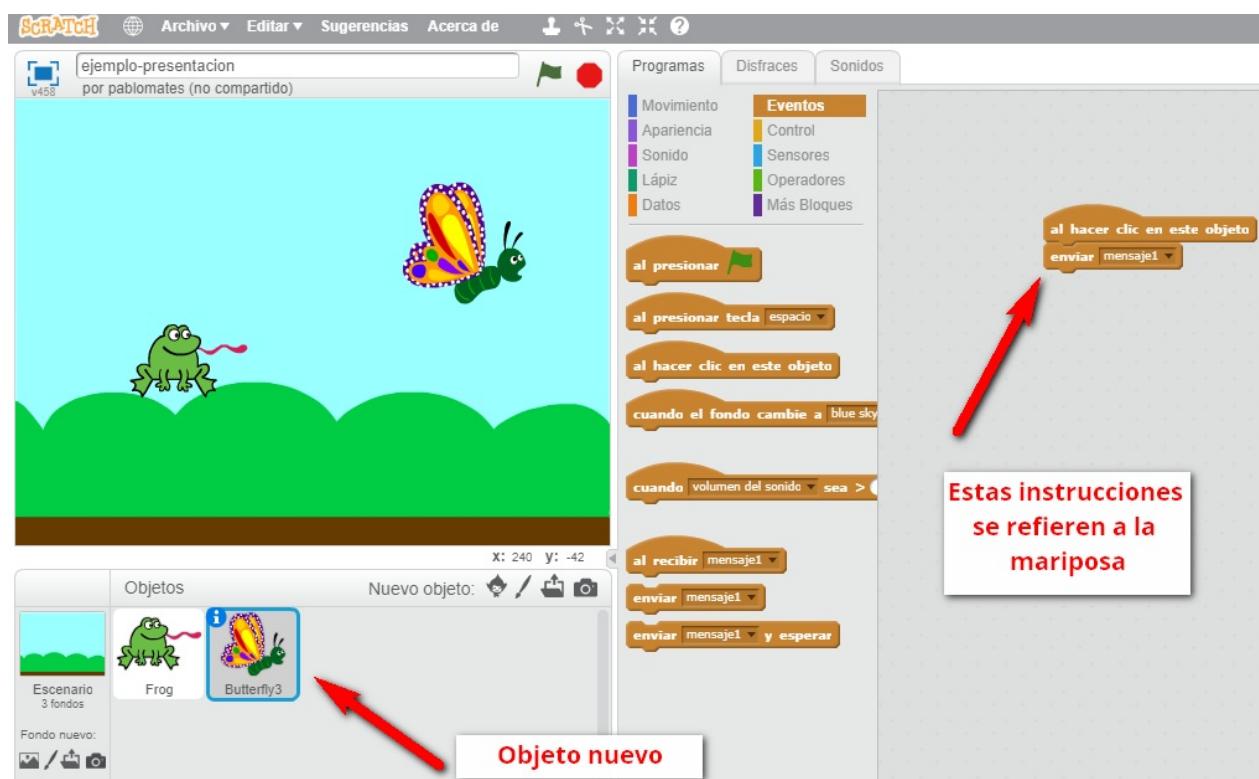


Si presionamos la banderita en la ventana de la izquierda, ahora veremos cómo va la cosa:

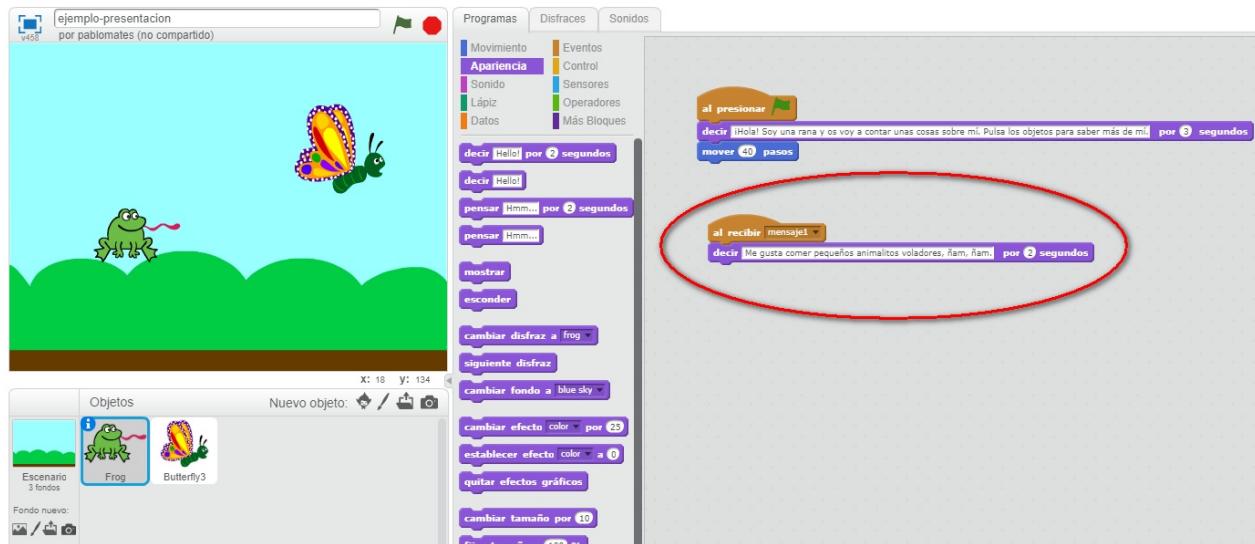


Paso 4. Añadir otras acciones

Vamos a añadir una mariposita, de manera que al hacer clic sobre ella, la rana diga que le gusta comer pequeños animalitos voladores. Comenzamos de esta manera, donde la mariposa, cuando se hace clic sobre ella, manda un «mensaje» (es como una señal de activación).



La ranita, al recibir el mensaje1 (en realidad, cualquier objeto podría recibir esta señal), hace lo que tenga que hacer. En este caso, la frase que habíamos mencionado:



Paso 5. Y final. Compartir el proyecto si lo deseamos

Le damos al botón de compartir... y ya lo tenemos. El ejemplo anterior puede visitarse en el siguiente enlace: <https://scratch.mit.edu/projects/188129308/>, donde observaremos que podemos hacer dos cosas:

- Ver el programa en funcionamiento, a pantalla completa si queremos.
- Ver _dentro _del programa; esto es, cómo está hecho e, incluso, reutilizar los bloques.

The project page for 'ejemplo-presentacion' by 'pablomatics' includes the following sections:

- Project Title:** ejemplo-presentacion por pablomatics
- Instructions:** Presionar la banderita para ver cómo funciona.
- Notes and Credits:** Pequeño programa de introducción para #matemaTIC_catedu
- Sharing:**
 - 3 programas, 2 objetos
 - BORRADOR (checkbox)
 - Ver dentro (button)
 - Compartido en: 22 Nov 2017
 - Modificado: 22 Nov 2017
 - Add project tags
- Bottom Bar:** Star icon (0), Heart icon (0), Estudios, Embebido, View icon (1), Like icon (1).

Diseño de una actividad de clase con Scratch

A continuación, dejamos un ejemplo de diseño en detalle de una actividad en torno a la idea de mínimo común múltiplo.

PRÓXIMA PARADA: MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Descripción del proyecto

Aprender el significado del mínimo común múltiplo y el procedimiento eficiente de cálculo para dos números cualesquiera. Para ello, se propone la elaboración de un proyecto en Scratch que simula la coincidencia de dos líneas de autobús en una parada.

Competencias clave

- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

Contexto

Nivel: 1º-2º ESO
Área: Matemáticas. Buscar colaboración con Tecnología para evitar solapamientos (Introducción a Scratch).
Entorno sociocultural: centro educativo en una población del medio semirural.

Estándares de aprendizaje

1.2. Calcula el valor de expresiones numéricas (...) aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.
1.3. Emplea adecuadamente los distintos tipos de números y sus operaciones, para resolver problemas cotidianos contextualizados, representando e interpretando mediante medios tecnológicos, cuando sea necesario, los resultados obtenidos.
2.1. Reconoce nuevos significados y propiedades de los números en contextos de resolución de problemas sobre paridad, divisibilidad y operaciones elementales.
2.3. Identifica y calcula el mcd y el mcm de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado y lo aplica a problemas contextualizados.
3.1. Realiza operaciones combinadas entre números enteros.

Cronograma/Organización

Se presupone que han trabajado previamente con Scratch. En caso contrario, se plantea un collage de presentación guiado en una sesión inicial.

Sesiones de clase: 2 sesiones en el aula de informática, con un fin de semana entre ellas para practicar o depurar el proyecto.

Organización: se trabaja por parejas heterogéneas. En las sesiones de clase, se reservan momentos para la puesta en común de algunos procedimientos.

Actividades

S1. Cálculo del tiempo de coincidencia de los buses, "de forma gráfica":
S1.1. Esbozar la pantalla y definir lo que tiene que hacer el programa en el cuaderno.
S1.2. Crear proyecto, poner un fondo, incluir los sprites de los buses.
S1.3. Programar los movimientos de los buses dependiendo de las frecuencias.
S2. Cálculo del tiempo de coincidencia de los buses, "de forma algorítmica":
S2.1. Esbozar la pantalla y definir lo que tiene que hacer el programa en el cuaderno.
S2.2. Reutilizar el proyecto anterior, introduciendo el algoritmo del mcm.
S3. Tarea para casa: plantear un problema para que sea resuelto por otra pareja de alumnos mediante Scratch.

Evaluación

Rejilla de observación en las sesiones de aula. Indicadores:

- Responden satisfactoriamente a las preguntas del profesor acerca del proyecto.
- Muestran activos y cooperan.
- Buscan soluciones cuando se bloquean.

Producto final:

- Cumple las especificaciones iniciales.
- Se han previsto todos los casos.

Prueba escrita:

- Se reserva alguna cuestión en la que se puede preguntar por el pseudocódigo del algoritmo del mcm o por cómo resolver un problema mediante bloques de pseudocódigo.













Pablo Beltrán-Pellicer 

Contexto

Nivel: 1º-2º ESO
Área: Matemáticas. Buscar colaboración con Tecnología para evitar solapamientos (Introducción a Scratch).
Entorno sociocultural: centro educativo en una población del medio semirural.

Producto final

Un proyecto de Scratch en el que se introducen las frecuencias (en minutos) de dos líneas de autobús. Devuelve como resultado el tiempo que tardarán en volver a coincidir en una parada. Ello se realizará de dos formas. La primera, gráficamente, representando cuándo vuelven a pasar por la parada. La segunda, cuando los números escogidos complican la representación gráfica, mediante el algoritmo del mcm.

Recursos/Herramientas TIC

- Sala de informática.
- La secuencia didáctica se basa en la utilización de Scratch.
- Ejemplos para los alumnos:
mcm: <https://scratch.mit.edu/projects/19547916/>
mcm: <https://scratch.mit.edu/projects/3821910/>
mcm y mcd: <https://scratch.mit.edu/projects/75686132/>
<https://scratch.mit.edu/projects/40856606/>

Problema explicado del mcm con 2 autobuses, solamente como referencia como material adicional:
<https://www.youtube.com/watch?v=Zw1QLGHfBKc>

79

Dispositivos móviles

La notación es importante: photomath

[Photomath](#) es una aplicación que está disponible para dispositivos [iOS](#) y para [Android](#). Como rezan en su página web, «escanea problemas matemáticos para un resultado instantáneo». Aunque eso de «problema» es más que discutible, ya que lo que resuelve es más bien lo que se conoce como ejercicios; esto es, expresiones aritméticas o algebraicas. Toda la cuestión de la matematización de un verdadero problema sigue siendo cosa de la persona que usa la app.



El funcionamiento es sencillo. Una vez instalada en el móvil, escaneamos una expresión aritmética o algebraica (una ecuación o un sistema, por ejemplo), la detectará (si está bien escrita) y la resolverá. Precisamente porque no sirve para resolver problemas auténticos, photomath puede tener un hueco en esos momentos donde queremos centrarnos en la matematización, la fase de mayor enjundia en la resolución de problemas.

Por otro lado, la notación, en sí misma, juega un papel muy importante en las matemáticas. No en vano, los desarrollos históricos han ido acompañados de una notación adecuada que, con el tiempo, se ha convertido en estándar. Esta app nos ayuda a promover el uso de una notación correcta, pues si el alumno no escribe bien la operación a realizar o la ecuación a resolver, photomath no lo sabrá interpretar.

No es algo a desdeñar esto de la notación. ¿Cuántas veces nos encontramos con alumnos que, en el desarrollo de una expresión de operaciones combinadas, van intercalando iguales con los resultados parciales?

Algunos enlaces

Y esto de aquí es directamente un cajón desastre, con enlaces que consideramos interesantes, además de los que hemos ido dejando a lo largo de las secciones. Queda totalmente abierto a actualizaciones y sugerencias.

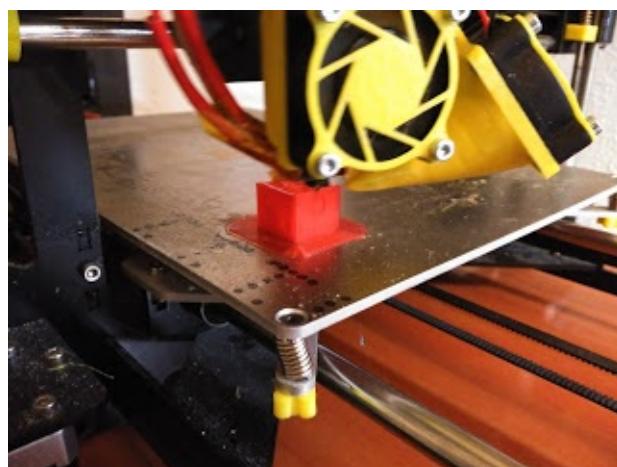
- [Matemáticas en tu mundo](#). Magnífica página de J. M. Sorando con un montón de recursos e ideas.
- [Didactmatic Primaria](#). Web de J. García Moreno y sus estupendos manipulables virtuales. Aunque ponga primaria, también es interesante para los de secundaria.
- [Sociedad Aragonesa "Pedro Sánchez Ciruelo" de Profesores de Matemáticas](#). Qué decir de nuestra sociedad de profesores. Organización de diversas actividades, como el Taller de Talento o las Olimpiadas, y la publicación de [Entorno Abierto](#).
- [Taller de Talento Matemático](#), actividad extraescolar, pensada para alumnos aficionados a las matemáticas, que quieran pasar un rato discurriendo y sacando lo mejor de sus cabezas. Está organizado por un grupo de profesores, tanto de enseñanza secundaria como de la Universidad de Zaragoza.
- [Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad de Zaragoza](#).

Esto es solo el principio...

De momento, hemos recogido algunas de las aplicaciones que, a nuestro juicio, bien pueden formar parte de la caja de herramientas del profesor de matemáticas. Geogebra, por ejemplo, es algo esencial a día de hoy. Como mínimo, desde la mesa del profesor.

Cosas que hemos dejado en el tintero, de momento, siendo conscientes de que hubiese estado bien hablar de ello:

- Software libre. Todos los servicios y aplicaciones que se han tratado en el curso son gratuitos, y algunos de ellos libres. No hemos querido tratar este tema, ya que daría para otro curso. Aquí nos ha bastado con presentar herramientas accesibles para todo el mundo, sin coste. Por ejemplo, al hablar de hoja de cálculo, lo mismo da, desde el punto de vista de la educación matemática, que se haga desde el Drive de Google, que desde LibreOffice o que desde Excel de MS Office. Otra cosa es la connotación filosófica que conlleve cada opción. Edmodo, por otro lado, es un servicio gratuito pero que actualmente incluye publicidad y que, si se quiere quitar, es necesario pagar.
- Las calculadoras. Aunque sería discutible su inclusión en lo que se conoce como TIC, pueden utilizarse para generar secuencias de aprendizaje muy ricas. En muchas ocasiones, permiten abstraerse de rudimentos procedimentales e ir al grano de lo que queremos enseñar.
- Todo el ámbito de la robótica y el modelado e impresión en 3D. Muy relacionado con Scratch y que, con secuencias didácticas concretas (idealmente en colaboración con departamentos de tecnología), dan lugar a situaciones donde se ponen en juego los conocimientos matemáticos.



- Otros programas, como Inkscape y Audacity. [Inkscape](#) es un programa de dibujo vectorial, en el que los dibujos se guardan en función de sus atributos matemáticos, al contrario que los mapas de bits, basados en píxeles. La principal diferencia de unos y otros es que los vectoriales pueden ampliarse a voluntad sin que se produzca un deterioro de la calidad, empleando mucho menos espacio en disco. Por otro lado, Inkscape resulta tan sencillo de utilizar como el clásico Paint, pero ofrece muchas otras funcionalidades, pudiendo hacer diagramas y figuras con el grado de sofisticación que deseemos. De la misma forma, [Audacity](#) es un editor de audio libre multiplataforma. Al igual que Inkscape, se trata de una aplicación que conocen nuestros alumnos, normalmente, en las asignaturas de Informática o Tecnología. Con Audacity se podrían diseñar tareas muy sugerentes en el bloque de funciones. Así, se podrían grabar sonidos naturales, silbatos, una pelota rebotando en el suelo, etc., para estudiar la forma de onda y sus propiedades, como el período y la frecuencia.

Pero como somos también algo inconscientes, seguro que hay otras aplicaciones sobre las que merecería la pena escribir largo y tendido.

En cualquier caso, esto de las TIC, TAC, o TIC-TAC, es algo que va cambiando. Y eso sí que es algo constante.

Créditos

Autoría: Pablo Beltrán-Pellicer

En cada una de las secciones se incluyen las referencias utilizadas.

Cualquier observación o detección de error por favor aquí soporte.catedu.es

Los contenidos se distribuyen bajo licencia Creative Commons tipo BY-NC-SA.



GOBIERNO DE ARAGÓN

Departamento de Educación,
Cultura y Deporte

CATEDU 
CENTRO ARAGONÉS de TECNOLOGÍAS para la EDUCACIÓN

