

Integral de Riemann-Stieltjes

Definición y propiedades

26 de octubre de 2014

Particiones

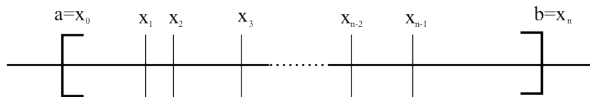
Definition

Sea $[a, b]$ intervalo. Una *partición* de $[a, b]$ es un conjunto de puntos x_0, x_1, \dots, x_n tales que

$$a = x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n = b$$

Sean

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} (i = 1, \dots, n)$$



Integral de Riemann

Sea f es una función real acotada definida en $[a, b]$. Para cada partición P de $[a, b]$ definimos

$$\begin{aligned}M_i &= \sup f(x) & (x_{i-1} \leq x \leq x_i), \\m_i &= \inf f(x) & (x_{i-1} \leq x \leq x_i), \\U(P, f) &= \sum_{i=1}^n M_i \Delta x_i, \\L(P, f) &= \sum_{i=1}^n m_i \Delta x_i\end{aligned}$$

y finalmente

$$\bar{\int}_a^b f \, dx = \inf U(P, f) \tag{1}$$

$$\underline{\int}_a^b f \, dx = \sup L(P, f) \tag{2}$$

Las partes izquierdas de estas ecuaciones son llamadas *integral superior* e *integral inferior* de f sobre $[a, b]$ respectivamente.

Integral de Riemann

Si las integrales *superior* e *inferior* son iguales entonces decimos que f es *riemann-integrable* en $[a, b]$ y diremos que $f \in \mathcal{R}$ donde \mathcal{R} denota el conjunto de funciones *riemann-integrables* y denotaremos el valor de (1) y (2) como

$$\int_a^b f(x) dx \quad (3)$$