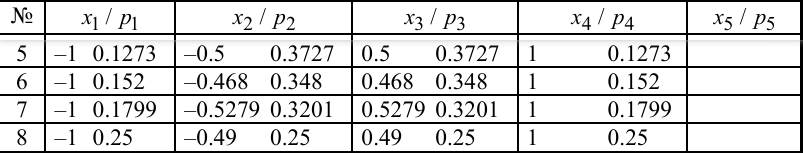
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
| Федеральное государственное бюджетное  образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» | | |
|  | | |
| Кафедра теоретической и прикладной информатики | | |
| Лабораторная работа №1 | | |
| по дисциплине «Планирование и анализ экспериментов» | | |
| **Критерии оптимальности планов эксперимента** | | |
|  | | |
|  |  |  |
| Группа ПМ-12 | Вострецова екатерина |
| Вариант 4 | зиянуров артём |
|  | хамитова екатерина |
|  |  |
|  |  |
| Преподаватели | Попов александр александрович |
|  |  |
| Новосибирск,2025 | | |

# **Задание**

1. Изучить понятия непрерывного плана эксперимента и информационной матрицы, а также критерии оптимальности, связанные с точностью оценивания параметров модели и точностью оценивания математического ожидания функции отклика.
2. Разработать программное приложение по обработке различных планов эксперимента для регрессионных моделей. Программа должна иметь возможность обрабатывать несколько различных планов для одной и той же модели. Обработка заключается в вычислении различных функционалов от информационной матрицы, связанных с тем или иным критерием оптимальности.
3. Для каждого из заданных планов вычислить значения функционалов от информационной (дисперсионной) матриц, связанных с такими критериями как: *D*, *A*,*E*,2,,*MV* ,*G* − оптимальности. Проранжировать планы, указанные в варианте, с позиций различных критериев. Выбрать план, наиболее предпочтительный по совокупности критериев. Список планов приведен в табл. 1.
4. В качестве спектра плана выбрать один из приведенных в табл. 1 для соответствующей модели. Веса точек выразить в виде зависимости от одного параметра как в примере аналитического построения оптимального плана. Для этого параметра определить допустимые интервалы значений, руководствуясь тем, что веса точек должны быть неотрицательные, а число таких точек с ненулевыми весами должно быть не меньше числа параметров в модели. Построить графики изменения критерия оптимальности плана, указанного в варианте, в зависимости от этого скалярного параметра; определить по графику оптимальные значения параметра и критерия. Сравнить полученный результат с результатами из п. 3. 5.
5. Оформить отчет, включающий в себя постановку задачи, полученные результаты и текст программы.
6. Защитить лабораторную работу.

**Вариант 4**

Модель квадратичная на отрезке, без линейного члена. Планы для анализа: 5-8. Для пункта 4 задания использовать критерий A-оптимальности.



# **Постановка задачи**

У – значение зависимой переменной,

е – ошибка,

– заданная вектор функция, от независимой переменной х,

*–* вектор неизвестных параметров

1. **Ход работы**

Для работы использовались такие критерии:

1. D – оптимальный план: .
2. A – оптимальный план: .
3. E – оптимальный план: .

4) – оптимальный план: .

5) Λ - оптимальный план: .

6) MV – оптимальный план: .

7) G – оптимальный план: .

При таких характеристиках:

1. Информационная матрица
2. Дисперсионная матрица

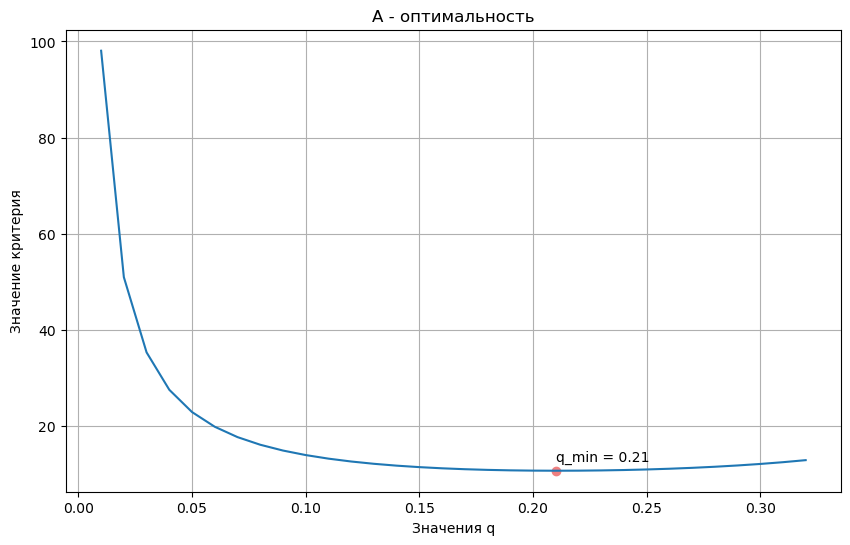
Также использовались различные характеристики матриц, такие как определитель, собственные значения, след и тд.

Результаты исследования:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № плана  Критерий | 5 | 6 | 7 | 8 |
| D | 0.10675 | 0.12905 | 0.11984 | **0.14436** |
| A | 12.18904 | **10.36332** | 11.76078 | 10.59021 |
| E | 0.08799 | **0.10468** | 0.09088 | 0.10111 |
| Φ2 | 8.05721 | **6.77866** | 7.79834 | 7.01065 |
| Λ | 55.55111 | **38.20143** | 52.47035 | 42.22221 |
| MV | 9.36762 | 7.74893 | 8.34382 | **6.92703** |
| G | 3.92772 | 3.28947 | 2.77932 | **1.99999** |

По результатам видно, что оптимальным планом будет являться 6.

В качестве спектра возьмем такую совокупность: {-1,-0.5, 0.5, 1}. Веса выберем таким образом:



Значение q = 0.21, значение критерия - 10.62762

Значения критерия близки к плану 6 и 8. Значение чуть больше, чем значения планов 6 и 8, но меньше, чем значения планов 5 и 7.

# **Код программы**

import pandas as pd

import numpy as np

import scipy.linalg as lng

import matplotlib.pyplot as plt

def func(x):

    return np.array([1, x\*\*2]).reshape(2, 1)

n = 4# количество спектров

m = 2

data = [

    "-1 0.1273 -0.5 0.3727 0.5 0.3727 1 0.1273",

    "-1 0.152 -0.468 0.348 0.468 0.348 1 0.152",

    "-1 0.1799 -0.5279 0.3201 0.5279 0.3201 1 0.1799",

    "-1 0.25 -0.49 0.25 0.49 0.25 1 0.25",

]

data\_list = []

for row in data:

    val = row.split()

    row\_arr = []

    for i in range(0, 8, 2):

        row\_arr.append([ float(val[i]), float(val[i+1]) ])

    data\_list.append(row\_arr)

df = pd.DataFrame(data\_list)

df

for j in range(n):

    # Информационная матрица

    M = np.zeros((m, m))

    for i in range(n):

        M += df.at[j, i][1] \* (func(df.at[j, i][0]) \* np.transpose(func(df.at[j, i][0])))

    # Дисперсионная матрица

    D = lng.inv(M)

    det\_D = lng.det(D)

    # Оценки

    # D-оптимальный план

    D\_opt\_plan = lng.det(M)

    # A-оптимальный план

    A\_opt\_plan = np.trace(D)

    # E-оптимальный план

    E\_opt\_plan = np.linalg.eigvals(M).min()

    # Фп-оптимальный план: введенные критерии Ф0, Ф1 и Ф2 -> p=2

    Fp\_opt\_plan = (np.matrix.trace(D @ D) / m)\*\*0.5

    # Lambda-оптимальный план

    Lam\_opt\_plan = 0

    eig\_aver = np.average(np.linalg.eigvals(D))

    for i in range(m):

        Lam\_opt\_plan += (np.linalg.eigvals(D)[i] - eig\_aver)\*\*2

    # MV-оптимальный план

    MV\_opt\_plan = np.diag(D).max()

    # G-оптимальный план

    d = list()

    for i in range(n):

        d.append(float(func(df.at[j, i][0]).T @ D @ func(df.at[j, i][0])))

    G\_opt\_plan = max(d)

        #M, "\n", D, "\n",

    print("План номер ", j)

    print(D\_opt\_plan, "\n", A\_opt\_plan, "\n", E\_opt\_plan, "\n",

           Fp\_opt\_plan, "\n", Lam\_opt\_plan, "\n", MV\_opt\_plan, "\n", G\_opt\_plan, "\n")

x, p, q, res = [], [], [], []

for i in [i\*0.01 for i in range(1,33)]:

    x = np.array([-1,-0.5,0.5,1])

    p = np.array([i, i, 1-3\*i,i])

    q.append(i)

    M\_q=np.zeros((m,m))

    for j in range(n):

        M\_q+=p[j]\*func(x[j]) @ np.transpose(func(x[j]))

    D\_q = lng.inv(M\_q)

    res.append(np.trace(D\_q))

q\_min = q[res.index(min(res))]

min\_res = min(res)

fig = plt.figure(figsize=(10, 6))

plt.plot(q, res)

plt.scatter(q\_min, min\_res, color = 'lightcoral')

plt.title('А - оптимальность')

plt.ylabel('Значение критерия')

plt.xlabel('Значения q')

plt.grid(True)

plt.text(q\_min, min\_res+2,'q\_min = 0.21')

plt.show()

print(f"Значение критерия: {min\_res}, соответствующее значение q {q\_min}")