Rozkład jasności źródeł fal grawitacyjnych - opis

12 kwietnia 2017

Spis treści

Przyjęte wartości stałych:

- $\Omega_m = 0.27$
- $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m = 0.73$
- $H_0 = 70.4 \frac{km}{s \cdot Mpc}$

1 Losowanie zdarzeń

1.1 Losowanie położenia na niebie

Niech $U \in [0;1]$ będzie zmienna losową z jednostajnego ciągłego rozkładu. Losowane są 4 kąty:

- $cos\theta = 2U - 1$
- $\phi = 2\pi U$
- $cos\iota = 2U - 1$
- $\psi = 2\pi U$

1.2 Losowanie masy

Źródłem mas jest plik z *Synthetic Universe*: Double Compact Objects ▷ Local ▷ Standard ▷ ABHBH02.dat .

1.3 Losowanie przesunięcia ku czerwieni

Punktem wyjścia jest wzór [1, ,Wzór 24]

$$\frac{d^4N}{dtd\Theta dzd\mathcal{M}} = \frac{dV_c}{dz}\frac{\dot{n}(z)}{1+z}\mathcal{P}(\mathcal{M})\mathcal{P}(\Theta) \tag{1}$$

gdzie $\dot{n}(z)$ to *merger rate density.* Całkując po masach i parametrze kątowym Θ, pomijając zależność od czasu i korzystając z tego, że : $\frac{dV_c}{dz} = \frac{4\pi D_c(z)^2 D_H}{E(z)}$ [1, ,Wzór 21] dostaję rozkład w zależności od z

$$\frac{dN}{dz} = \begin{cases} \frac{4\pi D_c(z)^2 D_H}{E(z)}\frac{\dot{n}(z)}{1+z} & z \in [0; z_{max}] \\ 0 & z \notin [0; z_{max}] \end{cases}. \tag{2}$$

Aby z powyższego otrzymać prawdopodobieństwo $\frac{dP}{dz}$, dla największej masy M wyznaczane jest z_{max} rozwiązujące równanie:

$$\frac{A(M(1+z))^{5/6}}{D_L(z)} - \frac{\mathrm{SNR}_{min}}{4} = 0 \tag{3}$$

dla $\mathrm{SNR}_{min} = 8$. Dzielenie SNR_{min} przez 4 w powyższym wynika z czynnika kątowego $\Theta \in [0; 4]$. Po normalizacji przez całkę od 0 do z_{max}, otrzymywana jest gęstość prawdopodobieństwa $\frac{dP}{dz}$. Wyznaczane jest maksymalne prawdopodobieństwo $\frac{dP_{max}}{dz}$ używane do ograniczenia obszaru losowania z metodą Monte Carlo.

1.4 Generowanie próbki

Z wylosowanych przesunięć ku czerwieni obliczane są odległości jasnościowe D_L korzystając z [1, ,Wzór 19] i [1, ,Wzór 20]:

$$D_L(z) = (1+z)D_c(z) = (1+z)D_H\int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \tag{4}$$

$$E(z) = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda},\ D_H = \frac{c}{H_0} \tag{5}$$

Wylosowane zdarzenie jest zapisywane jeśli jego $\mathrm{SNR} \geq \mathrm{SNR}_{min} = 8$

$$\mathrm{SNR} = \frac{A\Theta(\theta,\psi,\iota,\psi)M_z^{5/6}}{D_L} \tag{6}$$

2 Metoda największej wiarygodności

Porównywane są: model $\alpha = 0 : \dot{n}(z) = const$ i model $\alpha = 1 : \dot{n}(z) = 1+z$. Z wcześniej wygenerowanej próbki 100 000 zdarzeń otrzymywana jest analityczna postać $\left.\frac{dP}{d\mathrm{SNR}}\right|_{\alpha=1}$ i $\left.\frac{dP}{d\mathrm{SNR}}\right|_{\alpha=0}$ za pomocą przybliżenia $\frac{dP}{d\mathrm{SNR}} \approx \frac{1}{N}\frac{N_i}{\Delta H}$, gdzie

N to całkowita wielkość próbki,a N_i to wysokość binu o szerokości ΔH. Wiarygodność (*likelihood*) to $\mathcal{L} = \prod_{i=0}^{n} \frac{dP}{d\mathrm{SNR}}(x_i)$ dla $n \in \{3, 6, 10, 30, 60, 100\}$. Następnie obliczany jest *Bayes factor* $\mathcal{O} = \frac{\mathcal{L}(\alpha=1)}{\mathcal{L}(\alpha=0)}$ dla 10 000 próbek o wielkości n.

Literatura

[1] Hubble without the Hubble: cosmology using advanced gravitational-wave detectors alone `https://arxiv.org/abs/1108.5161v2`