Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Rafael Heleno Campos
rafaelcampos.fsc@gmail.com - tinyurl.com/profrafaelcampos
FSC5112 - Lista de exercícios 1 - Rotações (v1.0)

Dicas para resolver a lista: Use sempre o número apropriado de algarismos significativos para as respostas, uniformize as unidades de acordo com o S.I. (m, kg, s, K,...), use $g = 9,80 m/s^2$ e bons estudos!

Exercícios recomendados, Halliday 8ed. (alguns dos exercícios desta lista são baseados neles):
Capítulo 10: 40, 41, 43, 45, 47, 52, 53, 55, 57, 63, 64 e 65.
Capítulo 11: 2, 6, 7, 13, 18, 22, 30, 31, 39, 41, 42, 49, 50, 56, 60, 64, 66 e 69.

Parte 1 - Cinemática

1. *(H10.2)* Qual é a velocidade angular de cada um dos três ponteiros do relógio, em rad/s?
2. *(H10.3)* Um mergulhador realiza $2,5$ giros ao saltar de uma plataforma de $10m$. Supondo que a velocidade vertical inicial seja nula, determine a velocidade angular média do mergulhador.
3. Quando se deixa cair uma fatia de pão com manteiga de uma mesa, a fatia adquire um movimento de rotação. Se a distância da mesa ao chão é de $76cm$ e para rotações menores que 1 revolução, determine o intervalo entre a maior e a menor velocidade angular para a qual a fatia cai com a manteiga para baixo. (Supondo que o pão esteja na posição horizontal com o face besuntada virada para cima.) *Dica quente: se na face sem manteiga do pão você amarrar um gato de costas para o pão, o sistema gato-pão-manteiga ficará flutuando infinitamente, sem encostar no chão.*
4. *(H10.7)* A roda da *Figura 1* tem oito raios de $30cm$ igualmente espaçados, está montada em um eixo fixo e gira a $2,5rev/s$. Você deseja atirar uma flecha de $20cm$ de comprimento paralelamente ao eixo da roda sem atingir um dos raios. Suponha que a flecha e os raios sejam muito finos.
   (a) O ponto entre o eixo e a borda da roda por onde a flecha passa faz alguma diferença?
   (b) Qual é a menor velocidade que a flecha deve ter?
5. *(H10.10)* A velocidade angular do motor de um automóvel é aumentada a uma taxa constante de $1200rev/min$ para $3000rev/min$ em $12s$.
   (a) Qual é a aceleração angular em revoluções por minuto ao quadrado?
   (b) Quantas revoluções o motor executa nesse intervalo de $12s$?
6. *(H10.13)* Uma roda tem uma aceleração angular constante de $3,0rad/s^2$. Supondo que a roda partiu do repouso, por quanto tempo ela já estava em movimento no início desse intervalo de 4,0s?
7. *(H10.16)* Um disco gira em torno de seu eixo central partindo do repouso com aceleração angular constante. Em um certo instante ele está girando a $10rev/s$; após 60 revoluções, sua velocidade angular é de $15rev/s$. Calcule:
   (a) A aceleração angular.
   (b) O tempo necessário para completar as 60 revoluções.
   (c) O tempo necessário para atingir a velocidade angular de $10rev/s$.
   (d) O número de revoluções desde o repouso até o instante em que o disco atinge a velocidade angular de $10rev/s$.
8. *(H10.20)* Um astronauta esta sendo testado em uma centrífuga. A centrífuga tem um raio de $10m$ e, ao partir, gira de acordo com a equação $\theta(t) = 0,30t^2$, onde t está em segundos e θ em radianos. Quando $t = 5,0s$, quais são os módulos
   (a) da velocidade angular?
   (b) da velocidade linear?
   (c) da aceleração tangencial?
   (d) da aceleração radial do astronauta?
9. *(H10.22)* Se a hélice de um avião gira a $2000rev/min$ quando o avião voa com uma velocidade de

$480km/h$ em relação ao solo, qual é a velocidade escalar linear de um ponto na ponta da hélice, a $1,5m$ de distância do eixo, em relação

(a) ao piloto?

(b) a um observador no solo?
(*Dica quente: use o formalismo vetorial para um esquema das velocidades, sabendo que o eixo de rotação da hélice é paralelo à velocidade do avião.*)

10. *(H10.26)* Uma roda de giroscópio com $2,83cm$ de raio é acelerada a partir do repouso a $14,2rad/s^2$ até que a sua velocidade angular atinja $2760rev/min$.

    (a) Qual é a aceleração tangencial de um ponto na borda da roda durante este processo de aceleração angular?

    (b) Qual é a aceleração radial deste ponto quando a roda está girando na velocidade máxima?

    (c) Qual é a distância percorrida por um ponto da borda da roda durante este processo?

11. *(H10.30)* Na *Figura 2* uma roda A de raio $r_A = 10cm$ está acoplada por uma correia B a uma roda C de raio $r_C = 25cm$. A velocidade angular de A é aumentada partindo do repouso a uma taxa constante de $1,6rad/s^2$. Determine o tempo necessário para que a roda C atinja uma velocidade angular de $100rev/min$, supondo que a correia não deslize. (*Dica quente: Se a correia não desliza, as velocidades lineares das bordas dos discos são iguais.*)

12. *(H10.33)* Calcule o momento de inércia de uma roda que tem uma energia cinética de $24,4kJ$ quando gira a $602rev/min$.

13. *(H10.35)* Calcule o momento de inércia de uma régua de um $1,00m$ com uma massa de $0,56kg$, em relação a um eixo perpendicular à régua na marca de $20cm$. (Trate a régua como uma barra fina.)

14. *(H10.39)* Na *Figura 6*, duas partículas, ambas de massa $m = 0,85kg$, estão ligadas uma à outra e a um eixo de rotação em O por duas barras finas, ambas de comprimento $d = 5,6cm$ e massa $M = 1,2kg$. O conjunto gira em torno do eixo de rotação com velocidade angular $\omega = 0,30rad/s$. Em relação a O, quais são:

    (a) O momento de inércia do conjunto?

    (b) A energia cinética do conjunto?

    (c) O momento angular do conjuto?

Parte 2 - Dinâmica

1. Sabendo que $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ e $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$:

    (a) Determine o torque $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$.

    (b) Obtenha as componentes de $\vec{\tau}$, considerando agora que $\vec{r}$ e $\vec{F}$ estão contidos no plano xOy.

2. Uma partícula P com massa igual a $3,0kg$ tem posição $\vec{r}$ conforme a figura 1 (dada em sala). Todos os 3 vetores ($\vec{F}$, $\vec{r}$, $\vec{v}$) estão contidos no plano da página. Com $r = 3,0m$, $v = 4,0m/s$ e $F = 2,0N$ Calcule:

    (a) O momento angular da partícula. Módulo e sentido.

    (b) O torque atuando sobre a partícula. Módulo e sentido.

3. Na *Figura 7* são mostradas as linhas de ação e os braços de alavancas dos torques de duas forças em relação à origem O. Suponha que essas duas forças estejam atuando sobre um corpo rígido articulado por um pino em O. Todos os vetores mostrados estão no plano da figura. Determine o módulo e o sentido do torque resultante que atua no corpo (como função das posições, forças e ângulos relativos).

4. Duas partículas, cada uma de massa m e velocidade v, deslocam-se em sentidos opostos ao longo de linhas paralelas separadas de uma disância d. Mostre que o vetor momento angular do sistema é o mesmo qualquer que seja o ponto considerado como origem. Determine o módulo do vetor momento angular.

5. Três partículas, cada qual de massa m, estão ligadas uma a outra e a um eixo de rotação por três fios leves cada um com um comprimento d como mostra a Figura 3. O sistema gira em torno do eixo de rotação com velocidade angular ω de tal modo que as partículas permanecem em linha reta. Calcule:
   (a) O momento de inércia do sistema em relação a O.
   (b) O momento angular da partícula do meio.
   (c) O momento angular total das três partículas.

   Expresse as respostas em termos de m, d e ω.
6. Suponha que a Terra seja uma esfera de densidade uniforme, com raio igual a $6,4 \times 10^3 km$ e massa igual a $6,0 \times 10^{24} kg$. Calcule a energia cinética da rotação da Terra.
7. Mostre que o momento de inércia de uma placa retangular de massa M, de lados a e b, em relação a um eixo perpendicular a ela e que passe pelo seu centro, é $\frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$.
8. Uma roldana possui raio $r = 15cm$ e momento de inércia em relação ao eixo central $I = 1,0 \times 10^5 g.cm^2$. Sobre a borda da roldana aplica-se uma força tangencial que varia com o tempo de acordo com a relação $F = 2t + t^2$, onde F e t estão expressos em *Newtons* e *segundos*, respectivamente. Sabendo que a roldana está inicialmente em repouso, determine:
   (a) O módulo do torque para $t = 5,0s$.
   (b) A aceleração angular para $t = 5,0s$.
   (c) A expressão para a velocidade angular em função do tempo.
   (d) A velocidade angular para $t = 5,0s$.
   (e) O valor da energia cinética para $t = 5,0s$.
9. Uma barra uniforme de aço com $1,50m$ de comprimento e $7,00kg$ de massa tem fixada em cada extremidade uma pequena esfera de $1,10kg$ de massa. A barra gira em um plano horizontal, em torno de um eixo vertical que passa por seu ponto médio. Em um dado instante, observa-se que ela está realizando $40 voltas/s$. Em virtude do atrito com o eixo, ela chega ao repouso $35s$ mais tarde. Supondo constante o torque do atrito no eixo, calcule:
   (a) A aceleração angular.
   (b) O torque retardador devido ao atrito no eixo.
   (c) O trabalho total realizado pelo atrito no eixo.
   (d) O número de rotações efetuadas durante os $35s$.
10. O momento angular de uma partícula é dado em função do tempo pelo vetor:
$$\vec{L} = bt\hat{i} + ct^3\hat{j}$$
    onde o módulo $\vec{L}$ é dado em $kg.m^2/s$, $b = 2kg.m^2/s^2$, $c = 1kg.m^2/s^4$ e o tempo é dado em *segundos*.
    (a) Obtenha a expressão do torque que atua sobre a partícula.
    (b) Calcule o módulo do torque para $t = 1s$.
11. Um corpo, de raio R e massa m, esta rolando horizontalmente, sem deslizar, com velocidade v. Encontrando uma rampa, ele continua a rolar e sobe até uma altura h. Se $h = 3v^2/4g$,
    (a) Qual é a inércia rotacional do corpo?
    (b) Baseado nessa expressão, qual deve ser a forma dele?

Parte 3 - Problemas Propostos

1. Enquanto uma moeda é mantida fixa sobre a superfície de uma mesa, uma segunda, idêntica à primeira, gira em volta dela sem deslizamento, como na *Figura 5*. Quando a segunda moeda retornar à posição original, de quanto ela girou?
2. *Bola de Neve* Uma bola de neve rola sem deslizar por uma ladeira coberta de neve (considere a

ladeira como um plano inclinado de um ângulo α). Conforme ela rola, sua massa aumenta de acordo com a relação: $m = m_0(1 + \beta\Delta x)$ onde β é uma constante e Δx é a distância percorrida pela bola. Considerando a densidade da esfera (ρ) uniforme, obtenha uma expressão para o seu momento de inércia como função de Δx, β, m_0 e ρ.

3. O sistema mostrado na *Figura 4* gira sem atrito entre o eixo e os mancais. Os momentos de inércia dos cilindors grande e pequeno são, respectivamente, I_R e I_r, e os dois cilindros formam uma peça única. Calcule:
   (a) A aceleração angular dos cilindros.
   (b) A razão M/m para que o sistema fique em equilíbrio.

Figuras


Figura 1.

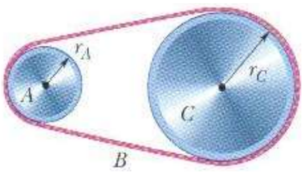

Figura 2.

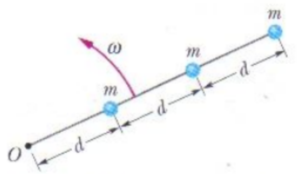

Figura 3.

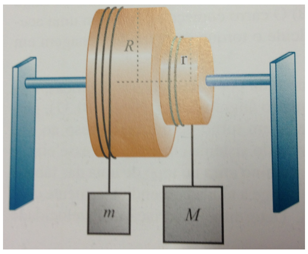

Figura 4.

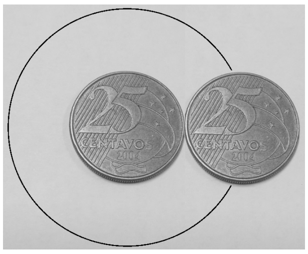

Figura 5.

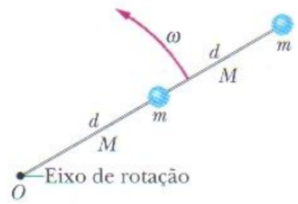

Figura 6.

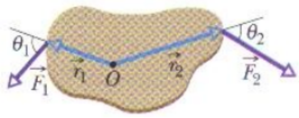

Figura 7.

Respostas

Parte 1 - Cinemática

1. $\omega_s = (\pi/30)rad/s = 0,105rad/s$,
   $\omega_m = (\pi/1800)rad/s = 1,75 \times 10^{-3}rad/s$,
   $\omega_h = (\pi/21600)rad/s = 1,45 \times 10^{-4}rad/s$
2. $\bar{\omega} = 11rad/s$
3. $4rad/s < \omega < 12rad/s$
4. $v = 4,0m/s$
5. (a) $9000rev/min^2$
   (b) 420 revoluções
6. $8,0s$
7. (a) $\alpha = 6,54rad/s^2$
   (b) $t = 0,208s$
   (c) $t = 0,417s$
   (d) 48 revoluções
8. (a) $\omega = 3,0rad/s$
   (b) $v = 30m/s$
   (c) $a_t = 6,0m/s^2$
   (d) $a_r = 90m/s^2$
9.
10. (a) $a_T = 0,402m/s^2$
    (b) $a_R = 23\bar{6}4m/s^2$
    (c) $n = 468$
11.
12.
13.
14. (a) $I = d^2(8M/3 + 5m) = 0,023kg.m^2$
    (b) $K = (I\omega^2)/2 = 0,0010J$
    (c) $L = I\omega = 0,0069kg.m^2/s$

Parte 2 - Dinâmica

1. (a) $\vec{\tau} = (yF_z - zF_y)\hat{i} + (zF_x - xF_z)\hat{j} + (xF_y - yF_x)\hat{k}$
   (b) $\vec{\tau} = (xF_y - yF_x)\hat{k}$
2. (a) $\vec{L} = 18\hat{k}kg.m^2/s$, para fora da página.
   (b) $\vec{\tau} = 3,0\hat{k}N.m$, para fora da página.
3. $\vec{\tau} = (r_1F_1sen(\theta_1) - r_2F_2sen(\theta_2))\hat{k}N.m$, para fora da página.
4. $L = mvd$
5. (a) $I = 14md^2$
   (b) $L = 4m\omega d^2$
   (c) $L = 14m\omega d^2$
6. $E_{CR} = 2,6 \times 10^{29}J$
7.
8. (a) $\tau = 5,2N.m$
   (b) $\alpha(5) = 525rad/s^2$
   (c) $(r/I)(t^2 + t^3/3)$
   (d) $\omega(5) = 10^3rad/s$
   (e) $E_{CR} = 5,0kJ$
9. (a) $\alpha = -7,2rad/s^2$
   (b) $\tau = -18N.m$
   (c) $W = 8,0 \times 10^4J$
   (d) 700 Voltas
10. (a) $\vec{\tau} = b\hat{i} + 3ct^2\hat{j}$
    (b) $3,6N.m$
11. (a) $I = (1/2)MR^2$
    (b) Disco ou cilindro homogêneo de massa M e raio R

Referências

HALLIDAY; RESNICK; WALKER, JEARL - *Fundamentos de Física - Volume 1: Mecânica*, 8ed.
CHAVES, ALAOR - *Física Básica: Mecânica*, 4ed.