Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Rafael Heleno Campos
rafaelcampos.fsc@gmail.com - tinyurl.com/profrafaelcampos

FSC5002 - Lista de exercícios 1 - Rotações (v2.2.1)

Dicas para resolver a lista: Use sempre o número apropriado de algarismos significativos para as respostas, uniformize as unidades de acordo com o S.I. (m, kg, s, K,...), use $g = 9,80$ m/s^2 e bons estudos!

Parte 1 - Cinemática

1. *H10.2* Qual é a velocidade angular de cada um dos três ponteiros do relógio, em rad/s?
2. *H10.3* Um mergulhador realiza $2,5$ giros ao saltar de uma plataforma de 10 m. Supondo que a velocidade vertical inicial seja nula, determine a velocidade angular média do mergulhador.
3. Quando se deixa cair uma fatia de pão com manteiga de uma mesa, a fatia adquire um movimento de rotação. Se a distância da mesa ao chão é de 76 cm e para rotações menores que $1,0$ revolução, determine o intervalo entre a maior e a menor velocidade angular para a qual a fatia cai com a manteiga para baixo. (Supondo que o pão esteja na posição horizontal com o face besuntada virada para cima.) *Dica quente: se na face sem manteiga do pão você amarrar um gato de costas para o pão, o sistema gato-pão-manteiga ficará flutuando infinitamente, sem encostar no chão.*
4. *H10.7* A roda da *Figura 1* tem oito raios de 30 cm igualmente espaçados, está montada em um eixo fixo e gira a $2,5$ rev/ s. Você deseja atirar uma flecha de 20 cm de comprimento paralelamente ao eixo da roda sem atingir um dos raios. Suponha que a flecha e os raios sejam muito finos.
   (a) O ponto entre o eixo e a borda da roda por onde a flecha passa faz alguma diferença?
   (b) Qual é a menor velocidade que a flecha deve ter?
5. *H10.10* A velocidade angular do motor de um automóvel é aumentada a uma taxa constante de 1200 rev/min para 3000 rev/min em 12 s.
   (a) Qual é a aceleração angular em revoluções por minuto ao quadrado?
   (b) Quantas revoluções o motor executa nesse intervalo de 12 s?
6. *H10.13* Uma roda tem uma aceleração angular constante de $3,0$ rad/s^2. Durante um certo intervalo de $4,0$ s, descreve um ângulo de 120 rad. Supondo que a roda partiu do repouso, por quanto tempo ela já estava em movimento no início desse intervalo de $4,0$ s?
7. *H10.16* Um disco gira em torno de seu eixo central partindo do repouso com aceleração angular constante. Em um certo instante ele está girando a 10 rev/s; após 60 revoluções, sua velocidade angular é de 15 rev/s. Calcule:
   (a) A aceleração angular.
   (b) O tempo necessário para completar as 60 revoluções.
   (c) O tempo necessário para atingir a velocidade angular de 10 rev/s.
   (d) O número de revoluções desde o repouso até o instante em que o disco atinge a velocidade angular de 10 rev/s.
8. *H10.8*A aceleração angular de uma roda é $\alpha = 6,0t^4 - 2,0t^2$, com α em radianos e t em segundos. No instante $t = 0,0$ s a roda tem uma velocidade angular de $2,0$ rad/s e possui uma posição angular de $1,0$ rad. Escreva a expressão para a posição angular como função do tempo.
9. *H11.2* Um automóvel que se move a 80 km/h possui pneus com $75,0$ cm de diâmetro.
   (a) Qual é a velocidade angular dos pneus em relação aos respectivos eixos?
   (b) Se o carro é freado com aceleração constante e as rodas descrevem 30 voltas completas (sem deslizar), qual é o módulo da aceleração angular das rodas?
   (c) Que distância o carro percorre durante a frenagem?
10. *H10.20* Um astronauta esta sendo testado em uma centrífuga. A centrífuga tem um raio de 10 m e, ao partir, gira de acordo com a equação $\theta(t) = 0,30t^2$, onde t está em segundos e θ em radianos. Quando $t = 5,0$ s, quais são os módulos

(a) da velocidade angular?
(b) da velocidade linear?
(c) da aceleração tangencial?
(d) da aceleração radial do astronauta?

11. *H10.26* Uma roda de giroscópio com $2,83$ cm de raio é acelerada a partir do repouso a $14,2$ rad/s^2 até que a sua velocidade angular atinja 2760 rev/min.
    (a) Qual é a aceleração tangencial de um ponto na borda da roda durante este processo de aceleração angular?
    (b) Qual é a aceleração radial deste ponto quando a roda está girando na velocidade máxima?
    (c) Qual é a distância percorrida por um ponto da borda da roda durante este processo?
12. *H10.30* Na *Figura 2* uma roda A de raio $r_A = 10$ cm está acoplada por uma correia B a uma roda C de raio $r_C = 25$ cm. A velocidade angular de A é aumentada partindo do repouso a uma taxa constante de $1,6$ rad/s^2. Determine o tempo necessário para que a roda C atinja uma velocidade angular de 100 rev/min, supondo que a correia não deslize. (*Dica quente: Se a correia não desliza, as velocidades lineares das bordas dos discos são iguais.*)
13. *H10.22* Se a hélice de um avião gira a 2000 rev/min quando o avião voa com uma velocidade de 480 km/h em relação ao solo, qual é a velocidade escalar linear de um ponto na ponta da hélice, a $1,5$ m de distância do eixo, em relação
    (a) ao piloto?
    (b) a um observador no solo?
    (*Dica quente: use o formalismo vetorial para um esquema das velocidades, sabendo que o eixo de rotação da hélice é paralelo à velocidade do avião.*)
14. O LP *Xou da Xuxa*, de 1986, foi impresso em discos de $r = 15$ cm compostos de um material que não pode ser submetido a acelerações maiores que 30 m/s^2, sob perigo de invocar antigos espíritos do mal.
    (a) Qual é a maior velocidade angular que esse disco pode ter?
    (b) Se em um dado momento ele gira com $\omega = 13$ rad/s, qual é a maior aceleração angular instantânea que lhe pode ser aplicada?

Parte 2 - Dinâmica

15. Sabendo que $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ e $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$:
    (a) Determine o torque $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$.
    (b) Obtenha as componentes de $\vec{\tau}$, considerando agora que $\vec{r}$ e $\vec{F}$ estão contidos no plano xOy.
16. Na *Figura 7* são mostradas as linhas de ação e os braços de alavancas dos torques de duas forças em relação à origem O. Suponha que essas duas forças estejam atuando sobre um corpo rígido articulado por um pino em O. Todos os vetores mostrados estão no plano da figura. Determine o módulo e o sentido do torque resultante que atua no corpo (como função das posições, forças e ângulos relativos).
17. Sabendo que a massa da Terra é $\approx 5,97 \times 10^{24}$ kg calcule a que distância do ponto de apoio de uma alavanca Arquimedes ($90,0$ kg) teria que se colocar para conseguir igualar o momento de inércia do planeta. (*Considere a Terra como um ponto que dista* 6370 km *do ponto de apoio.*)
18. *H10.35* Calcule o momento de inércia de uma régua de um $1,00m$ com uma massa de $0,56kg$, em relação a um eixo perpendicular à régua na marca de $20cm$. (Trate a régua como uma barra fina.)
19. Mostre que o momento de inércia de uma placa retangular de massa M, de lados a e b, em relação a um eixo perpendicular a ela e que passe pelo seu centro, é $\frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$.
20. *H10.33* Calcule o momento de inércia de uma roda que tem uma energia cinética de $24,4kJ$ quando gira a $602rev/min$.
21. Suponha que a Terra seja uma esfera de densidade uniforme, com raio igual a $6,4 \times 10^3km$ e massa igual a $6,0 \times 10^{24}kg$. Calcule a energia cinética da rotação da Terra.

22. Uma barra uniforme de aço com $1,50m$ de comprimento e $7,00kg$ de massa tem fixada em cada extremidade uma pequena esfera de $1,10kg$ de massa. A barra gira em um plano horizontal, em torno de um eixo vertical que passa por seu ponto médio. Em um dado instante, observa-se que ela está realizando $40voltas/s$. Em virtude do atrito com o eixo, ela chega ao repouso $35s$ mais tarde. Supondo constante o torque do atrito no eixo, calcule:
    (a) A aceleração angular.
    (b) O torque retardador devido ao atrito no eixo.
    (c) O trabalho total realizado pelo atrito no eixo.
    (d) O número de rotações efetuadas durante os $35s$.
23. Uma roldana possui raio $r = 15cm$ e momento de inércia em relação ao eixo central $I = 1,0 \times 10^5 g.cm^2$. Sobre a borda da roldana aplica-se uma força tangencial que varia com o tempo de acordo com a relação $F = 2t + t^2$, onde F e t estão expressos em *Newtons* e *segundos*, respectivamente. Sabendo que a roldana está inicialmente em repouso, determine:
    (a) O módulo do torque para $t = 5,0s$.
    (b) A aceleração angular para $t = 5,0s$.
    (c) A expressão para a velocidade angular em função do tempo.
    (d) A velocidade angular para $t = 5,0s$.
    (e) O valor da energia cinética para $t = 5,0s$.
24. Um corpo, de raio R e massa m, esta rolando horizontalmente, sem deslizar, com velocidade v. Encontrando uma rampa, ele continua a rolar e sobe até uma altura h. Se $h = 3v^2/4g$,
    (a) Qual é a inércia rotacional do corpo?
    (b) Baseado nessa expressão, qual deve ser a forma dele?
25. *H11.6* Uma esfera oca, com $0,15m$ de raio e $I = 0,040kg \cdot m^2$ em relação ao centro de massa, rola sem deslizar subindo uma superfície com uma inclinação de 30^o em relação à horizontal. Em uma certa posição a energia cinética total da esfera é $20J$.
    (a) Quanto desta energia cinética se deve à rotação?
    (b) Qual é a velocidade do centro de massa da esfera na posição?
    (c) Após a esfera ter se deslocado $1,0m$ ao longo da superfície inclinada a partir da posição inicial qual será a sua energia cinética?
    (d) E a velocidade do centro de massa?
26. Uma partícula P com massa igual a $3,0kg$ tem posição $\vec{r}$ conforme a *Figura 9*. Todos os 3 vetores ($\vec{F}$, $\vec{r}$, $\vec{v}$) estão contidos no plano da página. Com $r = 3,0m$, $v = 4,0m/s$, $F = 2,0N$, $\theta_1 = 100^o$ e $\theta_2 = 130^o$, calcule:
    (a) O momento angular da partícula. Módulo e sentido.
    (b) O torque atuando sobre a partícula. Módulo e sentido.
27. Duas partículas, cada uma de massa m e velocidade v, deslocam-se em sentidos opostos ao longo de linhas paralelas separadas de uma disância d. Mostre que o vetor momento angular do sistema é o mesmo qualquer que seja o ponto considerado como origem. Determine o módulo do vetor momento angular.
28. Três partículas, cada qual de massa m, estão ligadas uma a outra e a um eixo de rotação por três fios leves cada um com um comprimento d como mostra a *Figura 3*. O sistema gira em torno do eixo de rotação com velocidade angular ω de tal modo que as partículas permanecem em linha reta. Calcule:
    (a) O momento de inércia do sistema em relação a O.
    (b) O momento angular da partícula do meio.
    (c) O momento angular total das três partículas.

    Expresse as respostas em termos de m, d e ω.

29. *H10.39* Na *Figura 6*, duas partículas, ambas de massa $m = 0,85kg$, estão ligadas uma à outra e a um eixo de rotação em O por duas barras finas, ambas de comprimento $d = 5,6cm$ e massa $M = 1,2kg$. O conjunto gira em torno do eixo de rotação com velocidade angular $\omega = 0,30rad/s$. Em relação a O, quais são:
    (a) O momento de inércia do conjunto?
    (b) A energia cinética do conjunto?
    (c) O momento angular do conjuto?
30. O momento angular de uma partícula é dado em função do tempo pelo vetor:
$$\vec{L} = bt\hat{i} + ct^3\hat{j}$$
onde o módulo $\vec{L}$ é dado em $kg.m^2/s$, $b = 2kg.m^2/s^2$, $c = 1kg.m^2/s^4$ e o tempo é dado em *segundos*.
    (a) Obtenha a expressão do torque que atua sobre a partícula.
    (b) Calcule o módulo do torque para $t = 1s$.
31. *H11.56* Uma barata de massa m está na borda de um disco uniforme de massa $4,00m$ que pode girar livremente em torno do centro como um carrossel. Inicialmente, a barata e o disco giram juntos com uma velocidade angular de $0,260rad/s$. A barata caminha até metade da distância ao centro do disco.
    (a) Qual é, nesse momento, a velocidade angular do sistema barata-disco?
    (b) Qual é a razão K/K_0 entre a nova energia cinética do sistema e a sua energia cinética antiga?
    (c) Por que a energia cinética varia?
32. *H11.66* Na *Figura 10*, um pequeno bloco de $50g$ desliza para baixo em uma superfície curva sem atrito a partir de uma altura $h = 20cm$ e depois adere a uma barra uniforme de massa $100g$ e comprimento $40cm$. A barra gira em um ângulo θ em torno do ponto O antes de parar momentaneamente. Determine θ.
33. *H11.18* Em 1980, um grande ioiô foi solto de um guindaste sobre a baía de San Francisco. O ioiozão de $116kg$ era formado por dois discos uniformes com $32cm$ de raio, ligados por um eixo de $3,2cm$ de raio. Qual foi o módulo da aceleração do ioiô
    (a) durante a subida?
    (b) durante a descida?
    (c) Qual foi a tensão na corda?
    (d) Se você construir uma versão gigante desse ioiô (mesma forma e mesmo materiais), o módulo da aceleração do seu mega ioiozão será maior, menor ou igual ao de San Francisco? E a tensão na corda?
34. *H11.69* Um certo giroscópio é formado por um disco uniforme com $50cm$ de raio montado no centro de um eixo de $11cm$ de comprimento e massa desprezível. O eixo está na posicao horizontal, apoiado em uma das extremidade. Se o disco está girando em torno do eixo a $1000rev/min$, qual é a velocidade de precessão?

Parte 3 - Problemas Propostos

35. Enquanto uma moeda é mantida fixa sobre a superfície de uma mesa, uma segunda, idêntica à primeira, gira em volta dela sem deslizamento, como na *Figura 5*. Quando a segunda moeda retornar à posição original, qual é o distância angular percorrida por um ponto na borda dela?
36. *H10.32* Um pulsar é uma estrela de neutrons que gira muito rapidamente em torno de si própria e emite um feixe de rádio, do mesmo modo que um farol emite um feixe luminoso. Recebemos na terra um pulso de rádio para cada revolução da estrela. O período T de rotação de um pulsar é determinado medindo o intervalo de tempo entre os pulsos. O pulsar da nebulosa do Caranguejo tem um período de rotação $T = 0,033s$ que está aumentando a uma taxa de $1,26 \times 10^{-5}s/ano$.
    (a) Qual é a aceleração angular α do pulsar?
    (b) Se α se mantiver constante, daqui a quantos anos o pulsar vai parar de girar?

(c) O pulsar foi criado pela explosão de uma supernova observada no ano de 1054. Supondo que a aceleração α se manteve constante, determine o período T logo após a explosão.

37. Determinar $|\vec{a}|$ do corpo A, que desliza com $\vec{v_0} = 0$ pela rosca de um parafuso de passo h e raio R, após a enésima volta (despreze o atrito). *Figura 8.*

38. *Bola de Neve* Uma bola de neve rola sem deslizar por uma ladeira coberta de neve (considere a ladeira como um plano inclinado de um ângulo α). Conforme ela rola, sua massa aumenta de acordo com a relação: $m = m_0(1 + \beta\Delta x)$ onde β é uma constante e Δx é a distância percorrida pela bola. Considerando a densidade da esfera (ρ) uniforme, obtenha uma expressão para o seu momento de inércia como função de Δx, β, m_0 e ρ.

39. O sistema mostrado na *Figura 4* gira sem atrito entre o eixo e os mancais. Os momentos de inércia dos cilindros grande e pequeno são, respectivamente, I_R e I_r, e os dois cilindros formam uma peça única. Calcule:

    (a) A aceleração angular dos cilindros.

    (b) A razão M/m para que o sistema fique em equilíbrio.

40. Considere uma bola de sinuca de massa uniforme m e raio R. Suponha que uma tacada feita a uma distância vertical b acima do centro de massa lhe transmita dois momentos $P_0 = mv_0$ e $L_0 = I\omega_0$.

    (a) Obtenha uma expressão que determine o trabalho que a força de atrito faz na bola do momento da tacada até o momento onde ela passa a rolar sem deslizar, como função de v_0, m, b, R e da velocidade de rolamento puro v.

    (b) Partindo da expressão calculada no item anterior determine o valor de b para que a bola saia em rolamento puro desde o momento da tacada.

Figuras

Figura 1.

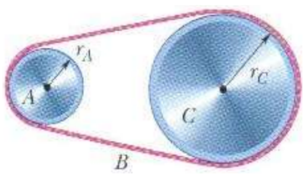

Figura 2.

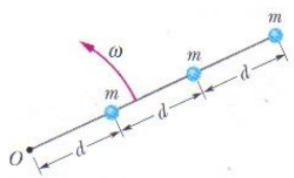

Figura 3.

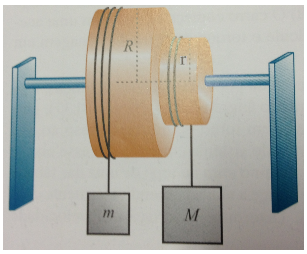

Figura 4.

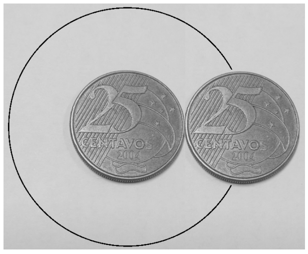

Figura 5.

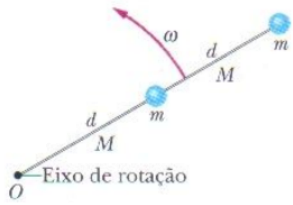

Figura 6.

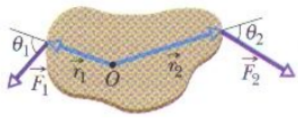

Figura 7.

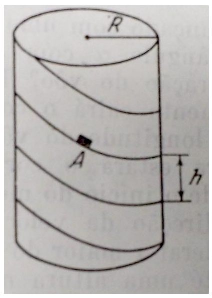

Figura 8.

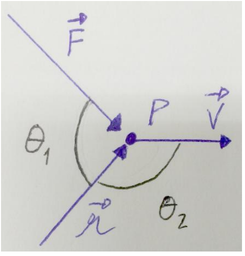

Figura 9.

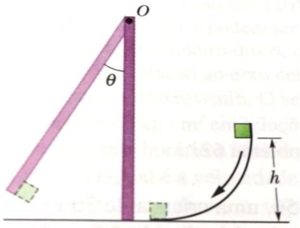

Figura 10.

Respostas

1. $\omega_s = (\pi/30)$ rad/s $= 0,105$ rad/s,
   $\omega_m = (\pi/1800)$ rad/s $= 1,75 \times 10^{-3}$ rad/s,
   $\omega_h = (\pi/21600)$ rad/s $= 1,45 \times 10^{-4}$ rad/s
2. $\bar{\omega} = 11$ rad/s
3. $4,0$ rad/s $< \omega <$ 12 rad/s
4. $v = 4,0$ m/s
5. (a) 9000 rev/min^2
   (b) 420 revoluções
6. $t = 8,0$ s
7. (a) $\alpha = 6,54$ rad/s^2
   (b) $t = 4,85$ s
   (c) $t = 9,65$ s
   (d) 48 revoluções
8. $\theta(t) = 0,20t^6 - 0,25t^4 + 2,0t + 1,0$
9. (a) $\omega = 59$ rad/s
   (b) $\alpha = -9,3$ rad/s^2
   (c) $d = 71$ m
10. (a) $\omega = 3,0$ rad/s
    (b) $v = 30$ m/s
    (c) $a_t = 6,0$ m/s^2
    (d) $a_r = 90$ m/s^2
11. (a) $a_T = 0,402$ m/s^2
    (b) $a_R = 23\bar{6}4$ m/s^2
    (c) $d = 82,7$ m
12. $t = 16$ s
13. (a) $v = 3\bar{1}4$ m/s
    (b) $v = 3\bar{4}1$ m/s
14. (a) $\omega = 14$ rad/s
    (b) $\alpha = 1\bar{0}7$ rad/s^2
15. (a) $\vec{\tau} = (yF_z - zF_y)\hat{\imath} + (zF_x - xF_z)\hat{\jmath} + (xF_y - yF_x)\hat{k}$
    (b) $\vec{\tau} = (xF_y - yF_x)\hat{k}$
16. $\vec{\tau} = (r_1F_1sen(\theta_1) - r_2F_2sen(\theta_2))\hat{k}N.m$, para fora da página.
17. $d = 1,64 \times 10^{18}$ m = 173 anos-luz
18. $I = 0,097kg \cdot m^2$
19.
20. $I = 12,3kg \cdot m^2$
21. $E_{CR} = 2,6 \times 10^{29}J$
22. (a) $\alpha = -7,2rad/s^2$
    (b) $\tau = -18N.m$
    (c) $W = 8,0 \times 10^4 J$
    (d) 700 Voltas
23. (a) $\tau = 5,2N.m$
    (b) $\alpha(5) = 525rad/s^2$
    (c) $(r/I)(t^2 + t^3/3)$
    (d) $\omega(5) = 10^3 rad/s$
    (e) $E_{CR} = 5,0kJ$
24. (a) $I = (1/2)MR^2$
    (b) Disco ou cilindro homogêneo de massa M e raio R
25. (a) $E_{CR} = 40\% E_C = 8,0J$
    (b) $v = 3,0m/s$
    (c) $E_C = 6,9J$
    (d) $v = 1,8m/s$
26. (a) $\tau = 28kg \cdot m^2/s$, para dentro da página.
    (b) $\tau = 5,9N \cdot m$, para dentro da página.
27. $L = mvd$
28. (a) $I = 14md^2$
    (b) $L = 4m\omega d^2$
    (c) $L = 14m\omega d^2$
29. (a) $I = d^2(8M/3 + 5m) = 0,023kg.m^2$
    (b) $E_{CR} = (I\omega^2)/2 = 0,0010J$
    (c) $L = I\omega = 0,0069kg.m^2/s$
30. (a) $\vec{\tau} = b\hat{\imath} + 3ct^2\hat{\jmath}$
    (b) $3,6N.m$
31. (a) $\omega = 0,347rad/s$
    (b) $E_0/E_f = 1,33$
32. $\theta = 32^o$
33.
34. $\Omega = 0,041rad/s$

35. $\Delta\theta = 4\pi$
36. (a) $\alpha = -2,3 \times 10^9 rad/s^2$
    (b) $t = 2\bar{6}00 anos$
    (c) $T = 0,024s$
37. $a = gh\sqrt{\frac{4n^2}{R^2} + \frac{1}{h^2+4\pi^2R^2}}$
38.
39.
40.

Referências

1. HALLIDAY; RESNICK; WALKER, JEARL - *Fundamentos de Física - Volume 1: Mecânica*, 8ed.
2. CHAVES, ALAOR - *Física Básica: Mecânica*, 4ed.
3. BUKHOVTSEV; KRIVTCHENKOV; MIAKISHEV; SARAEVA - *Problemas selecionados de Física elementar*