

$1.917 \pm 200$  anos atrás; há indícios de civilização no México datando de  $\sim 1500$  A.C., o que constituiu uma grande surpresa para os historiadores, recuando de 1.000 anos a época das primeiras civilizações conhecidas no México.

### O "tempo absoluto" de Newton

Em seu grande tratado "Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural", publicado em 1687, Newton introduziu o conceito de "tempo absoluto", definindo-o da seguinte maneira: "O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si só e por sua própria natureza, flui uniformemente, sem relação com nenhuma coisa externa, e é também chamado de duração".

Um dos objetivos da discussão detalhada feita acima sobre a medida do tempo foi tornar patente o fato de que o tempo físico é definido em termos de *relógios*, que são objetos concretos, sujeitos às leis físicas, como qualquer outro objeto. A atitude expressa por Newton ignorando este fato foi em parte responsável, dada a autoridade de que se revestia, pelo preconceito de que o tempo não poderia ser afetado por qualquer condição física.

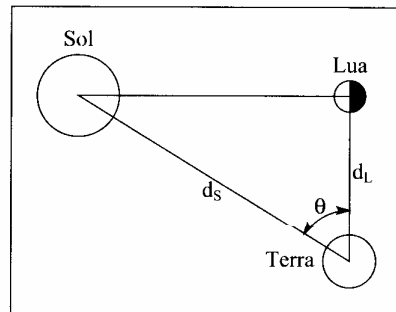
Não podemos saber, a priori, como o andamento de um relógio é afetado por condições físicas extremas, muito remotas de nossa experiência cotidiana, por exemplo, pelo transporte do relógio a velocidades extremamente elevadas (comparáveis à velocidade da luz), ou pela presença de campos gravitacionais extremamente intensos. A experiência mostra que tais condições de fato afetam a marcha do relógio (efeitos da relatividade restrita e da relatividade geral, respectivamente), de forma que hipóteses não-físicas sobre o tempo, como a de Newton, têm de ser revistas nessas condições.

## PROBLEMAS – CAPÍTULO 1

Nos problemas abaixo sobre estimativas, trata-se de estimar *ordens de grandeza típicas*. Consulte fontes externas (biblioteca, Internet) para obter dados auxiliares. Explique sempre o raciocínio empregado para justificar cada estimativa.

1. Estime o número de fios de cabelo que você tem na sua cabeça.
2. Estime o número de folhas de uma árvore.
3. Estime o volume ocupado pelo número de notas de R\$ 1,00, correspondente à dívida externa do Brasil. Se pudessem ser empilhadas, que altura atingiria a pilha?
4. Estime o número médio de gotas de chuva que caem sobre uma área de  $1 \text{ Km}^2$  para uma precipitação de 1 cm de chuva.
5. (a) Estime o número de grãos de areia da praia de Copacabana (ou de outra que você conheça melhor). (b) Estime o número de átomos contido num grão de areia. Compare as duas estimativas.
6. Em cada inspiração, absorvemos cerca de 15% do oxigênio que penetra em nossos pulmões. Num típico elevador lotado de um prédio de apartamentos, preso entre dois andares, quanto tempo levaria para que 10% do oxigênio contido na cabine fosse consumido?
7. Quanto tempo leva a luz do Sol para chegar até a Terra? E até Plutão?
8. Estima-se que a densidade média de matéria no Universo corresponde a da ordem de 3 átomos de hidrogênio por  $\text{m}^3$ . (a) Estime a massa total contida dentro do raio do Universo; (b) Estime o número total de núcleons (neutrons e prótons) contido nesse volume; (c) Compare a densidade média de matéria no Universo com a densidade típica no interior do núcleo atômico.

9. A população atual da Terra é da ordem de 5 bilhões de pessoas, e duplicou em menos de 50 anos. Se a população continuar duplicando a cada 50 anos, qual será a ordem de grandeza da população da Terra no ano 3.000? Qual seria a área da superfície da Terra disponível por habitante nessa época, com as mesmas hipóteses?
10. Segundo o físico inglês James Jeans, em cada inspiração, há uma probabilidade apreciável de que penetre em nossos pulmões uma molécula de ar remanescente do último suspiro exalado por Júlio César. Verifique essa estimativa.
11. Quando o Sol se põe, decorrem aproximadamente 2 minutos entre o instante em que o disco solar encosta no horizonte e sua ocultação completa. A partir deste dado, estime o diâmetro angular aparente do Sol visto da Terra, em graus e em radianos.
12. Um parsec é definido como a distância a partir da qual uma unidade astronômica (distância média Terra-Sol) seria vista subtendendo um ângulo (paralaxe) de 1 segundo. Calcule 1 parsec em m e em anos-luz.
13. Admitindo que a idade do Universo é da ordem de 10 bilhões de anos, que fração do  $^{238}\text{U}$  inicialmente formado já se desintegrou?
14. Analisando uma amostra de rocha, verifica-se que ela contém 1,58 mg de  $^{238}\text{U}$  e 0,342 mg de  $^{206}\text{Pb}$ , que é o produto final estável da desintegração do  $^{238}\text{U}$ . Admitindo que todo o  $^{206}\text{Pb}$  encontrado provém da desintegração do  $^{238}\text{U}$  originalmente contido na amostra, qual é a idade da rocha?
15. No século III A.C., o astrônomo grego Aristarco de Samos estimou a razão  $d_S/d_L$  entre a distância  $d_S$  da Terra ao Sol e a distância  $d_L$  da Terra à Lua medindo o ângulo  $\theta$  entre as direções em que a Lua e o Sol são vistos da Terra quando a Lua está exatamente "meio cheia" (metade do disco lunar iluminado: veja a Fig.). O valor que obteve foi  $\theta = 87^\circ$ . (a) encontre a estimativa de Aristarco para  $d_S/d_L$ . (b) Com base nos valores atualmente conhecidos,  $d_S/d_L \approx 389$ . Ache o valor real de  $\theta$  e critique o método de Aristarco.
16. Em seu tratado "Cálculos com Areia", Arquimedes inventou uma notação para exprimir números muito grandes e usou-a para estimar o número de grãos de areia que caberiam no "Universo" da sua época, cujo raio era identificado com a distância da Terra ao Sol. O número que encontrou, em notação moderna, seria inferior a  $10^{51}$ . Verifique a estimativa de Arquimedes.



merecia confiança, fizemos rolar a bola de apenas  $1/4$  do comprimento do canal; e, tendo medido o tempo de descida, encontramos precisamente a metade do anterior. Tentamos a seguir outras distâncias, comparando o tempo para o comprimento total com aquele para a metade, ou  $2/3$ , ou  $3/4$ , ou qualquer outra fração; em tais experiências, repetidas com vezes, sempre encontramos que os espaços percorridos estavam entre si como os quadrados dos tempos, e que isto valia para qualquer inclinação do plano, ou seja, do canal, ao longo do qual fazíamos rolar a bola...

Para a medida do tempo, empregamos um grande recipiente com água, colocado numa posição elevada; um cano de pequeno diâmetro foi soldado ao fundo do recipiente, deixando escoar um filete de água, que era coletado num copinho no decurso de cada descida, fosse ela ao longo de todo o canal ou apenas de uma parte dele; a água assim coletada era pesada, após cada descida, numa balança de muita precisão; as diferenças e razões desses pesos nos davam as diferenças e razões dos tempos, e isto com tanta precisão que, embora a operação fosse repetida muitas e muitas vezes, não havia discrepância apreciável entre os resultados."

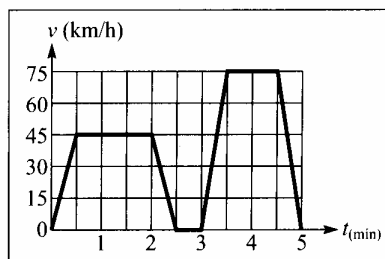
As experiências de Galileu, e muitas outras posteriores, acabaram estabelecendo como fato experimental que o movimento de queda livre de um corpo solto ou lançado verticalmente, na medida em que a resistência do ar possa ser desprezada, é um movimento uniformemente acelerado, em que a aceleração é a mesma para todos os corpos (embora sofra pequenas variações de ponto a ponto da Terra). Esta *aceleração da gravidade* é indicada por  $g$  e seu valor aproximado é

$$g \approx 9,8 \text{ m/s}^2 \quad (2.6.1)$$

Todos os resultados da Seção 2.5 (com  $a = g$  e  $x$  orientado para baixo) se aplicam à queda livre.

## PROBLEMAS DO CAPÍTULO 2

1. Na célebre corrida entre a lebre e a tartaruga, a velocidade da lebre é de 30 km/h e a da tartaruga é de 1,5 m/min. A distância a percorrer é de 600 m, e a lebre corre durante 0,5 min antes de parar para uma soneca. Qual é a duração máxima da soneca para que a lebre não perca a corrida? Resolva analiticamente e graficamente.
2. Um carro de corridas pode ser acelerado de 0 a 100 km/h em 4 s. Compare a aceleração média correspondente com a aceleração da gravidade. Se a aceleração é constante, que distância o carro percorre até atingir 100 km/h?
3. Um motorista percorre 10 km a 40 km/h, os 10 km seguintes a 80 km/h e mais 10 km a 30 km/h. Qual é a velocidade média do seu percurso? Compare-a com a média aritmética das velocidades.
4. Um avião a jato de grande porte precisa atingir uma velocidade de 500 km/h para decolar, e tem uma aceleração de  $4 \text{ m/s}^2$ . Quanto tempo ele leva para decolar e que distância percorre na pista até a decolagem?
5. O gráfico da figura 2.18 representa a marcação do velocímetro de um automóvel em função do tempo. Trace os gráficos correspondentes da aceleração e do espaço percorrido pelo automóvel em função do tempo. Qual é a aceleração média do automóvel entre  $t = 0$  e  $t = 1$  min? E entre  $t = 2$  min e  $t = 3$  min?



6. Uma partícula, inicialmente em repouso na origem, move-se durante 10 s em linha reta, com aceleração crescente segundo a lei

$$a = bt,$$

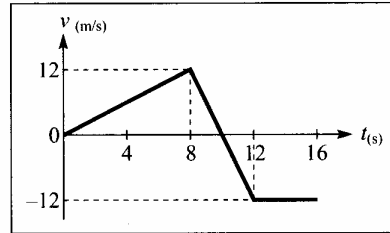
onde  $t$  é o tempo e  $b = 0,5 \text{ m/s}^3$ . Trace os gráficos da velocidade  $v$  e da posição  $x$  da partícula em função do tempo. Qual é a expressão analítica de  $v(t)$ ?

7. O tempo médio de reação de um motorista (tempo que decorre entre perceber um perigo súbito e aplicar os freios) é da ordem de 0,7 s. Um carro com bons freios, numa estrada seca, pode ser freiado a  $6 \text{ m/s}^2$ . Calcule a distância mínima que um carro percorre depois que o motorista avista o perigo, quando ele trafega a 30 km/h, a 60 km/h e a 90 km/h. Estime a quantos comprimentos do carro corresponde cada uma das distâncias encontradas.
8. O sinal amarelo num cruzamento fica ligado durante 3 s. A largura do cruzamento é de 15 m. A aceleração máxima de um carro que se encontra a 30 m do cruzamento quando o sinal muda para amarelo é de  $3 \text{ m/s}^2$ , e ele pode ser freiado a  $5 \text{ m/s}^2$ . Que velocidade mínima o carro precisa ter na mudança do sinal para amarelo a fim de que possa atravessar no amarelo? Qual é a velocidade máxima que ainda lhe permite parar antes de atingir o cruzamento?
9. Numa rodovia de mão dupla, um carro encontra-se 15 m atrás de um caminhão (distância entre pontos médios), ambos trafegando a 80 km/h. O carro tem uma aceleração máxima de  $3 \text{ m/s}^2$ . O motorista deseja ultrapassar o caminhão e voltar para sua mão 15 m adiante do caminhão. No momento em que começa a ultrapassagem, avista um carro que vem vindo em sentido oposto, também a 80 km/h. A que distância mínima precisa estar do outro carro para que a ultrapassagem seja segura?
10. Um trem com aceleração máxima  $a$  e desaceleração máxima  $f$  (magnitude da aceleração de freiamento) tem de percorrer uma distância  $d$  entre duas estações. O maquinista pode escolher entre (a) seguir com a aceleração máxima até certo ponto e a partir daí freiar com a desaceleração máxima, até chegar; (b) acelerar até uma certa velocidade, mantê-la constante durante algum tempo e depois freiar até a chegada. Mostre que a primeira opção é a que minimiza o tempo de percurso (sugestão: utilize gráficos  $v \times t$ ) e calcule o tempo mínimo de percurso em função de  $a$ ,  $f$  e  $d$ .
11. Você quer treinar para malabarista, mantendo duas bolas no ar, e suspendendo-as até uma altura máxima de 2 m. De quanto em quanto tempo e com que velocidade tem de mandar as bolas para cima?
12. Um método possível para medir a aceleração da gravidade  $g$  consiste em lançar uma bolinha para cima num tubo onde se fez vácuo e medir com precisão os instantes  $t_1$  e  $t_2$  de passagem (na subida e na descida, respectivamente) por uma altura  $z$  conhecida, a partir do instante do lançamento. Mostre que

$$g = \frac{2z}{t_1 t_2}$$

13. Uma bola de vôlei impelida verticalmente para cima, a partir de um ponto próximo do chão, passa pela altura da rede 0,3 s depois, subindo, e volta a passar por ela, descendo, 1,7 s depois do arremesso. (a) Qual é a velocidade inicial da bola? (b) Até que altura máxima ela sobe? (c) Qual é a altura da rede?
14. Deixa-se cair uma pedra num poço profundo. O barulho da queda é ouvido 2 s depois. Sabendo que a velocidade do som no ar é de 330 m/s, calcule a profundidade do poço.

15. Um vaso com plantas cai do alto de um edifício e passa pelo 3º andar, situado 20 m acima do chão, 0,5 s antes de se espatifar no chão. (a) Qual é a altura do edifício? (b) Com que velocidade (em m/s e em km/h) o vaso atinge o chão?
16. Um foguete para pesquisas meteorológicas é lançado verticalmente para cima. O combustível, que lhe imprime uma aceleração de  $1,5 g$  ( $g$  = aceleração da gravidade) durante o período de queima, esgota-se após  $1/2$  min. (a) Qual seria a altitude máxima atingida pelo foguete, se pudéssemos desprezar a resistência do ar? (b) Com que velocidade (em m/s e km/h) e depois de quanto tempo, ele voltaria a atingir o solo?
17. O gráfico da velocidade em função do tempo para uma partícula que parte da origem e se move ao longo do eixo  $Ox$  está representado na Fig.2.19. (a) Trace os gráficos da aceleração  $a(t)$  e da posição  $x(t)$  para  $0 \leq t \leq 16$  s. (b) Quantos m a partícula terá percorrido ao todo (para a frente e para trás) no fim de 12 s? (c) Qual é o valor de  $x$  nesse instante?



18. A integral, com limite inferior  $a$  fixo e limite superior  $x$  variável, define uma função de  $x$ ,

$$F(x) = \int_a^x f(x') dx'.$$

Mostre que

$$dF/dx = f(x).$$

Assim, a integração pode ser considerada como *operação inversa* da derivação. *Sugestão:* Use a interpretação geométrica da integral.

## *Respostas dos problemas propostos*

### CAPÍTULO 1

1. Da ordem de  $10^5$ .
2. A variação é muito grande. Valores típicos são da ordem de  $10^4$  a  $10^5$ .
3. Volume  $\sim 10^4 \text{ m}^3$ ; altura da pilha  $\sim 10^3 \text{ km}$
4. Da ordem de  $10^{14}$ .
5. (a) e (b) ambos da ordem de  $10^{17}$ .
6. Da ordem de 30 min.
7. Até a Terra: 8 min 18s; até Plutão: 328 min.
8. (a) Da ordem de  $10^{52} \text{ kg}$ ; (b) Da ordem de  $10^{79}$  nucleons (c) Densidade do núcleo  $\sim 10^{45} \times$  densidade média do Universo.
9. População  $\sim 10^{15}$  pessoas; área por habitante  $\sim 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$  (quadrado de  $\sim 15 \text{ cm}$  de lado).
10. Probabilidade por molécula  $\sim (\text{volume de ar por inspiração})/(\text{Volume equivalente à atmosfera em condições NTP}) \sim 10^{-22}$ . Número total de moléculas por inspiração  $\sim 10^{22}$ .
11. Diâmetro angular  $\approx 0,5^\circ \approx 8,7 \times 10^{-3} \text{ rad}$ .
12. 1 parsec  $\approx 3,26 \text{ A.L.} \approx 3,08 \times 10^{16} \text{ m}$ .
13. Da ordem de 80%.
14.  $1,45 \times 10^9$  anos.
15. (a)  $d_s/d_L \sim 19$  (Aristarco); (b)  $89^\circ 51'$ .

### CAPÍTULO 2

1. 6h 38 min 48s.
2. Aceleração média  $\approx 0,71 \text{ g}$ ; distância = 55,6 m.
3. Velocidade média = 42,4 km/h; média das velocidades = 50 km/h.
4. Tempo = 34,7 s; distância = 2,41 km.
5. Entre  $t = 0$  e 1 min,  $0,21 \text{ m/s}^2$ ; entre  $t = 2 \text{ min}$  e 3 min,  $-0,21 \text{ m/s}^2$ .
6.  $v = \frac{1}{2} bt^2$
7. A 30 km/h, 11,6 m; a 60 km/h, 34,8 m; a 90 km/h 69,6 m.
8. Sem levar em conta o tempo de reação do motorista,  $v_{\min} = 38 \text{ km/h}$ ,  $v_{\max} = 62 \text{ km/h}$ ; levando em conta um tempo de reação de 0,7 s,  $v_{\min} = 45 \text{ km/h}$ ,  $v_{\max} = 51 \text{ km/h}$ .
9. 229 m.
10.  $t = \sqrt{2 \frac{d}{a} \left( 1 + \frac{a}{f} \right)}$

11. Intervalo = 0,64 s; velocidade = 6,3 m/s.
13. (a) 9,8 m/s; (b) 4,9 m; (c) 2,5 m.
14. 18,5 m.
15. (a) 92 m; (b) 42 m/s  $\approx$  150 km/h.
16. (a) 16,5 km (b) 570 m/s  $\approx$  2.050 km/h; 133 s.

### CAPÍTULO 3

1. Instante  $t = \sqrt{(h^2 + d^2)} / v_0$  após o disparo.
2. (a) 2.080 km direção e sentido:  $38^\circ,4$  a O da direção N; (b) 730 km/h, direção e sentido N; (c) 508 km/h, mesma direção e sentido de (a).
4.  $90^\circ$
5. (a) S. Paulo - Rio: 381 km; Rio - Belo Horizonte: 337 km; S. Paulo - Belo Horizonte: 504 Km. (b) 504 km, direção e sentido  $42^\circ$  acima da direção S. Paulo  $\rightarrow$  Rio.
6. (a) 173 m; (b)  $35,3^\circ$  (c)  $45^\circ$  SE.
7. 10,5m; 124 km/h
8. (a) 12 m/s; (b) 3,35 m.
9. (a)  $77,7^\circ$ ; (b) 73 km/h; (c) 4 s.
10.  $67,8^\circ$
11.  $\delta = \frac{1}{2} \cos^{-1} (gA/v_0^2)$
13. (a) 9,56 m; (b) 18,7 m
14. (a)  $28,5^\circ$ ; (b) 3,85 m/s
15. (a)  $45^\circ$ ; (b) 13,9 m/s; (c) 19,6 m.
16.  $R \left[ 1 + \sqrt{1 + (d/h)} \right]$
17. (a) 17 m/s; (b) 44 m; (c) 51 m; (d) 34 m.
18. Segundos:  $1,05 \times 10^{-1}$  rad/s; Minutos:  $1,75 \times 10^{-3}$  rad/s; Horas:  $1,45 \times 10^{-4}$  rad/s.
19. Rotação: 427 m/s;  $3,1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2 = 0,32\% g$  (no Rio de Janeiro). Translação: 29,7 km/s;  $5,9 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 = 0,06\% g$ .
20.  $5,6 \times 10^5 g$
21. 9 h 49 min  $5^5/_{11}$  s; Meia noite.
22. 1620 rpm; 33,9 m/s.
23. 9,5 min.
24. (a) 417 m; (b) Magnitude:  $5,68 \text{ m/s}^2$ ; direção e sentido:  $60,3^\circ$  ao N da direção E.
25. 29,9 km/h.
26. 104 m.
27. (a) 24 min; 600 m adiante; (b) tanto faz; 30 min.
28. 9 h 12 min; 32 milhas marítimas.
29. (a)  $|v_{\text{rel}}| \approx 85 \text{ km/h}$ ; direção e sentido  $45^\circ$  NO; (b) Reta na direção  $45^\circ$  NO; (c) 1,41 km, para  $t = 1 \text{ min}$ .