Universidade Federal de Santa Catarina Prof. Rafael Heleno Campos rafaelcampos.fsc@gmail.com - tinyurl.com/profrafaelcampos FSC5132 - Lista de exercícios 1 - Rotações

Dicas para resolver a lista: Use sempre o número apropriado de algarismos significativos para as respostas, uniformize as unidades de acordo com o S.I. (m, kg, s, K,...), use $g = 9,80m/s^2$ e bons estudos!

Parte 1 - Cinemática

- 1. H10.2 Qual é a velocidade angular de cada um dos três ponteiros do relógio, em rad/s?
- 2. H10.3 Um mergulhador realiza 2,5 giros ao saltar de uma plataforma de 10m. Supondo que a velocidade vertical inicial seja nula, determine a velocidade angular média do mergulhador.
- 3. Quando se deixa cair uma fatia de pão com manteiga de uma mesa, a fatia adquire um movimento de rotação. Se a distância da mesa ao chão é de 76cm e para rotações menores que 1,0 revolução, determine o intervalo entre a maior e a menor velocidade angular para a qual a fatia cai com a manteiga para baixo. (Supondo que o pão esteja na posição horizontal com o face besuntada virada para cima.) Dica quente: se na face sem manteiga do pão você amarrar um gato de costas para o pão, o sistema gato-pão-manteiga ficará flutuando infinitamente, sem encostar no chão.
- 4. H10.7 A roda da Figura~1 tem oito raios de 30cm igualmente espaçados, está montada em um eixo fixo e gira a 2,5rev/s. Você deseja atirar uma flecha de 20cm de comprimento paralelamente ao eixo da roda sem atingir um dos raios. Suponha que a flecha e os raios sejam muito finos.
 - (a) O ponto entre o eixo e a borda da roda por onde a flecha passa faz alguma diferença?
 - (b) Qual é a menor velocidade que a flecha deve ter?
- 5. H10.10 A velocidade angular do motor de um automóvel é aumentada a uma taxa constante de 1200rev/min para 3000rev/min em 12s.
 - (a) Qual é a aceleração angular em revoluções por minuto ao quadrado?
 - (b) Quantas revoluções o motor executa nesse intervalo de 12s?
- 6. H10.13 Uma roda tem uma aceleração angular constante de $3,0rad/s^2$. Durante um certo intervalo de 4,0s, descreve um ângulo de 120rad. Supondo que a roda partiu do repouso, por quanto tempo ela já estava em movimento no início desse intervalo de 4,0s?
- 7. H10.16 Um disco gira em torno de seu eixo central partindo do repouso com aceleração angular constante. Em um certo instante ele está girando a 10rev/s; após 60 revoluções, sua velocidade angular é de 15rev/s. Calcule:
 - (a) A aceleração angular.
 - (b) O tempo necessário para completar as 60 revoluções.
 - (c) O tempo necessário para atingir a velocidade angular de 10rev/s.
 - (d) O número de revoluções desde o repouso até o instante em que o disco atinge a velocidade angular de 10rev/s.
- 8. H10.8A aceleração angular de uma roda é $\alpha = 6,0t^4 2,0t^2$, com α em radianos e t em segundos. No instante t = 0,0 a roda tem uma velocidade angular de 2,0rad/s e possui uma posição angular de 1,0rad. Escreva a expressão para a posição angular como função do tempo.
- 9. H11.2 Um automóvel que se move a 80km/h possui p
neus com 75,0cm de diâmetro.
 - (a) Qual é a velocidade angular dos pneus em relação aos respectivos eixos?
 - (b) Que distância o carro percorre durante a frenagem?
 - (c) Se o carro é freado com aceleração constante e as rodas descrevem 30 voltas completas (sem deslizar), qual é o módulo da aceleração angular das rodas?
- 10. H10.20 Um astronauta esta sendo testado em uma centrífuga. A centrífuga tem um raio de 10m e, ao partir, gira de acordo com a equação $\theta(t) = 0,30t^2$, onde t está em segundos e θ em radianos. Quando t = 5,0s, quais são os módulos

- (a) da velocidade angular?
- (b) da velocidade linear?
- (c) da aceleração tangencial?
- (d) da aceleração radial do astronauta?
- 11. H10.26 Uma roda de giroscópio com 2,83cm de raio é acelerada a partir do repouso a 14,2 rad/s^2 até que a sua velocidade angular atinja 2760rev/min.
 - (a) Qual é a aceleração tangencial de um ponto na borda da roda durante este processo de aceleração angular?
 - (b) Qual é a aceleração radial deste ponto quando a roda está girando na velocidade máxima?
 - (c) Qual é a distância percorrida por um ponto da borda da roda durante este processo?
- 12. H10.30 Na Figura~2 uma roda A de raio $r_A=10cm$ está acoplada por uma correia B a uma roda C de raio $r_C=25cm$. A velocidade angular de A é aumentada partindo do repouso a uma taxa constante de $1,6rad/s^2$. Determine o tempo necessário para que a roda C atinja uma velocidade angular de 100rev/min, supondo que a correia não deslize. (Dica~quente:~Se~a~correia~não~desliza,~as~velocidades~lineares~das~bordas~dos~discos~são~iguais.)
- 13. H10.22 Se a hélice de um avião gira a 2000rev/min quando o avião voa com uma velocidade de 480km/h em relação ao solo, qual é a velocidade escalar linear de um ponto na ponta da hélice, a 1,5m de distância do eixo, em relação
 - (a) ao piloto?
 - (b) a um observador no solo?
 (Dica quente: use o formalismo vetorial para um esquema das velocidades, sabendo que o eixo de rotação da hélice é paralelo à velocidade do avião.)

Parte 2 - Dinâmica

- 14. Sabendo que $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ e $\vec{F}=F_x\hat{i}+F_y\hat{j}+F_z\hat{k}$:
 - (a) Determine o torque $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$.
 - (b) Obtenha as componentes de $\vec{\tau}$, considerando agora que \vec{r} e \vec{F} estão contidos no plano xOy.
- 15. Na Figura 7 são mostradas as linhas de ação e os braços de alavancas dos torques de duas forças em relação à origem O. Suponha que essas duas forças estejam atuando sobre um corpo rígido articulado por um pino em O. Todos os vetores mostrados estão no plano da figura. Determine o módulo e o sentido do torque resultante que atua no corpo (como função das posições, forças e ângulos relativos).
- 16. H10.35 Calcule o momento de inércia de uma régua de um 1,00m com uma massa de 0,56kg, em relação a um eixo perpendicular à régua na marca de 20cm. (Trate a régua como uma barra fina.)
- 17. Mostre que o momento de inércia de uma placa retangular de massa M, de lados a e b, em relação a um eixo perpendicular a ela e que passe pelo seu centro, é $\frac{1}{12}M(a^2+b^2)$.
- 18. H10.33 Calcule o momento de inércia de uma roda que tem uma energia cinética de 24,4kJ quando gira a 602rev/min.
- 19. Suponha que a Terra seja uma esfera de densidade uniforme, com raio igual a $6,4\times 10^3 km$ e massa igual a $6,0\times 10^{24}kg$. Calcule a energia cinética da rotação da Terra. Figura 9
- 20. Uma barra uniforme de aço com 1,50m de comprimento e 7,00kg de massa tem fixada em cada extremidade uma pequena esfera de 1,10kg de massa. A barra gira em um plano horizontal, em torno de um eixo vertical que passa por seu ponto médio. Em um dado instante, observa-se que ela está realizando 40voltas/s. Em virtude do atrito com o eixo, ela chega ao repouso 35s mais tarde. Supondo constante o torque do atrito no eixo, calcule:
 - (a) A aceleração angular.
 - (b) O torque retardador devido ao atrito no eixo.
 - (c) O trabalho total realizado pelo atrito no eixo.

- (d) O número de rotações efetuadas durante os 35s.
- 21. Uma roldana possui raio r=15cm e momento de inércia em relação ao eixo central $I=1,0\times 10^5 g.cm^2$. Sobre a borda da roldana aplica-se uma força tangencial que varia com o tempo de acordo com a relação $F=2t+t^2$, onde F e t estão expressos em Newtons e segundos, respectivamente. Sabendo que a roldana está inicialmente em repouso, determine:
 - (a) O módulo do torque para t = 5, 0s.
 - (b) A aceleração angular para t = 5, 0s.
 - (c) A expressão para a velocidade angular em função do tempo.
 - (d) A velocidade angular para t = 5, 0s.
 - (e) O valor da energia cinética para t = 5, 0s.
- 22. Um corpo, de raio R e massa m, esta rolando horizontalmente, sem deslizar, com velocidade v. Encontrando uma rampa, ele continua a rolar e sobe até uma altura h. Se $h = 3v^2/4g$,
 - (a) Qual é a inércia rotacional do corpo?
 - (b) Baseado nessa expressão, qual deve ser a forma dele?
- 23. H11.6 Uma esfera oca, com 0,15m de raio e $I=0,040kg\cdot m^2$ em relação ao centro de massa, rola sem deslizar subindo uma superfície com uma inclinação de 30^o em relação à horizontal. Em uma certa posição a energia cinética total da esfera é 20J.
 - (a) Quanto desta energia cinética se deve à rotação?
 - (b) Qual é a velocidade do centro de massa da esfera na posição?
 - (c) Após a esfera ter se deslocado 1,0m ao longo da superfície inclinada a partir da posição inicial qual será a sua energia cinética?
 - (d) E a velocidade do centro de massa?
- 24. Uma partícula P com massa igual a 3,0kg tem posição \vec{r} conforme a Figura~9. Todos os 3 vetores $(\vec{F},\,\vec{r},\,\vec{v})$ estão contidos no plano da página. Com $r=3,0m,\,v=4,0m/s,\,F=2,0N,\,\theta_1=100^o$ e $\theta_2=130^o$, calcule:
 - (a) O momento angular da partícula. Módulo e sentido.
 - (b) O torque atuando sobre a partícula. Módulo e sentido.
- 25. Duas partículas, cada uma de massa m e velocidade v, deslocam-se em sentidos opostos ao longo de linhas paralelas separadas de uma disância d. Mostre que o vetor momento angular do sistema é o mesmo qualquer que seja o ponto considerado como origem. Determine o módulo do vetor momento angular.
- 26. Três partículas, cada qual de massa m, estão ligadas uma a outra e a um eixo de rotação por três fios leves cada um com um comprimento d como mostra a Figura~3. O sistema gira em torno do eixo de rotação com velocidade angular ω de tal modo que as partículas permanecem em linha reta. Calcule:
 - (a) O momento de inércia do sistema em relação a O.
 - (b) O momento angular da partícula do meio.
 - (c) O momento angular total das três partículas.

Expresse as respostas em termos de m, $d \in \omega$.

- 27. H10.39 Na Figura~6, duas partículas, ambas de massa m=0,85kg, estão ligadas uma à outra e a um eixo de rotação em O por duas barras finas, ambas de comprimento d=5,6cm e massa M=1,2kg. O conjunto gira em torno do eixo de rotação com velocidade angular $\omega=0,30rad/s$. Em relação a O, quais são:
 - (a) O momento de inércia do conjunto?
 - (b) A energia cinética do conjunto?
 - (c) O momento angular do conjuto?
- 28. O momento angular de uma partícula é dado em função do tempo pelo vetor:

$$\vec{L} = bt\hat{i} + ct^3\hat{j}$$

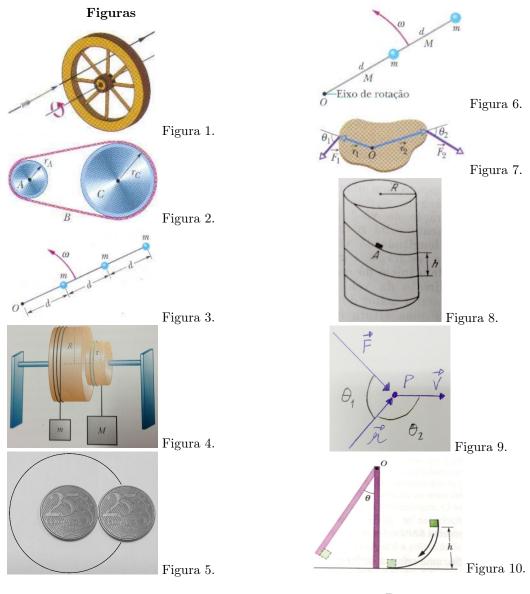
onde o módulo \vec{L} é dado em $kg.m^2/s,\ b=2kg.m^2/s^2,\ c=1kg.m^2/s^4$ e o tempo é dado em segundos.

- (a) Obtenha a expressão do torque que atua sobre a partícula.
- (b) Calcule o módulo do torque para t = 1s.
- 29. H11.56 Uma barata de massa m está na borda de um disco uniforme de massa 4,00m que pode girar livremente em torno do centro como um carrossel. Inicialmente, a barata e o disco giram juntos com uma velocidade angular de 0,260rad/s. A barata caminha até metade da distância ao centro do disco.
 - (a) Qual é, nesse momento, a velocidade angular do sistema barata-disco?
 - (b) Qual é a razão K/K_0 entre a nova energia cinética do sistema e a sua energia cinética antiga?
 - (c) Por que a energia cinética varia?
- 30. H11.66 Na Figura~10, um pequeno bloco de 50g desliza para baixo em uma superfície curva sem atrito a partir de uma altura h=20cm e depois adere a uma barra uniforme de massa 100g e comprimento 40cm. A barra gira em um ângulo θ em torno do ponto O antes de parar momentaneamente. Determine θ .
- 31. H11.18 Em 1980, um grande ioiô foi solto de um guindaste sobre a baía de San Francisco. O ioiozão de 116kg era formado por dois discos uniformes com 32cm de raio, ligados por um eixo de 3,2cm de raio. Qual foi o módulo da aceleração do ioiô
 - (a) durante a subida?
 - (b) durante a descida?
 - (c) Qual foi a tensão na corda?
 - (d) Se você construir uma versão gigante desse ioiô (mesma forma e mesmo materiais), o módulo da aceleração do seu mega ioiozão será maior, menor ou igual ao de San Francisco? E a tensão na corda?
- 32. H11.69 Um certo giroscópio é formado por um disco uniforme com 50cm de raio montado no centro de um eixo de 11cm de comprimento e massa desprezível. O eixo está na posicao horizontal, apoiado em uma das extremidade. Se o disco está girando em torno do eixo a 1000rev/min, qual é a velocidade de precessão?

Parte 3 - Problemas Propostos

- 33. Enquanto uma moeda é mantida fixa sobre a superfície de uma mesa, uma segunda, idêntica à primeira, gira em volta dela sem deslizamento, como na *Figura 5*. Quando a segunda moeda retornar à posição original, qual é o distância angular percorrida por um ponto na borda dela?
- 34. H10.32 Um pulsar é uma estrela de neutrons que gira muito rapidamente em torno de si própria e emite um feixe de rádio, do mesmo modo que um farol emite um feixe luminoso. Recebemos na terra um pulso de rádio para cada revolução da estrela. O período T de rotação de um pulsar é determinado medindo o intervalo de tempo entre os pulsos. O pulsar da nebulosa do Caranguejo tem um período de rotação T=0,033s que está aumentando a uma taxa de $1,26\times 10^{-5}s/ano$.
 - (a) Qual é a aceleração angular α do pulsar?
 - (b) Se α se mantiver constante, daqui a quantos anos o pulsar vai parar de girar?
 - (c) O pulsar foi criado pela explosão de uma supernova observada no ano de 1054. Supondo que a aceleração α se manteve constante, determine o período T logo após a explosão.
- 35. Determinar $|\vec{a}|$ do corpo A, que desliza com $\vec{v_0} = 0$ pela rosca de um parafuso de passo h e raio R, após a enésima volta (despreze o atrito). Figura 8.
- 36. Bola de Neve Uma bola de neve rola sem deslizar por uma ladeira coberta de neve (considere a ladeira como um plano inclinado de um ângulo α). Conforme ela rola, sua massa aumenta de acordo com a relação: $m = m_0(1 + \beta \Delta x)$ onde β é uma constante e Δx é a distância percorrida pela bola. Considerando a densidade da esfera (ρ) uniforme, obtenha uma expressão para o seu momento de inércia como função de Δx , β , m_0 e ρ .

- 37. O sistema mostrado na Figura 4 gira sem atrito entre o eixo e os mancais. Os momentos de inércia dos cilindros grande e pequeno são, respectivamente, I_R e I_r , e os dois cilindros formam uma peça única. Calcule:
 - (a) A aceleração angular dos cilindros.
 - (b) A razão M/m para que o sistema fique em equilíbrio.
- 38. Considere uma bola de sinuca de massa m e raio R. Suponha que uma tacada feita a uma distância vertical b acima do centro de massa lhe transmita dois momentos $P_0 = mv_0$ e $L_0 = I\omega_0$.
 - (a) Obtenha uma expressão que determine o trabalho que a força de atrito faz na bola do momento da tacada até o momento onde ela passa a rolar sem deslizar, como função de v_0 , m, b, R e da velocidade de rolamento puro v.
 - (b) Partindo dessa expressão, determine o valor de b para que a bola saia em rolamento puro desde o momento da tacada.



Respostas

 $\begin{array}{l} 1. \;\; \omega_s = (\pi/30) rad/s = 0, 105 rad/s, \\ \omega_m = (\pi/1800) rad/s = 1, 75 \times 10^{-3} rad/s, \\ \omega_h = (\pi/21600) rad/s = 1, 45 \times 10^{-4} rad/s \end{array}$

- 2. $\bar{\omega} = 11rad/s$
- 3. $4,0rad/s < \omega < 12rad/s$
- 4. v = 4,0m/s
- 5. (a) $9000rev/min^2$
 - (b) 420 revoluções
- 6. t = 8,0s
- 7. (a) $\alpha = 6,54 rad/s^2$
 - (b) t = 4,85s
 - (c) t = 9,65s
 - (d) 48 revoluções
- 8. $\theta(t) = 0.20t^6 0.25t^4 + 2.0t + 1.0$
- 9. (a) $\omega = 30 rad/s$
 - (b) $d = 1\bar{4}0m$
 - (c) $\alpha = -2, 3rad/s^2$
- 10. (a) $\omega = 3,0 rad/s$
 - (b) v = 30m/s
 - (c) $a_t = 6.0 m/s^2$
 - (d) $a_r = 90m/s^2$
- 11. (a) $a_T = 0.402m/s^2$
 - (b) $a_R = 23\bar{6}4m/s^2$
 - (c) d = 82,7m
- 12. t = 16s
- 13. (a) $v = 3\overline{1}4m/s$
 - (b) $v = 3\bar{4}1m/s$
- 14. (a) $\vec{\tau} = (yF_z zF_y)\hat{i} + (zF_x xF_z)\hat{j} + (xF_y yF_x)\hat{k}$
 - (b) $\vec{\tau} = (xF_y yF_x)\hat{k}$
- 15. $\vec{\tau} = (r_1 F_1 sen(\theta_1) r_2 F_2 sen(\theta_2)) \hat{k} N.m$, para fora da página.
- 16. $I = 0.097kg \cdot m^2$
- 17.
- 18. $I = 12, 3kg \cdot m^2$
- 19. $E_{CR} = 2,6 \times 10^{29} J$
- 20. (a) $\alpha = -7, 2rad/s^2$
 - (b) $\tau = -18N.m$
 - (c) $W = 8.0 \times 10^4 J$
 - (d) 700 Voltas

- 21. (a) $\tau = 5, 2N.m$
 - (b) $\alpha(5) = 525 rad/s^2$
 - (c) $(r/I)(t^2+t^3/3)$
 - (d) $\omega(5) = 10^3 rad/s$
 - (e) $E_{CR} = 5,0kJ$
- 22. (a) $I = (1/2)MR^2$
 - (b) Disco ou cilindro homogêneo de massa M e raio R
- 23. (a) $E_{CR} = 40\% E_C = 8,0J$
 - (b) v = 3,0m/s
 - (c) $E_C = 6,9J$
 - (d) v = 1.8m/s
- 24. (a) $\tau = 5,9N \cdot m$, para dentro da página.
 - (b) $\tau = 28kg \cdot m^2/s$, para dentro da página.
- 25. L = mvd
- 26. (a) $I = 14md^2$
 - (b) $L = 4m\omega d^2$
 - (c) $L = 14m\omega d^2$
- 27. (a) $I = d^2(8M/3 + 5m) = 0,023kg.m^2$
 - (b) $E_{CR} = (I\omega^2)/2 = 0,0010J$
 - (c) $L = I\omega = 0.0069kg.m^2/s$
- 28. (a) $\vec{\tau} = b\hat{i} + 3ct^2\hat{j}$
 - (b) 3,6N.m
- 29. (a) $\omega = 0.347 rad/s$
 - (b) $E_0/E_f = 1,33$
- 30. $\theta = 32^{\circ}$
- 31.
- 32. $\Omega = 0.041 rad/s$
- 33. $\Delta\theta = 4\pi$
- 34. (a) $\alpha = -2.3 \times 10^9 rad/s^2$
 - (b) $t = 2\bar{6}00 anos$
 - (c) T = 0,024s
- 35. $a = gh\sqrt{\frac{4n^2}{R^2} + \frac{1}{h^2 + 4\pi^2 R^2}}$
- 36.
- 37.
- 38.

Referências

- 1. HALLIDAY; RESNICK; WALKER, JEARL Fundamentos de Física Volume 1: Mecânica, 8ed.
- 2. CHAVES, ALAOR Física Básica: Mecânica, 4ed.
- 3. BUKHOVTSEV; KRIVTCHENKOV; MIAKISHEV; SARAEVA Problemas selecionados de Física elementar