FSC 5911 - Tópicos de Matemática Básica para Física Geral - 3a Lista de Exercícios - Maio/2012 - Prof. Marcelo H. R. Tragtenberg

1) Construa os gráficos das seguintes funções reais:

a) $f(x) = |x-1|$

b) $f(x) = |2-3x|$

c) $f(x) = |x^2-3x+2|$

d) $f(x) = |2x-1|-2$

e) $f(x) = |x|-x$

f) $f(x) = |x^2-2x|+x+2$

g) $f(x) = |2x-2|+|x+3|$

h) $f(x) = |x^2-4|-|x-2|$

i) $f(x) = ||x|-2|$

j) $f(x) = ||2x+3|-2|$

k) $f(x) = |x^2-4|x|+3|$

2) Resolva as seguintes equações:

a) $|3x-1| = 2$

b) $|3x+2| = |x-1|$

c) $|x^2+x-5| = |4x-1|$

d) $|x-2| = 2x+1$

e) $|x^2|+|x|-6 = 0$

f) $|x+1|-|x| = 2x+1$

3) Resolva, em $\mathcal{R}$, as inequações:

a) $|2x-3| \leq 1$

b) $1 < |x-1| \leq 3$

c) $|x^2-5x| \geq 6$

d) $|3x-4|+2x+1 < 0$

e) $|x-2|-|x+3| > x^2-4x+3$

4) Esboce o gráfico das funções:

a) $f(x) = \frac{1}{|x+2|}$

b) $f(x) = \frac{1}{4x-x^2-4}$

5) Sejam as funções reais definidas por $f(x) = x^2-4x+1$ e $g(x) = x^2-1$. Obtenha as leis que definem $f \circ g$ e $g \circ f$.

6) Sejam as funções $f(x) = x^2 + 2x + 3$ e $g(x) = x^2 + ax + b$. Mostre que, se $f \circ g = g \circ f$, então f=g .

7) Sejam $f(x) = \sqrt{x-1}$ e $g(x) = 2x^2 - 5x + 3$. Determine os domínios das funções $f \circ g$ e $g \circ f$.

8) Dadas f(x)=3 e $g(x) = x^2$, determine f(g(x)) e g(f(x)).

9) Se $f(x) = \frac{1}{1-x}$, determine $(f \circ [f \circ f])(x)$.

10) Sejam as funções reais $f(x) = 2x + 7$ e $(f \circ g)(x) = x^2 - 2x + 3$. Determine a lei da função g.

11) Classifique as seguintes funções em: injetora, sobrejetora, bijetora, não é sobrejetora nem injetora.

- **a)** $f : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ tal que f(x)=2x+1
- **b)** $g : \mathcal{R} \to \mathcal{R}_+$ tal que $g(x) = 1 - x^2$
- **c)** $h : \mathcal{R} \to \mathcal{R}_+$ tal que $h(x) = |x - 1|$
- **d)** $m : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$ tal que m(x)=3x+2
- **e)** $n : \mathcal{R}^* \to \mathcal{R}^*$ tal que n(x)=1/x
- **f)** $p : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ tal que $p(x) = x^3$
- **g)** $q : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ tal que $q(x) = |x|(x - 1)$

12) A função $f : A \to B$ é dada por $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

- **a)** Determine o domínio de f, isto é, $A = \{x \in \mathcal{R} talqueexiste f(x)\}$.
- **b)** Determine a imagem de f, isto é, B=f(A).
- **c)** A função f é injetora? Por quê?
- **d)** Esboce o gráfico da função f.

13) Nas funções bijetoras abaixo, de $\mathcal{R}$ em $\mathcal{R}$, obtenha a lei de correspondência que define a função inversa.

- **a)** $g(x) = \frac{x+1}{x-4}$
- **b)** $h(x) = x^3 + 2$
- **c)** $p(x) = (x - 1)^3 + 2$

14) Considere a função $f : [\pi/2, 3\pi/2] \to [-1, 1]$ tal que $f(x) = 2 - 2x/\pi$. Esboce o gráfico correspondente e decida quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas.

- **a)** f é crescente.
- **b)** f é sobrejetora.
- **c)** f possui inversa e $f^{-1}(0) = \pi$
- **d)** f possui inversa e $f^{-1}(0) = 2$
- **e)** f não possui inversa.

15) Seja a função bijetora de $\mathcal{R}$ em $\mathcal{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 1$ (se $x \geq 0$) ou $f(x) = x - 1$ se $x < 0$. Determine f^{-1}.

16) Dadas as funções f e g abaixo, determine a função inversa de $g \circ f$.
f:$\mathcal{R} \to \mathcal{R}$, sendo f(x)=4x+1 e
g:$\mathcal{R} \to \mathcal{R}$, sendo g(x)=3x-5.

17) Construa num mesmo plano cartesiano os gráficos de f e f^{-1}:

a) f:$\mathcal{R} \to \mathcal{R}_+$
$f(x) = 2^x$

b) f:$A \to A = \{x \in \mathcal{R} | x \geq -1\}$
$f(x) = x^2 + 2x$

18) Construa os gráficos cartesianos das funções em $\mathcal{R}$, definidas por:

a) $f(x) = 2 - 3^x$

b) $f(s) = (1/3)^x$

19) Resolva as equações exponenciais:

a) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81}$

b) $(1/125)^x = 25$

c) $2^{3x-1} = 32$

d) $100 \times 10^x = \sqrt[x]{1000^5}$

3) $2^{3x+2} \div 8^{2x-7} = 4^{x-1}$

19) Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $(1/3)^x > 1/81$

b) $7^{5x-6} < 1$

c) $25 < 125^{2x-1} < 125$

d) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} - 2^{x+2} + 2^{x+3} > 240$

20) Calcule pela definição os seguintes logaritmos:

a) $\log_8 4$

b) $\log_{81} 3$

c) $\log_{0,25} 32$

d) $\log_{1/4} 32$

e) $\log_{0,01} 0,001$

21) Calcule o valor de

a) $S = \log_4(\log_3 9) + \log_2(\log_{81} 3) + \log_{0,8}(\log_{16} 32)$

b) $3^{2-\log_3 6}$

c) $\log_{2\sqrt{3}} 144$

22) Desenvolva, aplicando as propriedades dos logaritmos (a, b e c são positivos):

a) $\log_3 \left(\frac{ab^3}{c\sqrt[3]{a^2}} \right)$

b) $\log \sqrt[3]{\frac{a}{b^2\sqrt{c}}}$

23) O pH de uma solução é definido como$pH = -\log_1 0[H^+]$, em que $[H^+]$ é a concentração de hidrogênio em íons-grama por litro de solução. Determine o pH de uma solução tal que $[H^+] = 10^{-8}$.

24) Se $\log a + \log b = p$, calcule o valor de $\log 1/a + \log 1/b$.

25) Sabendo que $\log_{20} 2 = a$ e $\log_{20} 3 = b$, calcule $\log_6 5$.

26) Calcule o valor de $\log_3 5 \times \log_2 527$.

27) Se a e b são reais positivos, mostre que $a^{\log b} = b^{\log a}$.

28) Simplifique $a^{\log_a b \times \log_b c \times \log_c a}$.