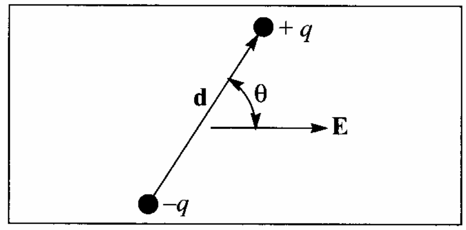
PROBLEMAS DO CAPÍTULO 11

1. Seja C uma curva plana fechada orientada. A *área orientada* **S** associada a C é definida como um vetor perpendicular ao plano de C, de magnitude igual à área S contida dentro de C e sentido tal que, vista da extremidade de **S**, C é descrita em sentido anti-horário (a) Interprete $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ em termos de **S**. (b) Demonstre que, se orientarmos os contornos das quatro faces de um tetraedro de tal forma que o sentido de **S** para cada face seja sempre o da normal externa (apontando para fora do tetraedro), a resultante das áreas orientadas associadas às quatro faces é nula.

2. Um dipolo elétrico é um par de cargas iguais e opostas, $+q$ e $-q$, separadas por uma distância d. O *momento de dipolo elétrico* **p** associado ao dipolo é o vetor $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ onde $|\mathbf{d}| = d$ e **d** aponta de $-q$ para $+q$ (Fig.). Considere um dipolo elétrico situado num campo elétrico **E** uniforme.



   (a) Mostre que a resultante das forças elétricas aplicadas ao dipolo é nula, mas que o torque resultante é dado por $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$ (em relação a qualquer ponto).

   (b) Mostre que a energia potencial do dipolo no campo (Seç. 7.5) é dada por $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$. Identifique as situações de equilíbrio estável e instável do dipolo no campo.

3. Considere um sistema isolado de duas partículas de massas m_1 e m_2. Exprima o vetor momento angular total do sistema relativo ao seu CM em função da massa reduzida μ, do vetor de posição **r** de m_2 em relação a m_1 e da velocidade relativa **v** de m_2 em relação a m_1.

4. Dois patinadores de massa 60 kg, deslizando sobre uma pista de gelo com atrito desprezível, aproximam-se um do outro com velocidades iguais e opostas de 5m/s, segundo retas paralelas, separadas por uma distância de 1,40m (a) Calcule o vetor momento angular do sistema e mostre que é o mesmo em relação a qualquer ponto e se conserva (b) Quando os patinadores chegam a 1,40m um do outro, estendem os braços e dão-se as mãos, passando a girar em torno do CM comum. Calcule a velocidade angular de rotação.

5. No modelo de Bohr do átomo de hidrogênio, o elétron, de carga $-e$ ($e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C) e massa $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, descreve órbitas circulares em torno do próton, de carga e e massa 1.840 m. Com muito boa aproximação, podemos tratar o próton como um centro de forças fixo, identificado com o CM do sistema. A única força que atua é a atração coulombiana. A hipótese básica de Bohr foi que a magnitude l do momento angular do elétron não pode assumir valores arbitrários, mas tão somente os valores "quantizados"

$$l_n = n\hbar (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad \text{onde} \qquad \hbar = 1{,}05 \times 10^{-34}\,Js$$

   (a) Calcule o *raio de Bohr* r_1 da órbita com $n = 1$, e exprima o raio r_n da órbita associada com l_n em função de r_1. (b) Calcule, em eV, a energia E_1 da órbita com $n = 1$, e exprima E_n em função de E_1. (c) Calcule a razão v_1/c da velocidade do elétron na órbita com $n = 1$ para a velocidade da luz c.

6. Considere o movimento de uma partícula de massa m num campo de forças centrais associado à energia potencial $U(r)$, onde r é a distância da partícula ao centro de forças O. Neste movimento, a magnitude $l = |\mathbf{l}|$ do momento angular da partícula em relação a O se conserva (Seç. 11.4). Sejam (r, θ) as componentes em coordenadas polares do vetor de posição $\mathbf{r}$ da partícula em relação à origem O. (a) Mostre que as componentes em coordenadas polares do vetor velocidade $\mathbf{v}$ da partícula são $v_r = dr/dt$, a *velocidade radial*, e $v_\theta = rd\theta/dt$, a *componente transversal da velocidade*. Mostre que $l = m\ r\ v_\theta$ (b) Mostre que a energia total E da partícula é dada por

$$E = \frac{1}{2} m v_r^2 + V_{ef}(r)$$

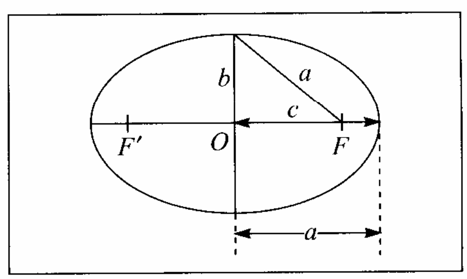
onde

$$V_{ef}(r) = U(r) + \frac{l^2}{2mr^2}$$

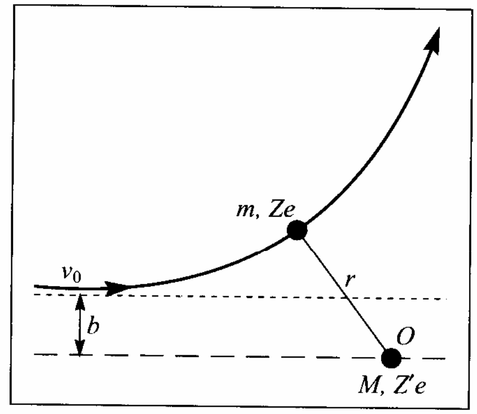
chama-se o *potencial efetivo* para movimento na direção radial ($0 < r < \infty$). O termo $l^2/(2m\ r^2)$ associado à energia cinética de rotação da partícula em torno do centro, é chamado de "potencial centrífugo". Como E e l se conservam, o problema se reduz ao do "movimento unidimensional" na direção radial, na presença do potencial efetivo $V_{ef}(r)$. (c) Esboce o gráfico de $V_{ef}(r)$ quando $U(r)$ corresponde à atração gravitacional entre a partícula de massa m e outra de massa $M >> m$, que pode ser tratada como centro de forças fixo em O.

7. Usando os resultados do Problema 6 e por analogia com a discussão do movimento unidimensional com energia E dada num potencial (Seç. 6.5), (a) Calcule, para o sistema de duas partículas em interação gravitacional do Probl. 6 (c), a distância r_0 associada ao mínimo de $V_{ef}(r)$ e a energia E_0 correspondente. Mostre que r_0 é o raio da órbita circular da partícula em torno do centro de forças, associada à energia total E_0. (b) Mostre que, para $0 > E > E_0$, a distância r ao centro de forças oscila entre dois valores r_p e r_a. Estes valores correspondem ao periélio e ao afélio da órbita elíptica de energia E. Calcule o semi-eixo maior a dessa órbita elíptica e mostre que E só depende de a (veja Figs. 10.13 e 10.14). Calcule a velocidade da partícula numa órbita elíptica de semi-eixo maior a, quando se encontra à distância r do centro de forças. (d) Calcule a excentricidade e da órbita (pg. 194) em função de a, E e do momento angular l.

8. Pela geometria da elipse (veja a Fig.), os semi-eixos maior a e menor b e a semi-distância focal c estão relacionados por: $a^2 = b^2 + c^2$, e a área da elipse é $\pi\ a\ b$. (a) Exprima o momento angular l de um planeta numa órbita elíptica em torno do Sol em função da área A e do período T da órbita, usando a 2.ª lei de Kepler. (b) Identificando a expressão de l obtida em (a) com a relação entre l, a e a excentricidade da órbita obtida no Probl. 7, demonstre a 3.ª lei de Kepler sob a forma: $T^2/a^3 = 4\pi^2 / (GM_s)$, onde M_s é a massa do Sol. (c) O periélio e o afélio de Mercúrio são, respectivamente, de $4{,}59 \times 10^7$ km e $6{,}97 \times 10^7$ km, e a massa do Sol é $M_s \approx 1{,}99 \times 10^{30}$ kg. Calcule o período da órbita de Mercúrio.



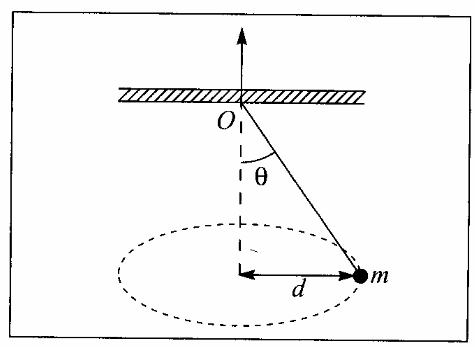
9. O *espalhamento Rutherford* é a deflexão de uma partícula carregada (massa m, carga Ze) por outra (massa M, carga $Z'e$), sob ação da força coulombiana. Supomos $M >> m$, de modo que a partícula de massa M pode ser tratada como um centro de forças fixo. Para Z e Z' de mesmo sinal (ex.: partículas alfa defletidas por um núcleo) e sendo a partícula de massa m lançada a partir de uma grande distância da outra, com velocidade inicial v_0 e parâmetro de choque b (Seç. 9.6). a órbita de m é uma hipérbole do tipo ilustrado na Fig. ao lado. (a) Escreva o potencial efetivo $V_{ef}(r)$ (cf. Probl. 6) em função de b e v_0. (b) Calcule a distância r_0 de máxima aproximação entre as duas partículas, como função de b e v_0.



10. Uma partícula de massa m move-se num campo de forças centrais repulsivo; a força sobre a partícula à distância r do centro tem magnitude $F(r) = mA^2/r^3$ onde A é uma constante. A partícula aproxima-se do centro vindo de uma grande distância, com parâmetro de choque b e velocidade de magnitude v_0. (a) Escreva o potencial efetivo $V_{ef}(r)$ em função de b e v_0. (b) Calcule a distância r_0 de maior aproximação entre a partícula e o centro de forças como função de b e v_0.

11. Um automóvel de massa M percorre, em sentido anti-horário, uma pista circular horizontal de raio R, com velocidade escalar v constante. Conforme será visto no Cap. 12, o momento angular de uma das rodas do carro em relação ao centro de massa da roda é dado por $\mathbf{L}' = I\boldsymbol{\omega}$, onde $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular da roda e I é o seu momento de inércia em relação ao CM, que identificamos com o centro da roda. Determine, em módulo, direção e sentido, os vetores momento angular interno, momento angular externo (orbital) e momento angular total da roda em função de M, R, v, I e do raio a da roda.

12. Uma bolinha presa a um fio de massa desprezível gira em torno de um eixo vertical com velocidade escalar constante, mantendo-se a uma distância d = 0,5 m do eixo; o ângulo θ é igual a 30° (veja Fig.). O fio passa sem atrito através de um orifício O numa placa, e é puxado lentamente para cima até que o ângulo θ passa a 60°. (a) Que comprimento do fio foi puxado? (b) De que fator variou a velocidade de rotação?



$$F_{1y} + F_{2y} - P = 0 \quad \left\{ F_{1y} = P - F_{2y} = \frac{P}{2} \right. \tag{12.8.8}$$

$$F_{1x} + F_{2x} = 0 \quad \left\{ F_{1x} = -F_{2x} = -\frac{P}{2} \operatorname{cotg} \alpha \right. \tag{12.8.9}$$

pois $F_{2x}/F_{2y} = \operatorname{cotg} \alpha$. As (12.8.7) a (12.8.9) determinam todas as componentes de $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$.

A solução mostra que a linha de ação de $\mathbf{F}_1$ aponta para o ponto D, intersecção com o fio da linha de ação da força-peso **P** ($\mathbf{F}_1$ também forma um ângulo α com a horizontal). Poderíamos ter previsto este resultado, pois $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ e **P** são vetores deslizantes e devem ter resultante nula, formando portanto um "polígono de forças" fechado; no caso, é um triângulo isósceles, indicado em linha interrompida, com origem em G, na figura 12.49. O problema poderia ter sido resolvido graficamente, a partir destas considerações.

2) Consideremos um corpo pesado que se sustenta num plano horizontal, sobre vários pontos de apoio (como uma mesa). As reações nos pontos de apoio são todas verticais. É fácil ver, compondo-as duas a duas (pg. anterior), que a resultante **R** dessas forças paralelas está aplicada num ponto O interno ao "polígono de sustentação" cujos vértices são os pontos de apoio (Fig. 12.50). Como **R** tem de equilibrar a força-peso, aplicada no centro de gravidade, a condição de equilíbrio é que *a linha da ação da força-peso* (vertical pelo centro de gravidade) *passe por dentro do polígono de sustentação.*

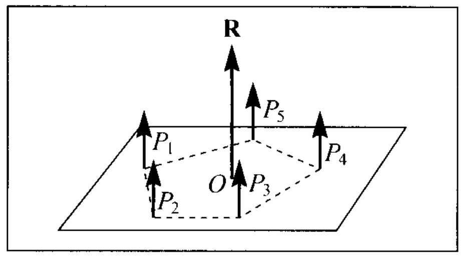


Figura 12.50 Polígono de sustentação.

Se quisermos determinar as reações nos pontos de apoio, isto é fácil para 3 pontos de apoio, porque as (12.8.3) dão 3 equações escalares (verifique!), mas o problema se torna indeterminado para mais de 3 pontos de apoio, porque o número de incógnitas é superior ao número de equações (sabemos que bastam 3 pés para sustentar uma mesa). Analogamente, se o mastro do exemplo 1 for cimentado à parede no ponto A, o que permitiria sustentá-lo sem o auxílio do fio, torna-se impossível determinar a tração no fio a partir das equações de equilíbrio de um corpo rígido.

Problemas deste tipo chamam-se "estaticamente indeterminados", e a razão das dificuldades é a hipótese idealizada de que se trata de corpos rígidos. Na realidade, as reações são determinadas pelas deformações elásticas que se produzem nos pontos de apoio, e seria preciso conhecer as propriedades elásticas dos materiais para obter as forças de reação produzidas.

PROBLEMAS DO CAPÍTULO 12

1. Demonstre o seguinte *teorema dos eixos perpendiculares*: O momento de inércia de uma placa (lâmina delgada) plana de forma arbitrária em relação a um eixo Oz perpendicular a seu plano, com a origem O no plano da placa, é a soma dos momentos de inércia da placa em relação aos eixos Ox e Oy, que formam com Oz um sistema de eixos ortogonais.

2. Como aplicação do teorema dos eixos perpendiculares (Probl.1), calcule: (a) O momento de inércia de uma placa retangular homogênea de massa M e lados a e b em relação a um eixo perpendicular a seu plano, que passa pelo centro da placa. (b) O momento de inércia de um disco circular de massa M e raio R, em torno de qualquer um seus diâmetros.

3. Calcule o momento do inércia de uma lâmina homogênea de massa M em forma de anel circular, de raio interno r_1 e raio externo r_2, (a) Em relação a um eixo perpendicular ao plano do anel, passando pelo seu centro. (b) Em relação a um diâmetro do anel. Verifique o resultado, nos casos limites de um disco e de um aro circular.

4. Calcule o momento de inércia de um cubo homogêneo de massa M e aresta a, em relação a um diâmetro (eixo que passa pelos centros de duas faces opostas).

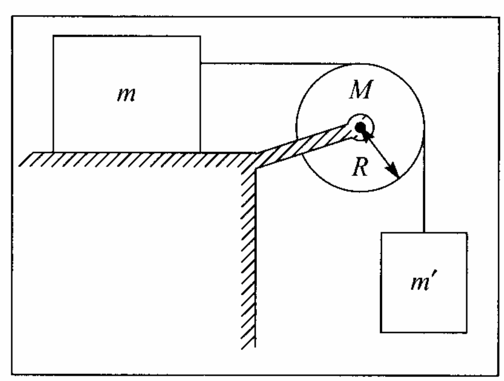
5. Calcule o momento de inércia de um cone circular reto homogêneo, de massa M e raio da base R, em relação ao eixo do cone. Sugestão: Considere o cone como uma pilha de discos circulares de alturas infinitésimas e raios decrescentes.

6. Uma porta de 15 kg e 70 cm de largura, suspensa por dobradiças bem azeitadas, está aberta de 90°, ou seja, com seu plano perpendicular ao plano do batente. Ela leva um empurrão na beirada aberta, com impacto equivalente ao de uma massa de 1 kg, com velocidade de 2,5 m/s. Quanto tempo ela leva para fechar-se?

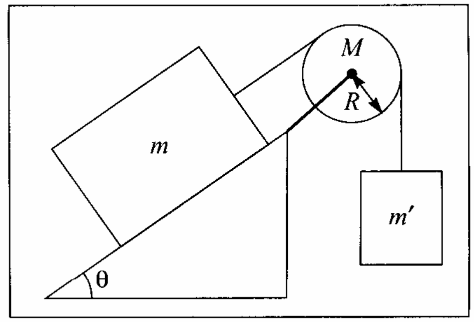
7. Uma mesa de coquetel tem um tampo giratório, que é uma tábua circular de raio R e massa M, capaz de girar com atrito desprezível em torno do eixo vertical da mesa. Uma bala de massa $m << M$ e velocidade v, disparada por um convidado que abusou dos coquetéis, numa direção horizontal, vai-se encravar na periferia da tábua. (a) Qual é a velocidade angular de rotação adquirida pela tábua? (b) Que fração da energia cinética inicial é perdida no impacto?

8. Um alçapão quadrado, de lado a e massa M, está levantado verticalmente, em equilíbrio sobre as dobradiças, quando é levado a cair por uma ligeira trepidação. Desprezando o atrito, que velocidade angular terá adquirido ao bater no chão?

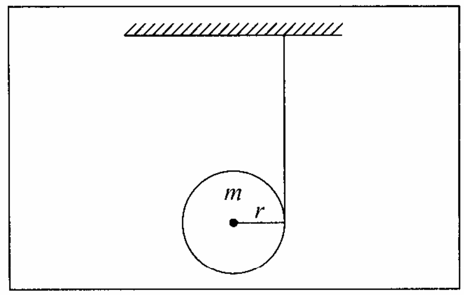
9. Calcule o efeito da massa M da polia, de raio R, sobre o sistema do Cap. 4, Probl. 12 (fig.): a massa m, que desliza sem atrito, está ligada à massa suspensa m' pelo fio que passa sobre a polia. Determine (a) a aceleração a do sistema; (b) as tensões T e T' nos fios ligados a m e m'.



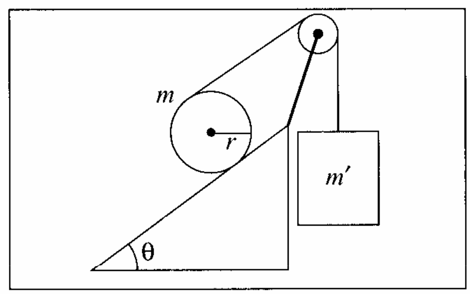
10. Um bloco de massa m, que pode deslizar com atrito desprezível sobre um plano inclinado de inclinação θ em relação à horizontal, está ligado por um fio, que passa sobre uma polia de raio R e massa M, a uma massa $m' > m$ suspensa (Fig.). O sistema é solto em repouso. Calcule, por conservação da energia, a velocidade v de m' após cair de uma altura h.



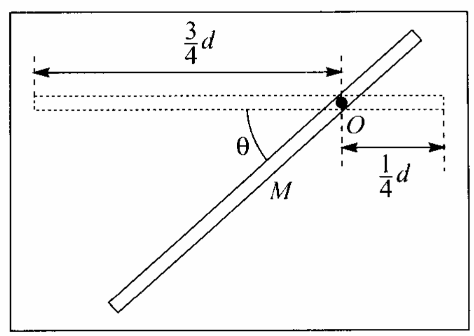
11. Prende-se ao teto a ponta de uma fita métrica leve, enrolada num estojo circular de massa m e raio r, e solta-se o estojo em repouso (Fig.). (a) Calcule a aceleração linear do estojo. (b) Calcule a tensão da fita. (c) Calcule a velocidade linear do estojo depois que um comprimento s da fita se desenrolou. Verifique a conservação da energia.



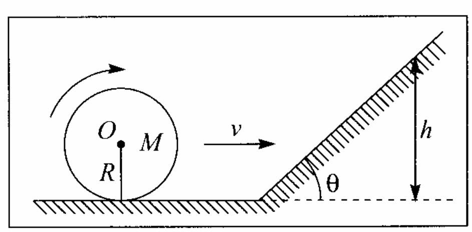
12. Uma fita leve está enrolada em volta de um disco circular de massa m e raio r, que rola sem deslizar sobre um plano inclinado áspero de inclinação θ. A fita passa por uma roldana fixa de massa desprezível e está presa a um corpo suspenso de massa m' (Fig.). Calcule (a) a aceleração a da massa m' (b) a tensão T na fita.



13. Uma haste metálica delgada, de comprimento d e massa M, pode girar livremente em torno de um eixo horizontal, que a atravessa perpendicularmente, à distância $d/4$ de uma extremidade. A haste é solta a partir do repouso, na posição horizontal. (a) Calcule o momento de inércia I da haste, com respeito ao eixo em torno do qual ela gira. (b) Calcule a velocidade angular ω adquirida pela haste após (Fig.) ter caído de um ângulo θ, bem como a aceleração angular α.

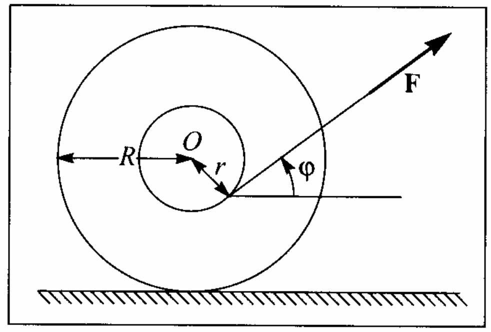


14. Uma roda cilíndrica homogênea, de raio R e massa M, rola sem deslizar sobre um plano horizontal, deslocando-se com velocidade v, e sobe sobre um plano inclinado de inclinação θ, continuando a rolar sem deslizamento (Fig.). Até que altura h o centro da roda subirá sobre o plano inclinado?



15. Uma bola homogênea de raio r rola sem deslizar desde o topo de um domo hemisférico de raio R. (a) Depois de percorrer que ângulo θ em relação à vertical a bola deixará a superfície? (b) Com que velocidade v isso acontece?

16. Um ioiô de massa M, raio interno r, raio externo R e momento de inércia I_{CM} em relação a seu centro de massa, é puxado pelo fio enrolado em seu eixo central, de forma a rolar sem deslizamento sobre uma mesa horizontal, através de uma força **F** que faz um ângulo φ com a horizontal (Fig.). (a) Que condição deve ser satisfeita por $F = |\mathbf{F}|$ para que o ioiô permaneça em contato com a mesa? (b) Calcule a aceleração angular α do ioiô. (c) Mostre que existe um ângulo crítico φ_0 tal que, conforme a magnitude de φ em relação a φ_0, o fio se desenrola ou enrola, e o ioiô avança ou recua. Que acontece para $\varphi = \varphi_0$?

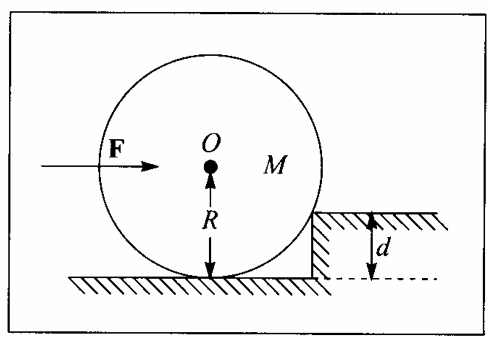


17. Uma bola de boliche esférica uniforme é lançada, com velocidade inicial $\mathbf{v}_0$ horizontal e sem rotação inicial, sobre uma cancha horizontal, com coeficiente de atrito cinético μ_c. (a) Que distância d a bola percorrerá sobre a prancha até que comece a rolar sem deslizar? (b) Quanto tempo t depois do lançamento isso ocorre? (c) Qual é a velocidade v da bola nesse instante?

18. Um giroscópio, constituído por um disco de 5 cm de raio, colocado no centro de uma haste de 10 cm de comprimento e massa desprezível, gira em torno do seu eixo a 1.500 rpm. Ele é colocado com seu eixo horizontal e um extremo apoiado num suporte (Fig. da pg. 271) Calcule a velocidade angular de precessão Ω, em rpm.

19. Um pião cônico homogêneo de massa M tem raio da base R e altura h. (a) Calcule a posição do centro de massa do pião. (b) Com o auxílio do resultado do probl. 5, calcule a velocidade angular Ω de precessão regular do pião quando ele é colocado em rotação rápida, de velocidade angular ω em torno do seu eixo, com a ponta apoiada no chão. (c) Se o pião precessiona com seu eixo inclinado de θ em relação à vertical, qual é a força horizontal de reação **F** exercida sobre seu ponto de apoio? (d) Calcule Ω e $|\mathbf{F}|$ para M = 300 g, R = 4 cm, h = 12 cm,

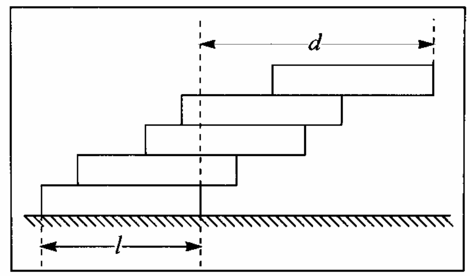
20. Calcule a magnitude da força **F** horizontal que é preciso aplicar, em direção ao eixo O, para conseguir que um tambor cilíndrico, de massa M e raio R, suba um degrau de altura $d < R$ (Fig.).



21. Uma escada uniforme, de comprimento l e massa M, apoiada sobre o chão, com coeficiente de atrito estático μ_e, está encostada a uma parede lisa (atrito desprezível), formando um ângulo θ com a parede. Para que domínio de valores de θ a escada não escorrega?

22. Qual é a distância d máxima que um homem de massa m pode subir ao longo da escada do Probl. 21, sem que a escada escorregue?

23. Empilham-se N blocos idênticos, de comprimento l cada um, sobre uma mesa horizontal. Qual é a distância d máxima entre as extremidades do último e do primeiro bloco (Fig.) para que a pilha não desabe? *Sugestão*: Considere as condições de equilíbrio, sucessivamente, de cima para baixo. Faça a experiência! (use blocos de madeira, livros, tijolos, dominós, ... idênticos).



(b) $(\theta_1 = \theta_1'/2, v\cos\theta_1)$ e $\left(\theta_2 = \dfrac{\pi}{2} - \theta_1, v\,\text{sen}\,\theta_1\right)$.

20. **F** em a direção de **v** e sentido oposto, e $|\mathbf{F}| = 2\rho v^2 A$.

CAPÍTULO 10

1. $7{,}35 \times 10^{22}$ kg
2. (a) $T^2 = 3\pi/(G\rho)$; (b) 84,3 min; (c) 7,9 km/s.
4. (a) $v = v = \sqrt{g_p R_p}(\sqrt{2} - 1)$; (b) $v = 3{,}3$ km/s.
5. $\mu \approx 1{,}3 \times 10^3$ kg/m^3.
6. (a) $v_g \approx 155$ km/s; (b) $M_g/M_s \sim 10^{11}$.
7. $v_e = c$.
8. (a) As forças apontam para o CM ($\equiv$ centro do triângulo) e têm magnitude $\sqrt{3}\, Gm^2/d^2$;

   (b) $\omega = \sqrt{3Gm/d^3}$.
9. (b) 50,4 anos; (c) $r_A \approx 5{,}8$ U.A.; $r_B \approx 14{,}1$ U.A.
10. $v_1 = m_2\sqrt{\dfrac{2G}{m}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r_0}\right)}$; $v_2 = m_1\sqrt{\dfrac{2G}{m}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r_0}\right)}$ onde $M = m_1 + m_2$.
11. $2{,}39 \times 10^{-4}$ kgf.
12. 84,3 min; 7,9 km/s.
13. $\dfrac{F(r)}{m} = \dfrac{4}{3}\pi\rho G\left(r - \dfrac{a^3}{r^3}\right) \approx -4\pi\rho G(r - a)$ para $b - a << a$.
14. (a) $\left[1 - \dfrac{(a/R)^3}{\left(1 - \dfrac{d}{R}\right)^2}\right]$; (b) $-\dfrac{4}{3}\pi\rho G\mathbf{d}$, onde $\mathbf{d} = \mathbf{OO'}$ (campo uniforme)
15. $U = -\dfrac{3}{5}GM^2/R$
17. Magnitude $\dfrac{GmMD}{(a^2 + D^2)^{3/2}}$, dirigida para o centro O do anel.

CAPÍTULO 11

2. (b): Estável: **p** paralelo a **E**; instável: **p** antiparalelo a E.
3. $\mathbf{l} = \mu\mathbf{r} \times \mathbf{v}$
4. (a) $|\mathbf{l}| = 420$ kg m^2/s; $\mathbf{l}$ é perpendicular ao plano da pista; (b) $\omega = 7{,}1$ rad/s.
5. (a) $r_1 = 0{,}53 \times 10^{-10}$ m; $r_n = n^2 r_1$; (b) $E_1 = 13{,}6$ eV; $E_n = E_1/n^2$; (c) $v_1/c = 7{,}3 \times 10^{-3} \approx 1/137$.
7. (a) $r_0 = l^2/(GMm^2)$; $mv^2/r_0 = GMm/r_0^2$; $E_0 = -\,GMm/(2r_0)$;

(b) $E = -GMm/(2a)$; (c) $v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$; (d) $e = \sqrt{1 + \frac{l^2}{2ma^2E}}$.

8. (a) $l = 2mA/T$; (c) 88 dias.

9. (a) $V_{ef}(r) = \frac{ZZ'e^2}{r} + \frac{mv_0^2b^2}{2r^2}$;

(b) $r_0 = \frac{ZZ'e^2}{mv_0^2} \times \left\{1 + \left[1 + \left(\frac{mv_0^2b}{ZZ'e^2}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$

10. (a) $V_{ef}(r) = \frac{mv_0^2}{2r^2}\left(b^2 + \frac{A^2}{v_0^2}\right)$; (b) $r_0 = \sqrt{b^2 + \frac{A^2}{v_0^2}}$

11. Interno $|\mathbf{L}'| = Iv/a$, dirigido para o centro da pista; orbital: módulo MvR, dirigido verticalmente para cima; total: $|\mathbf{L}| = v\sqrt{M^2R^2 + (I/a)^2}$, descreve um cone de eixo vertical e ângulo de abertura θ, com $\text{tg}\theta = I/(MRa)$.
12. (a) 0,6 m; (b) aumentou por um fator 1,4.
13. $v_r = 0$, $v_\theta = 2v_0$.
14. (a) 2,16 rad/s; (b) 1,04 J.
15. o centro do quadrado (CM) desloca-se com velocidade constante $\mathbf{P}/(4m)$ e o conjunto gira em torno do centro com velocidade angular $\omega = |\mathbf{P}|/(2\sqrt{2}ml)$.
16. O CM após a colisão, situado sobre o haltere, a 10 cm do disco 2, move-se com velocidade de 1 m/s na direção de $\mathbf{v}_0$, e o haltere gira em torno dele com velocidade angular $\omega = 5$ rad/s.

CAPÍTULO 12

2. (a) $\frac{1}{2}M(a^2 + b^2)$; (b) $\frac{1}{4}MR^2$

3. (a) $\frac{1}{2}M(r_1^2 + r_2^2)$; (b) $\frac{1}{4}M(r_1^2 + r_2^2)$

4. $\frac{1}{6}Ma^2$

5. $\frac{3}{10}MR^2$

6. 2,2 s.

7. (a) $\omega \approx 2\,mv/(MR)$; (b) $1 - (2m/M)$.

8. $\omega = \sqrt{3g/b}$

9. (a) $a = m'g \bigg/ \left(m + m' + \dfrac{M}{2}\right)$;

(b) $T = \dfrac{mm'g}{m' + m + \dfrac{M}{2}}$; $\quad T = \left(m + \dfrac{M}{2}\right) m'g \bigg/ \left(m + m' + \dfrac{M}{2}\right)$

10. $v^2 = 2gh(m' - m \text{ sen } \theta) \bigg/ \left(m + m' + \dfrac{M}{2}\right)$

11. (a) $= \dfrac{2}{3} g$; (b) $T = \dfrac{1}{3} mg$; (c) $v^2 = 2as$

12. $a = g\left(m' - \dfrac{m}{2} \text{ sen } \theta\right) \bigg/ \left(m' + \dfrac{3}{8} m\right)$;

(b) $T = mm'g\left(\dfrac{3}{4} + \text{ sen } \theta\right) \bigg/ \left(2m' + \dfrac{3}{4} m\right)$

13. (a) $I = \dfrac{7}{48} md^2$; (b) $\omega = \sqrt{\dfrac{24}{7} \dfrac{g}{d} \text{ sen } \theta}$; $\quad \alpha = \dfrac{12}{7} \dfrac{g}{d} \cos\theta$

14. $h = R + \dfrac{3}{4} \dfrac{v^2}{g}$

15. (a) $\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{10}{17}\right) \approx 54°$; (b) $v^2 = \dfrac{10}{17} g(R + r)$

16. (a) $F < \dfrac{mg}{\text{sen } \varphi}$; (b) $\alpha = \dfrac{F(r - R\cos\varphi)}{I_{CM} + MR^2}$; (c) $\cos \varphi = r/R$

Para $\varphi < \varphi_0$, o fio se desenrola (o ioiô avança); para $\varphi > \varphi_0$, o fio se desenrola (o ioiô recua); para $\varphi = \varphi_0$, o ioiô permanece em equilíbrio.

17 (a) $d = \dfrac{12}{49} \dfrac{v_0^2}{\mu_c g}$; (b) $t = \dfrac{2}{7} \dfrac{v_0}{\mu_c g}$; (c) $v = \dfrac{5v_0}{7}$

18. $\Omega = 23{,}8$ rpm

19. (a) Sobre o eixo, a $\dfrac{3}{4} h$ do vértice; (b) $\Omega = \dfrac{5}{2} gh / (\omega R^2)$;

(c) $|\mathbf{F}| = \dfrac{3}{4} M\Omega^2 h \text{ sen}\theta$, centrípeta com respeito ao círculo descrito pelo CM;

(d) $\Omega = 6{,}1$ rad/s; $|\mathbf{F}| = 0{,}51$ N

20. $F = Mg\sqrt{d(2R - d)} / (R - d)$

21. $\text{tg}\theta \leq 2\mu_e$