Propagación de la pandemia del COVID-19: Entregable de la parte II

Por Emiliano Cabrera, Andrew Dunkerley y Do Hyun Nam

Profesor: Miguel Eduardo Uribe

Modelación Matemática Fundamental

a) Separando variables, encuentre la cantidad de personas x(t) que han contráıdo el COVID-19 en el instante de tiempo t utilizando el modelo mateḿatico del inciso(b) de la Parte I.

Separación de variables:

$\frac{dx}{dt} = kx(n+1-x)$

$\frac{dx}{x(n+1-x)} = k\,dt$

$\int \frac{1}{x(n+1-x)}\,dx = kt + c$

Propiedad lineal:

$\int \frac{1}{x(n+1-x)}\,dx$

Descomponemos a fracciones parciales con $n+1$

$\int (\frac{1}{(n+1)(n+1-x)} + \frac{1}{(n+1)x})\,dx$

$\frac{1}{(n+1)} \int \frac{1}{n+1-x}\,dx + \frac{1}{(n+1)} \int \frac{1}{x}\,dx$

Para la primera integral: $\int \frac{1}{n+1-x}\,dx$

$u = n+1-x --> \frac{du}{dx} = -1 --> dx = -du$

$-\int \frac{1}{u}\,du = -ln(u)$

$= -ln(n+1-x)$

Para la segunda integral: $\int \frac{1}{x}\,dx$

$\int \frac{1}{x}\,dx = ln(x)$

$= ln(x)$

Insertar las integrales resueltas:

$-\frac{1}{(n+1)} ln(n+1-x) + \frac{1}{(n+1)} ln(x))$

$\frac{ln(x)}{n+1} - \frac{ln(n+1-x)}{n+1}$

$\frac{ln(x) - ln(n+1-x)}{n+1}$

Regresando a la igualdad:

$\frac{ln(\frac{x}{n+1-x})}{n+1} = kt + c$

Despeje de x:

$\frac{x}{n+1-x} = e^{kt(n+1)} e^{c}$

$x = -xe^{kt(n+1)}e^c + ne^{kt(n+1)}e^c + e^{kt(n+1)}e^c$

$x + xe^{kt(n+1)}e^c = +ne^{kt(n+1)}e^c + e^{kt(n+1)}e^c$

$x(1 + e^{kt(n+1)}e^c) = ne^{kt(n+1)}e^c + e^{kt(n+1)}e^c$

$x = \frac{ne^{kt(n+1)}e^c + e^{kt(n+1)}e^c}{1+e^{kt(n+1)}e^c}$

$x = \frac{(+n+1)e^{kt(n+1)}e^c}{1+e^{kt(n+1)}e^c}$

$x(t) = \frac{(n+1)e^{kt(n+1)}e^c}{1+e^{kt(n+1)}e^c}$

Considerando a $A = e^c$ como una constante:

$x(t) = \frac{(n+1)Ae^{kt(n+1)}}{1+Ae^{kt(n+1)}}$

Sabiendo que $x(0) = 1$:

$1 = \frac{(n+1)Ae^{k(0)(n+1)}}{1+Ae^{k(0)(n+1)}}$

$1 = \frac{(n+1)A}{1+A}$

$1 + A = (n+1)A$

$\frac{1+A}{A} = n + 1$

$\frac{1}{A} + 1 = n + 1$

$\frac{1}{A} = n$

$A = \frac{1}{n}$

b) Separando variables, encuentre la cantidad de personas x(t) que han contraído el COVID-19 en el instante de tiempo t utilizando el modelo de difusion lineal. Explique por que, según este modelo, todos contraeran la enfermedad.

Separación de variables:

$\frac{dx}{dt} = r(n-x)$

$\frac{dx}{r(n-x)} = t\,dt$

$\frac{1}{r}\int \frac{1}{n-x}\,dx = t$

$\int \frac{1}{n-x}\,dx = rt + c$

Sustitución de $n-x$

$u = n - x --> \frac{du}{dx} = -1 --> dx = -du$

$-\int \frac{1}{u}\,du = ln(u)$

$= -ln(n-x)$

Regresando a la igualdad:

$-ln(n-x) = rt + c$

$n - x = e^{-rt}e^{-c}$

$-x = -n + e^{-rt}e^{-c}$

$x(t) = n - e^{-rt}e^{-c}$

Considerando a $A = e^{-c}$ como una constante:

$x(t) = n - Ae^{-rt}$

Sabiendo que $x(0) = 1$:

$1 = n - Ae^{-r(0)}$

$1 = n - A$

$A = n - 1$

c) Investigue al menos tres municipios en estados del páıs con baja densidad poblacional y aplique los resultados que se obtuvieron en los incisos a) y b) para predecir la evolucion del COVID-19 en dichos municipios.

Guanajuato, Guanajuato

Densidad poblacional $= 181.7 \frac{personas}{km^2}$ (2015)

Habitantes $= 171,709$ personas (2010)

Metepec, Edo. de México

Densidad poblacional $= 80.6 \frac{personas}{km^2}$ (2015)

Habitantes $= 11,429$ personas (2010)

Villa de Cos, Zacatecas

Densidad poblacional $= 5.3 \frac{personas}{km^2}$ (2015)

Habitantes $= 34,328$ personas (2010)

Fuente: https://www.inegi.org.mx/app/indicadores/ (https://www.inegi.org.mx/app/indicadores/)

Guanajuato:

$x(0) = 1$

$x(7) = 2$

$x(18) = 7$

$x(39) = 11$

Modelo 1

$$x(7) = \frac{(171710)e^{k7(171710)\frac{1}{171709}}}{1+e^{k7(171710)\frac{1}{171709}}} = 2$$

$$k = \frac{ln(\frac{171709}{85854})}{1201970} \approx 5.76681 \times 10^{-7}$$

$$x(18) = \frac{(171710)e^{k18(171710)\frac{1}{171709}}}{1+e^{k18(171710)\frac{1}{171709}}} = 7$$

$$k = \frac{ln(\frac{171709}{85854})}{3090780} \approx 2.24265 \times 10^{-7}$$

$$x(39) = \frac{(171710)e^{k39(171710)\frac{1}{171709}}}{1+e^{k39(171710)\frac{1}{171709}}} = 11$$

$$k = \frac{ln(\frac{171709}{85854})}{6696690} \approx 1.03507 \times 10^{-7}$$

$$k_{average} \approx 3.01484 \times 10^{-7}$$

De manera que se puede describir la evolución con el siguiente modelo:

$$x(t) = \frac{(171710)e^{t(3.01484\times10^{-7})(171710)\frac{1}{171709}}}{1+e^{t(3.01484\times10^{-7})(171710)\frac{1}{171709}}}$$

Modelo 2

$$x(7) = 171709 - (171708)e^{-r(7)} = 2$$

$$r = -\frac{ln(\frac{171707}{171708})}{7} \approx 8.3198 \times 10^{-7}$$

$$x(18) = 171709 - (171708)e^{-r(18)} = 7$$

$$r = -\frac{ln(\frac{171707}{171708})}{18} \approx 3.23548 \times 10^{-7}$$

$$x(39) = 171709 - (171708)e^{-r(39)} = 11$$

$$r = -\frac{ln(\frac{171707}{171708})}{39} \approx 1.4966 \times 10^{-7}$$

$$r_{average} \approx 4.35063 \times 10^{-7}$$

De manera que se puede describir la evolución con el siguiente modelo:

$$x(t) = 171709 - (171708)e^{-(4.35063 \times 10^{-7})t}$$

Metepec:

$x(0) = 1$

$x(11) = 7$

$x(27) = 21$

$x(35) = 30$

Modelo 1

$$x(11) = \frac{(11430)e^{k11(11430)\frac{1}{11429}}}{1+e^{k11(11430)\frac{1}{11429}}} = 7$$

$$k = \frac{ln(\frac{80003}{11423})}{125730} \approx 1.54811 \times 10^{-5}$$

$$x(27) = \frac{(11430)e^{k27(11430)\frac{1}{11429}}}{1+e^{k27(11430)\frac{1}{11429}}} = 21$$

$$k = \frac{ln(\frac{80003}{11423})}{308610} \approx 6.3071 \times 10^{-6}$$

$$x(35) = \frac{(11430)e^{k35(11430)\frac{1}{11429}}}{1+e^{k35(11430)\frac{1}{11429}}} = 30$$

$$k = \frac{ln(\frac{80003}{11423})}{400050} \approx 4.86548 \times 10^{-6}$$

$$k_{average} \approx 8.88456 \times 10^{-6}$$

De manera que se puede describir la evolución con el siguiente modelo:

$$x(t) = \frac{(11430)e^{t(8.88456\times10^{-6})(11430)\frac{1}{11429}}}{1+e^{t(8.88456\times10^{-6})(11430)\frac{1}{11429}}}$$

Modelo 2

$$x(11) = 11429 - (11428)e^{-r(11)} = 7$$

$$r = -\frac{ln(\frac{5711}{5714})}{11} \approx 4.77422 \times 10^{-5}$$

$$x(27) = 11429 - (11428)e^{-r(27)} = 21$$

$$r = -\frac{ln(\frac{5711}{5714})}{27} \approx 1.94505 \times 10^{-5}$$

$$x(35) = 11429 - (11428)e^{-r(35)} = 30$$

$$r = -\frac{ln(\frac{5711}{5714})}{35} \approx 1.50047 \times 10^{-5}$$

$r_{average} \approx 2.73991 \times 10^{-5}$

De manera que se puede describir la evolución con el siguiente modelo:

Villa de Cos:

$x(0) = 1$

$x(6) = 6$

$x(22) = 8$

$x(33) = 12$

Modelo 1

$$x(6) = \frac{(34329)e^{k6(34329)\frac{1}{34328}}}{1+e^{k6(34329)\frac{1}{34328}}} = 6$$

$$k = \frac{ln(\frac{68656}{11441})}{205974} \approx 8.69967 \times 10^{-6}$$

$$x(22) = \frac{(34329)e^{k22(34329)\frac{1}{34328}}}{1+e^{k22(34329)\frac{1}{34328}}} = 8$$

$$k = \frac{ln(\frac{68656}{11441})}{755238} \approx 2.37264 \times 10^{-6}$$

$$x(33) = \frac{(34329)e^{k33(34329)\frac{1}{34328}}}{1+e^{k33(34329)\frac{1}{34328}}} = 12$$

$$k = \frac{ln(\frac{68656}{11441})}{1132857} \approx 1.58176 \times 10^{-6}$$

$$k_{average} \approx 4.21802 \times 10^{-6}$$

De manera que se puede describir la evolución con el siguiente modelo:

$$x(t) = \frac{(34329)e^{t(4.21802\times10^{-6})(34329)\frac{1}{34328}}}{1+e^{t(4.21802\times10^{-6})(34329)\frac{1}{34328}}}$$

Modelo 2

$$x(6) = 34328 - (34327)e^{-r(6)} = 6$$

$$r = -\frac{ln(\frac{34322}{34327})}{6} \approx 2.42781 \times 10^{-5}$$

$$x(22) = 34328 - (34327)e^{-r(22)} = 8$$

$$r = -\frac{ln(\frac{34322}{34327})}{22} \approx 6.6213 \times 10^{-6}$$

$$x(33) = 34328 - (34327)e^{-r(33)} = 12$$

$$r = -\frac{ln(\frac{34322}{34327})}{33} \approx 4.4142 \times 10^{-6}$$

$r_{average} \approx 1.17712 \times 10^{-5}$

De manera que se puede describir la evolución con el siguiente modelo:

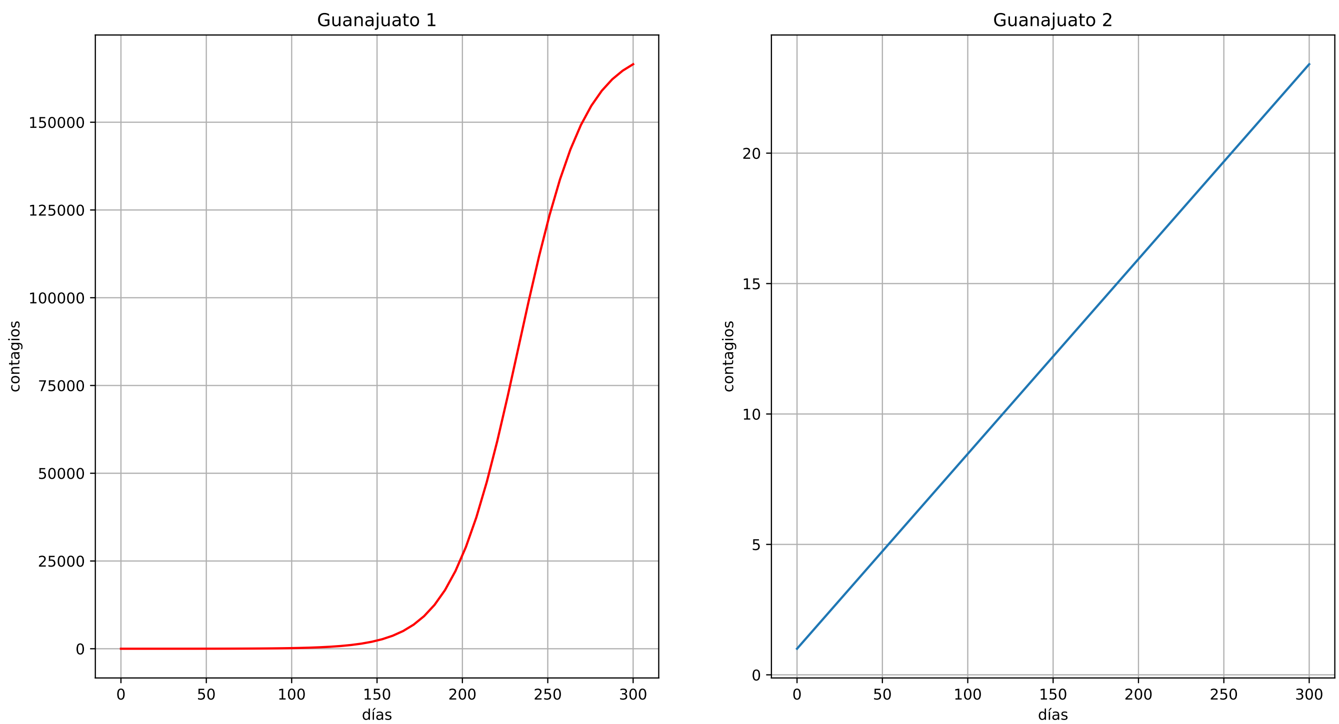
d) Finalmente grafique las respectivas funciones x(t) que arrojo cada modelo para cada municipio y compare dichas gráficas con las gŕaficas oficiales para dichos municipios que proporciona el gobierno. De acuerdo a los resultados obtenidos explique: ¿Cual de los dos modelos resulta mejor para predecir la evolucion del virus?; ¿Seran estos modelos apropiados para modelar el virus COVID-19?.

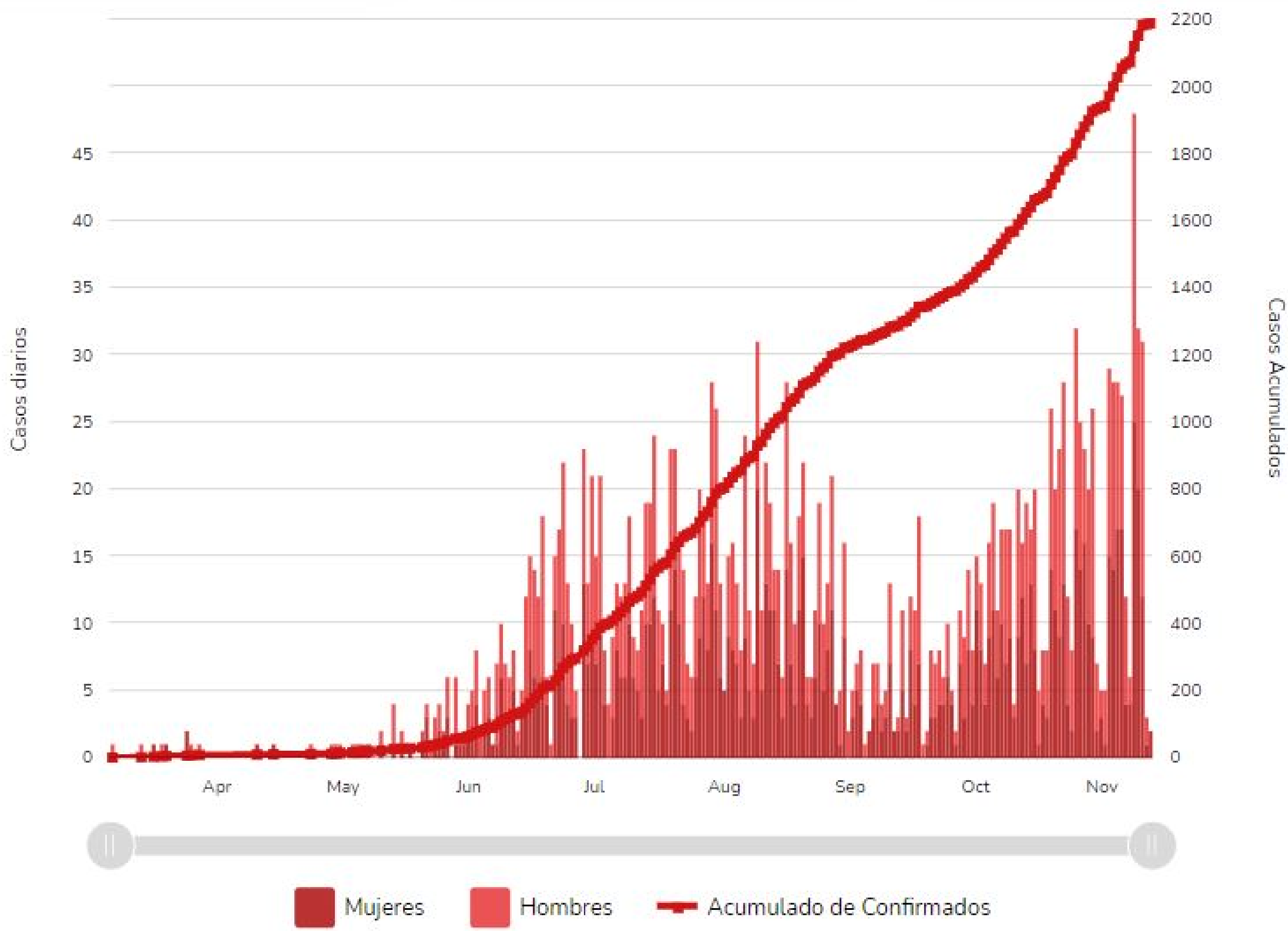
In [45]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
```

In [46]:
```
t = np.linspace(0,300)
#G
yG1 = (171710 * np.e**(t*3.0148*10**-7*171710)*(1/171709))/(1+np.e**(t*3.01484*(10**-7)*
171710)*1/171709)
yG2 = (171709) - (171708*np.e**(-1*t*4.35063*10**-7))
```

In [47]:
```
fig , ax= plt.subplots(1,2, figsize= (15,8))
#G1
plt.subplot(1,2,1)
plt.plot(t,yG1, color = 'red')
plt.grid()
plt.ylabel("contagios")
plt.xlabel("días")
plt.title("Guanajuato 1")
#G2
plt.subplot(1,2,2)
plt.plot(t,yG2)
plt.grid()
plt.ylabel("contagios")
plt.xlabel("días")
plt.title("Guanajuato 2")
```

Out[47]:
```
Text(0.5, 1.0, 'Guanajuato 2')
```

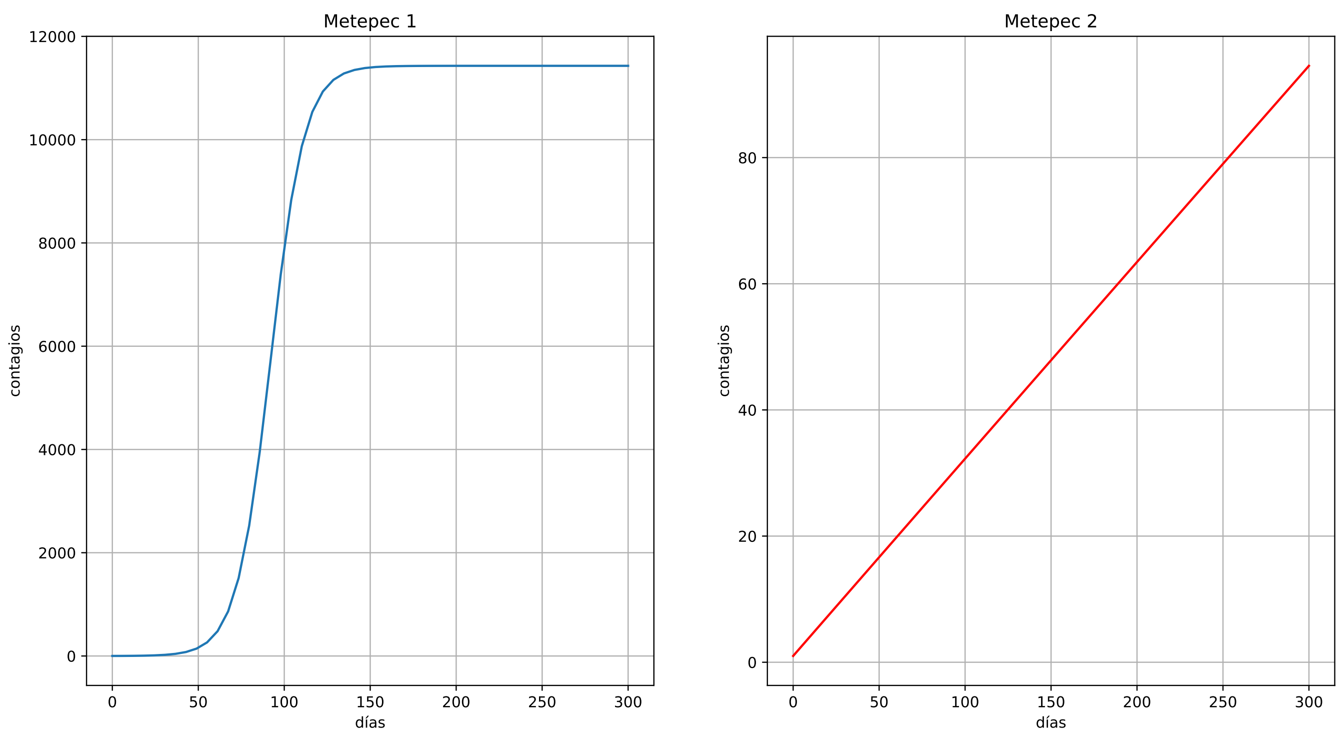


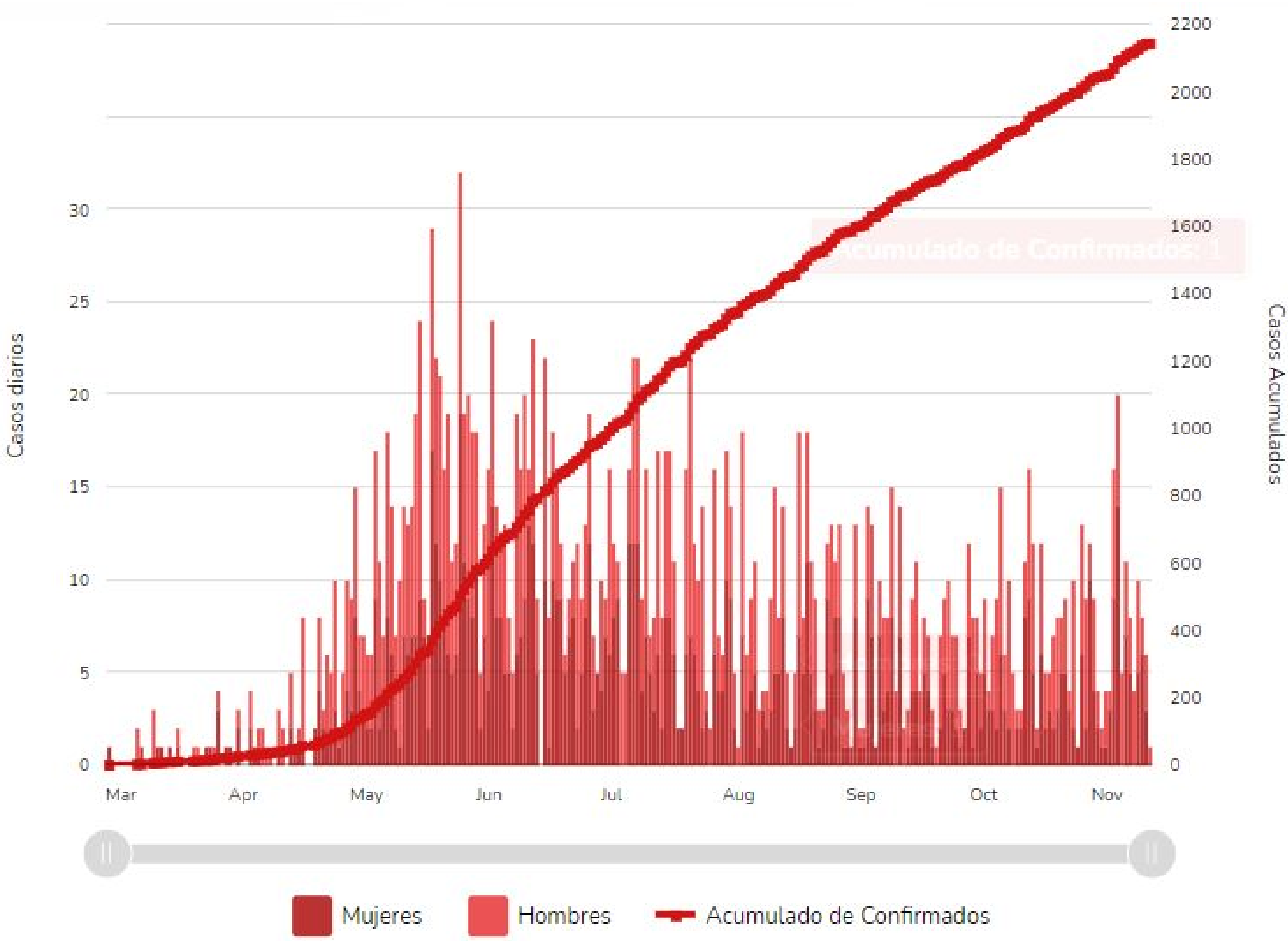


In [48]:
```
#M
yM1 = (11430*np.e**(t*8.88456*(10**-6)*11430)*(1/11429))/((1+np.e**(t*8.88456*(10**-6)*11430)*(1/11429)))
yM2 = 11429 - (11428*np.e**(-1*2.73991*10**-5*t))
```

In [49]:
```
fig , ax= plt.subplots(1,2, figsize= (15,8))
#G1
plt.subplot(1,2,1)
plt.plot(t,yM1)
plt.grid()
plt.ylabel("contagios")
plt.xlabel("días")
plt.title("Metepec 1")
#G2
plt.subplot(1,2,2)
plt.plot(t,yM2, color = 'red')
plt.grid()
plt.ylabel("contagios")
plt.xlabel("días")
plt.title("Metepec 2")
```

Out[49]:
```
Text(0.5, 1.0, 'Metepec 2')
```





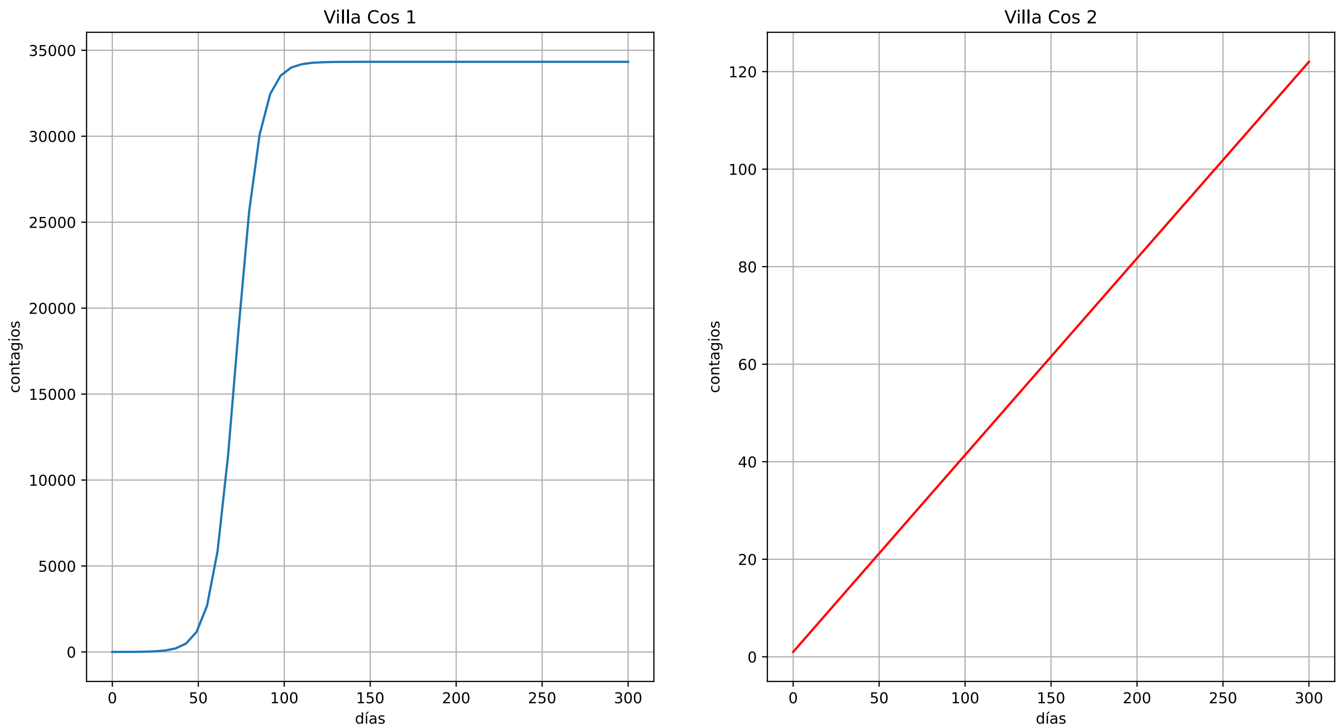
In [50]:
```
#VC
yVC1 = (34329*np.e**(t*4.21802*10**-6*34329)*(1/34328))/(1+np.e**(t*4.21802*10**-6*34329
)*(1/34328))
yVC2 = 34328 - (34327*np.e**(-1*1.17712*10**-5*t))
```

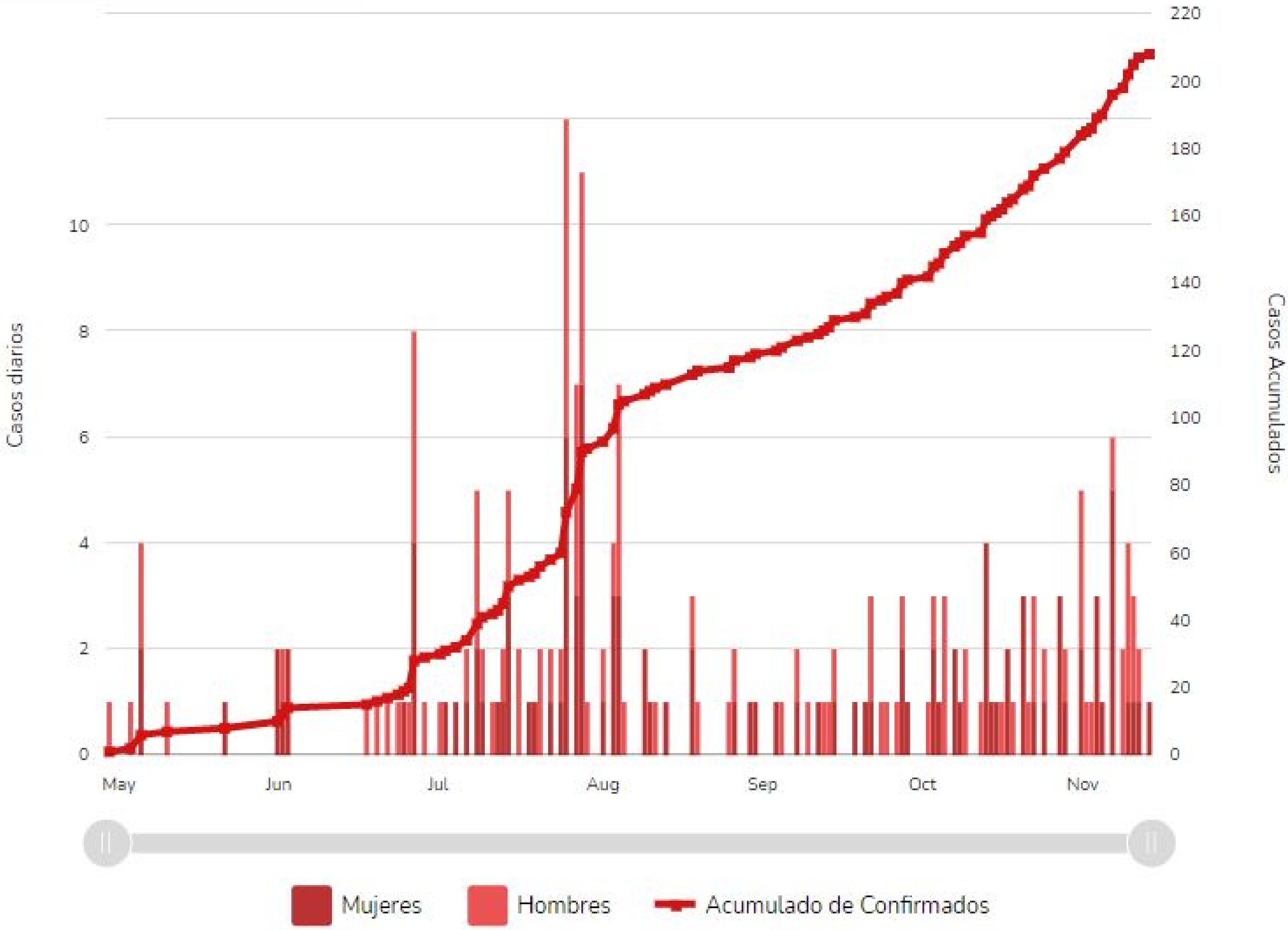
In [51]:

```python
fig , ax = plt.subplots(1,2, figsize= (15,8))
#G1
plt.subplot(1,2,1)
plt.plot(t,yVC1)
plt.grid()
plt.ylabel("contagios")
plt.xlabel("días")
plt.title("Villa Cos 1")
#G2
plt.subplot(1,2,2)
plt.plot(t,yVC2, color = 'red')
plt.grid()
plt.ylabel("contagios")
plt.xlabel("días")
plt.title("Villa Cos 2")
```

Out[51]:

```
Text(0.5, 1.0, 'Villa Cos 2')
```



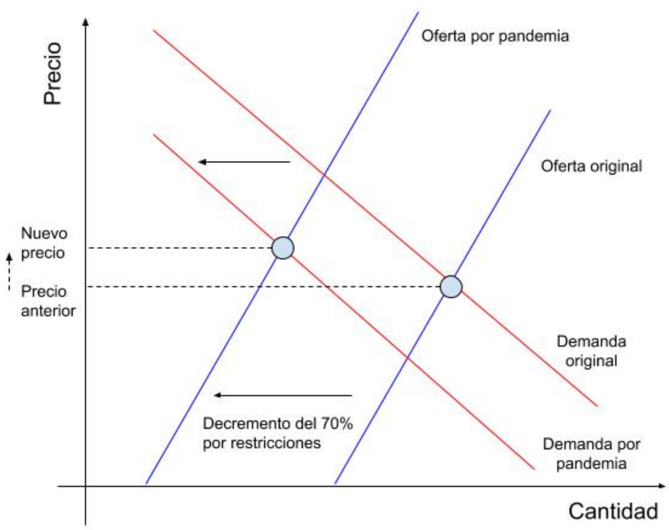


Impacto económico del COVID-19

a) Investiga un producto, bien o servicio que consideres haya sido afectado por la pandemia del COVID-19.

El sector turístico (específicamente los servicios hoteleros) se vieron impactados profundamente, primero que nada por las restricciones nacionales puestas en la capacidad de hospedaje en ellos (30% de la capacidad máxima, puede variar dependiendo del semáforo epidemiológico) y por la creciente preocupación de las personas en visitar y movilizarse en general por posible contagio que pueda ocurrir del COVID-19.

b) Calcula el punto de equilibrio para este producto antes y después de la pandemia de COVID-19 y saca tus conclusiones sobre el impacto económico de la pandemia en este sector productivo.

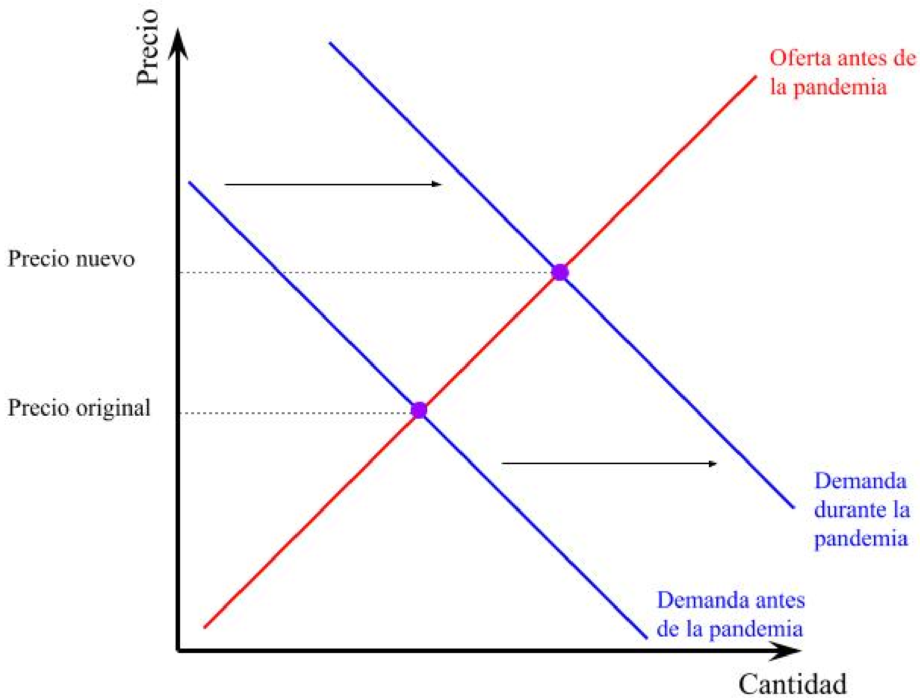


Como podemos observar en la figura anterior, desde un punto de vista microeconómico el precio del servicio hotelero está en un aumento comparado al equilibrio de precio antes de la pandemia, a su vez, observamos que la cantidad del equilibrio disminuirá. Primero que nada se debe a que la curva de oferta es inelástica, significando que un aumento de la cantidad resultará en una elevación de los precios proporcionalmente mayor, los hoteles tenían el poder de fijar el precio (price-makers), pero la pandemia los ha empujado a ser aceptadores de precio (price-takers) y siendo la restricción de un 30% de la capacidad total, la oferta disminuye en un 70% por cuestiones de sanidad comun. En cuanto a la demanda, ciertamente va disminuir, pero no considerablemente como la oferta. Esto se debe a que, siendo francos, las personas que necesitan o desean viajar lo harán sin importar las condiciones sanitarias que se presentan en el mundo. Esta disminución relativamente corta en la demanda causa que exista una cantidad demandada mayor a la ofertada, causando un incremento de los precios en general. En caso de que la curva de la demanda no hubiera sufrido una reducción, los precios serían aún mayores al nuevo precio en el equilibrio post-pandemia. A pesar del incremento del precio, como la cantidad ofertada disminuye, los ingresos que genera una cadena hotelera disminuyen de manera sustancial. Al mismo tiempo podemos ver que ambas partes, comprador y vendedor, pierden excedentes debido a que el equilibrio disminuye en cantidad con un incremento en precio mínimo.

c) Investiga un producto, bien o servicio que haya sido beneficiado por la pandemia del COVID-19.

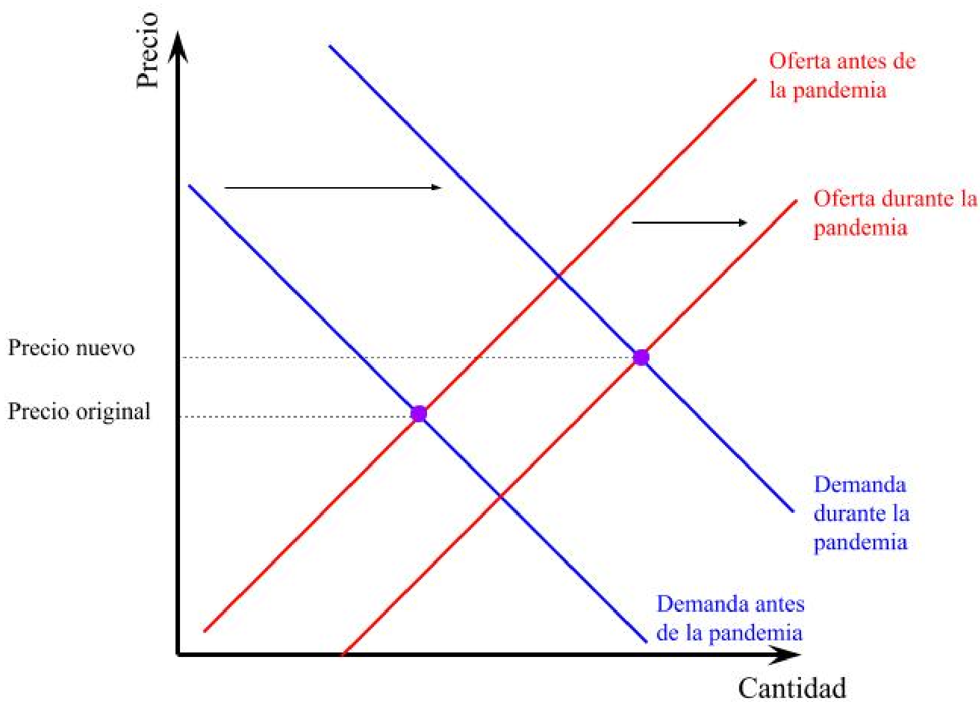
Gel antibacterial. Un producto que se volvió pivotal al inicio de la pandemia y durante, ya que es el limpiador de manos más portátil que puede llevar uno, por ende es muy práctico y demandado.

d) Calcula el punto de equilibrio para este producto antes y después de la pandemia de COVID-19 y saca tus conclusiones sobre el impacto económico de la pandemia en este sector productivo.



Precio
Oferta antes de la pandemia
Precio nuevo
Precio original
Demanda durante la pandemia
Demanda antes de la pandemia
Cantidad

Como se puede ver en el diagrama anterior, al inicio de la pandemia hubo una demanda incrementada de gel antibacterial por el pánico que se creó, lo cual llevó a un incremento de precio del producto y a una escasez del mismo. Esto se debe a que la oferta del producto previo a la pandemia era muy elástica, es decir, un incremento en la cantidad ofertada incrementa el precio de una manera proporcionalmente menor, ya que no era considerado un bien esencial o necesario en la vida diaria. Tras el inicio de la pandemia el gel antibacterial se volvió algo muy acotado, tanto por individuos que buscaban raciones personales como por personas que deseaban conseguir una ganancia substancial vendiendolo de nuevo. De cualquier manera, la oferta se mantuvo igual durante el inicio, pero con la demanda incrementada se acabó muy rápido, llevando a la escasez.



Una vez que se ajustó la oferta para satisfacer las necesidades, hubo aún un incremento de precio, pero cabe decir que fue menor al anterior. Con ahora una oferta que pudiera acomodar la demanda actual, las venta del producto incrementaron mucho, dando un incremento en retorno utilitario mayor al 60% con base al año anterior. Aunque el precio era menor que durante el inicio de la pandemia, las ventas totales daban suficiente ingreso para que el efecto neto fuera positivo.