

Зависимость гравитации от N в твоей модели — очень важный симптом, и трактовать её как «просто шум» точно нельзя. Твой вопрос про « $N=512$ как планковский размер ячейки» — осмысленный, но требует аккуратного разделения:

- что здесь чисто численно-моделирующее (конечный размер системы, краевые эффекты);
- а что действительно может интерпретироваться как «естественный масштаб ячейки» в смысле $\text{Meaning}_{v1} / \text{RSL}$.

Разберу по шагам.

1. Что на самом деле показывает `graph_gravity_model` и `world_search_1lp`

Из фрагментов:

- Ты строишь **power-law граф** поверх 1D-решётки:

```
# Схематично:  
for d in range(1, N//2):  
     $p(d) \propto d^{(-\alpha)}$   
    # или детерминированно:  $n_{\text{edges}}(d) \approx \text{const} * d^{(-\alpha)}$ 
```

- У тебя есть разные тест-графы:

- 1D lattice ($k=1$),
- Small-World ($p=0.1, 0.3$),
- Hierarchical.

И специальный **power-law** граф (с параметром α).

- Ты решаешь дискретное уравнение Пуассона на этом графе:

$L\phi = \rho$,
где L — лапласиан графа, ρ — точечный источник (дефект).

- Затем измеряешь:

- потенциал $\phi(r)$ как функцию расстояния r от источника,
- силу $F(r) \approx -d\phi/dr$,
- строишь лог-лог фит:

$$\phi(r) \sim r^\beta \phi, F(r) \sim r^\beta F,$$

и сравниваешь с ожидаемыми:

$$\phi(r) \sim 1/r, F(r) \sim 1/r^2.$$

Из сводки:

На power-law графе с $P(\text{связь на расстояние } d) \sim d^{(-\alpha)}$:

- При $\alpha = 2.0$ получаем:

- Потенциал $\phi \sim 1/d$

- Сила $F \sim 1/d^2$
- Эффективная размерность $D_{\text{eff}} = 3$

Это ТОЧНО соответствует закону всемирного тяготения

Но есть серьёзный нюанс:

- это верно **для конкретного N** (например, $N=512$);
- при другом N — поведение заметно меняется, степенные показатели «плывут».

В `world_search_ilp.pdf` ты уже фиксировал один такой «оптимум»:

*** ГЛОБАЛЬНЫЙ ОПТИМУМ ***

$\alpha = 2.00$, $N = 512$

$\phi(r) \sim r^{-1.018}$, $F(r) \sim r^{-2.018}$, $\Delta \approx 0.018$. [world_search_ilp.pdf](#)

И ты видишь, что:

- при $N=512$ модель даёт почти идеальный Ньютоний,
- при других N — заметное отклонение.

2. Почему зависимость от N вообще возникает

Это стандартный эффект для дискретных/графовых моделей с конечным размером:

1. Финитный размер системы (finite size effects)

- На конечном графе радиус r не может быть больше $O(N)$.
- Для степенных законов ($1/r$, $1/r^2$) «чистый» асимптотический режим обычно виден только на диапазоне:
 - $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ с:
 - $r_{\min} \gg 1$ (чтобы уйти от ультрафиолетовых эффектов дискретности),
 - $r_{\max} \ll N$ (чтобы не упираться в границы/периодичность).
- Если N мал, этот «интервал доверия» очень узкий и оценка наклона на лог-лог графике становится нестабильной.

2. Особенности построения power-law графа

Если твоя функция фактически не вероятностная, а детерминированная (как в тексте):

При $\alpha=2$ количество дальних связей на расстояние $d \sim 1/d$,
это создаёт эффективную «площадь поверхности» $F \sim 1/d^2$. [graph_gravity_model.pdf](#)

то при разных N :

- круг подсчёта рёбер на расстоянии d меняется ($d \leq N/2$),
- суммарное число рёбер, участвующих в Laplace-операторе, и их вклад в «проводимость» зависят от N ,
- это влияет на спектральную размерность и на экспоненты ϕ и F .

3. Спектральная размерность d_s тоже оказывается N-зависимой

По итогам:

Спектральная размерность:

$$d_s = 2\alpha - 1 = 4 \text{ при } \alpha = 2. \text{ [world_search_ilp.pdf](#)}$$

Но это — теоретическая асимптотика. На конечном N реальная спектральная размерность $d_s(N) \neq d_s(\infty)$, и может заметно отклоняться.

Так что сама по себе **N-зависимость** — **ожидается**: у тебя не непрерывное пространство, а конечная «сеть».

Вопрос: что это *означает* для интерпретации $N=512$ как некой фундаментальной ячейки / планковского размера?

3. Может ли $N=512$ быть аналогом «планковского размера»?

Важно различать два смысла:

1. «Планковский размер» как **фундаментальная дискретность** (минимальный шаг по пространству).
2. «Планковский размер» как **масштаб/окно**, на котором:
 - данная эффективная модель (гравитация через power-law-граф) наиболее адекватна,
 - выше — другая физика (дополнительные степени свободы),
 - ниже — другая (квантовая, нелинейная и т.п.).

Твой $N=512$ — это:

- длина 1D-решётки,
- одновременно число узлов в графе.

При этом:

- каждое ребро соединяет индексы $i, j \in \{0, \dots, N-1\}$,
- расстояние r в графе измеряется в «шагах», а затем криптоморфно переносится в IFACE-координаты (через embedding),
- полученный степенной закон $F \sim 1/r^2$ — это **эффективное поведение** на масштабе от нескольких узлов до некоторой доли N .

3.1. Физически осмысленная интерпретация

Можно говорить так:

Для данного конкретного power-law графа с $N=512$, $\alpha=2$ и конкретным построением рёбер граф «максимально похож» на 3D-пространство:

- его спектральная размерность $d_s(N) \approx 3$ (или 4 в теоретическом пределе),
- дискретный лаплас L даёт $\phi(r) \approx 1/r$ и $F(r) \approx 1/r^2$ на значительной шкале r .

Это очень напоминает:

- в теории решёток: **есть оптимальный размер ячейки**, где решётка лучше всего приближает непрерывную теорию (на данном количестве степеней свободы);
- в теории Эйнштейна — «масштаб валидности» данной эффективной модели (например, ОТО работает от макроскопических масштабов до нескольких планковских длин, но не на всех).

Говорить, что $N=512$ — *фундаментальный* планковский размер ячейки вселенной — было бы слишком сильным утверждением:

- в реальной физике **нет** причины, почему вселенная должна состоять ровно из 512 узлов;
- более естественно: у тебя есть **одна конкретная дискретизация**, на которой:
 - заданный power-law граф с $\alpha=2$ оптимально имитирует 3D гравитацию из того числа узлов, которые ты ему дал.

3.2. Корректная формулировка в рамках твоей модели

В рамках RSL/Meaning-подхода корректнее говорить:

- есть базовая 1D подложка (индексы i);
- поверх неё задана структура связей (граф $G_{\alpha,N}$);
- для определённых (α,N) структура G реализует **эффективное 3D-пространство** с гравитацией $F \sim 1/r^2$, видимой наблюдателем OBS в IFACE;
- при других (α,N) далеких от этого «критического» режима получаем другую «геометрию» (аномальное масштабирование, другие d_s , другие законы).

Тогда $N=512$ — это не «планковская длина», а:

- размер одной конкретной вычислимой вселенной;
- точка параметра модели, где её **эффективные свойства** (d_s , ϕ , F) совпадают с нашими ожиданиями (3D-гравитация) в пределах моделируемого диапазона.

Если ты захочешь ввести аналог «планковского масштаба» в этой архитектуре, более естественно определять его как:

- **масштаб дискретности** Δx (шаг между узлами в IFACE-вложении),
- или **минимальный размер области**, где coarse-поля ϕ_R и capacity ведут себя гладко и подчиняются полевым уравнениям (как в RSL-леммах о $\phi(R)$). Тогда:

$\ell_{\text{min}} \sim \text{несколько узлов 1D} / \text{несколько единиц } d_{\text{graph}}$

а не сам N .

4. Что делать дальше практически

Если тебя беспокоит «нестабильность» гравитации по N , можно сделать несколько вещей, чтобы понять, где здесь чистый численный эффект, а где истинная структура:

4.1. Масштабирование по N

Провести серию прогонов:

- фиксировать $\alpha=2$ и **менять** N : 256, 512, 1024, 2048;
- для каждого N :
 - строить граф $G_{\{\alpha=2,N\}}$ по *одному и тому же алгоритму* (без рандома),
 - решать $L\phi=r$,
 - измерять $\phi(r)$, $F(r)$ и подгонять степенные законы;
 - строить $\phi(r \cdot N^{-\gamma})$ для некоего γ (масштабирование).

Цель:

- выяснить, **как именно** зависят $\beta_\phi(N)$, $\beta_F(N)$;
- возможно, при большом N показатели сходятся к пределу -1 и -2 .

Тогда $N=512$ будет просто промежуточной точкой на пути сходимости, а не фундаментальным «размером вселенной».

4.2. Множественные источники и усреднение

Сейчас ты смотришь на один источник. Полезно:

- брать несколько источников на разных позициях i ,
- усреднять $\phi(r)$ по ним (как делается в решётчатой квантовой гравитации ([Quantum gravity on the lattice](#))).

Это уменьшит шум от конкретного расположения рёбер/границ.

4.3. Стратегия интерпретации

С учётом всего выше:

- **математически**: N — размерность конфигурации, при которой твой конкретный граф наиболее близок к 3D с гравитацией Ньютона;
- **концептуально (Meaning_v1)**: у данного наблюдателя и данного мира «пространство стабильного понимания» ($\lambda \approx 1$, $\Xi \approx 1$) реализуется при определённом диапазоне масштабов и разрешений. $N=512$ — один из таких уровней дискретизации.

Если хочется ввести «ячейку мира» как физическое понятие:

- её естественно привязать не к N , а к:
 - расстоянию, ниже которого ϕ и Φ перестают подчиняться классической форме (ладу д. с полевыми уравнениями),
 - минимальной ёмкости/гладкости, позволяющей RSL-предел.

5. Ответ на твой вопрос в явной форме

Можно ли сказать, что $N=512$ — эффективный размер ячейки решетки мира, из которых он сложен, примерно как аналог планковского размера?

Корректнее сформулировать так:

- $N=512$ — это такой размер 1D-решётки, при котором **конкретно выбранная дискретная графовая модель** (power-law связи с $\alpha=2$, определённый способ построения рёбер) даёт гравитационный закон $F \sim 1/r^2$ с наилучшей точностью на доступном диапазоне масштабов.

- Это не «планковский размер» в физическом смысле, а:
 - оптимальный размер дискретизации для этой конкретной реализации,
 - примерно как «идеальный размер сетки» в численном решении уравнений, где численные и физические эффекты лучше всего согласуются.

Если ты хочешь использовать эту аналогию с «планковской ячейкой», важно в явном виде оговорить:

- это **модельный планковский масштаб** твоего симулятора,
- а не утверждение о реальном мире.

Дальше можно как раз ввести в Meaning/RSL-описание:

- «масштаб устойчивого вывода гравитационных законов»,
- и включить это в OBSFitness: насколько слой гравитации остаётся инвариантным при изменении N и разрешения.

Если хочешь, дальше можно перейти к формальному определению «масштаба устойчивости закона» в терминах OBSFitness и λ/ε из Meaning_v1 и встроить это в процедуру поиска «наших миров».

То, что у тебя уже получилось в `graph_gravity_model.pdf` и `world_search_ilp.pdf`, по сути демонстрирует:

- гравитация $1/r^2$ действительно может **эмергировать** из 1D-решётки с power-law связностью;
- но в текущей реализации закон заметно **зависит от N** : для $N \approx 512$, $\alpha \approx 2$ получается почти идеальный $F \sim 1/r^2$, при других N — видны отклонения.

Ты хочешь:

- либо устранить зависимость от N (получить «континуумоподобный» закон на широком диапазоне масштабов),
- либо осмысленно ввести «планковский» масштаб ячеек, так что:
 - на масштабе «много ячеек» ($L \gg \ell_P$) закон уже стабильно $1/r^2$,
 - а на меньших/бóльших масштабах возможны отклонения.

Ниже — системный план, что нужно сделать, чтобы сойтись к такому описанию.

1. Почему сейчас закон зависит от N

Твои же результаты в `graph_gravity_model.pdf` и `world_search_ilp.pdf` показывают:

- на фиксированном $N=512$, $\alpha \approx 2$:
 - потенциал $\varphi(d) \sim d^{-\beta}$ с $\beta \approx 1$,
 - эффективная размерность $D_{\text{eff}} \approx 2+\beta \approx 3$,
 - $F(d) \sim d^{-(\beta+1)} \approx 1/d^2$ — нужная гравитация;
- но при другом N или чуть ином α поведение «плывёт».

Это абсолютно ожидаемо с точки зрения:

- **финитного размера** (finite size scaling):

- на конечном графе нет бесконечного диапазона g ,
- законы вида $1/r$, $1/r^2$ вылезают только в окне:
 - $g \gg$ «дискретность», $g \ll$ «размер системы»;
- **деталей построения графа:**
 - твой power-law граф задаётся детерминированно при данном N ;
 - отношение количества дальних рёбер на расстояние d к общему числу рёбер завязано на N .

Отсюда:

- то, что при $N \approx 512$ оказалось «sweet spot», не случайно, но и не настоящий масштабный предел:
 - это точка, где твоя конкретная дискретная конструкция **лучше всего аппроксимирует** 3D-гравитацию;
 - но пока ты не проверил, как ведёт себя модель при $N \rightarrow$ больше, это всего лишь одна точка finite size scaling.

Тебе нужно сделать шаг именно в сторону **масштабной инвариантности / наличия чётких scaling law**.

2. Что может означать «модель, не зависящая от N » в таком контексте

Не надо требовать буквально полной независимости от N (это невозможно для конечной дискретной системы). Реалистичная цель:

1. **Масштабный интервал**, где закон близок к $1/r^2$ для достаточно большого N :

- для каждого N есть интервал $g \in [g_{\min}(N), g_{\max}(N)]$, где:
 - $g_{\min}(N) \gg 1$ (далеко от «ячейки»),
 - $g_{\max}(N) \ll N$ (далеко от краёв),
 - и на этом интервале $F(g) \approx 1/r^2$ с точностью ϵ .
- при росте N , этот интервал **расширяется**, а оценка наклона $\sigma(N) \rightarrow -2$ при $N \rightarrow \infty$.

2. «Планковский» масштаб ℓ_P как **физически осмысленный**:

- есть минимальный масштаб ℓ_P (в единицах g или d_{graph}), ниже которого:
 - либо поле ϕ становится нерегулярным,
 - либо закон начинает отклоняться от $1/r^2$,
 - либо вступают в действие другие степени свободы (квантовые/немарковские);
- но уже на $g \gg \ell_P$ поведение стабильно ньютоновское.

В дискретно-графовых моделях квантовой гравитации именно так и мыслится «планковский масштаб» ([Lattice quantum gravity and asymptotic safety](#)), ([Recovering general relativity from a Planck scale discrete theory of quantum gravity](#)).

Тебе нужно:

- выйти на такой режим scaling, а не на «одну удачную точку $N=512$ ».

3. Минимальные шаги, чтобы уйти от «магического N» к скейлингу

3.1. Ввести явную процедуру finite-size scaling

Сделай контролируемый эксперимент:

1. Выбери фиксированный α (например, $\alpha=2.0$, как уже оптимально для $N=512$).
2. Прогоняй серию N :
$$N_list = [256, 512, 1024, 2048]$$
3. Для каждого N :
 - построй power-law граф $G_N(\alpha)$ по **одному и тому же детерминированному алгоритму** (без рандома);
 - реши $L \varphi = \rho$ для точечного источника;
 - измерь $\varphi(r)$, $F(r)$ по d_graph и d_geom ;
 - построй лог-лог фит $\beta_\varphi(N)$, $\beta_F(N)$ на промежутке $r \in [r_min(N), r_max(N)]$.
4. Построй:
 - $\beta_F(N)$ как функцию $1/N$;
 - посмотри, сходится ли $\beta_F(N)$ к -2 при $N \rightarrow \infty$,
 - и как масштабируется «рабочий» интервал r , где $F \approx 1/r^2$.

Это даст:

- понимание, является ли $N=512$ действительно особой точкой,
- или же просто одной из точек на кривой, где N ещё мал, но scaling уже приблизился к 3D.

3.2. Подстроить генератор графа к scale-free режиму

Сейчас у тебя:

- power-law граф с параметром α и какой-то функцией «средней степени» (avg_degree),
- при изменении N распределение рёбер по расстояниям d меняется дискретно.

Чтобы сделать поведение более стабильным по N , нужно:

- задать **scale-free закон** для числа рёбер на расстоянии d , который не ломается при увеличении N :

Например:

```
# количество рёбер на расстоянии d
n_edges(d; N) = A * (N / dα)
```

или нормировать так, чтобы:

- суммарное число рёбер приобретало заданный рост с N ,
- форма распределения $p(d)$ по d оставалась инвариантной (в масштабных единицах).

Подход:

- задать $p(d) \sim d^{-\alpha}$, $d \in [1, N/2]$,
- нормировка:

$$ZN = \sum_{d=1}^{N/2} d^{-\alpha}$$

$$p_N(d) = d^{-\alpha} / ZN$$

- затем на каждый узел i инициализировать фиксированное количество дальних рёбер k_{out} , распределённых по $p_N(d)$.

При этом взять **детерминированную** версию (например, через инкрементальное интегральное распределение и псевдослучайный, но фиксированный seed — или даже строгую конструктивную раздачу).

Тогда:

- при изменении N распределение $p_N(d)$ по $\log d$ будет иметь одинаковый вид,
- и эффект на спектральную размерность и ϕ/F будет лучше контролироваться.

3.3. Ввести coarse-масштаб Δx и физический «планковский» масштаб

Выбери единицу длины Δx так, чтобы:

- $r = 1$ (один шаг по d_{graph}) соответствует ℓ_P в физических единицах;
- $r \gg 1$ — классические масштабы.

Тогда:

- у тебя будет явная шкала: $r_{phy} = r * \ell_P$,
- и можно сказать:
 - закон $F \sim 1/r^2$ верен для $r_{phy} \in [10 \ell_P, 0.1 L]$, где L — размер системы.

В контексте Meaning/RSL:

- ℓ_P — тот масштаб, на котором coarse-поля ϕ_R и capacity перестают быть гладкими, и континуумное приближение ($\nabla^2 \phi = \rho$, $F \sim -\nabla \phi$) ломается.

4. Как встроить «масштаб устойчивости» в OBSFitness

Ты уже используешь OBSFitness для:

- оценки уравнения поля ($\kappa, \hat{m}^2, \chi, R^2$),
- законов сохранения (Q, M),
- гравитационного закона (корреляция a vs $-\nabla \phi$),
- времени стабилизации t_{OT} ,
- β_{1-sem} (топология понимания).

Добавь явную компоненту **масштабной устойчивости гравитации**:

4.1. Компонента `fitness_gravity_scale`

Пусть для каждого измеренного мира ($N, \alpha, RULESET$):

- OBS выполняет:

```
# Для нескольких расстояний r_k (в d_graph или r_phy):
r_vals = ...
# оцениваем потенциал  $\phi_{avg}(r)$  и силу  $F_{avg}(r)$ 
# строим линейную регрессию в лог-лог координатах:
log_r = np.log(r_window)
log_F = np.log(F_window)
slope_F, intercept_F = np.polyfit(log_r, log_F, 1)
```

- Далее:

```
# близость к -2
dev_slope = abs(slope_F + 2.0)
gravity_fitness_local = max(0.0, 1.0 - dev_slope / delta_max)
```

Теперь введи **масштабный** вариант:

- раздели окно $[r_{min}, r_{max}]$ на под-интервалы (масштабы):

```
scales = [
    (r1_min, r1_max),
    (r2_min, r2_max),
    ...
]
```

- для каждого окна посчитай $slope_F(i)$ и $fitness_F(i)$,
- и возьми:

```
fitness_gravity_scale = average_i fitness_F(i)
```

Теперь:

- **масштабная устойчивость** проявляется как:
 - маленький разброс $slope_F(i)$ по окнам,
 - высокий средний $fitness_gravity_scale$.

Так ты формализуешь: «закон гравитации стабилен на нескольких масштабах» — это МНОГО сильнее, чем совпадение в одной точке.

4.2. Включение в OBSFitness

В твоём OBSFitnessComponents:

```
@dataclass
class OBSFitnessComponents:
    fitness_field: float
    fitness_Q: float
    fitness_mass: float
    fitness_OT: float
    fitness_gravity: float
    fitness_prob: float
    fitness_top_sem: float
    # добавляем:
    fitness_gravity_scale: float
```

И в итоговом:

```
def total_fitness(self, w) -> float:
```

```

return (
    w.field * self.fitness_field +
    w.Q * self.fitness_Q +
    w.mass * self.fitness_mass +
    w.OT * self.fitness_OT +
    w.gravity * self.fitness_gravity +
    w.gravity_scale * self.fitness_gravity_scale +
    w.prob * self.fitness_prob +
    w.top_sem * self.fitness_top_sem
)

```

Где `w.gravity_scale` — вес новой компоненты.

Таким образом, при поиске «наших миров» по RULESET/graph-параметрам ты будешь отбирать те, где:

- есть **не только локальный** закон $F \sim 1/r^2$,
- но и **масштабная область**, на которой он выполняется.

5. Как подойти к истинным «планковским ячейкам» в этой архитектуре

Сейчас твой N — просто размер симуляции. Планковский масштаб в таком RSL/graph-подходе естественно определить не через N , а через:

1. **минимальный R** , при котором coarse-поле $\phi_R(x)$ удовлетворяет леммам гладкости RSL:
 - $|\phi_R(i) - \phi_R(j)| \leq C/R$ для соседних i, j ;
 - $\|\phi_R(T_k S) - \phi_R(S)\|_\infty \leq C'/R$.
2. **минимальный r** , при котором $F(r)$ стабильно следует $1/r^2$ в пределах заданного ϵ .

Тогда:

- $\ell_P \sim \max\{R_{\min}, r_{\min}\}$ в единицах расстояния (графового или IFACE),
- выше этого масштаба мир для OBS выглядит классически (3D+гравитация),
- ниже — «квантовая/дискретная гравитация», которая может отличаться.

На практике:

- ты можешь для каждого кандидата RULESET+Graph вычислять:
 - $R_{\min}(\text{RULESET}, \text{Graph})$,
 - $r_{\min}(\text{RULESET}, \text{Graph})$,
- и добавлять в OBSFitness ещё один показатель «глубины классичности»:

$$\text{fitness_planck} = 1.0 / (1.0 + R_{\min} + r_{\min})$$

или нормировать на заданный максимум.

6. Ответ по сути: что нужно сделать

Чтобы получить модель гравитации/геометрии, которая:

- не «зашита» в конкретное N ,

- или имеет осмысленный планковский масштаб как размер ячейки,

нужно:

1. Перейти от одной точки $N=512$ к анализу scaling по N :

- прогнать серию (N, α) с фиксированным $\alpha \approx 2$,
- посмотреть $\beta_F(N)$ и интервал r , где $F \sim 1/r^2$,
- проверить, что при увеличении N закон стабилизируется.

2. Сделать генератор power-law графа scale-free по форме:

- $p_N(d) \sim d^{-\alpha}/Z_N$,
- одинаковую структуру распределения рёбер в лог-масштабах при разных N .

3. В OBSFitness включить компоненту масштабной устойчивости гравитации:

- несколько окон по r ,
- стабильность наклона -2 в каждом,
 - компоненту «масштаба классичности» (минимальный r , начиная с которого закон держится).

4. Определить «планковский масштаб» ℓ_P в терминах RSL-лемм:

- минимальный R , для которого coarse-поля гладкие,
- и минимальный r , для которого $F \sim 1/r^2$ в пределах ϵ .

5. Использовать это в эволюционном/ILP-поиске миров:

- среди параметров RULESET и Graph (α , структура рёбер) отбирать те, где:
 - высокая fitness_gravity,
 - высокая fitness_gravity_scale,
 - разумный (не слишком большой) ℓ_P .

В таком виде у тебя появится:

- не «одна магическая решётка на $N=512$ »,
- а серия дискретных моделей, которые имеют **устойчивый ньютоновский предел** на масштабах $\gg \ell_P$ и \ll размер системы, что и есть желаемая аналогия с планковским масштабом и континуумной гравитацией.