



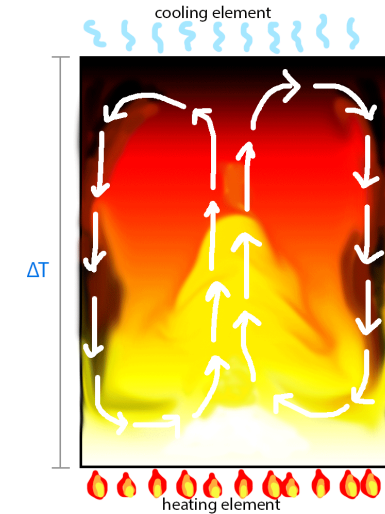
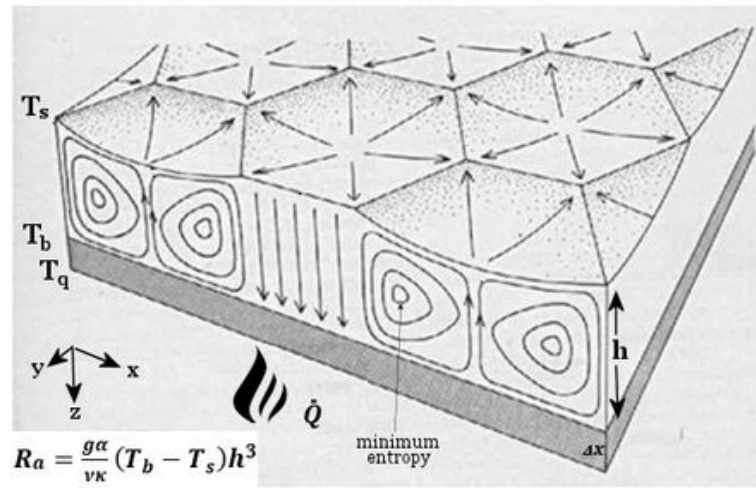
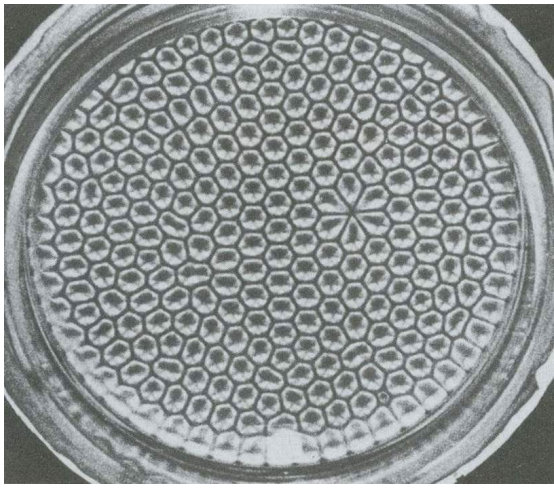
北京大学
PEKING UNIVERSITY

贝纳对流现象中的系统学解释

武赛远

北京大学物理学院

2023-06-14



When $Ra > 1708$, convection begins.

1870年，爱尔兰-苏格兰物理学家兼工程师詹姆斯·汤姆森观察到浴缸中的水冷却；他指出，水面上的肥皂膜被分开，就好像表面已经平铺一样。1882年，他证明镶嵌是由于对流胞的存在。

1900年，法国物理学家亨利·贝纳德独立得出了同样的结论。

1916年，瑞利首次成功地分析了这种对流模式，其影响仅由温度梯度引起。瑞利假设的边界条件是垂直速度分量和温度扰动在顶部和底部边界处消失（完美热传导）。这些假设导致分析与亨利·贝纳德的实验失去任何联系，这导致了理论和实验结果之间的差异。

由于液体的上表面和下表面之间有密度梯度，重力会使较冷的、密度较大的液体向下运动，而此运动会受到液体粘性阻尼的阻扰。两股作用力的平衡可以由一个无量纲的参数（瑞利数）来表示。随着瑞利数的增大，重力在系统中的影响越大。系统在临界瑞利数时开始不稳定，出现对流原胞。

1958年，皮尔森根据表面张力重新研究了这个问题，解释了贝纳德最初观察到的斑图。

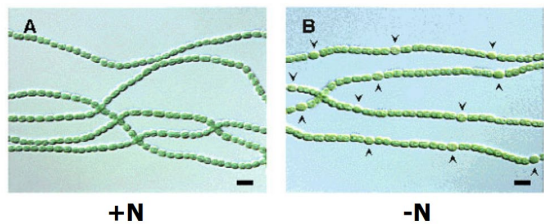


锅盖上形成的六角结构



北爱尔兰火山岩形成的规则六角

How heterocyst pattern is formed



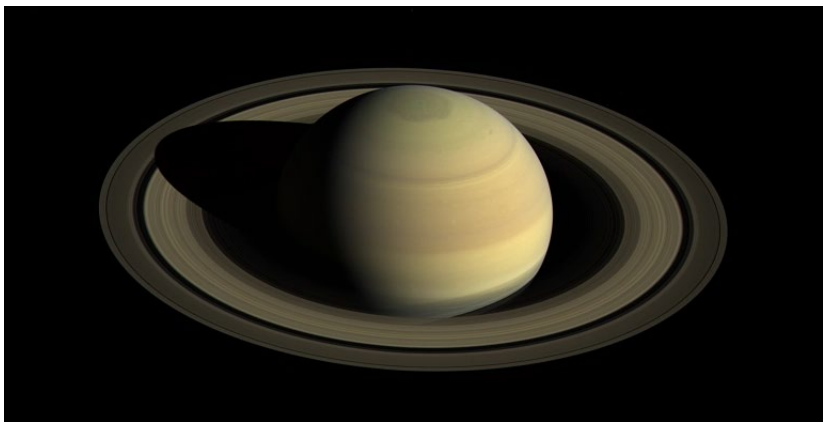
PERSPECTIVES: DEVELOPMENT

How Cyanobacteria Count to 10

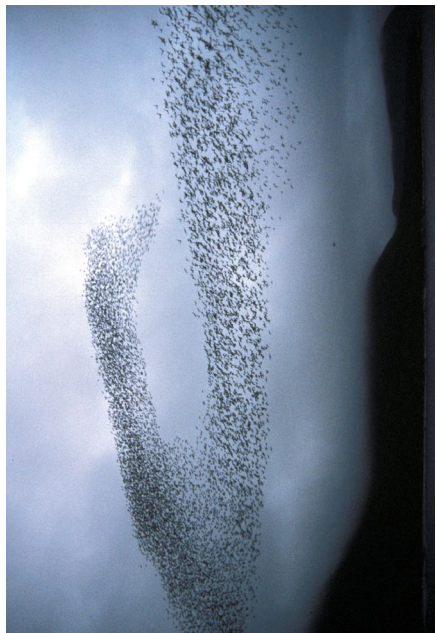
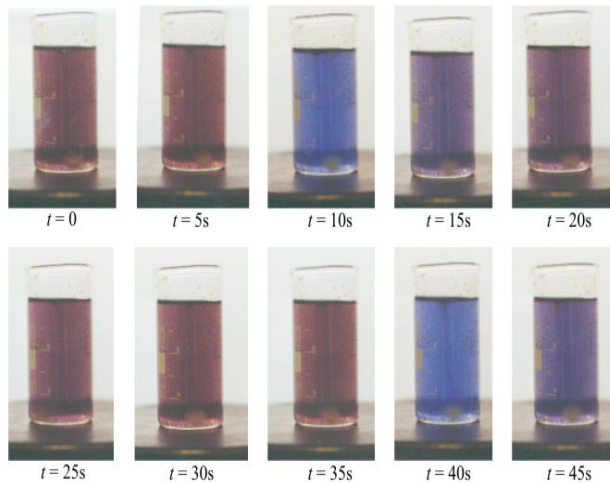
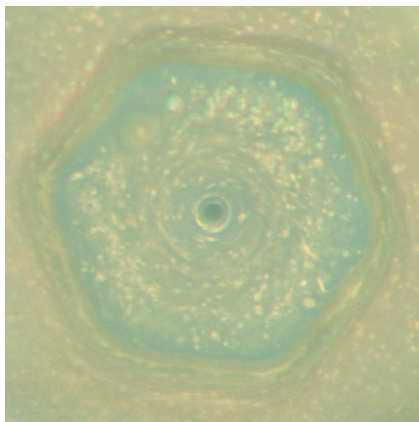
Robert Haselkorn

The cyanobacterium *Anabaena*, although a prokaryote, develops elegantly in a way that more closely resembles eukaryotic development. About 10 genes encoding nitrogenase proteins contain intervening DNA elements that have to be spliced during each heterocyst dif-

ferences. For example, some of *Anabaena*'s genes encoding nitrogenase proteins contain intervening DNA elements that have to be spliced during each heterocyst dif-



土星北极的六角形云团，它的大小相当于两个地球。科学家们一直对它形成的原因莫衷一是，有一种观点认为它也是类似的现象



Question:

1. 以上的讨论只是说明了会出现不稳定性，但为什么形成规则的对流图案呢？

有一点很明确，相对于原先没有花纹图案的均匀液体，这是一种对称破缺。流体力学的非线性方程中包含着产生对称破缺的可能性，各种可能的花纹图案还有稳定性的竞争。在瑞利-贝纳尔体系中，若瑞利数的数值继续增大，将会出现花纹图案的更替和周期运动，最终导致湍流的出现。

2. 虽然在计算层面，理论能够很好预测出现的斑图，以及出现斑图的临界值，但这个现象本身背后揭示的现象——“突变”、“在完全对称的体系中出现对称性破缺”、“分形”是需要更高的层面去解释的，同时，其他领域中存在大量的类似例子，它们背后是否存在类似的驱动原因呢？

我们需要先回顾一下当时物理学层面的状况——

机械决定论：

最初来源于哲学思想，随着经典力学的建立逐渐演化出机械决定论——在精确预言各个粒子一切行为的前提下，由粒子组成的世界也将是完全确定的。这样的世界观是诡异的。

统计力学的发展和量子理论的建立已经揭示了其中存在的重大问题（如微观粒子不可分辨、不确定性关系）但其中一些“定域”“因果律”等思想仍然难以撼动（The God don’ t play dice）

统计学观点：

19世纪末20世纪初，麦克斯韦、玻尔兹曼和吉布斯推动了统计物理的建立，统计学将物理量解释为微观涨落的平均值，而并不试图精确考虑单个粒子的行为，更重要的是引入了“熵”这一概念并进一步引入了热力学时间箭头，这使得其世界观与经典力学彻底分道扬镳。但其背后仍存在一些不安的问题，如最终导向热寂的终极预言。

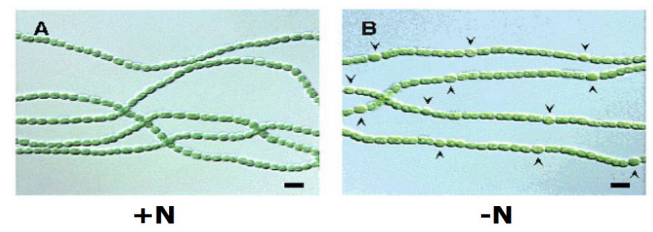
量子力学的观点：

量子力学从根本上改变了对于世界的认识方式，虽然其与日常经验完全不同但是却自治与精确。但是人类对其的认识仍然十分有限，从量子角度看，与其说我们这个世界是建立在必然性之上的，倒不如说是建立在偶然性之上的，确定性与非确定性以及它们之间关系的研究成为科学界最热门的课题。

生物学和生命科学的进展：

生物界不是一个充满必然性的机械世界，生物个体行为也不能用统计力学和量子力学所用的纯数学语言来刻画。生命的活动中既有或然性，也有必然性。生命是怎样把必然与偶然统一起来的？20世纪三四十年代，生物学家提出了“稳态”概念，意味着人类对这一问题的认识已推进到新的阶段，它直接为控制论的诞生奠定了基础。

How heterocyst pattern is formed



PERSPECTIVES: DEVELOPMENT

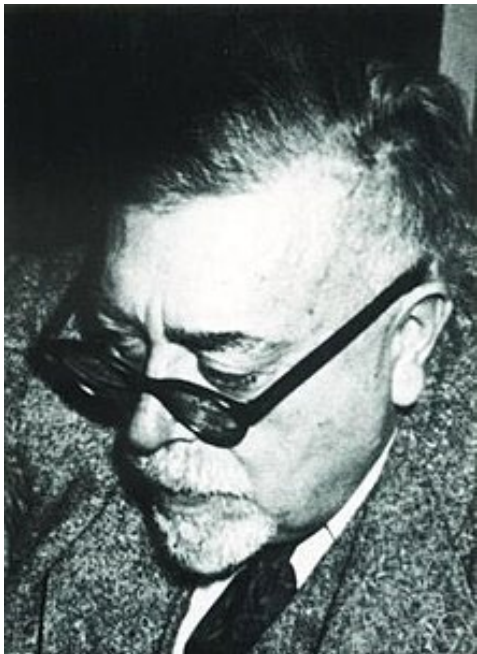
How Cyanobacteria Count to 10

Robert Haselkorn

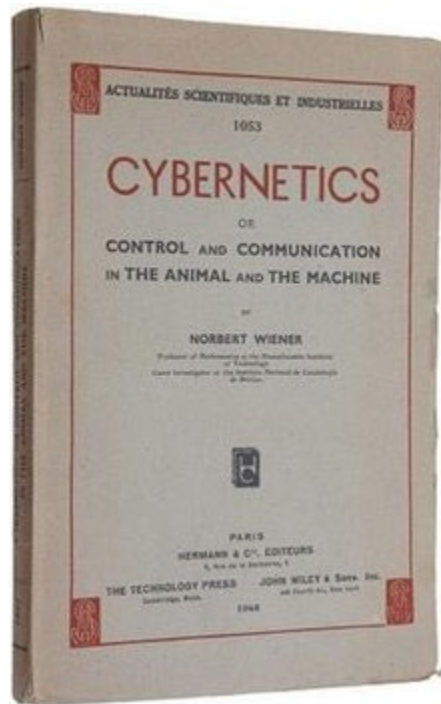
The cyanobacterium *Anabaena*, although a prokaryote, develops elegantly in a way that more closely resembles eukaryotic development. About 10 genes encoding nitrogenase proteins contain intervening DNA elements that have to be excised during each heterocyst dif-

计算机科学的发展：

人类对思维规律的探讨，集中地反映在计算机制造和数理逻辑的进展。数学家特别是计算机的研制者们企图用数学语言来模拟人的思维过程。



Norbert Wiener



“许多年来，罗森勃吕特博士和我共同相信，在科学发展上可以得到最大收获的领域是各种已经建立起来的部门之间的被忽视的无人区。从莱布尼兹以后，似乎再没有一个人能够充分地掌握当代的全部知识活动了，从那时候起，科学日益成为科学家在愈来愈狭窄领域内进行着的事业。在19世纪，也许没有莱布尼兹这样的人，但还有一个高斯一个法拉第，一个达尔文。今天，没有几个学者能够不加任何限制而自称为数学家，或者物理学家，或者生物学家。一个人可以是一个拓扑学家，或者一个声学家，或者一个甲虫学家。他满嘴是他那个领域的行话，知道那个领域的全部文献，那个领域的全部分支，但是，他往往会把邻近的科学问题看做与己无关的事情，而且认为如果自己以这种问题发生任何兴趣，那是不能容许的侵犯人家地盘的行为。

——《控制论Cybernetics：动物和机器中的控制和通信》前言

Table of contents [\[edit \]](#)

Introduction

1. Newtonian and Bergsonian Time
2. Groups and Statistical Mechanics
3. Time Series, Information, and Communication
4. Feedback and Oscillation
5. Computing Machines and the Nervous System
6. Gestalt and Universals
7. Cybernetics and Psychopathology
8. Information, Language, and Society

Supplementary chapters in the second edition [\[edit \]](#)

9. On Learning and Self-Reproducing Machines
10. Brain Waves and Self-Organising Systems

1947年，维纳的《控制论》是统一已有的科学思想的最初尝试。尽管维纳的这本书中有许多错误，有很多大胆的但后来被证明是不妥切的设想，但这本书震动了科学界。科学家们被建立各门学科的统一方法论的雄心所吸引。一大批各个领域中的专家纷纷互相对话，控制论、系统论成为二次大战后直至今天的不可忽视的科学思潮。

Newtonian and Bergsonian Time

受牛顿力学支配的时间可逆过程与符合热力学第二定律的时间不可逆过程之间的对比

在开篇部分，他将天文学的可预测性与气象学面临的挑战进行了对比，并预测了混沌理论的未来发展

Groups and Statistical Mechanics

回顾了20世纪初两位科学家的完全独立且显然无关的工作：吉布斯是一位致力于牛顿动力学和热力学统计方法的物理学家，勒贝格是一位致力于三角级数理论的纯数学家

维纳声称，勒贝格积分对于确立吉布斯在统计力学基础上的工作的有效性具有意想不到但很重要的意义，借助*average*和*measure*的概念，或许能为吉布斯的遍历假设提供严格的证明

发展了统计力学中熵的概念，以及它与热力学中使用该概念的方式的关系。通过对Maxwell Demon思想实验的分析，他将熵的概念与信息概念联系起来

Time Series, Information, and Communication

这是本书中数学密集度更高的章节之一，由维纳与克劳德·香农合作书写。本章和下一章构成了自本书出版以来几十年来发生的自动化系统、数字通信和数据处理发展的基本原则的核心。

Feedback and Oscillation

本章为自动控制系统中负反馈的数学处理奠定了基础。

开头的段落以患有各种形式的共济失调的患者为例说明了错误反馈机制的影响，然后讨论了铁路信号、恒温器的操作和蒸汽机离心调速器。

其余部分主要讨论了所有这些过程背后的原理运作的数学公式的发展，并讨论更复杂的系统，例如自动导航和非线性控制在结冰路面上转向等情况，最后提到了生物体内的稳态过程。

Information, Language, and Society

讨论了共生生物群落的结构和组织，探讨了与人类社会结构的相似之处

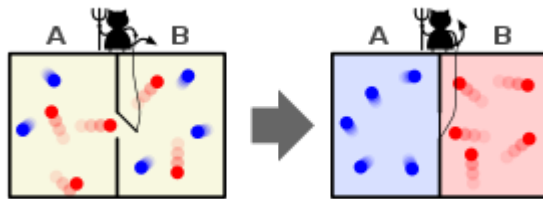
讨论了构建国际象棋机器的可能性，并得出结论，可以想象构建一个能够自运行的国际象棋游戏系统。事实证明这一预测是正确的——甚至超越了预测

熵是信息的一个关键度量，通常用一条消息中需要存储或传输一个符号的平均比特数来表示。熵衡量了预测随机变量的值时涉及到的不确定度的量。

例如，指定掷硬币的结果（两个等可能的结果）比指定掷骰子的结果（六个等可能的结果）所提供的信息量更少（熵更少）

信息论将信息的传递作为一种统计现象来考虑，给出了估算通信信道容量的方法。信息传输和信息压缩是信息论研究中的两大领域。

信息论和信息熵的概念在物理学的一个重要结论是——Maxwell Demon的信息擦除效应



1960年，Rolf Landauer意识到一些测量过程不需要增加热力学熵，只要它们是热力学可逆的。他建议这些“可逆”测量可用于对分子进行分类，这违反了第二定律。然而，由于热力学熵与信息熵之间的联系，这也意味着不能删除记录的测量值。换句话说，为了确定是否让分子通过，demon必须获取有关分子状态的信息，然后将其丢弃或存储。丢弃它会导致熵立即增加，但demon不能无限期地储存它。

1982年，Charles Bennett表明，无论准备多么充分，demon最终都会耗尽信息存储空间，并且必须开始擦除它之前收集的信息。擦除信息是一个热力学不可逆过程，它会增加系统的熵，这个过程将会消耗能量。

在 1950 年代，控制论主要发展为一门技术学科。例如，1954年钱学森发表的著作《工程控制论》，是将控制论的工程概念从历史上描述的控制论的理论理解中分离出来的科学依据。

在苏联，控制论最初被怀疑，但从 50 年代中期到后期才被接受。

然而，到1960年代和70年代，控制论的跨学科性支离破碎，技术重点分离到不同的领域。

但这种过于普适的规律虽然揭示了众多不同领域的相似性，同样存在一些难于解释的现象。

而普里高津对于热力学长期难于处理的不可逆现象进行了深入的探讨，给系统学增添了新的内容——

不可逆过程不仅增加了宇宙的熵，破坏了秩序，也可以完成与此相反的事情：创造高度有序的复杂结构和生命本身。

“我们是时间之箭、演化之箭的孩子，而不是其祖先。”

普里高津的科学贡献可以大致分为三个时期：

(i) 早期，他将热力学重新表述为不可逆过程的科学，改变了热力学在19世纪是关于状态的理论这一状况，将熵这一概念用于不可逆过程，将不可逆过程产生的熵分离出来进行讨论

(ii) 在布鲁塞尔-奥斯汀 (Brussels-Austin) 小组时期，构建了耗散结构理论，并对不同系统进行了广泛研究

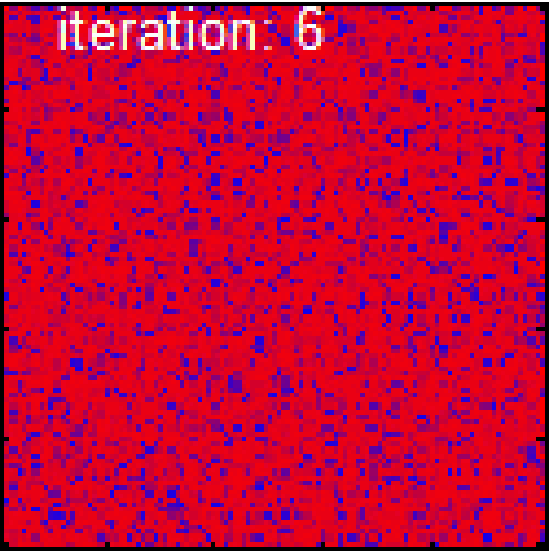
(iii) 后期，他的小组专注于扩大经典力学的表述，使不可逆性成为物理学的基础

一个远离平衡态的开放系统，不断地与环境交换物质和能量，一旦系统的某个参量达到一定的阈值，通过涨落，系统就可以产生转变，由原来混沌无序的混乱状态转变为一种在时间、空间或功能上的有序状态。

他把这种在远离平衡情况下所形成的新的有序结构命名为“耗散结构”
一个系统由混沌向有序转化形成耗散结构，至少需要4个条件：

- ①必须是开放系统；
- ②必须远离平衡态；
- ③系统内部各个要素之间存在着非线性的相互作用；
- ④涨落导致有序

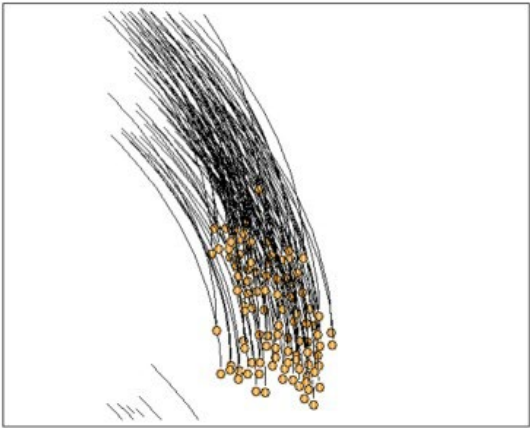
结构耗散理论在化学（自催化过程）和生物领域都有大量的实验验证，因为不可逆过程在其中占据主导地位



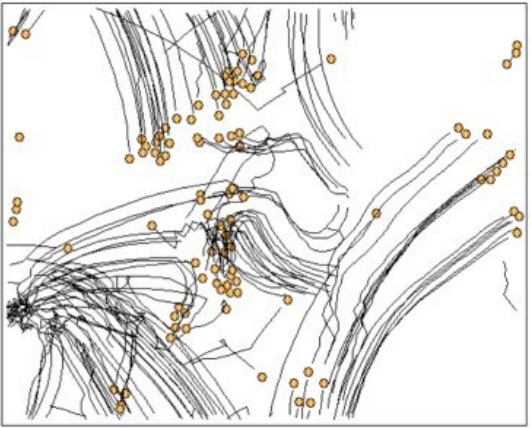
布鲁塞尔振子模型最初由普里高津和他的同事们提出，是模拟自催化反应的一组非线性微分方程。
图中是二维空间中反应-扩散系统的布鲁塞尔振子模拟



(a)



(b)



soldier crabs聚集和分散两个阶段的交替现象

耗散结构是在远离平衡区的、非线性的、开放系统中所产生的一种稳定的自组织结构，由于存在非线性的正反馈相互作用，能够使系统的各要素之间产生协调动作和相干效应，使系统从杂乱无章变为井然有序。

例如，生物机体是一种远离平衡态的有序结构，它只有不断地进行新陈代谢才能生存和发展下去，因而是一种典型的耗散结构。人类是一种高度发达的耗散结构，具有最为复杂而精密的结构和严谨协调的有序化功能。

耗散结构论认为，耗散结构的有序化过程往往需要以环境更大的无序化为代价，因此从整体上讲，由耗散结构本身与周围环境所组成的更大范围的物质系统，仍然是不断朝无序化的方向发展，仍然服从热力学第二定律。由此可见，达尔文的进化论所反映的系统从无序走向有序，以及克劳修斯的热力学第二定律所反映的系统从有序走向无序，都只是宇宙演化序列中的一个环节。

协同学：

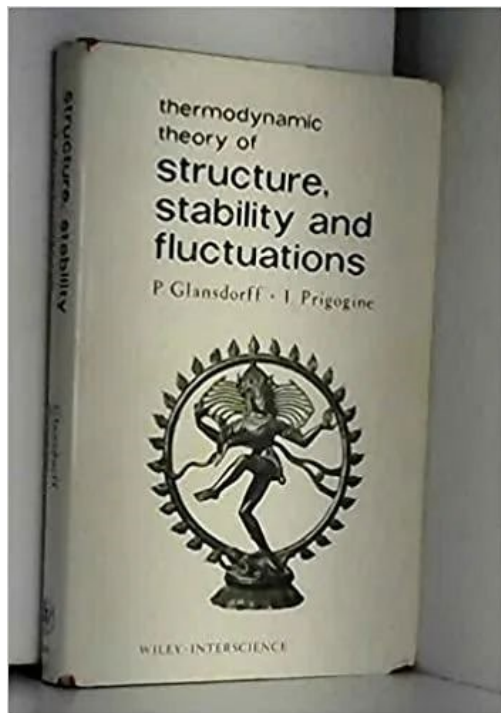
形成于70年代初。它对非远离平衡态系统实现的系统演化提出了方案。哈肯在研究中发现有序结构的出现不一定要远离平衡，**系统内部要素之间协同动作**也能够导致系统演化（内因对于系统演化的价值和途径）

他认识到熵概念的局限性，提出了序参量的概念。序参量是系统通过各要素的协同作用而形成，同时它又支配着各个子系统的行为。序参量是系统从无序到有序变化发展的主导因素，它决定着系统的自组织行为。当系统处于混乱的状态时，其序参量为零；当系统开始出现有序时，序参量为非零值，并且随着外界条件的改善和系统有序程度的提高而逐渐增大，当接近临界点时，序参量急剧增大，最终在临界域突变到最大值，导致系统不稳定而发生突变。序参量的突变意味着宏观新结构出现。

突变论：

吸收了系统结构稳定性理论、拓扑学和奇点理论的思想，发展出一套研究不连续现象的数学方法。

突变论认为，系统的相变，即由一种稳定态演化到另一种不同质的稳定态，可以通过非连续的突变，也可以通过连续的渐变来实现，相变的方式依赖于相变条件。如果相变的中间过渡态是不稳定态，相变过程就是突变；如果中间过渡态是稳定态，相变过程就是渐变。原则上可以通过控制条件的变化控制系统的相变方式。



《结构稳定性与涨落的热力学理论》