



DIGITALIZACIÓN DE SEÑALES

Comunicaciones Electrónicas

Facultad de Ingenierías

Programa de Ingeniería Electrónica

Ing. Erika Sarria Navarro, M.Sc.

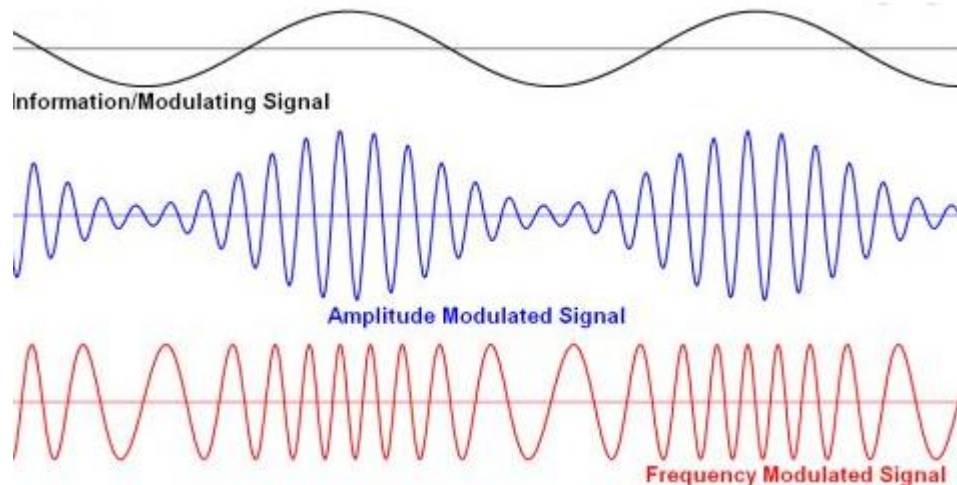


Conversión de fuente a bits



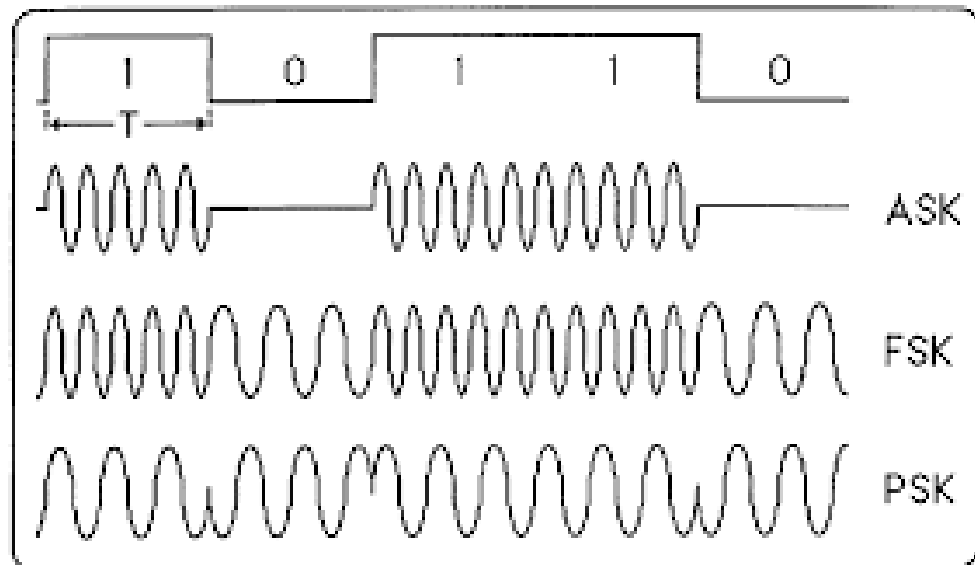
Introducción Codificación de Fuente

- ♦ Tanto la información analógica como la digital pueden ser codificadas mediante señales análogas o digitales.
- ♦ **DATOS ANÁLOGAS, SEÑALES ANÁLOGAS:**
 - Los datos análogos modulan una portadora para generar una señal análoga en una banda de frecuencias diferente, para poder utilizarla en un sistema de transmisión análogo.
 - AM, FM, PM.



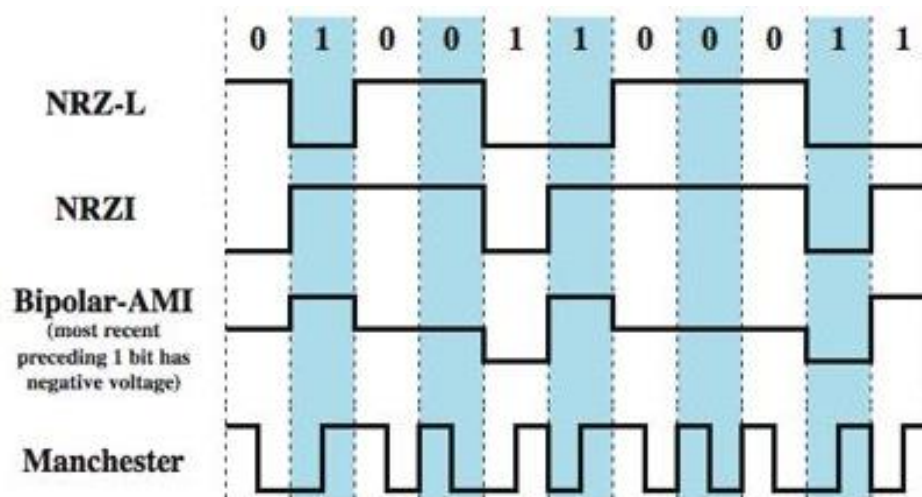
Introducción Codificación de Fuente

- ♦ Tanto la información analógica como la digital pueden ser codificadas mediante señales análogas o digitales.
- ♦ **DATOS DIGITALES, SEÑALES ANÁLOGAS:**
 - Los modems convierten los datos digitales en señales análogas de tal manera que se puedan transmitir a través de líneas análogas. (p.e. fibra, microondas)
 - Se modifican uno o más parámetros de la portadora para la transmisión de los datos
 - ASK, FSK, PSK.



Introducción Codificación de Fuente

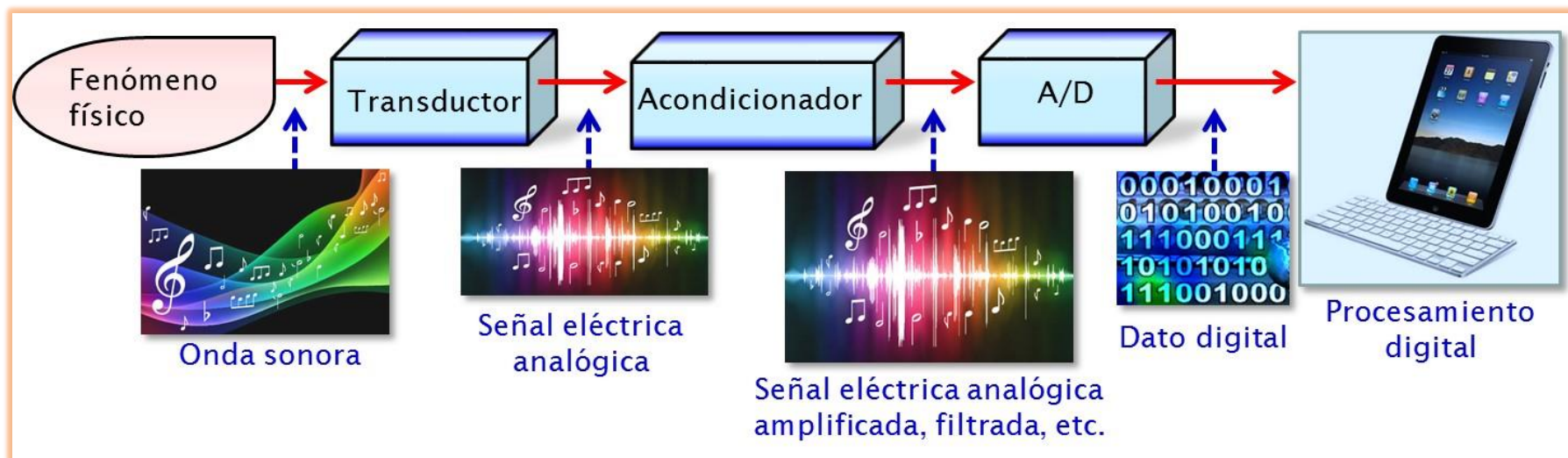
- ♦ Tanto la información analógica como la digital pueden ser codificadas mediante señales análogas o digitales.
- ♦ **DATOS DIGITALES, SEÑALES DIGITALES:**
 - Se asignan niveles de tensión al '1' y al '0'
 - Más sencillo y menos costoso
 - Para mejorar prestaciones se usan códigos diferentes para alterar el espectro de la señal y proporcionar capacidad de sincronización.



Introducción Codificación de Fuente

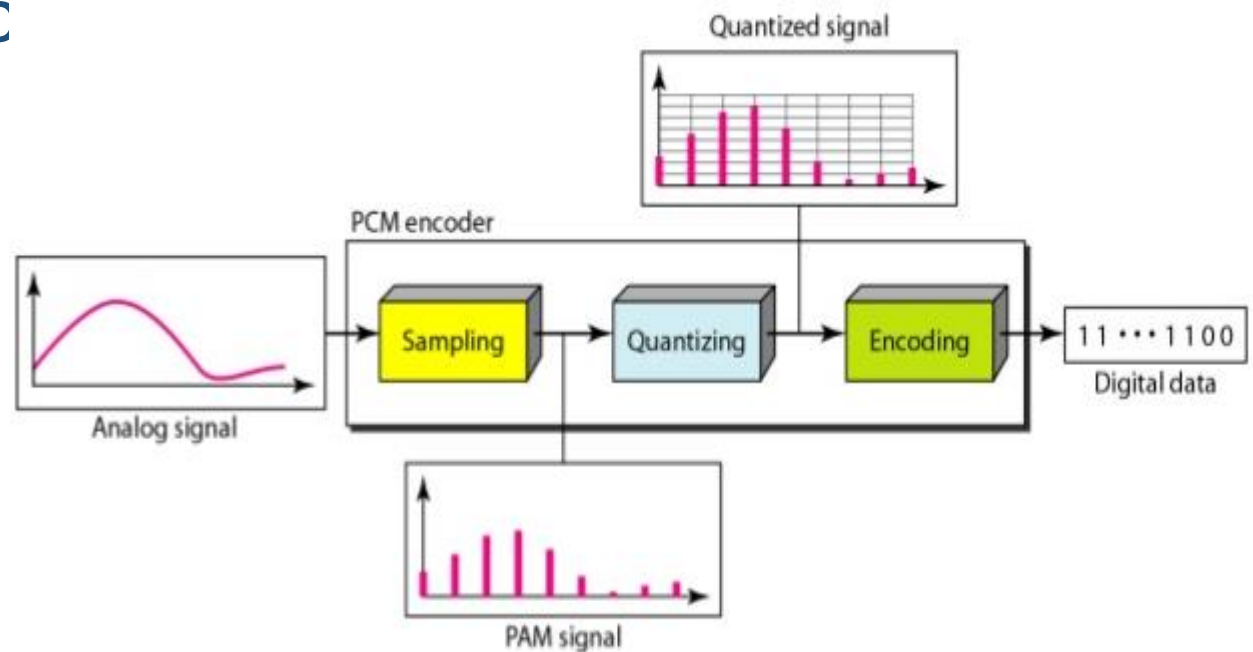
♦ DATOS ANÁLOGAS, SEÑALES DIGITALES:

- Señales análogas que se digitalizan para ser transmitidas mediante sistemas digitales (p.e. voz y video)
- La técnica más sencilla es la modulación PCM (Pulse Code Modulation) que implica muestreo periódico de los datos analógicos y una cuantización de las muestras.



Conversión de fuente a bits

Modulación pc
Pulsos
Codificados
(PCM)



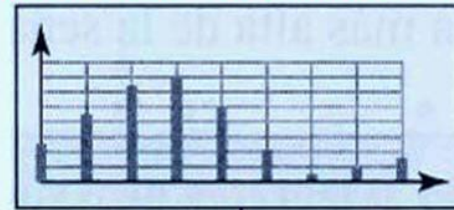
Modulación por Codificación de Pulsos (PCM)

- PCM es en esencia, una conversión analógica a digital de un tipo especial en donde la información contenida en las muestras instantáneas de una señal analógica está representada mediante palabras digitales en un flujo serial de bits.

2. Cuantificación

En paralelo con el muestreo, se mide el valor de la muestra y se le asigna un valor discreto en una escala de valores posibles.

Muestras cuantificadas



3. Codificación

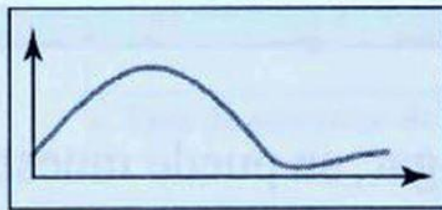
A cada valor de la muestra se le asigna un código binario.

Muestras codificadas

1 1 ... 1 1 0 0

Datos digitales

Codificador PCM



Señal analógica

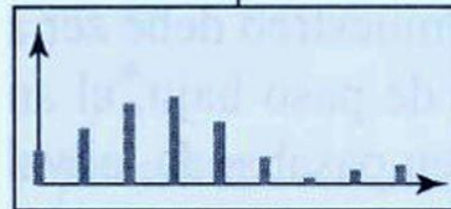
Muestreo

Cuantificación

Codificación

1. Muestreo

Se toman muestras de la señal analógica a intervalos de tiempo constantes.



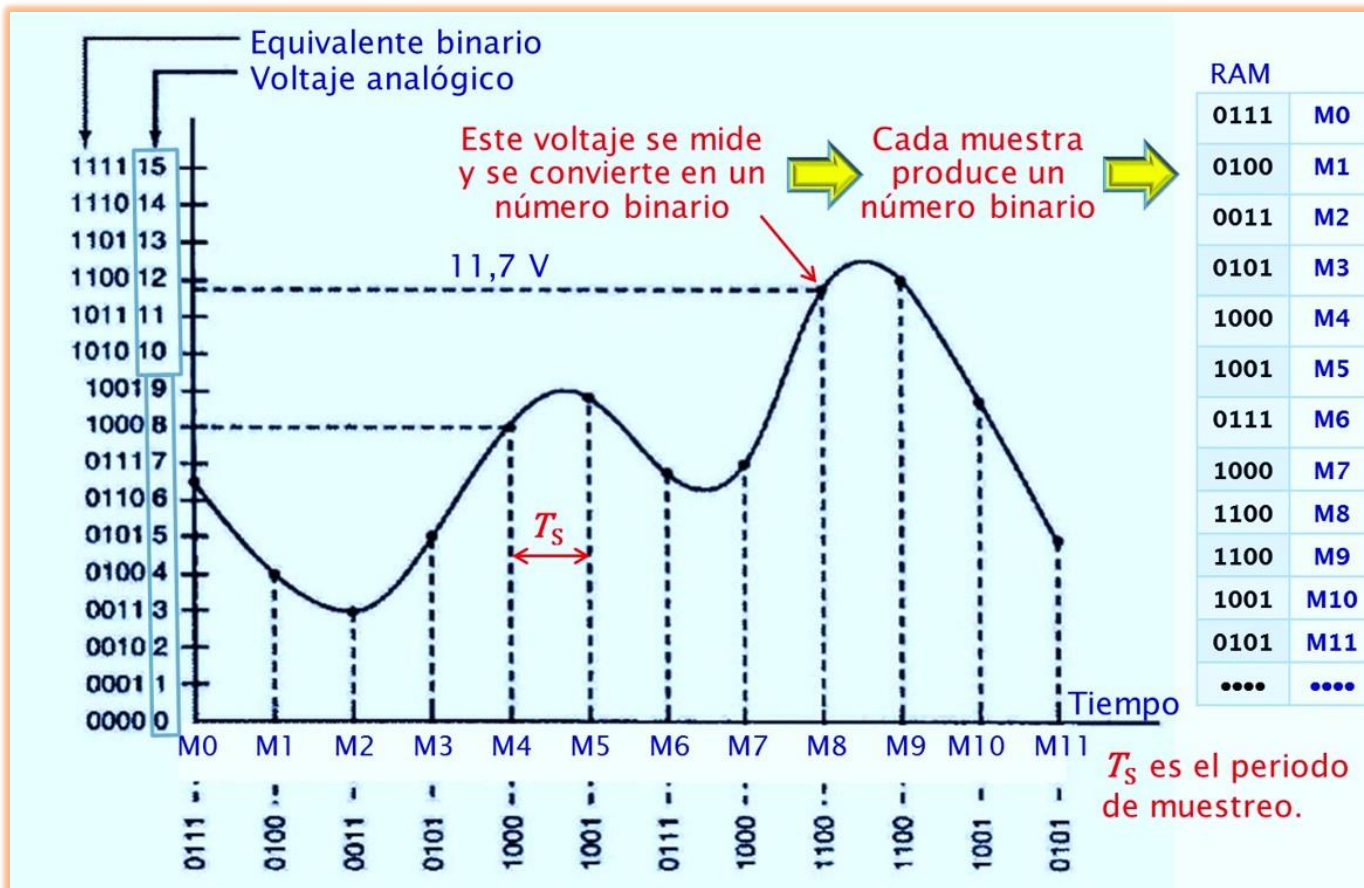
Muestras de la señal

Cada muestra esta representada por un paquete binario.

El conversor A/D utiliza la técnica PCM

Ejemplo PCM

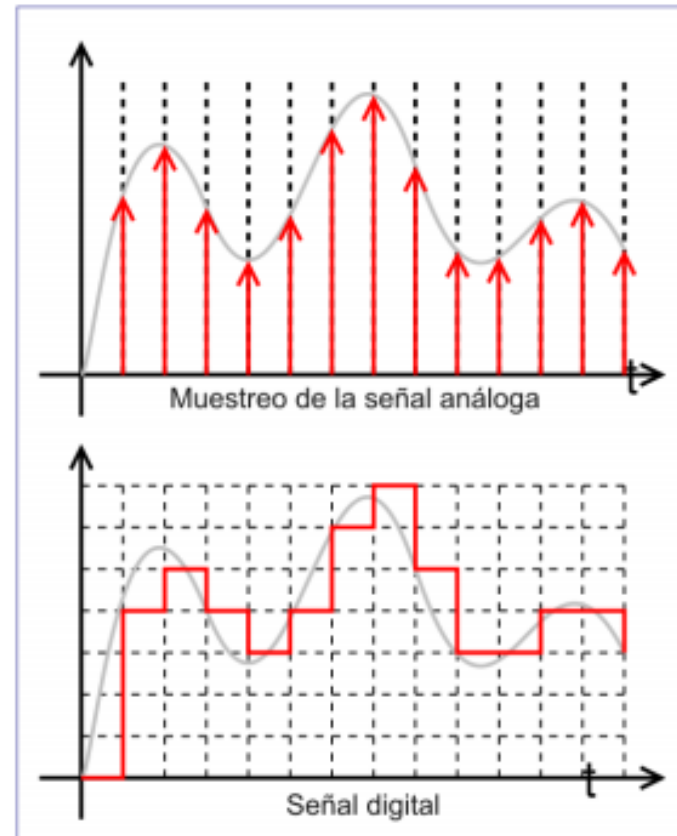
- Una señal analógica se convierte a datos digitales utilizando la técnica PCM, con un periodo de muestreo T_s , 16 niveles de cuantificación y una codificación de 4 bits por muestra. El intervalo de voltaje analógico oscila entre 0 y 15 V..



En cada instante de muestreo se generan números binarios.

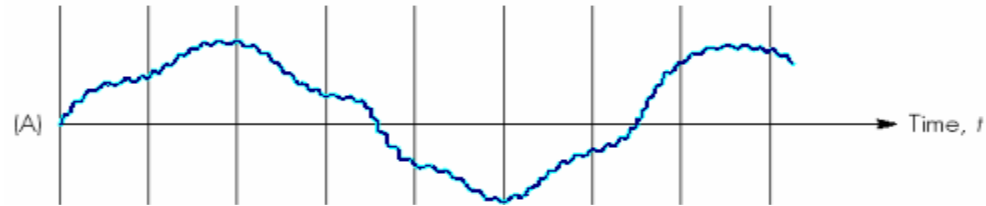


Muestreo

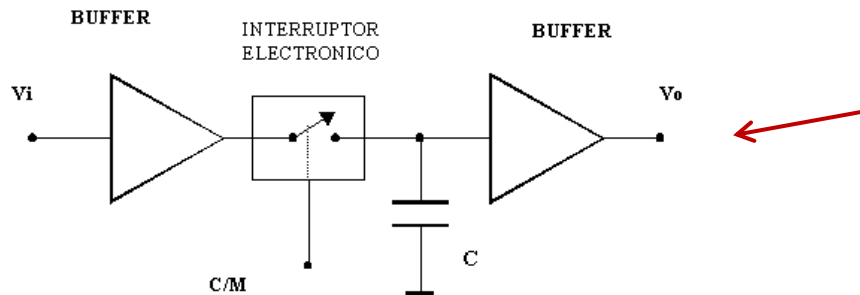


Muestreo

- El proceso de muestreo es común a todos los sistemas de modulación analógica de pulsos y por lo general, su descripción se hace en el dominio del tiempo.
- Mediante el muestreo, una señal analógica continua en el tiempo, se convierte en una secuencia de muestras discretas de la señal, a intervalos regulares. .



- A) Señal Original
- B) Filtrado de frecuencias bajas
- C) Señal de Reloj
- D) Muestreo (sample and hold)
- E) Cuantificación



Teorema de Nyquist (1928)

- Es posible reconstruir una señal analógica a partir de muestras periódicas, siempre que la tasa de muestreo sea por lo menos el doble de la frecuencia más alta contenida en la señal.

Consideraciones

Se puede muestrear una señal sólo si su **ancho de banda** es limitado.

En la práctica, en los sistemas de transmisión, la **tasa de muestreo** debe ser **mayor que el doble** de la frecuencia máxima por transmitir.

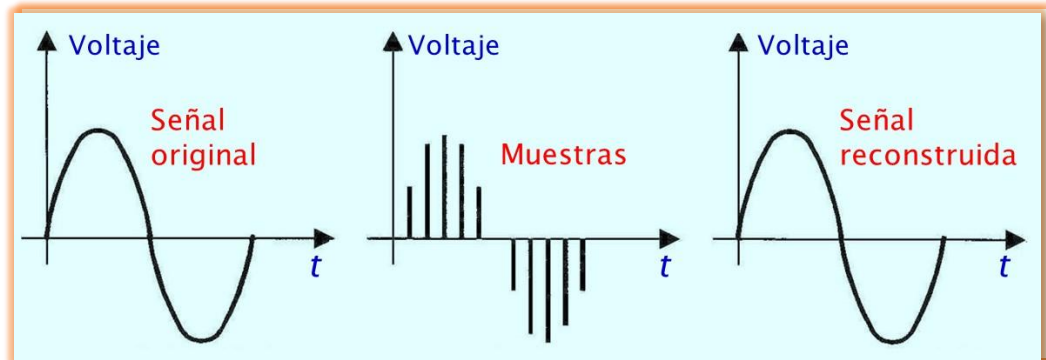
La reconstrucción de la señal se realiza con un **filtro pasabajas**.

FRECUENCIA DE MUESTREO

La señal se muestrea cada tiempo T_s (periodo de muestreo).

El inverso de T_s es la **frecuencia** o **tasa de muestreo** f_s que se mide en muestras/segundo o Hz.

Ejemplo para una señal seno



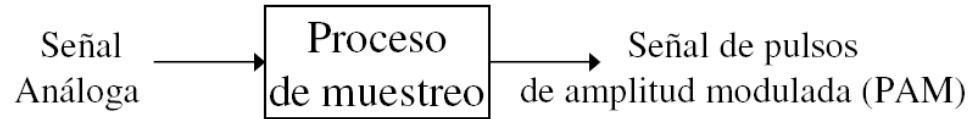
Teorema de Nyquist

$$f_s > 2f_{m\acute{a}x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_s = \text{frecuencia de muestreo, en Hz.} \\ f_{m\acute{a}x} = \text{frecuencia más alta, en Hz.} \end{array} \right.$$

Recuperación matemática

Teorema de muestreo:

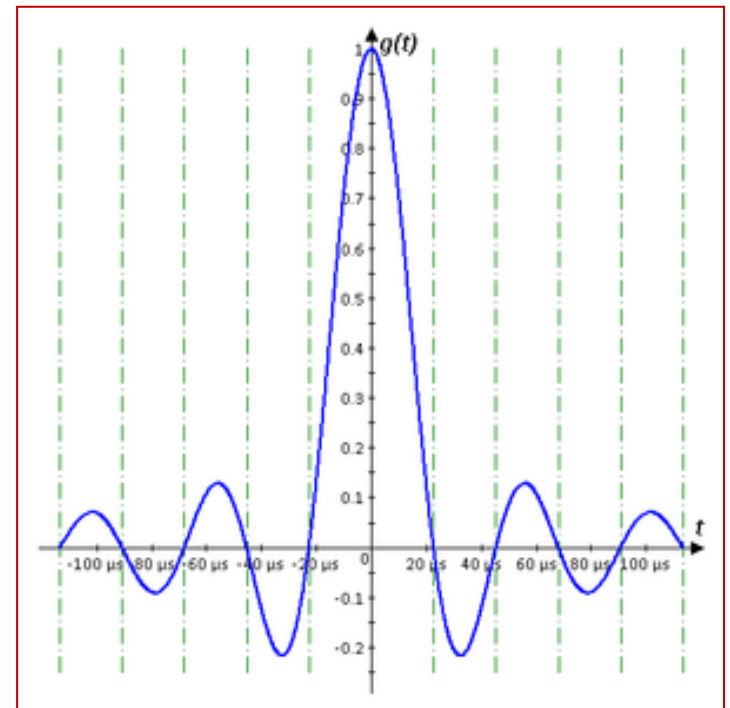


- Matemáticamente, se puede recuperar totalmente a partir de sus muestras mediante la siguiente función de interpolación:

$$g(t) = \frac{\sin 2\pi Bt}{2\pi Bt}$$

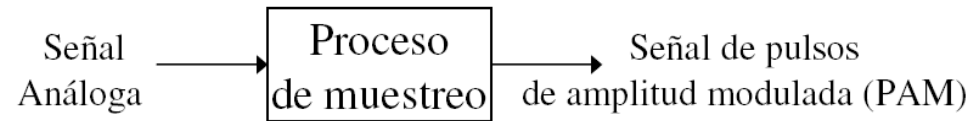
Función de interpolación $g(t)$ para $f_s=44100$ muestras por segundo (estándar CD-Audio).

Excepto para $t=0$, el intervalo entre pasos por cero representa el intervalo entre muestras ($\sim 22,68 \mu s$ para este ejemplo).



Recuperación matemática

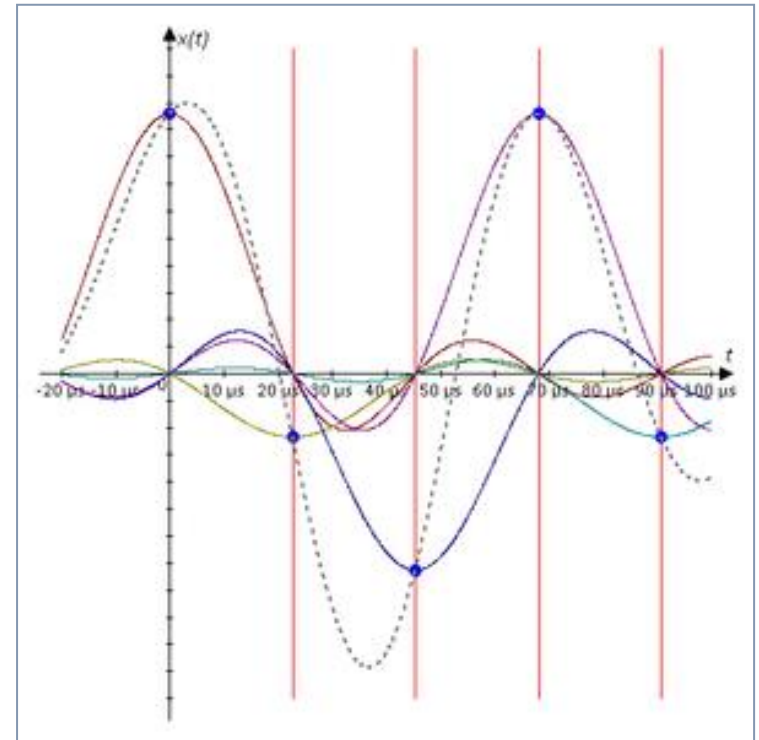
Teorema de muestreo:



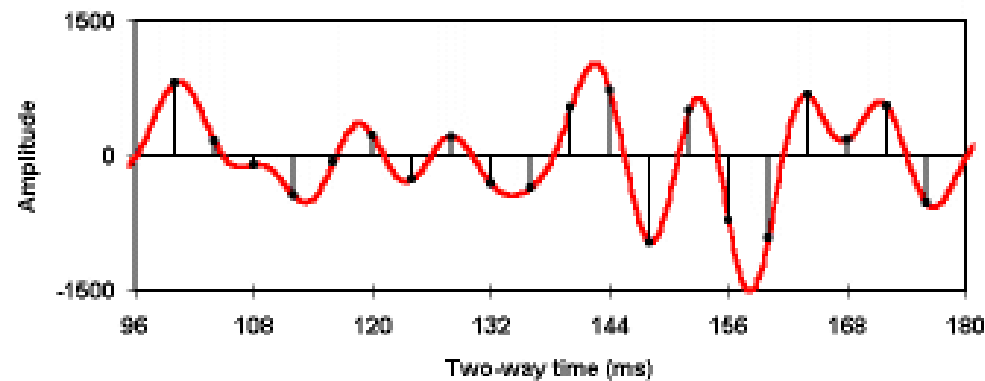
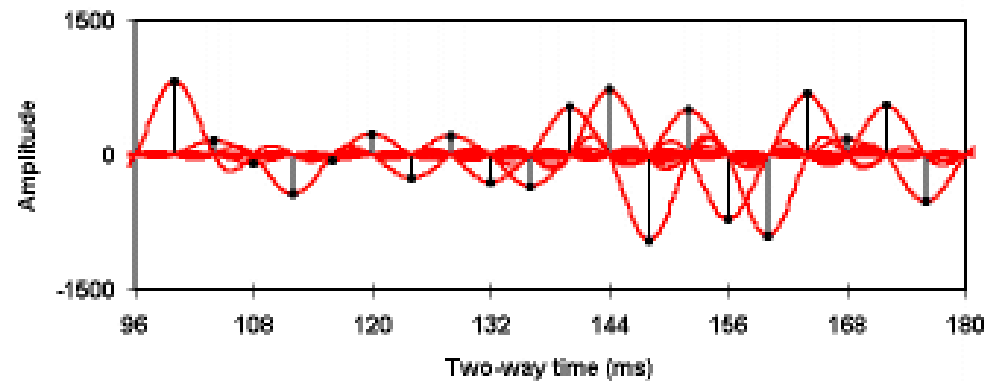
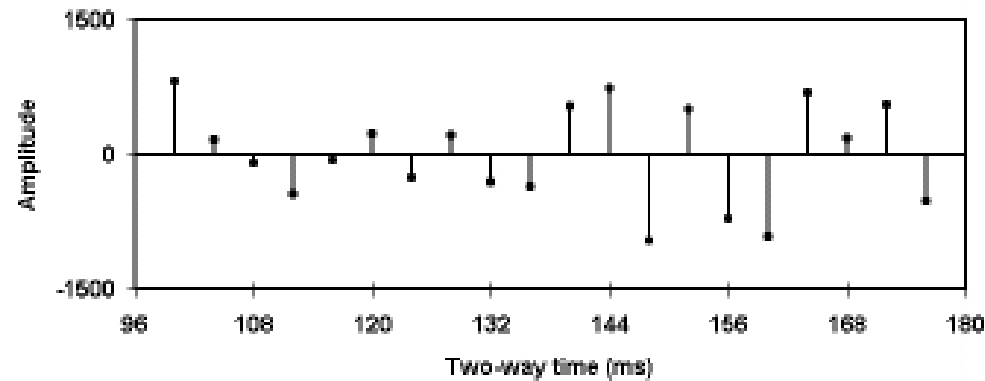
p.e. cada ciclo se compone de sólo 3 muestras a 44100 muestras por segundo.

La reconstrucción teórica resulta de la suma ponderada de la función de interpolación $g(t)$ y sus versiones correspondientes desplazadas en el tiempo $g(t-nT)$ con $-\infty < n < \infty$,

donde los coeficientes de ponderación son las muestras $x(n)$.

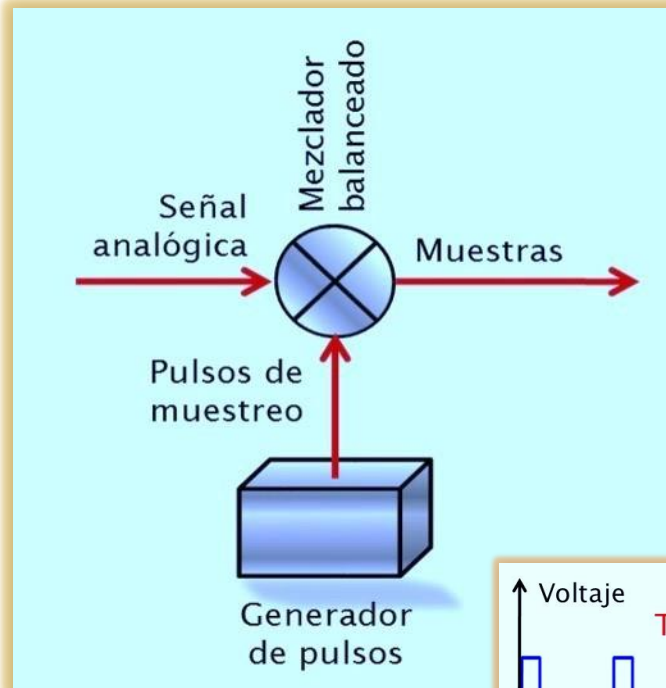


Ejemplo Interpolación



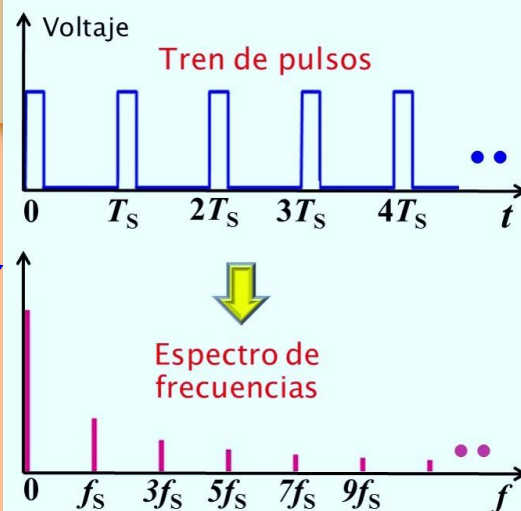
Recuperación práctica

Con un mezclador



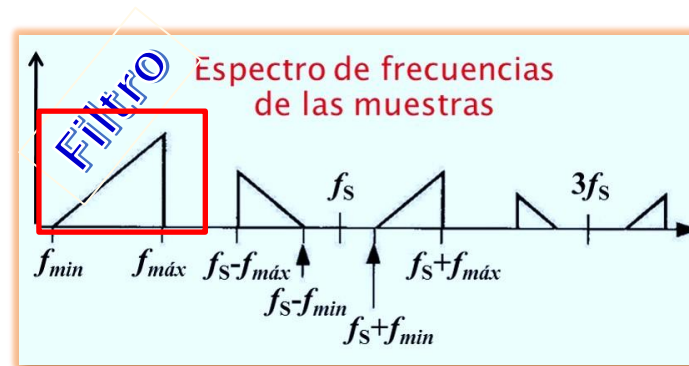
1. Mezcla

Muestrear es equivalente a mezclar la señal con un tren de pulsos muy estrechos.

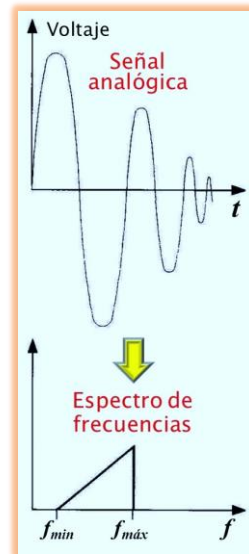


2. Espectro resultante

A la salida del mezclador aparecen componentes suma y diferencia para cada armónico del tren de pulsos que se mezcla con la señal.



Teniendo en cuenta que:

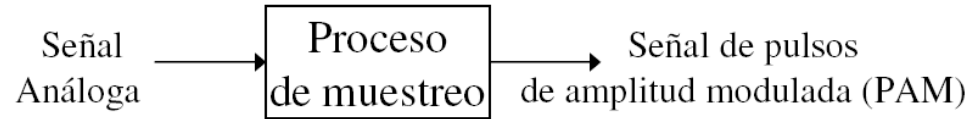


3. Recuperación

Para recuperar la señal original, sólo es necesario un filtro pasabajos que deje pasar el espectro entre f_{\min} y f_{\max} y no el resto. Para ello, la condición es que: $f_s > 2f_{\max}$.

Teorema de Nyquist

En conclusión:



- Una señal de banda limitada sin componentes espectrales más allá de la frecuencia f_m , puede ser unívocamente reconstruida a partir de valores muestreados en intervalos uniformes de:

$$T_s \leq \frac{1}{2f_m}$$

La tasa de muestreo, se denomina tasa de Nyquist.

$$f_s = \frac{1}{T_s} = 2f_m$$

Teorema de Nyquist

- En la práctica y dado que no existen los filtros analógicos pasa-bajo ideales, se debe dejar un margen entre la frecuencia máxima que se desea registrar y la frecuencia de Nyquist que resulta de la tasa de muestreo elegida.

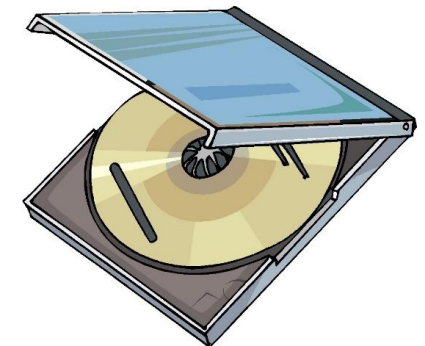
Ejemplo telefonía:

- En telefonía, para una frecuencia de audio máxima de 3,4 kHz, la tasa mínima de muestreo para la conversión A/D es 6.800 muestras/segundo; sin embargo, se emplea una tasa de 8.000 muestras/segundo (8 kHz). El periodo de muestreo es, por tanto, 125 μ s.



Ejemplo CD:

- En los sistemas de disco compacto, para una frecuencia de audio máxima de 20 kHz (para el oído humano), la tasa mínima de muestreo para la conversión A/D es 40 kHz; sin embargo, se emplea una tasa de 44,1 kHz. El periodo de muestro es, por tanto, 22,68 μ s.



En la práctica, la tasa de muestreo es al menos 3 veces la máxima frecuencia.

Tasas de Muestreo Típicas

Frecuencias de muestreo típicas

Para audio

8000 muestras/s	Teléfonos , adecuado para la voz humana pero no para la reproducción musical. En la práctica permite reproducir señales con componentes de hasta 3,5 kHz.
22050 muestras/s	Radio En la práctica permite reproducir señales con componentes de hasta 10 kHz.
32000 muestras/s	Vídeo digital en formato miniDV .
44100 muestras/s	CD , En la práctica permite reproducir señales con componentes de hasta 20 kHz. También común en audio en formatos MPEG-1 (VCD , SVCD , MP3).
47250 muestras/s	Formato PCM de Nippon Columbia (Denon). En la práctica permite reproducir señales con componentes de hasta 22 kHz.
48000 muestras/s	Sonido digital utilizado en la televisión digital , DVD , formato de películas, audio profesional y sistemas DAT .
50000 muestras/s	Primeros sistemas de grabación de audio digital de finales de los 70 de las empresas 3M y Soundstream .
96000 ó 192400 muestras/s	HD DVD , audio de alta definición para DVD y BD-ROM (Blu-ray Disc).
2 822 400 muestras/s	SACD , Direct Stream Digital , desarrollado por Sony y Philips .

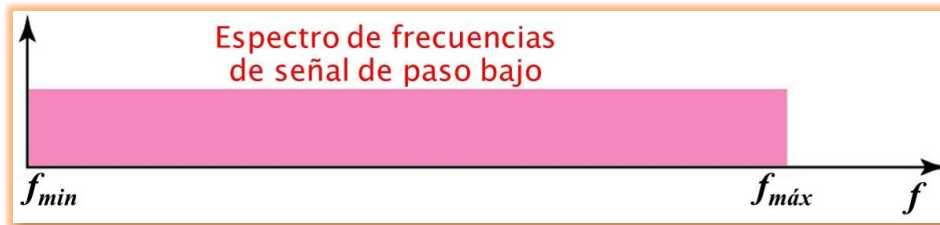
Para vídeo

50 Hz	Vídeo PAL .
60 Hz	Vídeo NTSC .

Teorema de Nyquist

Ejercicios:

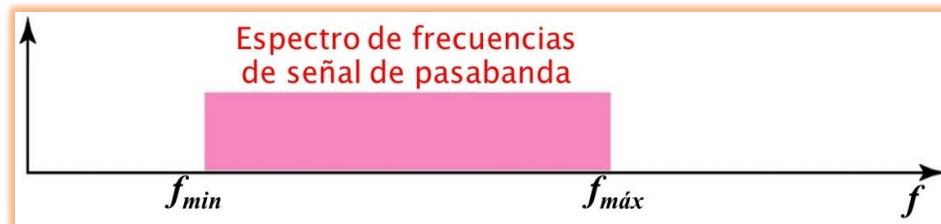
- Calcule la tasa de muestreo de Nyquist para cada una de las siguientes señales complejas:
 - a) Una paso bajo con un ancho de banda de 200 kHz.



Respuesta.-

a) $f_s > 400 \text{ kHz}$

- b) Una pasabanda con un ancho de banda de 200 kHz, si la frecuencia más baja es 100 kHz



Respuesta.-

b) $f_s > 600 \text{ kHz.}$

Teorema de Nyquist

Ejercicio:

- Si una señal de video contiene variaciones de luz que cambian a una frecuencia de hasta 3.5 MHz, calcule la frecuencia mínima de muestreo para su conversión A/D.

Respuesta.- $f_s > 7 \text{ MHz}$

Ejercicio:

- Suponga que la salida de una radio FM debe digitalizarse. Calcule:
 - a) La tasa mínima de muestreo, considerando que la frecuencia máxima de audio en una radio FM para radiodifusión es 15 kHz.

Respuesta.- $a) f_s > 30 \text{ kHz}$

- b) La tasa de muestreo utilizada en la práctica.

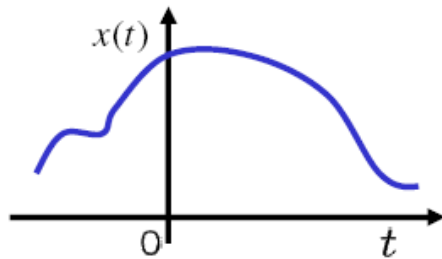
Respuesta.- $b) f_s = 45 \text{ kHz}$

Se usa una tasa de muestreo 3 veces la máxima frecuencia.

¿Qué sucede si no se cumple el criterio de Nyquist?

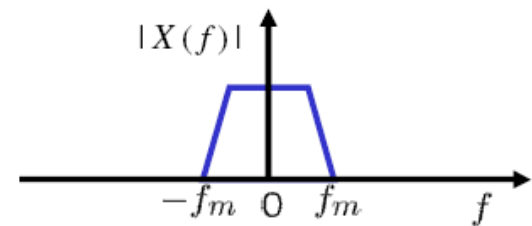
Dominio del tiempo

$$x_s(t) = x_\delta(t) \times x(t)$$



Dominio de la frecuencia

$$X_s(f) = X_\delta(f) * X(f)$$



¿Qué sucede si no se cumple el criterio de Nyquist?

TASA DE MUESTREO MENOR QUE NYQUIST

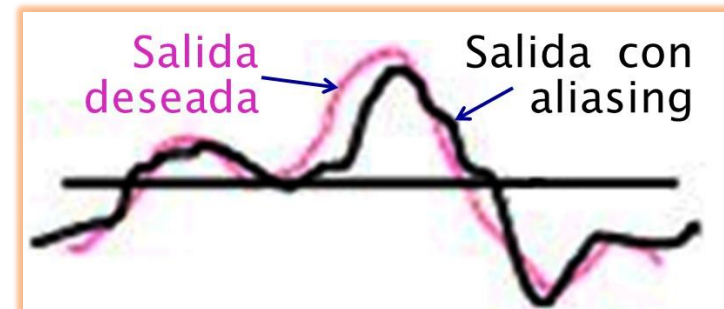
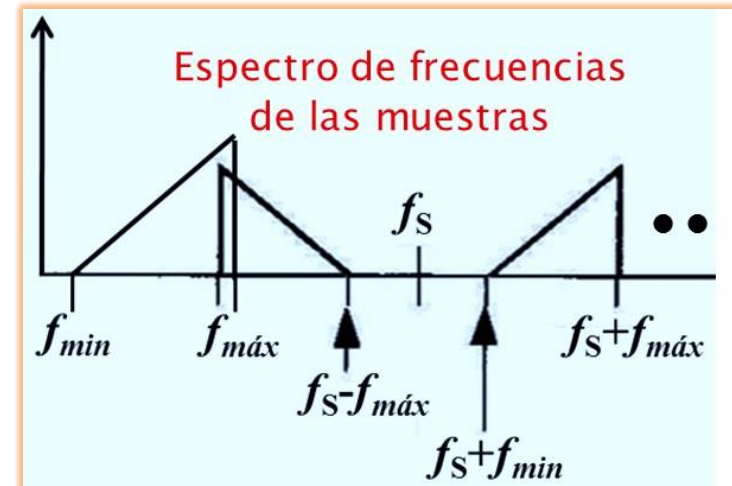
Si no se cumple el criterio de Nyquist, es decir si la frecuencia de muestreo no es el doble de la frecuencia más alta de la señal, se produce un solapamiento espectral.

Este solapamiento se produce entre las componentes suma y diferencia adyacentes asociadas con cada armónico del tren de pulsos.

Se generan componentes “intrusos” (aliasing) dentro de la banda base original, que no pueden separarse mediante un filtro pasabajas.

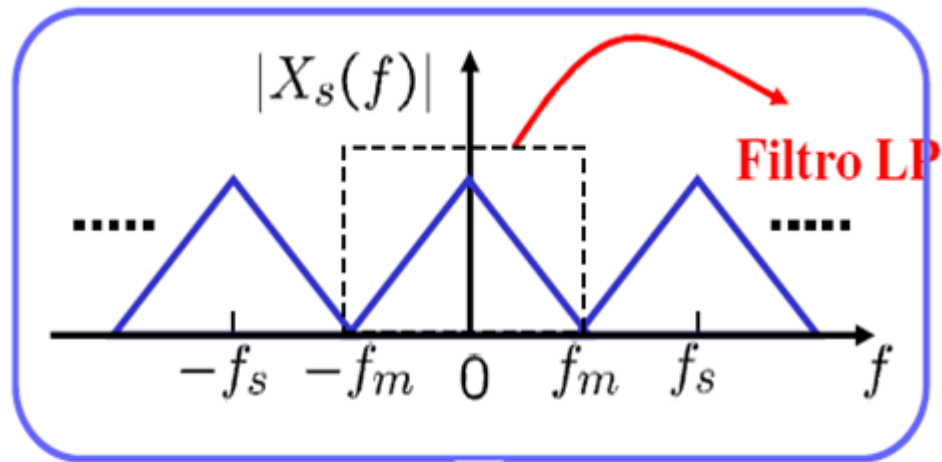
No habrá una reconstrucción perfecta de la señal original.

Generación de *aliasing*

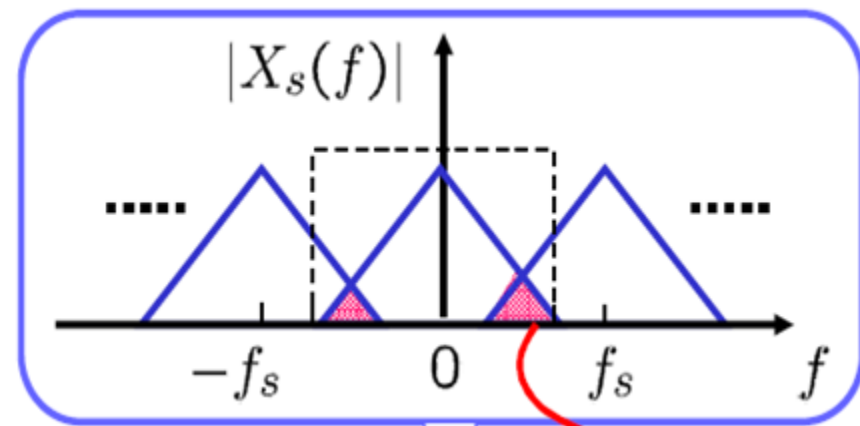
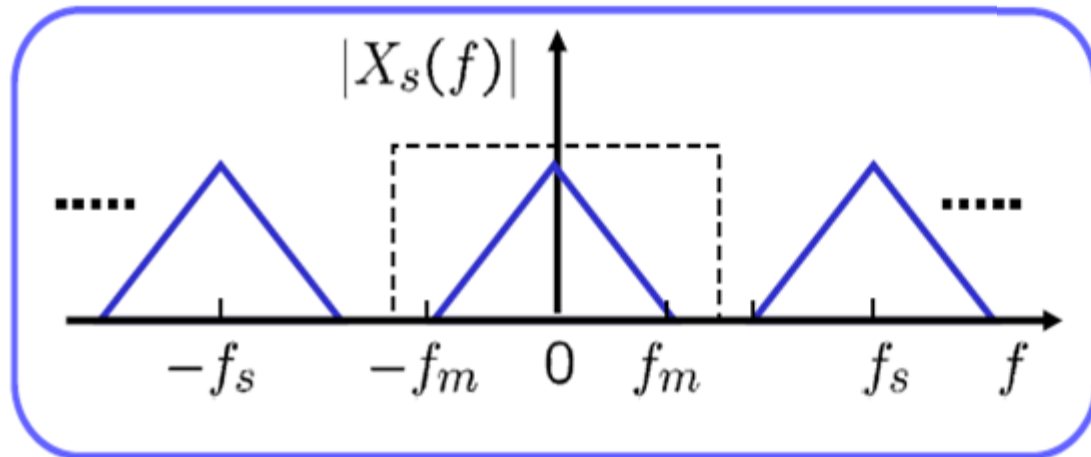


El solapamiento impide filtrar sólo la señal deseada.

¿Qué sucede si no se cumple el criterio de Nyquist?



$f_s = 2f_m$ Tasa de Nyquist



$f_s < 2f_m$

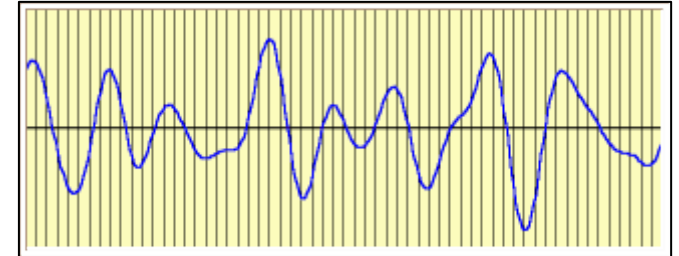
aliasing

$f_s > 2f_m$

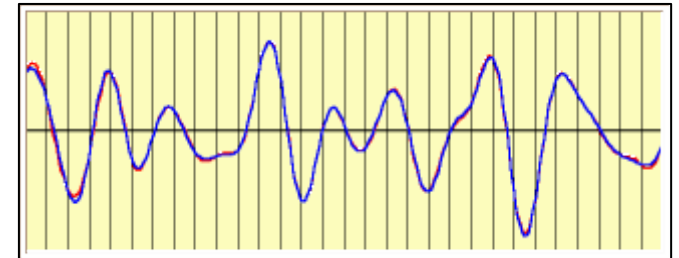
Efecto del aliasing

El aliasing es el efecto que causa que señales continuas distintas se tornen indistinguibles cuando se les muestrea digitalmente. Cuando esto sucede, la señal original no puede ser reconstruida de forma unívoca a partir de la señal digital.

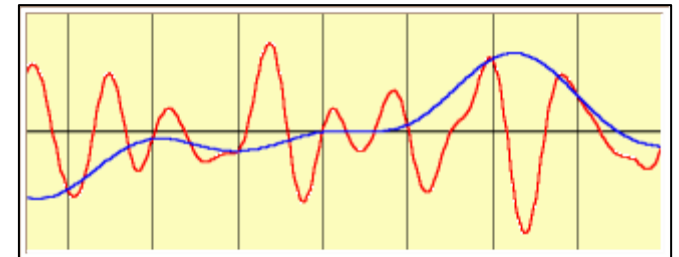
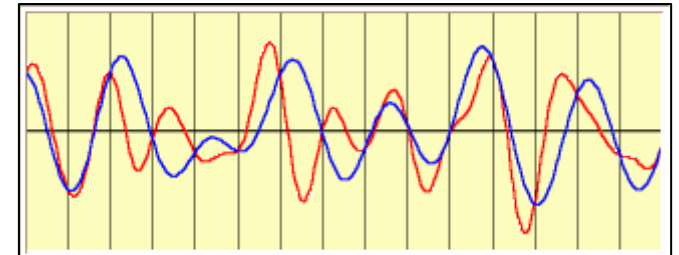
Señal Original



Recuperación exitosa



Recuperaciones con aliasing



Aliasing

Ejercicio:

La voz humana tiene un espectro que se extiende hasta frecuencias mayores de las que son necesarias en telefonía, hasta 10 kHz. Suponga que una de 5 kHz estuvo presente en un muestreador con tasa de muestreo de 8 kHz.

a) ¿Qué sucederá?

Respuesta.-

a) Se generará un *aliasing* de 3 kHz dentro de la banda base de 300 a 3.400 Hz.

b) ¿Cómo podría evitarse el problema?

Respuesta.-

b) Utilizando un filtro en la entrada del muestreador para eliminar la frecuencia de 5 kHz

Aliasing

Ejercicio:

Considere la señal analógica $x(t) = 3 \cos(500\pi t) + 10 \sin(3000\pi t) - \cos(1000\pi t)$. Para su procesamiento digital, esta señal se muestrea con un circuito S/H.

- a) Calcule el periodo máximo del tren de pulsos de control S/H requerido para muestrear adecuadamente la señal.

Respuesta.-

a) $T_s = 333,3 \mu s$, para una frecuencia de muestreo $f_s = 3.000$ Hz.

- b) ¿Qué pasa si el periodo calculado se reduce a la mitad? ¿Se podrá muestrear adecuadamente la señal?

Respuesta.-

b) Se duplica la frecuencia de muestreo $f_s = 6.000$ Hz. Satisface plenamente el criterio de Nyquist.



Cuantificación



Niveles de Cuantificación

¿De qué depende el número de niveles de cuantificación?

➤ El número de niveles de cuantificación depende del rango de las amplitudes de la señal analógica y de la precisión con la que se necesite recuperarla.

- Si la amplitud de la señal fluctúa sólo entre 2 valores, se necesitan sólo 2 niveles.
- La señal de audio, como la de voz, tiene muchos valores de amplitud, por eso necesita más niveles, normalmente 256.
- En video, normalmente se necesitan miles de niveles.

➤ El **número de niveles disponibles** depende del número de bits utilizados para expresar el valor de la muestra.

$$M = 2^n$$

$\left\{ \begin{array}{l} M = \text{número de niveles.} \\ n = \text{número de bits por muestra.} \end{array} \right.$

➤ Se llama **resolución** al valor en voltaje al que equivale el paso de un nivel a otro, es decir el valor que representa el cambio de un bit

$$\text{resolución} = \frac{V_{REF}^{+} - V_{REF}^{-}}{2^n}$$

A mayor número de bits menor resolución y por tanto mayor fidelidad

Niveles de Cuantificación

Ejercicio:

- Calcule el número de niveles si el número de bits por muestra es:

a) 8 como en telefonía

Respuesta.-

a) 256 niveles

b) 16 como en los sistemas de audio de CD

Respuesta.-

b) 65536 niveles

Ejercicio:

- Se está muestreando una señal, y cada muestra necesita al menos 12 niveles de precisión. ¿Cuántos bits se necesitan?

Respuesta.-

4 bits

Error de cuantificación

Existen dos efectos principales que producen ruido o distorsión:

- **Errores de bits en la señal PCM recuperada**, causadas por el *ruido de canal*, así como un filtrado inadecuado del canal.
- **Errores de Cuantificación**, originado por el cuantificador de M pasos en el transmisor PCM.
 - La cuantificación es un proceso de aproximación. Los valores de entrada del cuantificador son reales, los de salida son aproximados.
 - Si el valor de entrada se encuentra en la mitad del intervalo no hay error de cuantificación, en otro caso sí.
 - El error disminuye si se aumentan los intervalos de cuantificación y se eliminaría totalmente si el número de intervalos fuera infinito, lo cual no es posible.
 - El error de cuantificación deforma la señal reconstruida y causa una distorsión que se denomina *ruido de cuantificación*.

Error de cuantificación

Dentro de los errores de cuantización están:

➤ Errores Granulares o lineales:

Ocurren para entradas dentro del rango dinámico del cuantizador

➤ Errores de Saturación:

Ocurren para entradas fuera del rango dinámico del cuantizador.
Son mayores que los lineales

Ruido de Cuantificación:

- El nivel de ruido de cuantificación **afecta a la relación señal a ruido S/N del sistema**
- Se puede demostrar que la relación S/N máxima para un sistema lineal de PCM depende del número de niveles de cuantificación o de bits por muestra.

$$S/N(\text{dB}) = 1,76 + 6,02n$$

$\left\{ \begin{array}{l} S/N = \text{relación señal a ruido, en dB.} \\ n = \text{número de bits por muestra.} \end{array} \right.$

El nivel de ruido de cuantificación disminuye
al incrementar el número de niveles.



Codificación



Codificación

- Es la última etapa en PCM. Con la codificación se representan las muestras cuantificadas mediante una secuencia binaria de unos y ceros.
- El número de bits para cada muestra se determina a partir del número de niveles de cuantificación.
- La tasa de bit generada se calcula con base a la tasa de muestreo y la cantidad de bits por muestra.

$$R_b = \frac{n}{T_s} = n f_s$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_b = \text{tasa de bit, en bps.} \\ f_s = \text{tasa de muestreo, en Hz.} \\ n = \text{número de bits por muestra.} \end{array} \right.$$

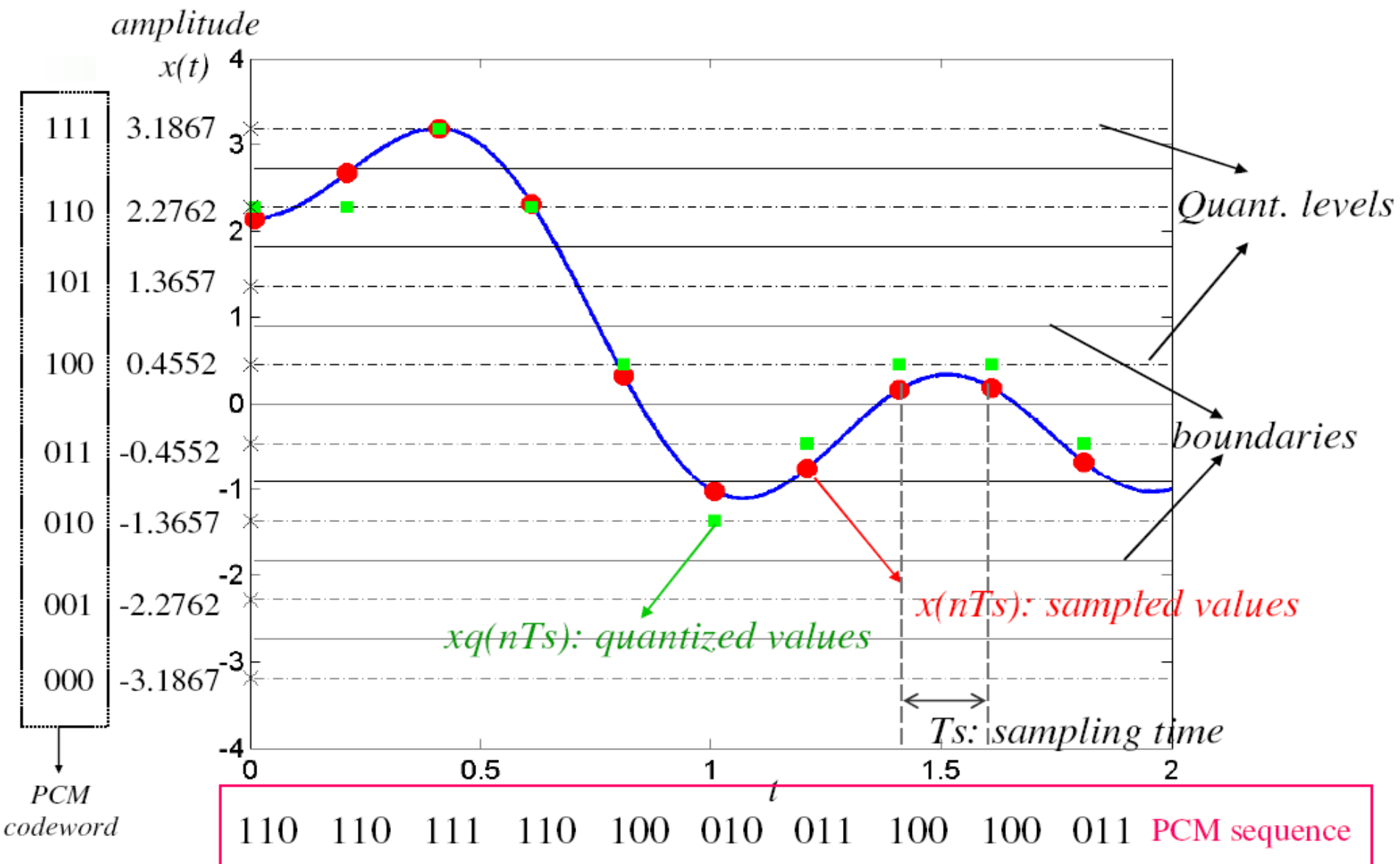
- Cada muestra cuantizada se codifica digitalmente en una “palabra de código” (codeword) de n bits donde M es el número de niveles de cuantización:

$$n = \log_2 M$$

- La Eficiencia Espectral es una medida de lo bien aprovechada que está una determinada banda de frecuencia usada para transmitir datos. Cuando mayor es este valor, mejor aprovechada está dicha banda.

$$E = \frac{R_b}{B} \quad \left\{ \begin{array}{l} E = \text{eficiencia espectral en bps/Hz} \\ R_b = \text{tasa de bit, en bps.} \\ B = \text{ancho de banda del canal, en Hz.} \end{array} \right.$$

PCM completo



Codificación

Ejercicio:

- Se quiere digitalizar la voz humana. Calcule la tasa de bit asumiendo 8 bits por muestra.

Respuesta.- $R_b = 64$ kbps.

Ejercicio:

- Calcule la tasa mínima de transferencia de datos necesaria para transmitir audio con una frecuencia de muestreo de 40 kHz y 14 bits por muestra.

Respuesta.- $R_b = 560$ kbps.

Ejercicio:

Sea una señal $x(t) = 5\cos(1000t) + 3\cos\left(2000t + \frac{\pi}{6}\right)$ que se muestrea a la tasa de Nyquist y se cuantifica usando el cuantificador uniforme que maneja 3 bits/muestra. ¿Cuál es la tasa de bits resultante?

Respuesta.- $R_b = 6000$ bps.

Codificación

Ejercicio:

- Una señal de video compuesta, con frecuencias de banda base de hasta 4 MHz, se transmite utilizando la técnica PCM, con 8 bits por muestra y una tasa de muestreo de 10 MHz. Calcule:

a) El número de niveles de cuantificación.

Respuesta.- *a)* $M = 256$.

b) La tasa de bit.

Respuesta.- *b)* $R_b = 80 \text{ Mbps}$.

c) La máxima relación S/N.

Respuesta.- *c)* $S/N = 49,9 \text{ dB}$.

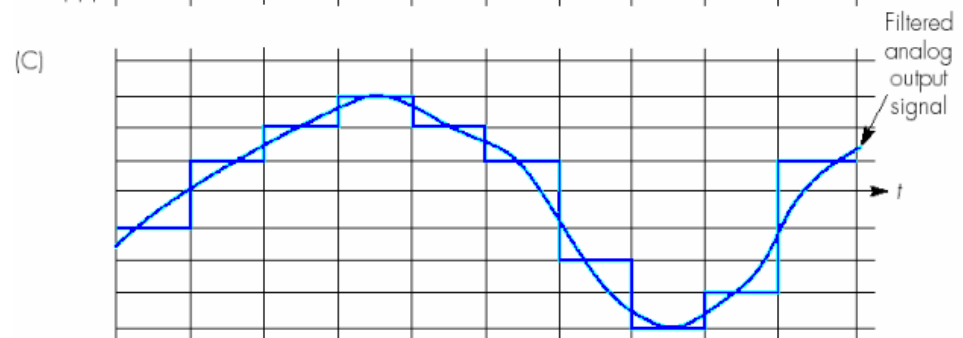
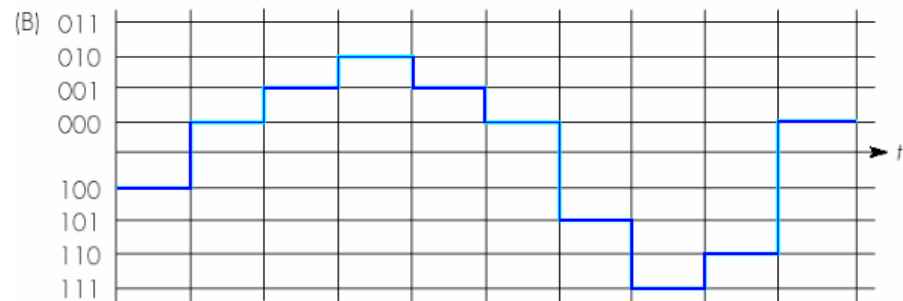
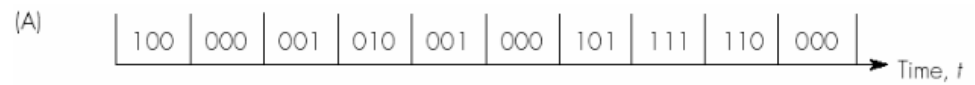
Ejercicio:

- Se desea grabar un concierto musical, en el cual se producen ondas audibles de banda base hasta 20.000 Hz. Calcule el espacio en memoria que se necesita, si para el muestreo se dispone de los siguientes formatos PCM: 8.000, 16.000, 24.000, 36.000 y 44.100 Hz. Elija uno de ellos. Se utilizan, además, 16 bits para codificación. El tiempo total de grabación se calcula en una hora

Respuesta.- *a)* Memoria = 2,54 Gb

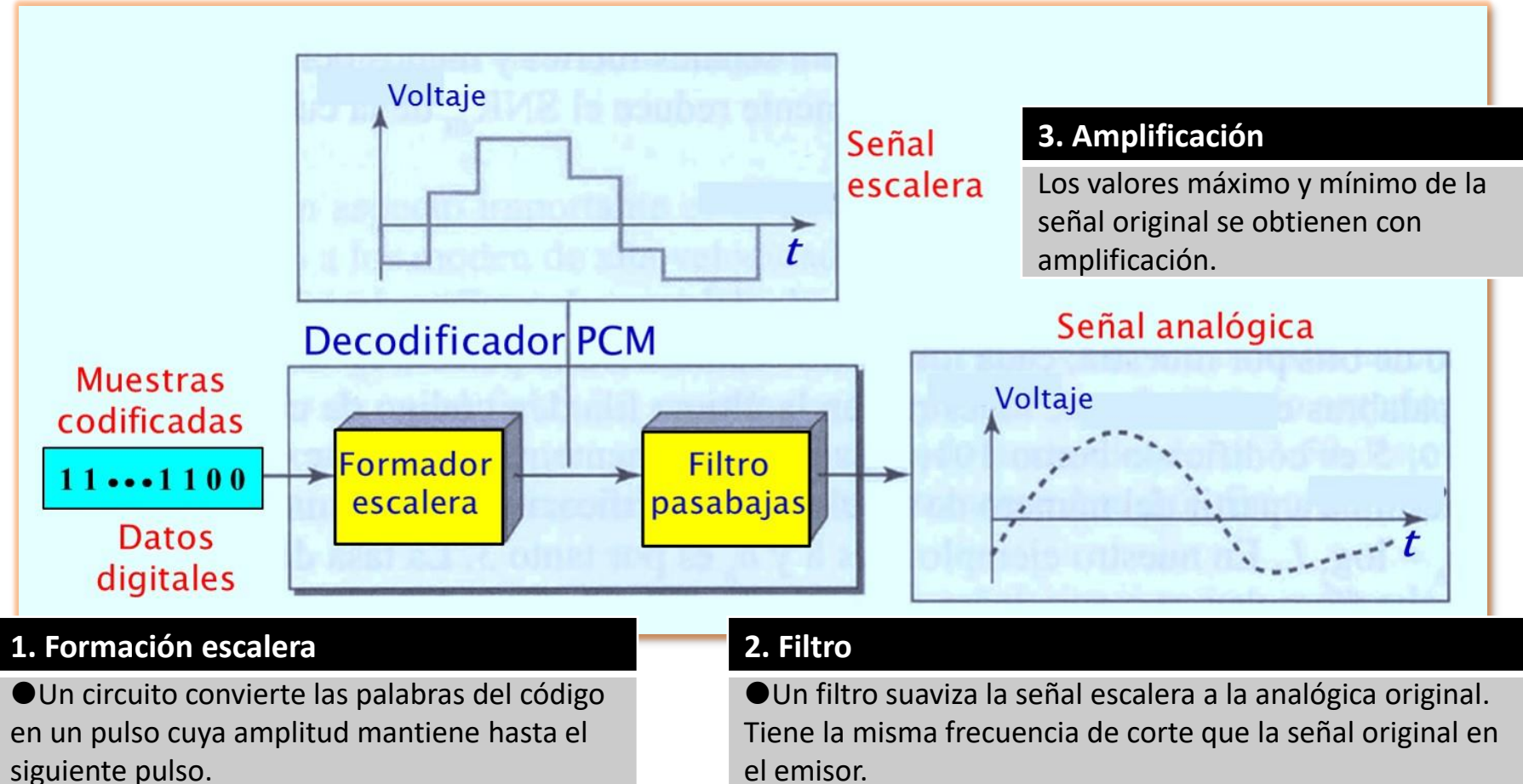


Decodificación



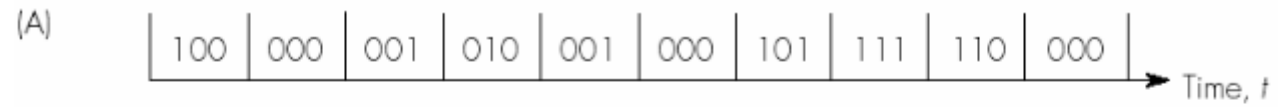
Decodificación

- Convertir una señal analógica en una señal PCM se llama codificación, y la operación inversa decodificación.



La codificación y su operación inversa la decodificación se llevan a cabo en un solo dispositivo de circuito integrado llamado CODEC.

Decodificación



- A) Datos Digitales
- B) Paso por el DAC
- C) Filtrado (suavizado)