Dagens oppgaver

4. mars 2019

– Oppgave 1 –

(a) La $f(x)$ være funksjonen $f(x) = x^2 - x + 1$. Skriv et program som tar et input-verdi x_0 og beregner listen

$$\boldsymbol{x} = [x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{10}], \quad x_{n+1} = f(x_n), \quad x_0 = 0.2$$

Dette er et eksempel på et *diskret dynamisk system*.

(b) La $g(x)$ være funksjonen $g(x) = 0.7x - 1$. Beregn listen

$$\boldsymbol{y} = [y_0, y_1, y_2, \ldots, y_{10}], \quad y_{n+1} = g(y_n), \quad y_0 = 0.8.$$

(c) Plot punktene $P_i = (x_i, y_i)$ i et koordinatsystem.

(d) Trekk en linje mellom punktene P_i og P_{i+1}, for $0 \leq i \leq 10$.

(e) Variér startverdiene.

(f) Variér funksjonene.

– Oppgave 2 –

Vi ser nå på det *2-dimensjonale* diskrete dynamiske systemet

$$\begin{cases} x_{n+1} & = & & & ay_n \\ y_{n+1} & = & bx_n & + & y_n \end{cases}$$

med startverdier $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.3$ og $a = 1.01$, $b = -0.6$.

(a) Konstruér en liste med punkter

$$[P_0, P_1, P_2, \ldots P_{10}] = \Big[[x_0, y_0], [x_1, y_1], [x_2, y_2], \ldots, [x_{10}, y_{10}]\Big].$$

(b) Plot disse punkter i et koordinatsystem.

(c) Trekk linjer mellom P_i og P_{i+1}, for $0 \leq i \leq 10$.

(d) Variér startverdiene.

(e) Variér a og b.

(f) Systemet over kan skrives på matriseform

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

Bruk matrisformen i din kode.

(g) I steden for matrisen i (f) bruk en matrise

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

for forskjellige a_{11}, a_{12}, a_{21} og a_{22}.

– *Oppgave 3* –

Observér at systemet i Oppgave 2 er *lineært*, det inneholder ikke noen ledd i potens høyere enn 1. Vi skal nå se på følgende system i steden:

$$\begin{cases} x_{n+1} & = & & & y_n & & \\ y_{n+1} & = & bx_n & + & ay_n & + & y_n^3 \end{cases}$$

med startverdier $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.3$ og parameterverdier $a = 2.75$, $b = -0.2$.

(a) Plot punktene

$$[P_0, P_1, P_2, \ldots P_{2000}] = \Big[[x_0, y_0], [x_1, y_1], [x_2, y_2], \ldots, [x_{2000}, y_{2000}]\Big]$$

i et koordinatsystem. (Dette kan ta litt tid avhengig av maskin.)

(b) Variér startverdiene og a, b. Notér at en veldig liten forskjell i a og b kan produsere stor endring i resultat.

(c) Øk gjerne på med fler punkter, men observér at dette medfører mye lengre beregningstid.

– *Oppgave 4* –

Gjør samme som i Oppgave 3 men nå med systemet

$$\begin{cases} x_{n+1} & = & x_n^2 & - & y_n^2 & + & ax_n & + & by_n \\ y_{n+1} & = & 2x_ny_n & & & + & cx_n & + & dy_n \end{cases}$$

med startverdier $x = -0.72$ og $y = -0.64$, med parameterverdier $a = 0.9$, $b = -0.6013$, $c = 2$, $d = 0.5$.

– *Kommentar* –

Jeg skal kommentere Oppgave 3 og 4 senere. Disse to system er veldig interessante.