

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский технологический университет  
«МИСиС»  
Институт новых материалов и нанотехнологий

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
Физика конденсированного состояния  
Ч.1. Электронная структура твердых тел

авторы:  
И.М. Анфимов  
С.П. Кобелева  
Л.Г. Спицина  
И.В. Щемеров

МОСКВА, 2017 г.

# Оглавление

Введение	2
Лабораторная работа №1	3
Лабораторная работа №2	15
Лабораторная работа №3	23
Лабораторная работа №4	30
Лабораторная работа №5	38

# Введение

Предлагаемое учебное пособие предназначено для студентов института новых материалов и нанотехнологий (полупроводникового профиля) и преподавателей, проводящих лабораторные работы по курсу Физика конденсированного состояния, ч.1 «Электронная структура твердых тел». В лабораторном практикуме рассматриваются методы измерения удельного электросопротивления, типа, концентрации и подвижности свободных носителей заряда. В теоретическом введении анализируются методы управления этими параметрами на основе зонной теории электронного строения кристаллических твердых тел и квантовой статистики.

# Лабораторная работа №1

Измерение удельного электрического сопротивления полупроводников  
двухзондовым методом  
(4 часа)

## 1.1 Цель работы

Определение распределения удельного электросопротивления по длине прямоугольного образца монокристаллического кремния двухзондовым методом при комнатной температуре.

## 1.2 Теоретическое введение

### 1.2.1 Удельное электросопротивление

**Характеристика удельного сопротивления полупроводников** Фундаментальным законом, устанавливающим связь между приложенным к проводящему образцу напряжением  $U$  и протекающим в образце током  $I$  является экспериментальный закон Ома:

$$I = \frac{U}{R} \quad (1.1)$$

где  $R$  - электросопротивление образца.

Электросопротивление  $R$  зависит от геометрической формы и размеров образца, а также характеристики материала - удельного электросопротивления  $\rho$ . Для однородного образца правильной геометрической формы длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $S$

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (1.2)$$

Если в этом случае выразить интегральные характеристики  $U$  и  $I$  через дифференциальные  $j$  (плотность тока) и  $\mathcal{E}$  (напряженность электрического поля), получаем закон Ома в дифференциальной форме

$$j = \frac{I}{S}, \mathcal{E} = \frac{U}{L} \rightarrow j = \frac{\mathcal{E}}{\rho} = \sigma \mathcal{E} \quad (1.3)$$

где  $\sigma$  - удельная электропроводность вещества.

В свою очередь,  $\sigma$  определяется концентрацией свободных носителей заряда (СНЗ)  $n$  и их подвижностью  $\mu$ :

$$\sigma = en\mu \quad (1.4)$$

$$\mu = \frac{V_{\text{др}}}{\mathcal{E}} \quad (1.5)$$

где  $e = 1.6e^{-19}$  Кл - заряд электрона,  $V_{\text{др}}$  - средняя дрейфовая скорость движения электрона под действием электрического поля.

Поведение  $\sigma$  в кристаллических полупроводниках и металлах различно. Для металлов  $\sigma$  - постоянная величина, в то время как в полупроводниках  $\sigma$  зависит от примесного состава, кристаллического совершенства материала и внешних факторов — освещения, радиации и др. Эти материалы имеют также различный характер температурной зависимости удельной электропроводности.

Для полупроводников, у которых есть два типа СНЗ - электроны с концентрацией  $n$  и дырки с концентрацией  $p$  - формулу (1.4) необходимо дополнить:

$$\sigma = en\mu_n + ep\mu_p \quad (1.6)$$

где  $\mu_n$  и  $\mu_p$  - подвижность электронов и дырок соответственно.

**Концентрация свободных носителей заряда** Основой для понимания физических процессов и электрических явлений в твердом теле является зонная теория электронных спектров, базирующаяся на квантовомеханических представлениях. Концентрация свободных электронов — это концентрация занятых квантовомеханических состояний в зоне проводимости, а концентрация дырок — концентрация незаполненных состояний в валентной зоне. При температуре 0°К в полупроводнике свободных носителей заряда нет, в то время как концентрация электронов в металле практически не зависит от температуры и составляет величину порядка концентрации атомов металла в единице объема ( $\approx 10^{22}\text{см}^{-3}$ ). СНЗ в полупроводниковых материалах появляются за счет термической генерации свободных носителей заряда (за счет энергии кристаллической решетки). Возможны несколько случаев:

1. переход электронов из валентной зоны в зону проводимости (в этом случае создаются одинаковые концентрации электронов и дырок  $n = p = n_i$ );
2. переход электронов из валентной зоны на уровень акцепторной примеси  $E_A$ , при этом создаются свободные дырки;
3. переход электронов с уровня донорной примеси  $E_D$  в зону проводимости (создаются свободные электроны).

Верхний предел концентрации СНЗ при комнатной температуре в полупроводниках определяется пределом растворимости легирующих примесей ( $\approx 10^{19}\text{см}^{-3}$ ), нижний предел определяется собственной концентрацией СНЗ -  $n_i$ .

Важнейшим параметром проводящего материала, однозначно связанным с концентрацией СНЗ, является уровень Ферми  $F$ . Для невырожденного материала

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - F}{kT}\right), p = N_v \exp\left(-\frac{F - E_v}{kT}\right) \quad (1.7)$$

где:  $k$  – константа Больцмана,  $N_c$  ( $N_v$ ) – плотность состояний на дне зоны проводимости (потолке валентной зоны), зависящая от температуры и эффективной массы соответствующих СНЗ:

$$\begin{aligned} N_c &= 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right) = 4.82 \cdot 10^{15} \left( \frac{m_n^*}{m} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}} = 2.5 \cdot 10^{19} \left( \frac{m_n^*}{m} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \\ N_v &= 2 \left( \frac{2\pi m_{pd}^* kT}{h^2} \right) = 2.5 \cdot 10^{19} \left( \frac{m_{pd}^*}{m} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Термодинамически равновесные концентрации  $n$  и  $p$  в невырожденном материале связаны соотношением:

$$n \cdot p = n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \quad (1.9)$$

При низких температурах доминирует процесс ионизации примеси, в области средних температур, к которой для большинства практически значимых полупроводниковых материалов относится комнатная температура, концентрация СНЗ равна концентрации легирующей примеси, и полупроводник является либо электронным либо дырочным. При дальнейшем повышении температуры примесный полупроводник становится собственным. Температура перехода к собственной проводимости тем выше, чем больше ширина запрещенной зоны и чем выше концентрация легирующих примесей в полупроводнике.

Легирующими или мелкими примесями в полупроводнике, являются примеси, энергия ионизации которых ( $E_c - E_d$  для донорной примеси и  $E_A - E_v$  для акцепторной) сравнима со средней энергией кристаллической решетки в расчете на один атом –  $kT$  (0.025 эВ). Для широкого круга алмазоподобных полупроводников такими примесями являются элементы, валентность которых отличается от валентности атомов полупроводникового материала на единицу. Так, для кремния и германия легирующими будут элементы III (акцепторы) и V (доноры) групп периодической системы Менделеева. Для соединений  $A_{III}B_V$  – элементы II и VI групп. Элементы IV группы могут быть как донорами, так и акцепторами, в зависимости от того, элемент какой из подрешеток они замещают.

**Подвижность свободных носителей заряда** Для объяснения того факта, что электрическое поле вызывает в проводящей среде движение с постоянной скоростью (1.5), а не ускорением, как это должно быть при действии силы величиной  $e\mathcal{E}$  на частицу с массой  $m$ , в классической теории электропроводности было введено понятие среднего времени свободного пробега  $\tau$  как величины, обратной вероятности столкновения электрона с решеткой.

При таком столкновении энергия, полученная от электрического поля, отдается решетки и восстанавливается первоначальный импульс. В этом случае подвижность определяется выражением:

$$\mu = \frac{e\tau}{m} \quad (1.10)$$

В рамках классической физики было непонятно, почему длина свободного пробега  $L$  (произведение времени свободного пробега на тепловую скорость носителя заряда) составляет сотни параметров кристаллической решетки, т. е. почему при движении по кристаллической решетке электрон сталкивается только с одним из сотен атомов на его пути. Объяснить этот экспериментальный факт (как и ряд других, связанных в частности, с различием поведения электропроводности металлов и полупроводников) удалось в рамках квантовомеханической теории, точнее, зонной теории кристаллических твердых тел. Электрон как квантовомеханическая ферми-частица обладает не только энергией и импульсом, но и волновыми свойствами. Волновая функция электрона в периодическом поле идеальной кристаллической решетки периодически модулирована с периодом, равным постоянной решетки, что позволяет электрону двигаться без рассеяния. В идеальном кристалле время свободного пробега и подвижность были бы бесконечными. Однако идеальных кристаллических решеток не существует в принципе. При взаимодействии с локальными нарушениями периодического Кулоновского поля, создаваемого ядрами атомов, т. е. с дефектами кристаллической решетки, импульс электрона изменяется. К основным дефектам кристаллической решетки можно отнести тепловые колебания атомов, примесные атомы (нейтральные и ионизированные), дислокации, двойники и т.д.

При приложении электрического поля изменяется заполнение разрешенных квантовомеханических состояний. При выключении за счет взаимодействия с дефектами решетки система релаксирует, переходя в термодинамически равновесное состояние. Поэтому вводится понятие времени релаксации, которое в слабых электрических полях совпадает с введенным в классической теории электропроводности понятием времени свободного пробега и связано с подвижностью СНЗ выражением (1.10).

Подвижность СНЗ зависит от среднего времени релаксации возбужденного состояния, которое, в свою очередь, определяется механизмом рассеяния СНЗ. Термин «механизм рассеяния» отражает тот факт, что в результате столкновения с дефектами кристаллической решетки поток электронов (дырок) вдоль направления вектора напряженности электрического поля постепенно уменьшается (рассеивается), что приводит к исчезновению электрического тока после выключения электрического поля. Но процессы рассеяния идут и при протекании электрического тока. Чем больше концентрация дефектов кристаллической решетки, тем быстрее происходит процесс выбывания отдельных электронов из потока, определяющего электрический ток в материале, тем меньше среднее время релаксации, подвижность СНЗ и величина электропроводности. Каждому типу дефекта кристаллической решетки соответствует свой механизм рассеяния.

Квантовомеханические расчеты показывают, что даже при 0°K атомы совершают колебания (нулевые колебания). С ростом температуры амплитуда колебаний растет, и растет вероятность столкновения электронов с

колеблющимися атомами. Квазичастицы с характерным набором частот и волновых функций, с которыми эти колебания происходят, называются фононами, поэтому во всех кристаллах будет иметь место механизм рассеяния на фононах (тепловых колебаниях атомов кристаллической решетки). Любой дефект кристаллической решетки (нейтральные и ионизированные примесные атомы, дислокации, малоугловые границы и границы зерен и т.д.) вызывает появление соответствующего механизма рассеяния. В полупроводниках, помимо рассеяния на фононах, характерного для металлов, может доминировать рассеяние на ионизированных атомах примеси, а при низких температурах — на нейтральных примесных атомах. В целом в данном кристалле имеется столько различных механизмов рассеяния, сколько типов дефектов кристаллической решетки. С каждым из них связана своя величина подвижности  $\mu_i$ . Подвижность для (1.4, 1.5) определяется по формуле:

$$\frac{1}{\mu} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\mu_i} \quad (1.11)$$

где  $N$  - число дефектов.

Наибольший вклад в величину подвижности вносит тот механизм, значение подвижности для которого минимально. Он определяется доминирующим типом дефектов.

Отличие поведения полупроводников и металлов связано с тем, что в металлах электронный газ является вырожденным, а в полупроводниках - невырожденным. Последние описываются классической статистикой Больцмана. Относительно слабый линейный рост удельного электросопротивления металлов с температурой связан с уменьшением подвижности при рассеянии на длинноволновых акустических фононах, в то время как активационный рост этого параметра у полупроводников определяется температурной зависимостью концентрации СНЗ. Освещение не влияет на электропроводность металлов. В полупроводниках при освещении светом с энергией квантов, превышающей ширину запрещенной зоны, происходит переход электрона из валентной зоны в зону проводимости, что увеличивает электропроводность. Это явление называется фотопроводимостью. Поэтому при определении электропроводности полупроводников образец необходимо затенять. Это требование особенно важно для высокоомных материалов, в которых концентрация СНЗ мала.

При анализе электрофизических свойств в проводящих материалах чаще используется понятие удельного электросопротивления. В частности, марка наиболее распространенного полупроводникового материала — кремния — включает значение  $\rho$  при температуре 23°C, выраженное в Ом · см. Так, марка КЭФ-20 означает кремний электронный, легированный фосфором, с удельным электросопротивлением 20 Ом · см при комнатной температуре, КДБ 4.5 — кремний дырочный, легированный бором, с удельным электросопротивлением 4.5 Ом · см при комнатной температуре.

### 1.2.2 Методика измерения удельного электросопротивления полупроводников

Для измерения удельного сопротивления полупроводниковых образцов используются контактные и бесконтактные методы. Зондовые методы осу-



ществляют прямое измерение сопротивления определенной области образца по величине падения напряжения на ней при протекании определенного электрического тока (переменного или постоянного). Эти измерения основаны на законе Ома и производятся по двухзондовой, однозондовой (сопротивление растекания), четырехзондовой методикам. Бесконтактные высокочастотные методы основаны на зависимости свойств скин-слоя характеризующего глубину проникновения высокочастотного (ВЧ) или сверхвысокочастотного (СВЧ) электрического поля в образец от величины его электропроводности. По способу подключения образца к ВЧ измерительному контуру различают емкостные методики (образец становится частью измерительного конденсатора) или индуктивные методики (образец помещается в катушку индуктивности). В СВЧ методе измеряется относительное изменение СВЧ мощности в СВЧ волноводе при взаимодействии образца с СВЧ волной. В отличие от зондовых методов эти методики неразрушающие, однако в виду сложности расчетов они являются не абсолютными, а эталонными, то есть определение электропроводности образца производится при сравнении с его эталонным образцом. Бесконтактные высокочастотные методы в отличие от зондовых методов могут измерять удельное сопротивление и поликристаллических образцов, так как влияние существенно более высокоомных межкристаллитных прослоек слабо сказывается в высокочастотных измерениях.

## 1.3 Методика двухзондовых измерений удельного электросопротивления

### 1.3.1 Сущность двухзондового метода

Двухзондовый метод измерения удельного электросопротивления требует применения монокристаллических образцов правильной геометрической формы (удлиненный прямоугольный параллелепипед или цилиндрический стержень) с нанесенными на торцевые поверхности образца омическими контактами. Из всех методов измерения он является наиболее точным, но и наиболее трудоемким. В производстве он применяется на заводах по выращиванию поликристаллического кремния на специально выращенных для определения параметров материала слитках. Схема двухзондового метода измерений представлена на рисунке 1.1.

Если по образцу протекает электрический ток силой  $I$ , создающий благодаря постоянству сечения образца одинаковую плотность тока в любой точке образца, то, измерив падение напряжения  $U$  между эквипотенциальными поверхностями, на которые установлены зонды, можно найти удельное сопротивление  $\rho$  по формуле

$$\rho = \frac{US}{IL} \quad (1.12)$$

При этом предполагается, что эквипотенциальные поверхности перпендикулярны вектору плотности тока и сопротивлением контактов «зонд-полупроводник» можно пренебречь. Если первое условие при небольших сечениях образца удовлетворить легко, то второе условие, как правило, не

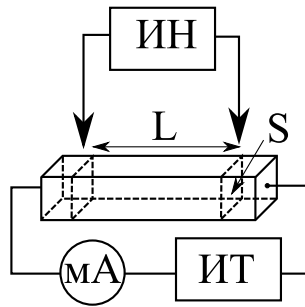


Рис. 1.1: Принципиальная схема двухзондового метода измерения удельного сопротивления: ИТ – источник тока; ИН – измеритель напряжения;  $L$  – расстояние между зондами;  $S$  – площадь сечения образца

удовлетворяется в силу особенностей контактных явлений между металлом и полупроводником.

Сопротивление образца на участке  $x$  равно

$$R(x) = \int_0^x \frac{\rho(x)}{S} dx \quad (1.13)$$

Для однородного образца  $\rho = \text{const}$  и  $R(x) = \frac{\rho x}{S}$  – линейная функция от расстояния  $x$ . Если образец неоднороден, то зависимость  $R(x)$  нелинейна, а сопротивление  $\rho(x)$  можно найти по формулам

$$\begin{aligned} \rho(x) &= S \cdot \text{tg}(\phi) \\ \text{tg}(\phi) &= \frac{dR}{dx} = \frac{\Delta R}{\Delta L} \end{aligned} \quad (1.14)$$

### 1.3.2 Анализ паразитных явлений и методика их устранения в двухзондовых измерениях удельного электросопротивления

Пренебрежение влиянием контактных явлений может привести к наиболее грубым ошибкам измерения удельного сопротивления двухзондовым методом. Поэтому остановимся на описании вклада этих явлений подробнее.

**Переходное сопротивление контакта «зонд-полупроводник».** Из-за потенциального барьера (контактной разности потенциалов) вольтамперная характеристика (ВАХ) контакта металл-полупроводник является нелинейной то есть сопротивление контакта зависит от величины и направления проходящего через него электрического тока. При измерении с помощью вольтметра падения напряжения между зондами в случае запирающих контактов, когда потенциальный барьер препятствует прохождению основных носителей заряда, один из контактов будет обладать высоким сопротивлением, которое может оказаться сопоставимым с внутренним сопротивлением вольтметра. Это внесет грубую ошибку в результат измерений.

Избавиться от этой ошибки помогает компенсационный метод измерения падения напряжения, принципиальная схема которого представлена на рисунке 1.2. Для измерения падения напряжения используется потенциометр, представляющий собой калиброванный источник напряжения.

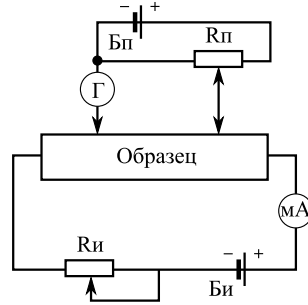


Рис. 1.2: Схема потенциметрического метода измерения

С помощью потенциометра  $R_{\text{п}}$  между измерительными зондами создается компенсирующее напряжение  $B_{\text{п}}$ , равное по величине и противоположное по знаку измеряемому. Последовательно с потенциометром в измерительную цепь включается чувствительный нуль-гальванометр  $\Gamma$ . Если компенсирующее и измеряемое напряжение  $B_{\text{и}}$  равны по величине, то нуль-гальванометр фиксирует равенство нулю электрического тока, протекающего через измерительные зонды. В этом случае даже при высоком переходном сопротивлении контакта «зонд-полупроводник» падение напряжения на этом переходном сопротивлении равно нулю ( $U_{\text{зонд}} = IR_{\text{зонд}} = 0$ , т.к.  $I = 0$ ).

Здесь следует добавить два важных замечания. Во-первых, внутреннее сопротивление потенциометра шунтирует сопротивление образца в цепи электрического тока, текущего через образец от источника тока, поэтому всегда должно соблюдаться требование  $R_{\text{п}} \gg R_{\text{образца}}$ . С учетом этого применяются для различных диапазонов измеряемых сопротивлений высокоомные потенциометры постоянного тока (ППТВ). Во-вторых, если нуль-гальванометр показывает равенство тока нулю, то это может означать, что протекающий ток меньше предела чувствительности гальванометра. Поэтому если использовать для измерения падения напряжения прибор, потребляющий электрический ток не выше предела чувствительности гальванометра, то он может заменить компенсационную схему измерения (то есть? обеспечить ту же погрешность измерения за счет вклада переходного сопротивления контактов).

**Вклад паразитных термоЭДС.** При измерении на высоких токах вдоль образца может возникать паразитная термоЭДС. Причиной появления термоЭДС является градиент температуры, возникающий при неравномерном разогреве образца за счёт протекающего тока. Знак этого градиента температуры не зависит от направления электрического тока. Благодаря этому такая термоЭДС может легко быть исключена из данных измерений при проведении двух измерений падения напряжения  $U_1^+$  и  $U_2^-$  между зондами при двух различных направлениях электрического тока. Падение на-

пряжения на образце  $U_{\text{обр}}$  и величину термоЭДС можно найти, определяя полусумму или полуразность величин  $U_1^+$  и  $U_2^-$  с учётом их знака.

$$\begin{aligned} U_1^+ &= IR_{\text{обр}} + U_{\text{ТЭДС}} \\ U_2^- &= -IR_{\text{обр}} + U_{\text{ТЭДС}} \\ U_{\text{обр}} &= IR_{\text{обр}} = \frac{U_1^+ - U_2^-}{2} \\ U_{\text{ТЭДС}} &= \frac{U_1^+ + U_2^-}{2} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Если токовые контакты не являются омическими, то при прохождении тока в них может возникать эффект Пельтье, то есть нагревание или охлаждение контакта в зависимости от направления тока. ТермоЭДС, создаваемая в результате такого градиента температуры, вышеописанным способом устранить невозможно, так как она будет изменять знак с изменением направления тока. Неомичность токовых контактов также может привести к возникновению взаимосвязанных явлений инжекции, эксклюзии, экстракции и аккумуляции в приконтактных областях образца, которые могут изменить истинную величину электросопротивления. Следует делать минимальной величину тока, протекающего в образце, чтобы избежать разогрева образца, а также защищать образец от освещения во избежание возникновения в нем фотопроводимости или контактных фотоэдс. Все эти явления могут давать существенную погрешность измерения в высокоомных образцах.

## 1.4 Описание измерительной установки

Принципиальная электрическая схема установки показана на рисунке 1.3

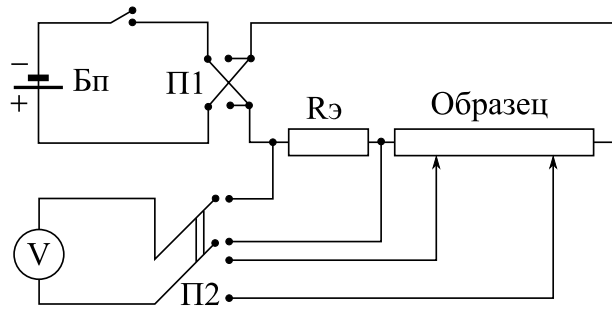


Рис. 1.3: Принципиальная схема измерений двухзондовым методом

Величина электрического тока через образец устанавливается при помощи управляемого линейного источника питания Б5-30. Точное определение тока производится по измерению падения напряжения  $V$  на эталонном сопротивлении  $R_{\text{э}}$ , включённом последовательно с сопротивлением образца  $R_{\text{обр}}$ . Переключатель П2 может подключать вольтметр В7-21А или к образцу, или к эталонному сопротивлению. Переключатель П1 меняет направление электрического тока в образце. Источник тока может быть заменён батареей с подключённым последовательно переменным сопротивлением.

Исследуемый образец с нанесенными омическими контактами помещается в токовые зажимы на предметном столе в поле зрения оптического микроскопа. Определение расстояния между измерительными зондами производится с помощью микрометрической головки микроскопа. Нулевое положение устанавливается при совмещении перекрестия в поле зрения микроскопа с изображениями соприкасающихся первого и второго зондовых контактов. Полный оборот микрометрической головки микроскопа соответствует перемещению перекрестия на 1 мм.

Для определения типа проводимости образца применяется метод термозонда, принципиальная схема которого изображена на рисунке 1.4. Образец помещается на массивную металлическую пластину, служащую «холодным» контактом. Вместо массивного основания можно использовать холодный щуп. Нагретым с помощью небольшого электронагревателя зондом касаются верхней поверхности образца. Если образец имеет место проводимость n-типа, то электроны в образце диффундируют от нагреваемой термозондом верхней грани к «холодной» нижней грани, заряжая ее отрицательно. Верхняя грань образца будет заряжаться положительно за счет остающихся нескомпенсированными ионов донорной примеси  $N_D^+$ . Если образец имеет p-тип проводимости, то к «холодной» грани образца диффундируют положительно заряженные дырки, оставляя на «горячей» грани отрицательный заряд  $N_A^-$  нескомпенсированных ионов акцепторов. Если в качестве регистрирующего устройства между горячим и холодным зондом включить параллельно светодиоды разного цвета, то при изменении типа проводимости изменится направление тока в цепи диодов и включится тот, напряжение на котором будет прямым. В используемом в работе детекторе в образце n-типа проводимости загорается зеленый светодиод, в образце p-типа — красный.

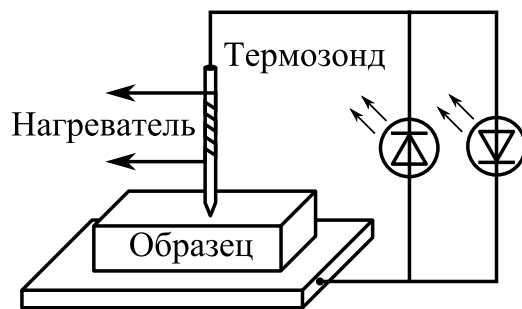


Рис. 1.4: Принципиальная схема измерений двухзондовым методом

## 1.5 Порядок проведения работы и указания по технике безопасности

1. Измерить толщину и ширину образца.
2. Установить образец на предметном столике и опустить на его поверхность измерительные зонды достаточно далеко от токовых контактов.

3. Установить необходимую величину тока через образец.
4. Привести в соприкосновение оба зонда, отметить нулевую точку отсчета на микрометрической головке микроскопа.
5. Повернуть микрометрическую головку микроскопа на  $360^\circ$ , переместить подвижный зонд на 1 мм по поверхности образца (конец зонда должен совместиться с перекрестьем в поле зрения микроскопа).
6. Измерить величину  $U_1^+$  и  $U_2^-$  с освещением и без освещения образца. Занести данные в таблицу 1.1.
7. Повторить п.п. 5 и 6.
8. Рассчитать зависимость  $U_{\text{обр}}$  от расстояния  $L$ .
9. Изменить величину тока через образец и повторить измерение  $U_{\text{обр}}$  от расстояния  $L$ .

Электрический ток в измерительной схеме не превышает 3мА.

## 1.6 Обработка результатов эксперимента

1. Результаты измерений занести в таблицу, отметив условие освещённости образца.
2. Построить графики  $R_{\text{обр}} = f(L)$  и  $U_{\text{ТЭДС}} = f(L)$ .
3. В соответствии с формулами (1.14) рассчитать  $\rho(x)$ .
4. Построить график  $\rho(L)$  и сопоставить его с графиком  $U_{\text{ТЭДС}}(L)$ . Выполнить это построение для различных значений тока через образец и условий его освещённости.
5. Рассчитать погрешность измерения сопротивления  $R_{\text{обр}}$  и  $l$  и нанести их на графики.
6. Оценить погрешность определения удельного сопротивления  $\delta\rho$ .
7. Высказать суждение об однородности или неоднородности образца и влиянии величины электрического тока через образец и условий его освещённости на результаты измерений.

Таблица 1.1: Измерение удельного электросопротивления при освещении (без освещения)

№	$L$	$U_3$	$I = \frac{U_3}{R_3}$	$U_1^+$	$U_2^-$	$U_{\text{обр}}$	$U_{\text{ТЭДС}}$	$R_{\text{обр}}$
	мм	мВ	мА	мВ	мВ	мВ	мВ	Ом

## 1.7 Контрольные вопросы

1. Почему для определения удельной электропроводности полупроводниковых материалов применяют зондовые методы?
2. Достоинства и недостатки двухзондового метода измерения удельной электропроводности полупроводниковых материалов.
3. Как определить удельное сопротивление однородного и неоднородного образца при измерении двухзондовым методом?
4. Механизмы электропроводности в полупроводниках и металлах.
5. Какими факторами определяется величина концентрации свободных носителей заряда в полупроводниках и металлах при комнатной температуре?
6. Чем определяется температурная зависимость электропроводности полупроводников и металлов?
7. Какие процессы определяют появление свободных носителей заряда в области собственной и примесной проводимости?
8. От каких факторов зависит температура перехода от примесной проводимости к собственной?
9. Какие примеси создают n- или p- проводимость в полупроводнике?
10. Как влияет освещение на электропроводность полупроводников?
11. Какие материалы при измерении электропроводности необходимо затенять и почему?
12. Понятие механизма рассеяния свободных носителей заряда.
13. Назовите основные механизмы рассеяния свободных носителей заряда в полупроводниках и металлах.
14. В чем проявляется отличие свойств свободного электронного газа полупроводников и металлов?
15. Как влияет кристаллическое совершенство материала на электропроводность полупроводников и металлов?

## 1.8 Литература

1. К.В. Шалимова. Физика полупроводников. СПб.: Лань, 2011 г.
2. В.В. Батавин, Ю.А. Концевой, Ю.В. Федорович. Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур. М.: Радио и связь, 1985 г.
3. Л.П. Павлов. Методы определения основных параметров полупроводниковых материалов. М.: Высшая школа, 1975 г.
4. В.В. Горбачев, Л.Г. Спицина. Физика полупроводников и металлов. М.: Высшая школа, гл. 1, 1986 г.

# Лабораторная работа №2

Определение ширины запрещённой зоны полупроводника  
(4 часа)

## 2.1 Цель работы

Определение ширины запрещённой зоны в кремний-углеродных плёнках на основе измерения температурной зависимости электропроводности.

## 2.2 Теоретическая часть

### 2.2.1 Температурная зависимость электропроводности

Характерным признаком, отличающим полупроводник от металла, является увеличение электропроводности полупроводников при повышении температуры.

Для полупроводника с одним выделенным типом проводимости удельную электропроводность можно представить в виде:

$$\sigma = en\mu \quad (2.1)$$

где  $e$  - заряд электрона,  $n$  - концентрация примеси,  $\mu$  - подвижность носителей заряда.

При рассмотрении электропроводности в образце с обоими типами носителей, необходимо учитывать вклады каждого из них:

$$\sigma = en\mu_n + ep\mu_p \quad (2.2)$$

Для анализа температурной зависимости полупроводника рассмотрим влияние температуры на подвижность и концентрацию свободных носителей заряда (СНЗ).

### 2.2.2 Температурная зависимость концентрации СНЗ

Для примера рассмотрим примесный полупроводник n-типа. На рисунке 2.1 показана энергетическая диаграмма донорного полупроводника. Общий вид зависимости концентрации от температуры для невырожденного полупроводника с одним типом донорной примеси представлен на рисунке 2.2.

Из зависимости  $\ln n = f(\frac{1}{T})$  можно выделить три характерных температурных интервала.



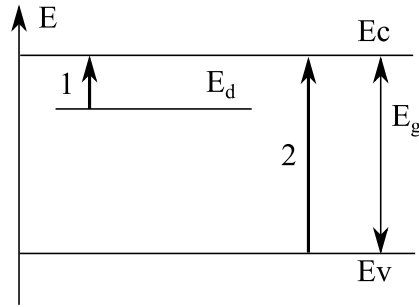


Рис. 2.1: Зонная диаграмма с одним типом донорной примеси

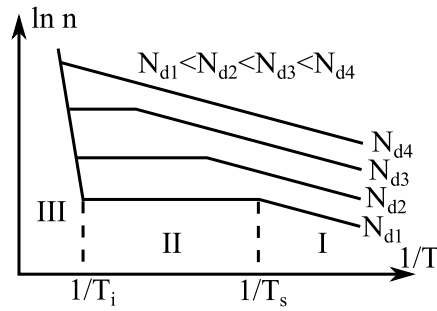


Рис. 2.2: Общий вид температурной зависимости концентрации для невырожденного полупроводника с одним типом примеси

**I. Область примесной ионизации.** При абсолютном нуле валентная зона полупроводника целиком заполнена электронами. В зоне проводимости нет свободных носителей. При повышении температуры электроны переходят с уровней донорной примеси в зону проводимости, концентрация свободных электронов повышается. Это процесс называется ионизацией атомов примеси и продолжается вплоть до температуры истощения примеси  $T = T_s$ . В этой области

$$n = \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}} \exp\left(-\frac{E_d}{2kT}\right) \quad (2.3)$$

где  $N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_{dn}^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$  - эффективная плотность состояний в зоне проводимости,  $E_d$  - энергия ионизации донорной примеси,  $N_d$  - концентрация примеси.

**II. Область истощения примеси.** В области температур  $T_s < T < T_i$  донорная примесь полностью ионизована, но собственная ионизация ещё не началась. Поэтому концентрация свободных электронов постоянна и равна  $N_d$ . Ширина области истощения зависит от концентрации ионизирующей примеси и её энергии ионизации. При увеличении этих величин температурный интервал области истощения будет уменьшаться. При достаточно больших значениях  $N_d$  он может исчезнуть полностью.

**III. Область собственной ионизации.** В области высоких температур ( $T > T_i$ ), когда энергия теплового движения электронов становится сопоставимой с шириной запрещённой зоны ( $kT \approx E_g$ ), электроны начинают переходить из валентной зоны в зону проводимости, из-за чего концентрация свободных носителей резко возрастает. Происходит ионизация атомов основного вещества.

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \sim T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \quad (2.4)$$

Ширина запрещённой зоны также зависит от температуры. Для большинства полупроводников величина  $E_g$  сложным образом снижается с температурой, однако в широком диапазоне температур она может быть аппроксимирована прямой линией:

$$E_g(T) = E_g(0) + \alpha T \quad (2.5)$$

где  $E_g(0)$  - значение, которое можно получить экстраполяцией температурной зависимости ширины запрещённой зоны на значение  $0^\circ\text{K}$ ,  $\alpha$  - температурный коэффициент изменения ширины запрещённой зоны, обычно отрицателен и составляет десятые доли мэВ/К.

На рисунке 2.3 показана температурная зависимость ширины запрещённой зоны в кремнии.

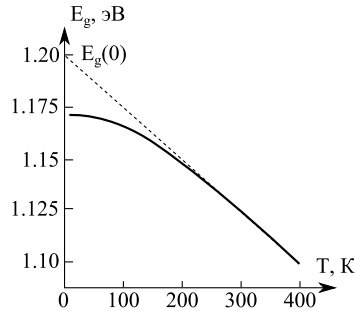


Рис. 2.3: Температурная зависимость ширины запрещённой зоны для кремния

Подставляя (2.5) в (2.6) получаем:

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g(0) + \alpha T}{kT}\right) \sim T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g(0)}{kT}\right) \exp\left(-\frac{\alpha}{k}\right) \quad (2.6)$$

### 2.2.3 Температурная зависимость подвижности СНЗ

Подвижность также зависит от температуры. Характер зависимости определяется доминирующим механизмом рассеяния в полупроводнике при данной температуре. Для большинства механизмов зависимость  $\mu(T)$  имеет ярко выраженную степенную зависимость:

$$\mu(T) = \mu_i \left(\frac{T}{T_i}\right)^m \quad (2.7)$$

где  $\mu_i$  - подвижность при температуре  $T = T_i$ .

Если основным механизмом является рассеяние на ионах примеси, показатель  $m = \frac{3}{2}$ . Для рассеяния на нейтральных примесях  $m = 0$ , а для рассеяния на акустических фононах  $m = -\frac{3}{2}$ . В реальных полупроводниках одновременно действует несколько механизмов рассеяния, поэтому определённое значение показателя  $m$  можно указывать только для ограниченного интервала температур. Для двух важнейших механизмов рассеяния - на акустических фононах и ионах примеси - температурная зависимость подвижности принимает вид, показанный на рисунке 2.4

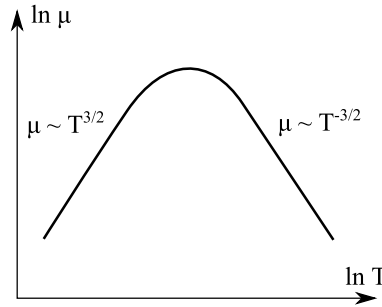


Рис. 2.4: Температурная зависимость подвижности свободных носителей заряда в невырожденном полупроводнике

В области низких температур доминирующим механизмом рассеяния является рассеяние на ионах примеси. С ростом температуры подвижность увеличивается, так как увеличивается тепловая скорость носителей, и при взаимодействии с рассеивающими центрами (примесными ионами) носители отклоняются на меньшие углы. С дальнейшим ростом температуры заметно возрастает амплитуда тепловых колебаний атомной решётки, и подвижность ограничивается рассеянием на акустических фононах, которое. При этом часто в реальных полупроводниках показатель подвижности для такого случая может отличаться от расчётного значения  $m = -\frac{3}{2}$  в полтора раза в ту или другую сторону.

С учётом формул (2.3) и (2.6) можно построить зависимость электропроводности от температуры. Примерный вид такой зависимости показан на рисунке 2.5.

На приведённом графике можно выделить три области.

I. Область примесной проводимости

$$\sigma = en(T)\mu(T) \sim T^{\frac{3}{4}+m} \exp\left(-\frac{E_d}{2kT}\right) \quad (2.8)$$

II. Область истощения примеси

$$\sigma = eN_d\mu(T) \sim N^m \quad (2.9)$$

III. Область собственной проводимости

$$\sigma_i = en_i(T) [\mu_n(T) + \mu_p(T)] \sim T^{\frac{3}{2}+m} \exp\left(-\frac{\alpha}{2k}\right) \exp\left(-\frac{E_g(0)}{2kT}\right) \quad (2.10)$$

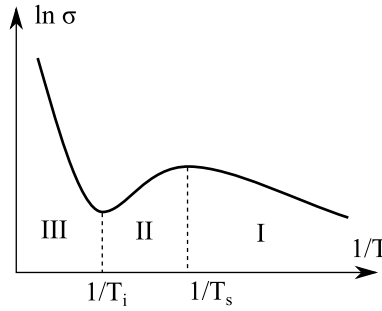


Рис. 2.5: Температурная зависимость электропроводности в невырожденном полупроводнике

У приведённой зависимости есть несколько характерных особенностей. В области истощения примеси температурная зависимость электропроводности определяется температурной зависимостью подвижности. В областях примесной и собственной ионизации большее влияние оказывает температурная зависимость концентрации носителей.

Если пренебречь слабой степенной зависимостью ширины запрещённой зоны от температуры, то области (I) и (III) имеют вид прямых с тангенсом угла наклона  $-\frac{E_d}{2kT}$  и  $-\frac{E_g(0)}{2kT}$  соответственно. Таким образом, экспериментальная зависимость логарифма проводимости от обратной температуры позволяет определить энергию ионизации и ширину запрещённой зоны полупроводника. При этом стоит помнить, что величина  $E_g(0)$  не равна в точности ширине запрещённой зоны в полупроводнике при температуре 0°K, а является точкой, в которой линейная аппроксимация зависимости для больших температур пересекает ось ординат. Ошибка при определении  $E_g$  по такой аппроксимации может достигать единиц процентов.

## 2.3 Методика измерения и описание установки

В данной работе используется схема, приведённая на рисунке 2.6. Образец  $R_{обр}$  включается в цепь последовательно с эталоном - высоким сопротивлением заранее известной величины  $R_{изм}$ . В ходе измерения через цепь пропускается ток, при этом падение напряжения на  $R_{обр}$  и  $R_{изм}$  снимается при помощи измерительного модуля Fractal MCX 52.1. Величина тока через образец  $I_{обр}$  равна току через известное сопротивление и может быть найдена как

$$I_{обр} = I_{изм} = \frac{U_{изм}}{R_{изм}} \quad (2.11)$$

Так как наибольшей чувствительности сигма-дельта АЦП в составе модуля MCX достигает в диапазоне от 0.02 до 2.56 В, то в схеме используется делитель напряжения, построенный на резисторах  $R1$ ,  $R2$  и  $R3$ .

Чтобы исключить влияние термоЭДС, которая может возникнуть из-за градиента температуры вдоль образца, измерение производится короткими импульсами в двух направлениях. Конденсатор  $C_6$  сглаживает возникающие пульсации, уменьшая уровень шума.

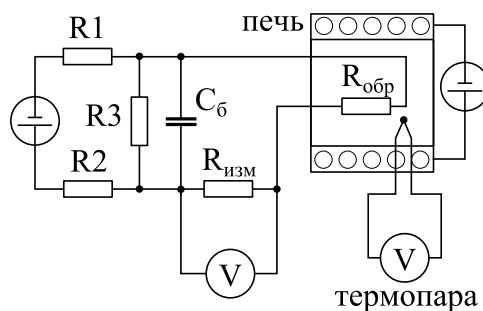


Рис. 2.6: Принципиальная схема установки для измерения температурной зависимости электросопротивления

Образец в специальном держателе помещается в кварцевую трубку нагревателя, питание которого осуществляется от источника Э378. Температура образца измеряется термопарой, сигнал с которой автоматически пересчитывается измерительным модулем МСХ 52. Результаты измерений падения напряжения на образце, эталонном сопротивлении и сигнал с термопары пересчитываются встроенным АЦП и передаются на компьютер, где по записанным в память уравнениям и калибровочным кривым пересчитываются в сопротивление измеряемого образца и температуру.

## 2.4 Порядок проведения работы и указания по технике безопасности

1. Запустить программу для измерения температурной зависимости электросопротивления.
2. Установить режим «измерение» и выбрать используемый в данной работе COM-port.
3. Запустить измерения и включить нагрев, подав 50В на нагреватель.
4. Нагреть образец до 120°C.
5. Выключить нагрев, охладить образец до 40°C.
6. Сохранить результаты измерения.

Перед началом измерения необходимо убедиться в том, что защитный кожух и источник напряжения заземлены. При работе с печью запрещается поднимать температуру выше 200°C.

## 2.5 Обработка результатов эксперимента

1. Результаты измерения занести в таблицу, отметив области нагрева и охлаждения.
2. Полученные значения построить в координатах  $\ln \sigma = f\left(\frac{1}{T}\right)$ .

3. На полученном графике (примерный вид приведён на рисунке 2.7) выделить два линейных участка, левый характеризует собственную проводимость, правая - примесную.
4. Наклон прямой определяется величиной энергии активации. В области собственной проводимости  $\text{tg}(\phi_2) = -\frac{E_g(0)}{2k}$ , откуда  $E_g(0) = -2k \text{tg}(\phi_2)$ .
5. Аналогично определить энергию ионизации примеси  $E_d = -2k \text{tg}(\phi_1)$ .
6. Определить ошибку измерения, определив энергию ионизации на различных участках кривой.

Таблица 2.1: Измерение удельного электросопротивления при освещении (без освещения)

№	$U$	$t$	$T$	$R$	$\sigma$	$\ln(\sigma)$	$\frac{1}{T}$
	мВ	°С	К	Ом	$\text{Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$		К

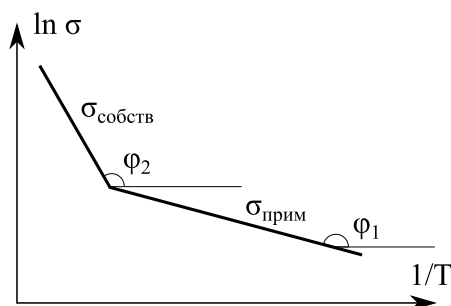


Рис. 2.7: Типичный вид температурной зависимости электропроводности полупроводника

## 2.6 Контрольные вопросы

1. Понятие ширины запрещённой зоны и энергии ионизации примеси.
2. Температурная зависимость ширины запрещённой зоны в полупроводниках.
3. Температурная зависимость концентрации носителей для невырожденного полупроводника с явно выраженным типом проводимости.
4. Механизмы рассеяния носителей заряда в полупроводниках.
5. Температурная зависимость подвижности носителей заряд в полупроводниках.

6. Температурная зависимость электропроводности в полупроводниках.
7. Определение энергии активации примеси по температурной зависимости электросопротивления.
8. Основные факторы, ограничивающие точность измерения.

## 2.7 Литература

1. П.С. Киреев. Физик полупроводников. М.: Высшая школа, 1975.
2. В.В. Горбачев, Л.Г. Спицина. Физика полупроводников и металлов. М.: Высшая школа, гл. 3, 1986 г.
3. Л.П. Павлов. Методы определения основных параметров полупроводниковых материалов. М.: Высшая школа, 1975 г.

# Лабораторная работа №3

Определение подвижности основных носителей заряда  
(4 часа)

## 3.1 Цель работы

Определение подвижности основных носителей заряда в полупроводнике и коэффициента Холла по измерениям эффекта холла.

## 3.2 Теоретическая часть

### 3.2.1 Возникновение поля Холла

Эффект Холла заключается в возникновении поперечного электрического поля в образце, через который протекает электрический ток, помещённом в магнитное поле, перпендикулярное направлению этого тока. Если в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  находится полупроводник n-типа, по которому течёт ток плотностью  $\vec{j}$ , то на электроны, движущиеся со скоростью  $\vec{v}$  будет действовать сила Лоренца, отклоняющая их в сторону. Таким образом, на одной из граней появится отрицательный заряд, а на другом начнут скапливаться нескомпенсированные доноры. В дырочном полупроводнике механизм останется тем же, но знаки зарядов и направление их движения изменятся (см. рисунок 3.1).

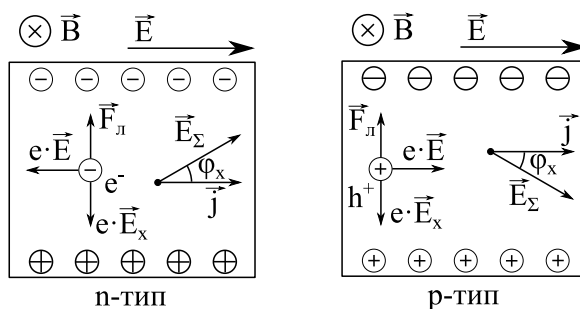


Рис. 3.1: Проявление эффекта Холла в образцах n- и p-типа проводимости.

Возникающие на гранях, параллельных течению тока и индукции магнитного поля, заряды, создают электрическое поле  $\vec{E}_x$ , стремящееся ком-



пенсировать отклонение зарядов под действием силы Лоренца. Суммарное поле  $\vec{E}_\Sigma$  будет направлено под углом  $\phi$  к току, направление которого не изменится. Напряжённость поля  $\vec{E}_x$  пропорциональна векторному произведению  $\vec{B}$  и  $\vec{j}$  с коэффициентом пропорциональности  $R_x$ .

$$\vec{E}_x = R_x [\vec{B} \times \vec{j}] \quad (3.1)$$

$R_x$  называется коэффициентом Холла, а  $\phi$  - углом Холла.

Как видно из рисунка 3.1, направление силы Лоренца не зависит от знака заряда, а значит по направлению поля Холла можно определить тип основных носителей заряда в полупроводнике. Коэффициент Холла отрицателен в полупроводнике n-типа, и положителен для p-типа.

### 3.2.2 Определение коэффициента Холла

Если все углы между  $\vec{B}$ ,  $\vec{j}$  и  $\vec{E}_x$  прямые, и не учитывается распределение электронов по скоростям, то (3.1) можно переписать как

$$E_x^y = \frac{1}{en} j^x B^z \quad (3.2)$$

где  $e$  - заряд электрона,  $n$  - концентрация свободных носителей заряда.

В таком случае  $R_x = \frac{1}{en}$ . Для учёта различия между полной скоростью электронов, входящей в выражение для силы Лоренца, и дрейфовой скоростью, которую электрон принимает под действием поля, а также распределения электронов по скоростям, решается кинетическое уравнение Больцмана. Точное решение приводит к необходимости введения коэффициента  $r_x = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2}$ , называемого холл-фактором,  $\tau$  - время релаксации при данном основном механизме рассеяния. В таком случае полное выражение для коэффициента Холла выглядит следующим образом:

$$R_x = \frac{r_x}{en} \quad (3.3)$$

Расчёты показывают, что для невырожденных полупроводников при рассеянии на акустических фононах  $r_x = \frac{3}{8}\pi$ , а при рассеянии на ионах примеси  $r_x = \frac{315}{512}\pi$ . Для вырожденных полупроводников и металлов величина  $r_x$  от доминирующего механизма рассеяния не зависит и равна единице. Для сильных магнитных полей ( $\mu B \gg 1$ ) коэффициент Холла не зависит от механизма рассеяния и степени вырождения, а определяется только концентрацией носителей заряда:  $R_x = \frac{1}{en}$ .

В случае смешанной проводимости и в материалах близких к собственным коэффициент Холла определяется следующим соотношением:

$$R_x = \frac{r_x}{e} \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} \quad (3.4)$$

В области примесной проводимости по коэффициенту Холла и электропроводности можно определить концентрацию основных носителей заряда, а по тангенсу угла Холла - их подвижность.

### 3.2.3 Методика измерения и описание установки

В ходе данной работы через образец, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, пропускается постоянный ток, и измеряется разность потенциалов, возникающая на холловских контактах (см. рисунок 3.2). В данном случае

$$\begin{aligned} V_x &= bE_x \\ V &= aE \\ I &= bdj \end{aligned} \quad (3.5)$$

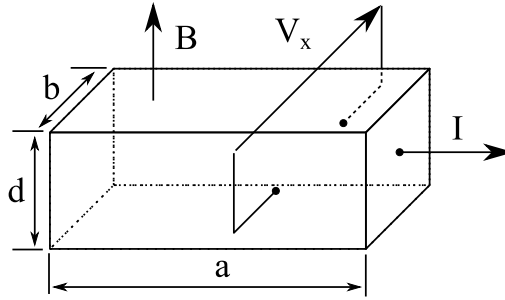


Рис. 3.2: Линейные размеры образца и расположение основных векторов

Эти формулы можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} V_x &= -\frac{R_x IB}{d} \\ V &= \frac{I a}{\sigma bd} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Угол между направлением электрического поля в образце и полем Холла называется углом Холла и определяется как:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{E_x}{E} = \frac{a V_x}{b V} \quad (3.7)$$

Измерив падение напряжения в продольном и поперечном направлении, а также индукцию магнитного поля, можно рассчитать основные характеристики образца:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{a I}{bd V} \\ R_x &= d \frac{V_x}{I} \frac{1}{B} \\ \mu_x &= \frac{a V_x}{b V} \frac{1}{B} \end{aligned} \quad (3.8)$$

На точность измерения эффекта Холла влияет геометрия образца. Поперечное напряжение можно считать равным ЭДС Холла только при отношении длины образца к ширине не менее 3 : 1.

Для измерения коэффициента Холла применяется стандартный метод постоянного тока и постоянного магнитного поля. Уменьшение вклада паразитных эффектов производится усреднением результатов измерения при разных направлениях тока и индукции. Пусть

$$\begin{aligned}
 V_{I+B+} &= V_x + V_{асм} + V_{мр} + V_{ТЭДС} + V_{Э} + V_{НЭ} + V_{ПНЭ} + V_{РЛ} + V_{ПРЛ} \\
 V_{I-B+} &= -V_x - V_{асм} - V_{мр} + V_{ТЭДС} - V_{Э} + V_{НЭ} - V_{ПНЭ} + V_{РЛ} - V_{ПРЛ} \\
 V_{I-B-} &= V_x - V_{асм} - V_{мр} + V_{ТЭДС} + V_{Э} - V_{НЭ} + V_{ПНЭ} - V_{РЛ} + V_{ПРЛ} \\
 V_{I+B-} &= -V_x + V_{асм} + V_{мр} + V_{ТЭДС} - V_{Э} - V_{НЭ} - V_{ПНЭ} - V_{РЛ} - V_{ПРЛ}
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

$V_x$  - напряжение Холла.

$V_{асм}$  - напряжение асимметрии, возникающее, если холловские контакты находятся не на эквипотенциальных поверхностях. Знак не зависит от направления магнитного поля, но меняется вместе с направлением электрического поля.

$V_{мр}$  - магниторезистивный эффект, меняющий напряжение асимметрии. Знак зависит от направления тока.

$V_{ТЭДС}$  - термоэлектрический эффект, возникает между контактами при наличии градиента температур, одним из источников которого может быть неравномерность нагрева неоднородного образца. Зависит только от знака градиента температуры.

$V_{Э}$  - поперечный гальвано-термомагнитный эффект Эттинсгаузена, возникающий из-за наличия определённого распределения носителей по скоростям. Под действием магнитного поля быстрые горячие электроны отклоняются сильнее медленных холодных, из-за чего возникает поперечный градиент температур и связанная с ними термоЭДС. Знак зависит от направления тока, направления магнитного поля и знака носителей заряда.

$V_{НЭ}$  - поперечный термогальваномагнитный эффект Нернста-Эттинсгаузена, возникает из-за наличия продольного градиента температур. Энергия электронов, движущихся от горячего конца к холодному больше энергии в обратном потоке, эти потоки отклоняются в магнитном поле в разные стороны, возникает ток в поперечном направлении, который компенсируется током за счет ЭДС Нернста-Эттинсгаузена. Знак зависит от направления магнитного поля.

$V_{ПНЭ}$  - электротермически эффект Пельтье, приводящий к термогальваномагнитному эффекту Нернста-Эттинсгаузена, наблюдается если причиной возникновения градиента температур является эффект Пельтье вблизи омических контактов. Знак зависит от направления тока и магнитного поля.

$V_{РЛ}$  - термомагнитный эффект Риги-Ледюка, поперечная термоЭДС, возникающая из-за продольного градиента температур. Знак зависит от направления магнитного поля.

$V_{ПРЛ}$  - эффект Пельтье, приводящий к возникновению продольного градиент температур и, как следствие, к термоЭДС Риги-Ледюка. Знак зависит от направления тока и направления магнитного поля.

Усреднённое напряжение на холловских контактах рассчитывается по

формуле:

$$\bar{V}_x = \frac{V_{I^+B^+} - V_{I^-B^+} + V_{I^-B^-} - V_{I^+B^-}}{4} = V_x + V_{\mathcal{E}} + V_{\text{ПНЭ}} + V_{\text{ПРЛ}} \quad (3.10)$$

Вкладом эффектов Пельтье-нёрнста-Эттинсгаузена и Пельтье-Риги-Ледюка во многих материалах, особенно высокоомных, можно пренебречь.

Если оборудование позволяет изменять только направление магнитного поля, среднюю величину рассчитывают по разности измеренных значений при разной полярности магнитного поля:

$$\bar{V}_x = \frac{V_{I^+B^+} - V_{I^+B^-}}{2} = V_x + V_{\mathcal{E}} + V_{\text{НЭ}} + V_{\text{ПНЭ}} + V_{\text{РЛ}} + V_{\text{ПРЛ}} \quad (3.11)$$

В ходе работы через образец, помещённый между полюсами магнита, пропускается ток и снимается разность потенциалов между токовыми и холловскими выводами. Полученные данные считываются встроенными в лабораторный стенд АЦП и обрабатываются микроконтроллером, после чего передаются на компьютер. Значение магнитной индукции в диапазонах, используемых в данной работе, линейно зависит от тока через катушку. Блок-схема прибора приведена на рисунке 3.3. Все указанные на схеме вольтметры встроены в лабораторный стенд и отображаются в рабочей области программы. Приборы активируются щелчком мыши по соответствующему значку.

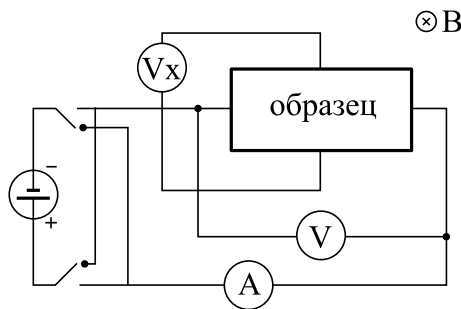


Рис. 3.3: Линейные размеры образца и расположение основных векторов

### 3.3 Порядок проведения работы и указания по технике безопасности

1. Запустить прибор и программу для измерения эффекта Холла.
2. Выбрать схему измерения №1, активировать все блоки устройства.
3. Установить значение тока через образец равным 1 мА.
4. Провести серию измерений напряжения на образце  $V$  и напряжения Холла  $V_x$  изменяя индукцию магнитного поля от -150 до 150 мТл.
5. Повторить измерения при токе через образец равном 2 мА.

Электрический ток в схеме не превышает 10 мА. При выполнении работы действует стандартная техника безопасности при работе с компьютером.

### 3.4 Обработка результатов эксперимента

1. Результаты измерений занести в таблицу. Значения для положительных и отрицательных величин индукции магнитного поля вносятся в одну строку с указанием полярности.
2. Определить тангенс угла Холла из соотношения (3.7).
3. Определить тип и подвижность основных носителей заряда, пользуясь выражением (3.8).
4. Из графика зависимости  $V_x(B)$  используя (3.8) найти коэффициент Холла, считая основным механизмом рассеяние на ионах примеси.
5. Определить погрешность измерения.

Таблица 3.1: Измерение величины эффекта Холла

№	I	B	$V_{B+}$	$V_{B-}$	$\bar{V}$	$R_x$
	мА	мТл	В	В	В	$\text{см}^{-3}\text{Кл}^{-1}$

### 3.5 Контрольные вопросы

1. Каков механизм возникновения эффекта Холла?
2. Какие электрофизические свойства полупроводников можно исследовать с помощью эффекта Холла?
3. Как связаны коэффициенты Холла и концентрация носителей заряда в случае примесной и собственной проводимости?
4. Отклонение электронов и дырок под действием силы Лоренца.
5. Критерии слабых и сильных электрических и магнитных полей.
6. Дрейфовая и холловская подвижность свободных носителей заряда.
7. Определение Холл-фактора, его зависимость от степени вырождения и механизма рассеяния в полупроводнике.
8. Природа возникновения паразитных ЭДС, возникающих при исследовании эффекта Холла.
9. Как определить доминирующий механизм рассеяния носителей заряда?
10. Эффект Холла в полупроводнике со смешанным типом носителей заряда.

### 3.6 Литература

1. П.С. Киреев. Физик полупроводников. М.: Высшая школа, 1975.
2. Шалимова К.В. Физика полупроводников. СПб.: Лань 2011. 416 с.
3. Абрамов В.Б., Аверин И.А., Карпанин О.В. и др. Исследование свойств полупроводников методом эффекта Холла. Методические указания. Пенза. ПГУ. 2010.

# Лабораторная работа №4

Определение времени жизни неосновных носителей заряда по спаду фотопроводимости  
(4 часа)

## 4.1 Цель работы

Определение рекомбинационного времени жизни в непрямозонных полупроводниках по спаду фотопроводимости бесконтактным СВЧ методом, выделение объёмной и поверхностной рекомбинации.

## 4.2 Теоретическая часть

### 4.2.1 Генерация и рекомбинация

При освещении полупроводника светом с энергией, превышающей ширину запрещённой зоны, или при протекании тока через неоднородный полупроводник, в нём могут появляться неравновесные или избыточные носители заряда. По аналогии с равновесной концентрацией носителей, имеющей место в стационарном состоянии, концентрация в данном случае носит название неравновесной. Её можно записать как:

$$n = n_0 + \Delta n \quad (4.1)$$

где  $n_0$  - равновесная концентрация,  $\Delta n$  - концентрация избыточных носителей заряда.

Изменение концентрации под освещением называется оптической генерацией. Если концентрация избыточных носителей мала по сравнению с равновесной, говорят о низком уровне генерации (или низком уровне инжекции, если речь идёт об инжекции носителей из контакта). Уровень генерации можно рассчитать по закону Бугера-Ламберта. Для света интенсивности  $I$  и образца с толщиной, превышающей величину  $\frac{1}{\alpha}$ , где  $\alpha$  - коэффициент поглощения света, можно записать:

$$G(x) = -\frac{dI(x)}{dx} = \alpha I(x) = I_0(1 - R) \exp(-\alpha x) \quad (4.2)$$

где  $R$  - коэффициент отражения.

Для тонких образцов стоит учитывать многократное отражение:

$$G(x) = I_0 \frac{1 - R}{1 - R^2 \exp(-2\alpha d)} \exp(-\alpha x) \quad (4.3)$$

Процесс исчезновения пары избыточных носителей при взаимодействии называется рекомбинацией.

Рекомбинация в объёме полупроводника может протекать по трём основным механизмам.

1. Межзонная рекомбинация - это переход электронов из зоны проводимости в валентную зону. Такой переход сопровождается испусканием энергии, которая в прямозонных полупроводниках излучается в виде света. Поэтому такую рекомбинацию называют излучательной. В непрямозонных материалах, таких как кремний и германий, излучательная рекомбинация не наблюдается, а коэффициент межзонной рекомбинации очень мал.
2. Рекомбинация через локальные центры или рекомбинация Шоккли-Рида-Холла - это процесс, при котором электроны переходят из зоны проводимости на разрешённые уровни в запрещённой зоне (их роль обычно играют атомы примеси и дефекты решётки), а уже с них - в валентную зону.
3. Оже-рекомбинация - это процесс, при котором электрон, переходя в валентную зону, отдаёт часть своей энергии другому электрону в зоне проводимости, благодаря чему тот переходит на более высокий уровень внутри зоны.

Для монокристаллического кремния доминирующим механизмом является рекомбинация Шоккли-Рида-Холла.

Рассмотрим полупроводник n-типа. При низком уровне инжекции один и тот же примесный центр будет либо заполнен электронами (в электронном материале, либо дырками (в дырочном материале). Тогда при рекомбинации пары в n-типе сначала должна быть захвачена дырка из валентной зоны (электрон с центра уходит в валентную зону), затем на это место захватывается электрон из зоны проводимости. Время жизни определяется скоростью захвата дырки на примесный центр, то есть, временем жизни дырки. Поэтому в случае малого уровня инжекции говорят о времени жизни неосновных носителей заряда, хотя оно по-прежнему характеризует время жизни избыточной электронно-дырочной пары.

Скорость генерации и рекомбинации носителей характеризуется приращением концентрации в единицу времени. Процесс изменения концентрации со временем описывается уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \frac{1}{e} \operatorname{div} j \quad (4.4)$$

В стационарном состоянии при отсутствии градиента концентрации тепловая генерация и рекомбинация полностью уравновешивают друг друга:  $G_0 = R_0$ . В то же время изменение внешних условий приводит к изменению уровня генерации:  $G = G_0 + \Delta G$ . При этом изменяется концентрация избыточных носителей  $n = n_0 + \Delta n$ . Рекомбинация, как в равновесном, так и в неравновесном случае характеризуется одинаковой величиной  $\omega$ , равной



вероятности рекомбинации одного носителя за единицу времени. Полное число носителей, прорекомбинировавших за единицу времени, таким образом, составит  $R = \omega n$ . Вероятность имеет размерность обратного времени, поэтому можно ввести характерную величину, называемую временем жизни  $\tau = \frac{1}{\omega}$ . Тогда

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n = G_0 + \Delta G - \frac{n_0 + \Delta n}{\tau} = \Delta G - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (4.5)$$

Если величина  $\tau$  не зависит от концентрации носителей, то есть, не меняется со временем, то она численно равно времени, за которое избыточная концентрация неравновесных носителей спадает в  $e$  раз ( $e = 2.72$ ):

$$\Delta n(t) = \Delta n_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (4.6)$$

что является точным решением дифференциального уравнения (4.5) при условии  $\Delta G = 0$ .

В общем случае  $\tau$  может зависеть от величины избыточной концентрации или уровня инжекции. В таком случае из (4.5) выводится понятие мгновенного времени жизни, которое есть отношение избыточной концентрации неравновесных носителей к скорости изменения этой концентрации из-за рекомбинации в объеме:

$$\tau = -\frac{\Delta n}{\partial n / \partial t} \quad (4.7)$$

В одном образце рекомбинация может протекать через различные механизмы, каждый из которых характеризуется своей вероятностью  $\omega_i$ . В таком случае общая вероятность рекомбинации одной частицы равна сумме вероятностей для каждого механизма:

$$\omega = \sum_i \omega_i \rightarrow \frac{1}{\tau} = \sum_i \frac{1}{\tau_i} \quad (4.8)$$

Если  $\tau$  не зависит от концентрации, его можно определить по спаду фотопроводимости, то есть, по изменению со временем добавочной части электропроводности, возникающей при облучении образца светом. Стандарт ГОСТ рекомендует для этого определять время, за которое избыточная фотопроводимость спадает в  $e$  раз после выключения освещения. Также существуют стационарные методы измерения времени жизни, в которых  $\tau$  можно определить по абсолютной величине фотопроводимости, если известна скорость генерации:  $\tau = \frac{\Delta \sigma_{max}}{eG\mu}$ .

#### 4.2.2 Скорость поверхностной рекомбинации и эффективное время жизни

В идеальном случае сигнал релаксации неравновесной концентрации носителей заряда описывается экспоненциальной функцией с параметром  $\tau$ . Однако образцы для измерения имеют конечные размеры. Через поверхностные состояния идут дополнительные к объемным процессы рекомбинации, что уменьшает величину измеряемого или эффективного времени жизни  $\tau_{eff}$  и искажает форму релаксационной кривой. Рекомбинация на

поверхности характеризуется скоростью поверхностной рекомбинации  $S$ , которая зависит от обработки поверхности. Для пассивированных пластин монокристаллического кремния эта скорость не превышает десятков см/с, для шлифованных образцов может превышать десятки тысяч см/с. Учёт поверхностной рекомбинации позволяет записать граничные условия для образца толщиной  $2a$  как:

$$D_p \frac{\partial n}{\partial x} = \pm s \Delta n \quad (4.9)$$

Для описания релаксационной кривой необходимо решать уравнение непрерывности (4.5) при отсутствии генерации в объёме, но с учётом потока зарядов. Пусть пластина имеет п-тип проводимости. Будем считать, что центры прилипания отсутствуют, а уровень генерации низкий. Избыточные носители созданы импульсом света. Тогда уравнение непрерывности в одномерном случае будет иметь вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau} + \mu_p E \frac{\partial n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad (4.10)$$

где  $D_p$  - коэффициент диффузии дырок,  $E$  - поле, возникающее из-за градиента заряда.

Считая внутреннее поле  $E$  малым, решение уравнения (4.10) можно записать как

$$\Delta n(x, t) = G \cos(Ax) \exp \left( -t \left[ \frac{1}{\tau_p} + D_p \frac{\xi^2}{a^2} \right] \right) \quad (4.11)$$

где  $\xi$  - корень трансцендентного уравнения  $\frac{D_p}{aS} \xi = \operatorname{ctg} \xi$ .

Трансцендентное уравнение, определяющее  $\xi$  имеет первое решение в интервале  $(0, \frac{\pi}{2})$ , второе решение - в интервале  $(\pi, \frac{3\pi}{2})$  и т.д. При этом существует два точных решения этого уравнения в области  $(0, \frac{\pi}{2})$ , расположенных в крайних точках. Если  $S \rightarrow 0$  то  $\xi_1 \rightarrow 0$ , а если  $S \rightarrow \infty$  то  $\xi_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ . Первый случай реализуется при измерении тонких (менее 100 мкм) пластин. В этом случае

$$\frac{1}{\tau_{eff}} = \frac{1}{\tau} + \frac{2S}{d} \quad (4.12)$$

Второй случай реализуется в образцах с непассивированной поверхностью

$$\frac{1}{\tau_{eff}} = \frac{1}{\tau} + \frac{\pi^2 D}{d^2} \quad (4.13)$$

В общем случае для расчёта времени жизни можно использовать сумму этих двух решений:

$$\frac{1}{\tau_{eff}} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\frac{d^2}{\pi^2 D} + \frac{d}{2S}} \quad (4.14)$$

## 4.3 Методика измерения и описание установки

Работа происходит в два этапа. На первом измеряется эффективное время жизни на установке, реализующей бесконтактный СВЧ метод. На втором проводится моделирование релаксационной кривой для определения скорости поверхностной рекомбинации.

### 4.3.1 Работа с лабораторной установкой

Схема установки для измерения времени жизни бесконтактным СВЧ методом по спаду фотопроводимости приведена на рисунке 4.1.

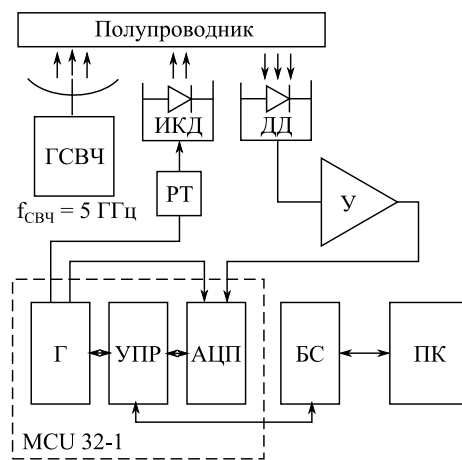


Рис. 4.1: Схема установки

Генератор СВЧ излучения ГСВЧ создаёт в волноводе стоячую волну. Частота излучения 2.5 ГГц. Через кольцевой зазор в волноводе часть излучения выходит наружу и поглощается в полупроводнике. Величина поглощённой СВЧ мощности пропорциональна концентрации свободных носителей заряда. Данные об интенсивности СВЧ излучения снимаются детекторным СВЧ диодом ДД, усиливаются и отправляются в микроконтроллер.

При освещении полупроводника монохроматическим светом при помощи инфракрасного светодиода ИКД концентрация свободных носителей увеличивается. Длина волны светодиода 1.06 мкм. Прибор снимает изменение концентрации и выводит результат на экран компьютера. Длительность импульса задаётся программно. Запуск измерения производится кнопкой «Измерить», файл с результатами сохраняется в памяти устройства.

Зная, что концентрация избыточных носителей изменяется по закону  $\delta n(t) = \Delta n_0 \exp(-\frac{t}{\tau})$ , постоянную  $\tau$  можно получить, построив график зависимости  $\ln n(t)$ . Котангенс угла наклона такого графика будет равен времени жизни.

Влияние поверхностной рекомбинации приводит к искажениям релаксационной кривой в начальной области. Стандарт SEMI MF-1535 рекомендует измерять время жизни по участку от 45% до 5% от максимального уровня выходного сигнала. Предел 5% ограничивает уровень шума.

### 4.3.2 Работа с программой моделирования релаксационной кривой

Постоянная спада фотопроводимости зависит не только от свойств материала, из которого сделан образец, но и от состояния поверхности. В первом приближении формула (4.14) даёт близкую оценку величины рекомбинационного времени жизни в объёме полупроводника и скорости поверхностной рекомбинации. Для более точного анализа численными методами решается уравнение непрерывности. Программа рассчитывает время жизни в объёме, исходя из данных о концентрации центров рекомбинации, затем строит профиль статического распределения носителей при данном уровне освещения. Затем рассчитывает скорость изменения электропроводности, анализируя изменение концентрации при рекомбинации носителей. После этого рассчитывает время жизни по тангенсу угла наклона логарифма кривой спада фотопроводимости и выводит на экран полученное значение эффективного времени жизни с учётом рекомбинации на поверхности. Данные о скорости поверхностной рекомбинации, толщине образца, типе проводимости, концентрации глубоких центров и длине волны засвечивающего светодиода вводятся вручную.

В ходе работы требуется подобрать такое соотношение между концентрацией глубоких центров и скорости поверхностной рекомбинации, чтобы при данной толщине образца эффективное время жизни совпадало с результатами измерения, а релаксационная кривая, полученная численными методами, была максимально похожа на полученную в ходе измерения.

## 4.4 Порядок проведения работы и указания по технике безопасности

1. Включить компьютер и установку АПК «Тауметр», запустить программу для измерения времени жизни неравновесных носителей заряда.
2. Поместить образец на предметный стол установки, так чтобы образец полностью закрывал кольцевой зазор.
3. Выбрать шаг по времени так, чтобы релаксационная кривая к концу измерения интервала выходила на насыщение. Время измерения составляет 1000 шагов. Для уменьшения погрешностей проводят серию измерений с одинаковыми параметрами.
4. Выбрать ток засветки так, чтобы уровень инжекции оставался низким. Для этого сравниваются результаты измерения при разных токах лазера, и если значения отличаются более чем на 30%, ток необходимо уменьшить по меньшей мере вдвое.
5. Расчет эффективного времени жизни производится автоматически. Нулевая точка выбирается как среднее значение последних десяти измерений, максимальная – через два шага после выключения подсветки. В окне «ГОСТ» появляется значение времени, равное моменту времени, в который максимальное значение сигнала уменьшается в

2,7 раз. В окне «ASTM» появляется значение котангенса угла наклона логарифма релаксационной кривой на участке от 45 до 5% первоначальной интенсивности.

6. Записать результаты измерения в файл для последующей обработки.
7. Запустить программу для расчёта времени жизни.
8. Ввести толщину образца, тип проводимости, длин волны засвечивающего лазера. Сделать предположение о концентрации глубоких уровней  $N_t$  (величина, обратно пропорциональная времени жизни в объёме полупроводника).
9. Ввести скорость поверхностной рекомбинации, исходя из предположений о пассивации образца.
10. Рассчитать профиль статического распределения, затем запустить расчёт спада фотопроводимости и расчёт времени жизни (ASTM).
11. Сохранить в файл результаты моделирования.

Электрический ток в схеме не превышает 300 мА. При выполнении работы действует стандартная техника безопасности при работе с компьютером.

## 4.5 Обработка результатов эксперимента

1. Из результатов измерения выделить кривую спада фотопроводимости.
2. Меняя концентрацию глубокой примеси в образце при моделировании, построить график зависимости эффективного времени жизни от времени жизни в объёме образца для данной толщины.
3. По полученным данным определить величину времени жизни в объёме полупроводника.
4. Определить погрешность измерения времени жизни неравновесных носителей заряда.
5. Сравнить результаты измерения с формулой (4.14). Сделать выводы о применимости формулы для образцов данной толщины.

## 4.6 Контрольные вопросы

1. Определение времени жизни неравновесных носителей заряда и диффузионной длины неравновесных носителей заряда.
2. Зависимость времени жизни и диффузионной длины неосновных носителей заряда от параметров материала.
3. Центры рекомбинации и прилипания неравновесных носителей заряда.
4. Диффузия и дрейф носителей в полупроводнике.

5. Нестационарные методы измерения времени жизни.
6. Влияние поверхностной рекомбинации на время жизни неравновесных носителей заряда.
7. Соотношение Эйнштейна для определения коэффициента диффузии свободных носителей заряда.
8. Влияние центров прилипания на результаты измерения времени жизни неравновесных носителей заряда.
9. Основные механизмы рекомбинации в полупроводниках.
10. Основные механизмы генерации в полупроводниках.

## 4.7 Литература

1. В.В. Батавин, Ю.А. Концевой, Ю.В. Федорович. Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур. М.: Радио и связь, 1985 г.
2. Л.П. Павлов. Методы определения основных параметров полупроводниковых материалов. М.: Высшая школа, 1975 г.
3. Шалимова К.В. Физика полупроводников. СПб.: Лань 2011.

# Лабораторная работа №5

Исследование магнетосопротивления полупроводников  
(4 часа)

## 5.1 Цель работы

Измерение изменения сопротивления полупроводников в магнитном поле, определение дрейфовой подвижности носителей заряда.

## 5.2 Теоретическая часть

### 5.2.1 Увеличение электросопротивления полупроводника в магнитном поле

Эффект магнетосопротивления заключается в изменении электросопротивления образца при наложении магнитного поля. Причиной возникновения этого эффекта является искривление траектории движения носителей заряда в скрещенных магнитном и электрическом полях.

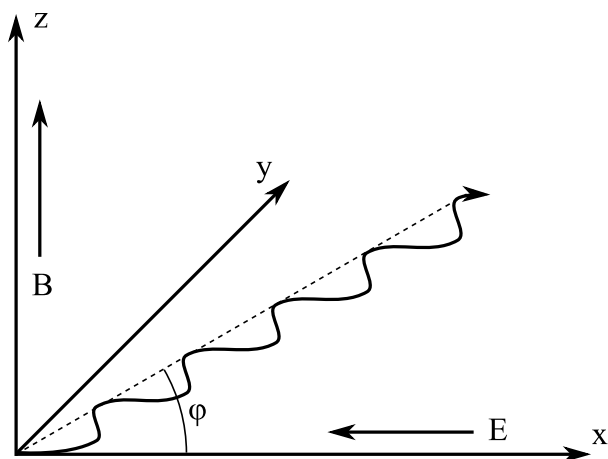


Рис. 5.1: Траектория электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях внутри неограниченного полупроводника

На движущийся заряд в магнитном поле действует сила Лоренца, которая направлена перпендикулярно дрейфовой скорости электронов  $\vec{V}_d$  и

вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ . В полупроводнике заряд не может двигаться сколь угодно долго вдоль идеальной траектории, так как испытывает периодические столкновения с дефектами кристаллической решётки. При столкновении теряется энергия и, следовательно, скорость. Таким образом, носители заряда в кристалле двигаются по отрезкам циклоиды (см. рисунок 5.1), при этом среднее направление их движения составляет с направлением поля  $\vec{E}$  некоторый угол  $\phi$ , называемый углом Холла. Величина угла Холла определяется соотношением между дрейфовой подвижностью носителей  $\mu_d$  и индукцией магнитного поля:

$$\operatorname{tg} \phi = \mu_d B \quad (5.1)$$

Из-за того, что частица движется не по прямой, за время свободного пробега она проходит вдоль поля расстояние меньшее, чем длина свободного пробега  $l_0$ :

$$l_x = l_0 \cos \phi \quad (5.2)$$

В слабых магнитных полях при малом значении угла Холла

$$l_x = l_0 \left(1 - \frac{\phi^2}{2}\right) = l_0 \left(1 - \frac{\mu_d^2 B^2}{2}\right) \quad (5.3)$$

Уменьшение пути  $l_x$  эквивалентно уменьшению проводимости проводника:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{\rho_B - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\sigma_0 - \sigma_B}{\sigma_B} = \frac{l_0 - l_x}{l_x} \approx \frac{\mu_d^2 B^2}{2} \quad (5.4)$$

Изменение электросопротивления полупроводника пропорционально квадрату индукции магнитного поля, при этом коэффициент пропорциональности определяется величиной дрейфовой подвижности.

### 5.2.2 Величина магнетосопротивления в ограниченном полупроводнике

Рассмотрим полупроводник в виде длинного однородного стержня (рис. 5.2). Под действием электрического поля  $\vec{E}$  электроны движутся вдоль оси  $x$ . Со стороны магнитного поля  $\vec{B} \perp \vec{E}$  на электроны действует сила Лоренца, направленная вдоль оси  $z$ . Двигаясь под действием силы Лоренца электроны скапливаются на одной из граней, заряжая её отрицательно. На противоположной грани образцется положительный заряд нескомпенсированных ионов примеси. В результате возникает поперечная ЭДС Холла, препятствующая дальнейшему разделению зарядов. Накопление зарядов будет продолжаться до тех пор, пока поле Холла не скомпенсирует отклоняющее действие магнитного поля:

$$e \vec{E} = -e \left[ \vec{V}_d \times \vec{B} \right] \quad (5.5)$$

Если бы все электроны в кристалле имели одинаковые скорости, то они двигались бы прямолинейно вдоль оси  $Ox$ , так как кулоновская сила создаваемая полем Холла уравнивается силой Лоренца. Однако в полупроводнике всегда имеет место некоторое распределение электронов по



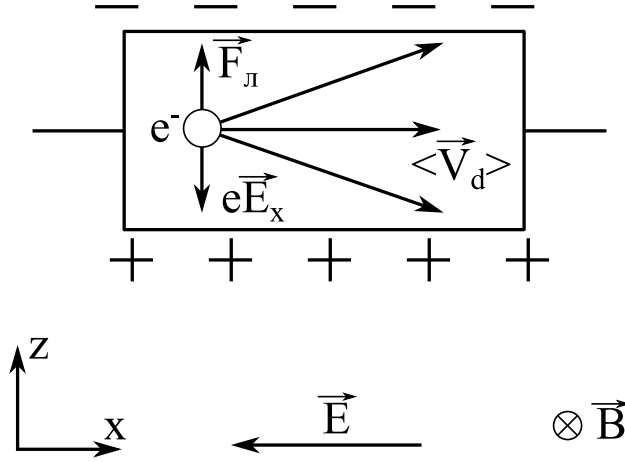


Рис. 5.2: Направления движения электронов в ограниченном образце в скрещенных электрическом и магнитном полях

скоростям, обусловленное вероятностным характером рассеяния носителей. Из-за этого электроны, обладающие скоростью ниже средней будут отклоняться к одной грани образца под действием нескомпенсированного поля Холла, а обладающие более высокой скоростью - к другой, под действием нескомпенсированной силы Лоренца. При этом поток электронов в направлении приложенного поля уменьшается, что приводит к уменьшению электропроводности. За счёт того, что продольная скорость уменьшается только для электронов со скоростями, далёкими от средней, увеличение электропроводности будет менее заметным, нежели в неограниченном образце. В вырожденных полупроводниках и металлах в проводимости участвуют прежде всего электроны, находящиеся вблизи уровня Ферми и обладающие поэтому практически одинаковыми скоростями, поэтому эффект Холла в них будет замечен гораздо меньше, чем в невырожденных полупроводниках.

Более строгий вывод эффекта магнетосопротивления может быть проведён на основе решения кинетического уравнения Больцмана. Решением являются выражения для электропроводности в присутствии магнитного поля

$$\sigma_B = en \left\langle \frac{\mu}{1 + \mu^2 B^2} \right\rangle \quad (5.6)$$

В области слабых магнитных полей ( $\mu B \ll 1$ )

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{\langle \mu^3 \rangle}{\langle \mu \rangle} B^2 = \frac{\langle \mu^3 \rangle}{\langle \mu \rangle^3} \mu_d^2 B^2 = \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^3} \mu_d^2 B^2 = C \mu_d^2 B^2 \quad (5.7)$$

Величина  $C$  характеризует разброс носителей по скоростям и определяется доминирующим механизмом рассеяния.

В сильном магнитном поле ( $\mu B \gg 1$ )

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{\langle \mu \rangle}{\langle \mu^{-1} \rangle} B^2 = \frac{1}{\langle \mu \rangle \langle \mu^{-1} \rangle} \mu_d^2 B^2 = \frac{1}{\langle \tau \rangle \langle \tau^{-1} \rangle} \mu_d^2 B^2 \quad (5.8)$$

для ограниченного полупроводника с одним типом носителей, имеющего форму бесконечно длинного стержня, в области слабых магнитных полей ( $\mu B \ll 1$ ) можно считать, что

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = [C - A^2]\mu_a^2 B^2 \quad (5.9)$$

где  $C = \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^3}$ ,  $A = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2}$  - холл-фактор.

### 5.2.3 Диск Корбино

Удобной моделью неограниченного образца является диск Корбино - образец, выполненный в форме диска с отверстием в центре (рис. ??). Токовые контакты в таком образце расположены в центральном отверстии и по периферии диска, а магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости диска. Линии тока направлены от центра к краям по радиусу. Под действием магнитного поля линии тока в образце искривляются, но поперечное к электрическому полю Холла не возникает, так как не происходит разделения зарядов в образце.