

# FIRST ORDER LOGIC

## PENDAHULUAN

- Sejauh ini sudah dibahas tentang pernyataan dan rumusan pernyataan dengan simbol  $p, q, r, \dots$   
Hal seperti itu konsentrasinya lebih pada pernyataan majemuk, bukan pada pernyataan sederhana (atomik).
- Ada kemungkinan untuk mengekspresikan kenyataan bahwa dua pernyataan atau lebih mempunyai **sifat-sifat kebersamaan**.

Untuk itu dikenalkan konsep *predikat* pada pernyataan sederhana, Logika yang berdasarkan analisis predikat pada suatu pernyataan disebut *Logika Predikat*

*Contoh 1:*

1. Joko adalah seorang mahasiswa
2. Slamet adalah seorang mahasiswa

Dua pernyataan tersebut diperlukan dua Simbol yang berbeda, misalkan  $p$  dan  $q$

Yaitu :

p : Joko adalah seorang mahasiswa

q : Slamet adalah seorang mahasiswa

Simbol p dan q tidak menunjukkan sifat kebersamaan, padahal kedua pernyataan itu mempunyai *sifat kebersamaan*, yaitu *adalah seorang mahasiswa*

Untuk itu diperlukan suatu simbol yang menunjukkan sifat kebersamaan kalimat yang disebut *predikat*

Jadi kata *adalah seorang mahasiswa* disebut *predikat*

Telah diketahui bahwa unit dasar dari Logika Proposisional adalah pernyataan logis seperti :

Baju ini berwarna merah  
Bumi adalah bulat

Kita tidak dapat memperoleh objek yang lebih rendah atau lebih tinggi dari berwarna merah, misal berwarna putih, biru dll

demikian juga pada kalimat Bumi adalah bulat,

Misal kalimat :

“setiap manusia adalah makhluk hidup”,

“karena Sito adalah manusia, maka Sito makhluk hidup “

Jika ditulis dalam formula proposisional diperoleh :

p : Setiap manusia adalah makhluk hidup

q : Sito adalah manusia

r : Sito adalah makhluk hidup

Berdasarkan kerangka logika proposisional , r bukan konsekuensi logis dari p dan q, karena mereka saling berdiri sendiri

Pernyataan :

*“setiap manusia adalah makhluk hidup”*

Mengandung pernyataan **himpunan** manusia, dimana individu merupakan elemen dari himpunan manusia, misal Budi, Yanti, Dito dll

Pernyataan :

*“Sito adalah manusia”*

Merupakan *anggota* dari **himpunan manusia**, Jika ingin dibuktikan kebenaran dari pernyataan :

“ setiap manusia adalah makhluk hidup”,

maka harus dibuktikan kebenarannya setiap anggota dalam himpunan manusia, dan ini tidaklah mungkin, karena manusia banyak



Logika Predikat merupakan logika proposisi yang diperluas dengan tiga komponen, yaitu : *term (suku)*, *predikat (predicate)*, dan *kuantor (quantifier)*

Misal :  $x > 4$

Pernyataan : “  $x$  lebih besar dari 4 ” terdiri dari 2 bagian :

1. Variabel  $x$  sebagai subjek pernyataan
2. Lebih besar dari 4 sebagai predikat yg menyatakan kriteria T or F dari subjek

Jika Pernyataan :

“  $x$  lebih besar dari 4 ”

kita tulis dengan  $P(x)$  dimana  $P$  melambangkan Predikat lebih besar dari 4 dan  $x$  adalah variabel.

$P(x)$  disebut juga sebagai nilai dari fungsi proposisi  $P$  pada  $x$ , artinya untuk nilai  $x$  yang diberikan, maka  $P(x)$  mempunyai nilai kebenaran T or F

Penulisan seperti itu dikenal dengan Bahasa Order Pertama yang dibangun dari :

1. Variabel
2. Simbol tetapan
3. Simbol fungsi
4. Predikat

bicara tentang FoL, maka terdiri atas objek-objek dalam pernyataan yang dibicarakan dikenal Dengan *Univers of Discourse (UoD)*

Variabel :

dalam Bahasa Order Pertama menjangkau seluruh semesta pembicaraan (*univers of discourse*)

Simbol Tetap :

Merupakan simbol satu anggota yang berbeda dari *univers of discourse*

Simbol Fungsi :

Merupakan fungsi pada *univers of discourse*, Bisa  $f(x)$ ,  $f(x,y)$  dll

## Predikat :

Suatu relasi yang dipandang sebagai fungsi yang mengantarkan sebuah nilai T atau F argumennya adalah term (suku)

Predikat dapat digunakan untuk menulis *formula logis* dimana objek adalah anggota dari suatu UoD

Misal :

$Kaya(orang) \Rightarrow dpt\ membeli(orang,objek)$

Misal :

$(besar(objek) \wedge padat(objek)) \Rightarrow berat(objek)$

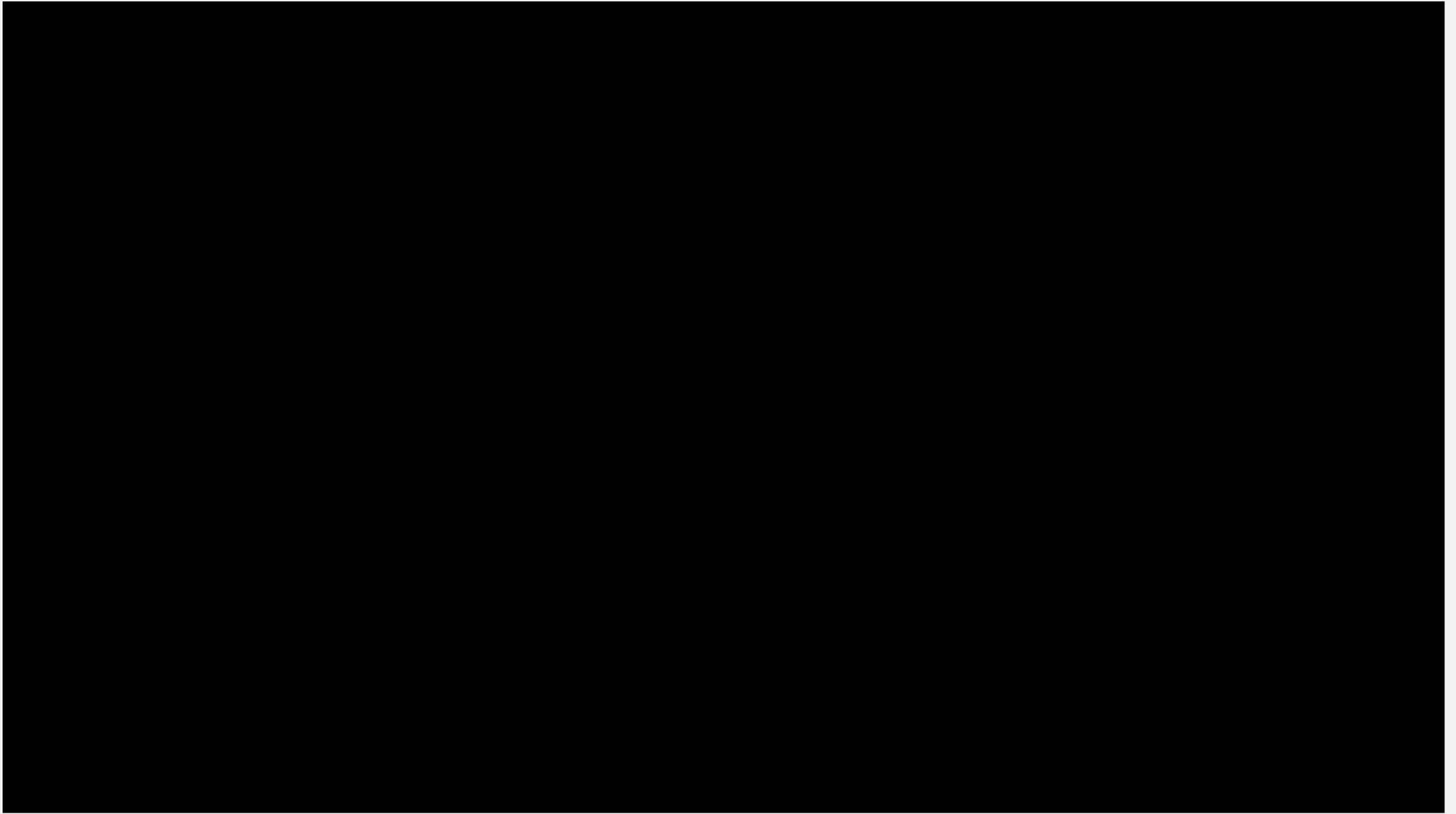
Dibaca : ?

$Genap(x) \Rightarrow faktor(2,x)$

Dibaca ?

$Pasport\_Indonesia(x) \Leftrightarrow lahir\_Indonesia(x) \wedge$   
 $pasport\_Indonesia(Orang\_Tua(x))$

Dibaca ?



## KUANTOR

- Misalkan ada pernyataan :
- *Semua manusia adalah makhluk hidup*
- *Budi adalah manusia*  
*Maka Budi adalah makhluk hidup*
- Jika diekspresikan dalam logika proposisi, maka didapat  
p  
q
- Maka r



Artinya jika suatu kalimat sudah diekspresikan dalam logika proposisional, maka tidak dapat lagi berbicara tentang keabsahan argumen, karena tidak bisa masuk ke lebih dalam lagi misalnya “manusia”, “Budi” dan “mahluk hidup” Tapi selesai sampai disitu.

Maka diperlukan ekspresi :

*“ semua A adalah B ”*

Sehingga didapat argumen :

*“semua A adalah B” atau*

*“semua A mempunyai properti B” atau*

*“semua objek dalam himpunan A mempunyai properti B”*

## CONTOH

- a) *Setiap integer mempunyai faktor prima*
- b) *Untuk setiap  $x$ , jika  $x$  adalah suatu integer maka  $x$  mempunyai faktor prima*
- c)  $\forall x.(\text{adalah integer}(x) \Rightarrow \text{punyai faktor prima}(x))$
- *adalah integer( $x$ ) = predikat yg menyajikan  $x$  adalah suatu integer*
- *punyai faktor prima( $x$ ) = predikat yg menyajikan  $x$  mempunyai faktor prima*
- Jika diartikan terdapat paling sedikit satu objek  $x$  sedemikian hingga predikat( $x$ ), maka disebut kuantor Eksistensial
- $\neg(\forall x.(\neg \text{Pred}(x)))$  menjadi  $\exists x.(\text{Pred}(x))$

## CONTOH

$$\forall x \exists y.(y = 2x)$$

- interpretasinya : untuk setiap  $x$  terdapat  $y$  yang nilainya 2 kali  $x$

## FIRST ORDER LOGIC

- Dalam komunikasi dengan komputer, maka diperlukan suatu ekspresi dari pernyataan sehari-hari menjadi ekspresi logis agar dapat dimengerti oleh bahasa pemrograman.

Jika diketahui FoL, maka untuk menentukan bahasa sehari-harinya ada beberapa langkah :

- 1) Terjemahkan formula dengan menulis arti secara literal dari simbol logis dan predikat seperti apa yg tertera
- 1) Tentukan dengan kata, kalimat hingga mempunyai arti logis yang sama (benar atau salahnya tidak berubah) hindari nama variabel

## CONTOH 3

- Misalkan dipunyai predikat sbb
    - a. Truk(x)
    - b. Mobil(x)
    - c. Sepeda(x)
  - d. Lebih\_mahal(x,y)
  - e. Lebih\_cepat(x,y)
- 
- $\forall x.(\text{sepeda}(x) \Rightarrow \exists y.(\text{mobil}(y) \wedge \text{lebih\_mahal}(y, x)))$

### Arti secara Literal :

Untuk setiap  $x$ , jika  $x$  adalah sepeda maka terdapat  $y$  adalah mobil dan  $y$  lebih mahal dari  $x$

### Arti bahasa sehari-hari :

Untuk setiap sepeda terdapat suatu mobil yang lebih mahal



## CONTOH 4

- Misalkan dipunyai predikat sbb a.  $\text{Truk}(x)$   
b.  $\text{Mobil}(x)$   
c.  $\text{Sepeda}(x)$
- d.  $\text{Lebih\_mahal}(x,y)$
- e.  $\text{Lebih\_cepat}(x,y)$
- $\forall x \forall y. ((\text{truk}(x) \wedge \text{sepeda}(y)) \Rightarrow \text{lebih cepat}(x, y))$

$$\forall x \forall y.((\text{truk}(x) \wedge \text{sepeda}(y)) \Rightarrow \text{lebih cepat}(x, y))$$

Secara Literal :

Untuk setiap x, untuk setiap y, jika x adalah truk dan y adalah sepeda, maka x lebih cepat dari y

Secara Natural :

Setiap truk lebih cepat dari pada sepeda

Soal 5 :

$\forall z. (\text{mobil}(z) \wedge \forall x \forall y. (\text{truk}(x) \wedge \text{sepeda}(y)) \Rightarrow (\text{lebih cepat}(z,x) \wedge \text{lebih cepat}(z,y) \wedge \text{lebih mahal}(z,y) \wedge \text{lebih mahal}(z,y)))$

Secara Literal :

Secara Natural :

Jika yang diketahui adalah bahasa dalam kehidupan sehari-hari atau natural, maka untuk menjadikan bahasa FoL langkahnya :

1. Buat penafsiran mengenai pernyataan tersebut
2. Tentukan dan deklarasikan predikat-predikat yang digunakan
3. Tentukan kuantor-kuantor yang digunakan
4. Semua melibatkan Implikasi( $\Rightarrow$ )
5. Beberapa melibatkan konjungsi( $\wedge$ )

## CONTOH 6

- Setiap orang kehilangan uang pada pacuan kuda
- Cat : tidak memperhatikan nilai kebenaran
- Predikatnya :
  - x kehilangan uang  $\rightarrow$  kehilangn\_uang(x)
  - x pada pacuan kuda  $\rightarrow$  pacuan\_kuda(x)

Tafsiran dari kalimat itu :

*Untuk setiap orang yang berada pada pacuan kuda maka kehilangan uang*

Atau

Untuk setiap x, jika x berada pada pacuan kuda maka x kehilangan uang

Fol:

$\forall x.(\text{pacuan\_kuda}(x) \Rightarrow \text{kehilangan\_uang}(x))$

$$\forall x.(\text{pacuan\_kuda}(x) \Rightarrow \text{kehilangn\_uang}(x))$$

Hasil tersebut kurang detil, karena disebut setiap orang, maka UoD nya adalah manusia, maka harus ditambah predikat baru yaitu manusia(x) agar mempunyai makna yang jelas, jadi :

$$\forall x.((\text{manusia}(x) \wedge \text{pacuan\_kuda}(x)) \Rightarrow \text{kehilangn\_uang}(x))$$

## CONTOH 7

- *Beberapa orang yang berada di pacuan kuda kehilangan uang tetapi beberapa orang yang cerdas tidak kehilangan*
- Predikatnya :
  - $x \text{ kehilangan uang} \rightarrow \text{kehilangn\_uang}(x)$
- $x \text{ pada pacuan kuda} \rightarrow \text{pacuan\_kuda}(x)$
- $x \text{ cerdas} \rightarrow \text{cerdik}(x)$



## CONTOH 8

- *Setiap mahasiswa mempunyai seorang kawan belajar*

- Tafsirnya :

Untuk setiap mahasiswa  $x$  ada mahasiswa  $y$  dimana  $y$  adalah kawan belajar  $x$  jika ada mahasiswa  $z$  maka jika  $z$  bukan  $y$  maka  $z$  bukan kawan belajar  $x$

Predikatnya :

y adalah kawan belajar x

FoL :

$$\forall x \exists y \exists z. (kawan\_belajar(y,x) \wedge (z \neq y) \Rightarrow \neg kawan\_belajar(z, x))$$

## CONTOH 9

- *Setiap orang tua mempunyai rambut putih*

- Tafsirnya :  
Untuk setiap  $x$  adalah orang tua maka  $x$  berambut putih

- 

Predikatnya :

$x$  adalah orang tua,  $x$  adalah berambut putih  $\forall x.(\text{orang\_tua}(x) \Rightarrow \text{berambut\_putih}(x))$

## *TUGAS*

*Ubahlah kalimat ini kedalam bentuk FoL dan jelaskan tafsiran dan variable untuk setiap kalimat*

- 1) Setiap laki-laki harus wajib militer*
- 2) Ada beberapa laki-laki yang tidak wajib militer*
- 3) Setiap anak sekolah berfikir bahwa matematika mata pelajaran yang sulit*
- 4) Beberapa pemain sepak bola tidak akan pernah bermain dalam liga utama atau pada divisi papan atas*
- 5) Semua kesatria pemberani adalah pahlwan*