Métodos Computacionais em Engenharia (FIS3022)
Problemas 7
DFA–FCUP 2021-22
9 de Maio de 2022

1. Escreva um código que resolva a equação de onda, usando o método explícito. Considere condições fronteira de Dirichlet. EStará neste caso a simular ondas estacionárias.
   (a) considere diferentes formas para as condições iniciais. Por exemplo, $u(x,0) = A\sin\left(\frac{\pi}{L}mx\right)$.
   (b) use diferentes números CFL para estudar as características de convergência do método.

2. O método explícito do problema anterior é, tal como para as equações parabólicas, condicionalmente estável. Há métodos implícitos que resolvem este problema. Por exemplo, considere o esquema:
$$\frac{1}{(\Delta t)^2}\delta_t^2 u_{i,j} = \frac{1}{(\Delta x)^2}\left[\frac{1}{4}\delta_x^2 u_{i,j+1} + \frac{1}{2}\delta_x^2 u_{i,j} + \frac{1}{4}\delta_x^2 u_{i,j-1}\right]$$
   onde $\delta_t^2 u_{i,j} = u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}$, e assim por diante. Este esquema é incondicionalmente estável.

   Escreva um código que resolva a equação de onda, usando este método. Compare os resultados com os do método anterior, para diferentes valores do parâmetro CFL.

3. Escreva um código que resolva a equação de advecção. Dê oportunidade ao uso de diferentes métodos (*upwinding*, *downwinding*, Lax-Friedrichs, Lax-Wendroff) e diferenters condições fronteira (periódicas, Dirichlet, Neumann).
   (a) Verifique os regimes de estabilidade de cada um dos métodos, variando o parâmetro de CFL (ou dt directamente).
   (b) Aplique uma análise de von Neumann a cada método e faça o gráfico da sua dependência no parâmetro CFL.(Como visto para a equação de calor, quer comparar a amplificação analítica de uma onda plana ao fim de um tempo dt com a amplificação numérica $A = u_i^n/u_i^n$)