Variável aleatória discreta

Exemplos

1) Com dados do último censo, a assistente social de um Centro de Saúde constatou que para as famílias da região, 20% não têm filhos, 30% têm um filho, 35% têm dois e as famílias restantes se dividem igualmente entre três, quatro ou cinco filhos. Suponha que uma família será escolhida, aleatoriamente, nessa região e o número de filhos averiguado. Definimos N como sendo a variável aleatória *número de filhos* e consideramos que a escolha é feita entre as diversas opções de valores para N. Isto é, não importa qual a família escolhida, mas apenas qual é a resposta dada quanto ao número de filhos. Desse modo, estamos sorteando um valor de N dentre 0, 1, 2, 3, 4 ou 5. Construa a tabela da função de probabilidade para N.

2) Na construção de um certo prédio, as fundações devem atingir 15 metros de profundidade e, para cada 5 metros de estacas colocadas, o operador anota se houve alteração no ritmo de perfuração previamente estabelecido. Essa alteração é resultado de mudanças para mais ou para menos, na resistência do subsolo. Nos dois casos, medidas corretivas serão necessárias, encarecendo o custo da obra. Com base em avaliações geológicas, admite-se que a probabilidade de ocorrência de alterações é de 0,1 para cada 5 metros. O custo básico inicial é de 100 UPCs (unidade padrão de construção) e será acrescido de $50k$, com k representando o número de alterações observadas. Construa a tabela da função de probabilidade para o custo.

3) Considere o experimento de lançar duas vezes, sucessivamente, uma certa moeda e observar se ocorre cara ou coroa. Construa a tabela da função de probabilidade para ocorrência de cara.

4) Um jogador paga 5 fichas para participar de um jogo de dados, disputando com a banca quem tem o ponto maior. O jogador e a banca lançam cada um o seu dado e a seguinte regra de premiação é estabelecida:

   Se o ponto do jogador é maior, ele ganha 2 vezes a diferença entre o seu ponto e o obtido pela banca.

   Se o ponto do jogador é menor ou igual ao da banca, ele não ganha nada.

Vamos admitir que os dados utilizados são perfeitamente homogêneos, de tal forma que não há preferência na ocorrência de qualquer umas das seis faces. Assim, podemos considerar que os pares de valores (b, j) representando, respectivamente, o resultado obtido pela banca e pelo jogador, têm a mesma probabilidade de ocorrência. Isto é, qualquer par tem probabilidade $1/36$ de ocorrer.

Para cada par (b, j) sorteado, a premiação é baseada nos seus valores. Definimos a variável aleatória discreta G como sendo o *ganho bruto do jogador em uma jogada*, isto é, o valor arrecadado sem descontar as fichas iniciais pagas para participar do jogo. Pela regra de premiação, segue que:

$$G = \begin{cases} 2(j - b), & se\ j > b \\ 0, & se\ j \leq b \end{cases}$$

Dessa forma, se o jogador obtém 5 e a banca 6, temos $G = 0$ pois $j < b$ $(5 < 6)$. Por outro lado, se o jogador tira 3 e a banca 1, o valor do ganho bruto do jogador será

$$G = 2x(3 - 1) = 4.$$

Construa a tabela da função da probabilidade de G.

5) Uma população de 1000 crianças foi analisada num estudo para determinar a efetividade de uma vacina contra um tipo de alergia. No estudo, as crianças recebiam uma dose de vacina e, após um mês, passavam por um novo teste. Caso ainda tivessem tido alguma reação alérgica, recebiam outra dose da vacina. Ao fim de 5 doses todas as crianças foram consideradas imunizadas. Os resultados completos estão na tabela a seguir.

Doses	1	2	3	4	5
Frequência	245	288	256	145	66

Determine os valores completos da função de probabilidade.

Exercícios

1) Uma moeda viciada tem probabilidade de cara igual a 0,4. Para dois lançamentos independentes dessa moeda, construa a tabela da função da probabilidade de ocorrer cara e determine os valores completos da função de probabilidade.

2) Um caminho para chegar a uma festa pode ser dividido em três etapas. Sem enganos o trajeto é feito em 1 hora. Se enganos acontecem na primeira etapa, acrescente 10 minutos ao tempo do trajeto. Para enganos na segunda etapa, o acréscimo é 20 e, para a terceira, 30 minutos. Admita que a probabilidade de engano é 0,1; 0,2 e 0,3 para primeira, segunda e terceira etapas,

respectivamente. Determine a probabilidade de haver atraso e o atraso não passar de 40 minutos.

3) Um pai leva o filho ao cinema e vai gastar nas duas entradas R$ 15. O filho vai pedir para comer pipoca com probabilidade 0,7 e, além disso, pode pedir bala com probabilidade 0,9. Esses pedidos são atendidos pelo pai com probabilidade 0,5; independentemente um do outro. Se a pipoca custa R$ 2 e a bala R$ 3, construa a tabela que representa função da probabilidade do gasto total.

4) Uma variável aleatória X tem a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & se\ x < 10 \\ 0{,}2 & se\ 10 \leq x < 12 \\ 0{,}5 & se\ 12 \leq x < 13 \\ 0{,}9 & se\ 13 \leq x < 25 \\ 1 & se\ x \geq 25 \end{cases}$$

Determine:

a) A função de probabilidade de X.

b) $P(X \leq 12)$

c) $P(12 \leq X \leq 20)$

d) $P(X > 18)$