作业 5

袁晨圃 *2023K8009929012*

1 (6.21)：用原码加减交替法和补码加减交替法计算 x/y

(1) $x = 0.100111, y = 0.101011$

(2) $x = -0.10101, y = 0.11011$

(3) $x = 0.10100, y = -0.10001$

(4) $x = \dfrac{13}{32}, y = -\dfrac{27}{32}$

解：原码加减交替法：

(1) 符号位 $0 \oplus 0 = 0$

$$
\begin{array}{rr}
0.100111 & \\
(-)1.010101 & \\
1.111100 & 0 \\
1.111000 & 0 \\
(+)0.101011 & \\
0.1000111 & 01 \\
1.000110 & 01 \\
(-)1.010101 & \\
0.011011 & 011 \\
0.110110 & 011 \\
(-)1.010101 & \\
0.001011 & 0111 \\
0.010110 & 0111 \\
(-)1.010101 & \\
1.101011 & 01110 \\
1.010110 & 01110 \\
(+)0.101011 & \\
0.000001 & 011101 \\
0.000010 & 011101 \\
(-)1.010101 & \\
1.010111 & 0111010
\end{array}
$$

所以 $\dfrac{x}{y} = 0.111010$.

(2) 符号位 $1 \oplus 0 = 1$

$$
\begin{array}{rl}
 & 0.10101 \\
(-) & 1.00101 \\
 & 1.11010 \quad 0 \\
 & 1.10100 \quad 0 \\
(+) & 0.11011 \\
 & 0.01111 \quad 01 \\
 & 0.11110 \quad 01 \\
(-) & 1.00101 \\
 & 0.00011 \quad 011 \\
 & 0.00110 \quad 011 \\
(-) & 1.00101 \\
 & 1.01011 \quad 0110 \\
 & 0.10110 \quad 0110 \\
(+) & 0.11011 \\
 & 1.10001 \quad 01100 \\
 & 1.00010 \quad 01100 \\
(+) & 0.11011 \\
 & 1.11101 \quad 011000
\end{array}
$$

(3) 符号位 $0 \oplus 1 = 1$

$|x| > |y|$,计算 $\dfrac{x}{2}/y$

$x \gg 1 = 0.01010$

$$
\begin{array}{rr}
0.01010 & \\
(-)1.01111 & \\
1.11001 & 0 \\
1.10010 & 0 \\
(+)0.10001 & \\
0.00011 & 01 \\
0.00110 & 01 \\
(-)1.01111 & \\
1.10101 & 010 \\
1.01010 & 010 \\
(+)0.10001 & \\
1.11011 & 0100 \\
1.10110 & 0100 \\
(+)0.10001 & \\
0.00111 & 01001 \\
0.01110 & 01001 \\
(-)1.01111 & \\
1.11101 & 010010 \\
1.11010 & 010010 \\
(+)0.10001 & \\
0.01011 & 0100101 \\
0.10110 & 0100101 \\
(-)1.01111 & \\
0.00101 & 0.1001011
\end{array}
$$

所以 $\frac{x}{y} = 01.001011$

(4) $x = \frac{13}{32} = 0.01101$ $y = -\frac{27}{32} = -0.11011$

符号位 $0 \oplus 1 = 1$

$$
\begin{array}{rr}
0.01101 & \\
(-)1.00101 & \\
1.10010 & 0 \\
1.00100 & 0 \\
(-)0.11011 & \\
0.11001 & 001 \\
1.10010 & 001 \\
(+)1.00101 & \\
0.10111 & 0011 \\
1.01110 & 0011 \\
(+)1.00101 & \\
0.10011 & 00111 \\
1.00110 & 00111 \\
(+)1.00101 & \\
0.01011 & 001111
\end{array}
$$

所以 $\dfrac{x}{y} = 0.01111$

补码加减交替法:

(1) $[y]_{补} = 0.101011, [-y]_{补} = 1.010101$

$$
\begin{array}{rl}
 & 0.100111 \\
(-) & 1.010101 \\
\hline
 & 1.111100 \qquad 0 \\
 & 1.111000 \qquad 0 \\
(+) & 0.101011 \\
\hline
 & 0.100011 \qquad 01 \\
 & 1.000110 \qquad 01 \\
(-) & 1.010101 \\
\hline
 & 0.011011 \qquad 011 \\
 & 0.110110 \qquad 011 \\
(-) & 1.010101 \\
\hline
 & 0.001011 \qquad 0111 \\
 & 0.010110 \qquad 0111 \\
(-) & 1.010101 \\
\hline
 & 1.101011 \qquad 01110 \\
 & 1.010110 \qquad 01110 \\
(+) & 0.101011 \\
\hline
 & 0.000001 \qquad 011101 \\
 & 0.000010 \qquad 0111010 \\
 & \text{skip} \\
\hline
 & 0.000010 \qquad 01110101
\end{array}
$$

$\Rightarrow x/y = 0.110101$

(2) $[x]_{补} = 1.01011, [y]_{补} = 0.11011, [-y]_{补} = 1.00101$

$$
\begin{array}{rll}
 & 1.01011 & \\
(+) & 0.11011 & \\
\hline
 & 0.00110 & \quad\quad 1 \\
 & 0.01100 & \quad 1 \\
(-) & 1.00101 & \\
\hline
 & 1.10001 & \quad\quad 10 \\
 & 1.00010 & \quad 10 \\
(+) & 0.11011 & \\
\hline
 & 1.11101 & \quad\quad 100 \\
 & 1.11010 & \quad 100 \\
(+) & 0.11011 & \\
\hline
 & 0.10101 & \quad\quad 1001 \\
 & 1.01010 & \quad 1001 \\
(-) & 1.00101 & \\
\hline
 & 0.01111 & \quad\quad 10011 \\
 & 0.11110 & \quad 10011 \\
 & \text{skip} & \\
\hline
 & 1.11100 & \quad 100111
\end{array}
$$

$\Rightarrow [x/y]_{补} = 1.00111$

(3) $[x]_{补} = 0.10100, [y]_{补} = 1.01111, [-y]_{补} = 0.10001$

$$
\begin{array}{rl}
 & 0.10100 \\
(+) & 1.01111 \\
\hline
 & 0.00011
\end{array}
$$

溢出，移位 $x' = x \gg 1 = 0.01010$

$$
\begin{array}{rll}
 & 0.01010 & \\
(+) & 1.01111 & \\
\cline{2-2}
 & 1.11001 & 1 \\
 & 1.10010 & 1 \\
(-) & 0.10001 & \\
\cline{2-2}
 & 0.00011 & 10 \\
 & 0.00110 & 10 \\
(+) & 1.01111 & \\
\cline{2-2}
 & 1.10101 & 101 \\
 & 1.01010 & 101 \\
(-) & 0.10001 & \\
\cline{2-2}
 & 1.11011 & 1011 \\
 & 1.10110 & 1011 \\
(-) & 0.10001 & \\
\cline{2-2}
 & 0.00111 & 10110 \\
 & 0.01110 & 10110 \\
 & \text{skip} & \\
\cline{2-2}
 & 0.01110 & 101101
\end{array}
$$

$x/y = 1.01101 \ll 1 = 1, 0.1101$

(4) $[x]_{补} = 0.01101, [y]_{补} = 1.00101, [-y]_{补} = 0.11011$

$$
\begin{array}{rll}
 & 0.01101 & \\
(+y) & 1.00101 & \\
\cline{2-2}
 & 1.10010 & 1 \\
 & 1.00100 & 1 \\
(-y) & 0.11011 & \\
\cline{2-2}
 & 1.11111 & 11 \\
 & 1.11110 & 11 \\
(-y) & 0.11011 & \\
\cline{2-2}
 & 0.11001 & 110 \\
 & 1.10010 & 110 \\
(+y) & 1.00101 & \\
\cline{2-2}
 & 0.10111 & 1100 \\
 & 1.01110 & 1100 \\
(+y) & 1.00101 & \\
\cline{2-2}
 & 0.10011 & 11000 \\
 & 1.00110 & 11000 \\
 & \text{skip} & \\
\cline{2-2}
 & 1.00110 & 110001
\end{array}
$$

$[x/y]_{补} = 1.10001$

2 (6.23): 画出实现 Booth 算法的运算器框图，要求如下：

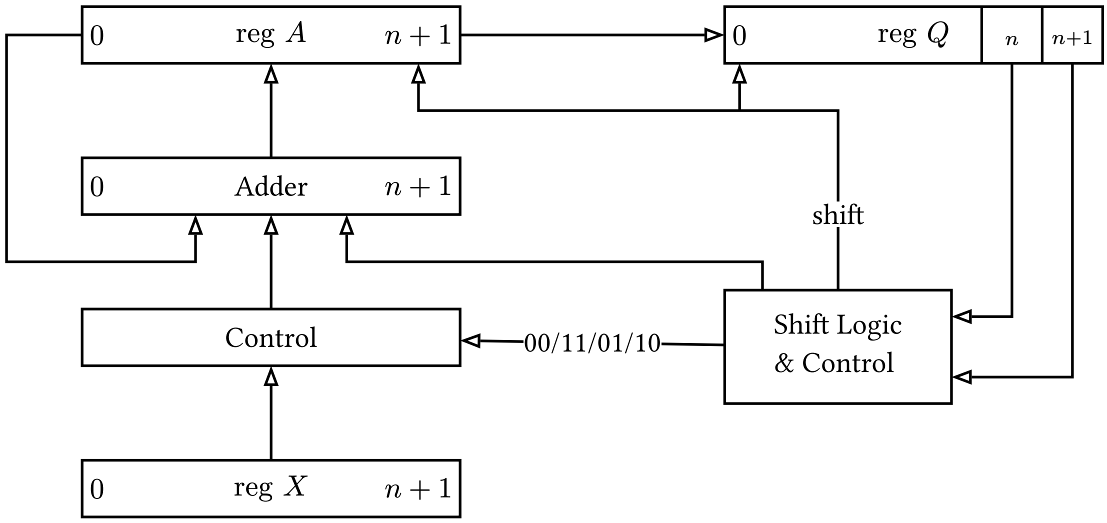
(1) 寄存器和全加器均用方框表示，指出寄存器和全加器的位数。

(2) 说明加和移位的次数。

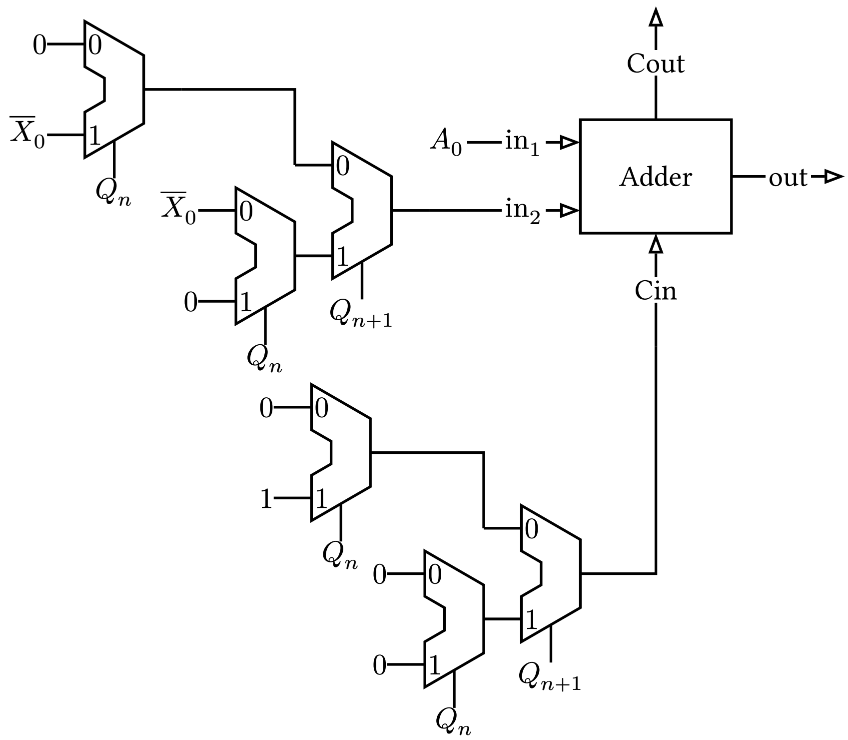
(3) 详细画出最低位全加器的输入电路

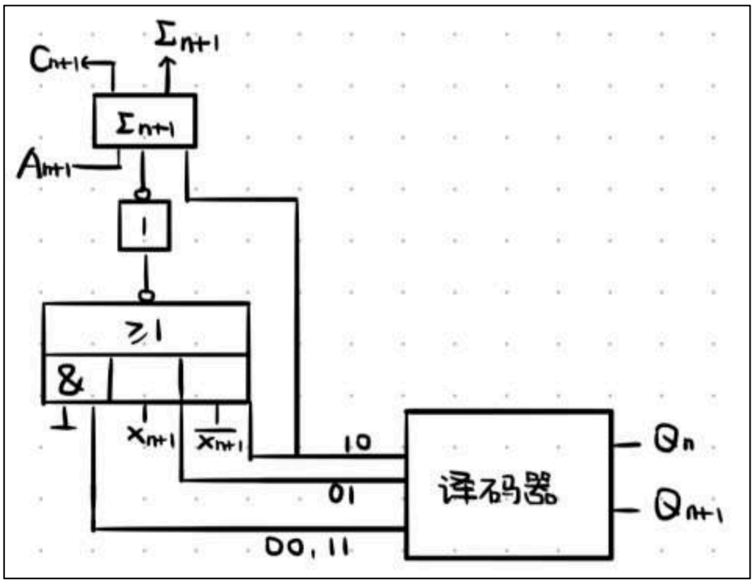
(4) 描述 Booth 算法重复加和移位的过程

解：



最低位全加器的输入电路





重复加和移位的过程:

(1) 初始化:
- 准备两个寄存器，一个存储被乘数（Multiplicand），另一个存储乘数（Multiplier）。
- 设置一个累加器（Accumulator）和一个额外的位 Q_{n+1}
- 确定操作的位数。

(2) 检查乘数的最低有效位（ Q_n ）和 Q_{n+1} ：
- `10`，从累加器中减去被乘数。
- `01`，将被乘数加到累加器中。
- `00` 或 `11`，不进行加减操作。

(3) 算术右移:
- 将累加器、乘数寄存器和 Q_{n+1} 位整体进行算术右移（保留符号位）。
- 右移操作将乘数的下一位移入 Q_0 。

(4) 重复步骤 2 和 3:
- 根据乘数的位数，重复上述操作，直到所有位都处理完毕。

(5) 结果:
- 累加器和乘数寄存器的组合即为最终的乘积。

加的次数： $n+1$ 次

移位的次数： n 次