Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики

Отчёт по практикуму на ЭВМ за 2 семестр 4 курса

Выполнил:

Козлов М.В.

423 группа

Москва, 2018

# Постановка задачи и алгоритм

Реализовать параллельную программу, которая решает систему линейных алгебраических уравнений (Ах = В) методом отражений.

В начале работы происходят простейшие проверки на командную строку. Затем идет расчёт размера блока матрицы, который будет находится на одном узле, и его генерация. В данной программе матрица генерируется по формуле

1.0 / ((i + 1.0) + (j + 1.0) + 1.0) (диагональному элементу добавляется размерность матрицы), а каждый элемент вектора В (правая часть) задаётся как сумма соответствующей строки матрицы А. Распределение по узлам – циклическое.

Далее следует алгоритм приведения матрицы к верхнетреугольному виду методом отражений. Он состоит из главного цикла, который проходится по всем столбцам матрицы кроме последнего. По номеру столбца все процессы понимают, какой узел должен его обрабатывать: соответствующий узел строит по текущему столбцу вектор , совпадающий с текущем вектором во всех координатах кроме первой, а первая заменяется на , где вектор *а* – текущий вектор. Далее вектор нормируется и рассылается всем процессам, которые на лету умножают свои вектора на матрицу отражения, которая построена по вектору (U() = I - 2). Так же они умножают на матрицу *U* вектор В (в каждом процессе они одинаковые). На каждом шаге на диагонали появляется норма вектора, а координаты ниже диагонали зануляются, и размерность вектора уменьшается на 1. После завершения цикла мы получаем распределённую по узлам верхнетреугольную матрицу.

По полученной матрице мы вычисляем решение параллельным методом Гаусса. Как и в методе отражений, цикл проходит по всем столбцам, но уже не с начала, а с конца. Соответствующей текущему столбцу узел вычисляет корень с тем же номером и рассылает всем данный столбец в последней координате которой лежит вычисленный корень. Каждый получивший узел умножает полученный столбец на полученный корень и вычитает из своего вектора В. В итоге мы получаем вектор решений на каждом узле.

После получения решения алгоритм вычисляет невязку ||Ax – B||, где х – вектор решений. Каждый узел умножает покоординатно свои вектора матрицы А на вектор решений, после чего также покоординатно складывает все вектора и отправляет на узел с рангом 0. Получив вектора, 0 узел складывает их все покоординатно и получает вектор Ах, по которому и считается невязка ||Ax – B||.

Далее следует вывод на экран: количество узлов, размерность матрицы, время каждого этапа, невязка, а также вектор решений.

Для удобства построения таблиц и графиков был написан маленький скрип на питоне, который из полученных файлов \*.out переписывает информацию о данных для таблиц в отдельные файлы, то есть убирает вектор решений из файла.

# Компиляция и запуск

В Makefile команда make компилирует программу reflection.cpp в файл reflection. Команды make run и make run1 в цикле ставят в очередь на Blue Gene\P программы на 1, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 узлах с размерностями матрицы 1024, 2048, 3072. Каждая комбинация количество узлов-размерность матрицы запускается дважды, для уточнения времени. Команда make convert преобразует выходные файлы для анализа.

# Таблицы и графики

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество узлов | Размерность матрицы | Время выполнения(секунды)  Отражение, Гаусс, Невязка |
| 1 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 12.4366 | 0.0202409 | 0.0760638 | | 101.91 | 0.0806914 | 0.582807 | | 417.222 | 0.185999 | 1.33648 | |
| 2 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 6.193 | 0.0401657 | 0.0148562 | | 50.8782 | 0.147242 | 0.284568 | | 208.91 | 0.314879 | 0.661805 | |
| 4 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 3.1728 | 0.0292692 | 0.00798018 | | 25.6521 | 0.11828 | 0.0680939 | | 104.828 | 0.258713 | 0.328467 | |
| 8 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 1.61882 | 0.0293544 | 0.00411726 | | 12.9859 | 0.116063 | 0.0168204 | | 52.7192 | 0.258499 | 0.0679075 | |
| 16 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0.843939 | 0.0294793 | 0.0026807 | | 6.64394 | 0.116379 | 0.00946635 | | 26.7077 | 0.25901 | 0.0235403 | |
| 32 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0.456299 | 0.0294538 | 0.00259435 | | 3.45709 | 0.116302 | 0.00699816 | | 13.6654 | 0.258627 | 0.013992 | |
| 64 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0.261775 | 0.0298627 | 0.00380553 | | 1.87082 | 0.117612 | 0.00845221 | | 7.16455 | 0.260402 | 0.0138586 | |
| 128 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0.163616 | 0.0302228 | 0.0071150 | | 1.07655 | 0.118612 | 0.0143529 | | 3.91275 | 0.261763 | 0.0214729 | |
| 256 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0.112524 | 0.0310126 | 0.0144831 | | 0.675249 | 0.121238 | 0.0283186 | | 2.28422 | 0.264912 | 0.0401434 | |
| 512 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0.0833878 | 0.0301999 | 0.0311677 | | 0.470077 | 0.119154 | 0.0577992 | | 1.46141 | 0.261996 | 0.0806981 | |
| 1024 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0.0727728 | 0.0296113 | 0.0738306 | | 0.372409 | 0.120992 | 0.125433 | | 1.05566 | 0.264476 | 0.174445 | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество узлов | Размерность матрицы | Ускорение = T1 / Tp  Отражение, Гаусс, Невязка |
| 2 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 2,0081705 | 0,5039349 | 5,1200038 | | 2,0030190 | 0,5480189 | 2,0480412 | | 1,9971375 | 0,5906999 | 2,0194468 | |
| 4 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 3,9197554 | 0,6915426 | 9,5315895 | | 3,9727742 | 0,6822066 | 8,5588724 | | 3,9800626 | 0,7189395 | 4,0688410 | |
| 8 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 7,6825095 | 0,6895355 | 18,4743737 | | 7,8477426 | 0,6952379 | 34,6488193 | | 7,9140427 | 0,7195347 | 19,6808894 | |
| 16 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 14,7363731 | 0,6866140 | 28,3746036 | | 15,3387899 | 0,6933502 | 61,5661792 | | 15,6217870 | 0,7181151 | 56,7741278 | |
| 32 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 27,25537422 | 0,687208442 | 29,31902018 | | 29,47854988 | 0,693809221 | 83,28003361 | | 30,53126875 | 0,719178585 | 95,51743854 | |
| 64 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 47,50873842 | 0,677798726 | 19,98770211 | | 54,47343945 | 0,686081352 | 68,95320869 | | 58,23422267 | 0,714276388 | 96,43686953 | |
| 128 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 76,01090358 | 0,669722858 | 10,69062544 | | 94,66350843 | 0,680297103 | 40,60552223 | | 106,6313974 | 0,710562608 | 62,24031221 | |
| 256 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 110,5239771 | 0,652666981 | 5,251900491 | | 150,9221043 | 0,665561953 | 20,58036061 | | 182,6540351 | 0,702116174 | 33,29264586 | |
| 512 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 149,141721 | 0,670230696 | 2,440468819 | | 216,7942699 | 0,677202612 | 10,08330565 | | 285,4927775 | 0,709930686 | 16,56148038 | |
| 1024 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 170,8962689 | 0,683553238 | 1,030247621 | | 273,6507442 | 0,666915168 | 4,646361005 | | 395,223841 | 0,703273643 | 7,661325919 | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество узлов | Размерность матрицы | Эффективность = S / p  Отражение, Гаусс, Невязка |
| 2 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 1,0040853 | 0,2519675 | 2,5600019 | | 1,0015095 | 0,2740095 | 1,0240206 | | 0,9985688 | 0,2953500 | 1,0097234 | |
| 4 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,9799389 | 0,1728857 | 2,3828974 | | 0,9931936 | 0,1705517 | 2,1397181 | | 0,9950157 | 0,1797349 | 1,0172103 | |
| 8 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,9603137 | 0,0861919 | 2,3092967 | | 0,9809678 | 0,0869047 | 4,3311024 | | 0,9892553 | 0,0899418 | 2,4601112 | |
| 16 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,9210233 | 0,0429134 | 1,7734127 | | 0,9586744 | 0,0433344 | 3,8478862 | | 0,9763617 | 0,0448822 | 3,5483830 | |
| 32 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,851730444 | 0,021475264 | 0,916219381 | | 0,921204684 | 0,021681538 | 2,60250105 | | 0,954102148 | 0,022474331 | 2,984919954 | |
| 64 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,742324038 | 0,010590605 | 0,312307845 | | 0,851147491 | 0,010720021 | 1,077393886 | | 0,909909729 | 0,011160569 | 1,506826086 | |
| 128 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,593835184 | 0,00523221 | 0,083520511 | | 0,73955866 | 0,005314821 | 0,317230642 | | 0,833057792 | 0,00555127 | 0,486252439 | |
| 256 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,431734286 | 0,00254948 | 0,020515236 | | 0,58953947 | 0,002599851 | 0,080392034 | | 0,713492325 | 0,002742641 | 0,130049398 | |
| 512 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,291292424 | 0,001309044 | 0,004766541 | | 0,423426308 | 0,001322661 | 0,019693956 | | 0,557603081 | 0,001386583 | 0,032346641 | |
| 1024 | |  | | --- | | 1024 | | 2048 | | 3072 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 0,166890888 | 0,000667532 | 0,001006101 | | 0,267237055 | 0,000651284 | 0,004537462 | | 0,385960782 | 0,000686791 | 0,007481764 | |

