Universidad Nacional Agraria La Molina **Ciclo: 2025**
Facultad de Ciencias **Grupos: E,C,F**
Departamento Académico de Matemática

PRIMER SEMINARIO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO II

1. Calcule los siguientes limites:

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\ln(x+1)-x^2}{xe^{3x}-3x^2-x}$ *b)* $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}+2x^2}{4e^{3x}+3x^2}$ *c)* $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{e^x}{senx}\right)$

   d) $\lim\limits_{x\to 0}\left[2-\cos^2 x\right]^{(senx+\tan x)^{-2}}$ *e)* $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-1}{\cos(x)-1}$ *f)* $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{sen^2x}\right)$

   g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x-1}\right)^{\frac{3}{8+\ln(2x)}}$ *h)* $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left[sen\,(\pi-x)\right]^{\frac{3}{5\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2}}$ *i)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[2^{\frac{1}{x}}-1\right]^{\frac{1}{x}}$

   j) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1-e^{x-1}+\arctan(x-1)}{(x-1)^2}$ *k)* $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln(sen\,(2x))}{4\ln(senx)}$ *l)* $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt[3]{2x^2+x+5}-2}{1-\sqrt{2x-1}}$

   m) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{(1-senx)\ln(1-senx)}{1-x}$ *n)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{1/x}-x\right)$ *ñ)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)^x$

2. Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2+sen\,(x^2)}{e^{4x}-1-4\tan(x)}\right)$$

3. Determine el valor de la constante "k"($k>0$) para que se cumplan las siguientes igualdades:

   a) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos x-sen\,(x+\pi)\right)^{\frac{2k}{x}}=e^4$ *b)* $\lim\limits_{x\to 0}\left(\sqrt[5]{\left(2-\sqrt{\cos x}\right)^3}\right)^{\frac{k}{x^2}}=e^{3/10}$

   c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\ln(x+1)}{k-k\cos x}=\dfrac{1}{3}$ *d)* $\lim\limits_{x\to 0}x^{\dfrac{k}{\ln(e^x-1)}}=4$ $k\neq 0$

4. Dada las siguientes reglas de correspondencia, determine el valor o los valores de la constante "c" que satisfacen las condiciones del teorema de Rolle:

   a) $f(x)=x^3-2x^2-x+2\ ;\quad I=[1;2]$

   b) $f(x)=sen\,(x-1)+2\ ;\quad I=[1;1+2\pi]$

   c) $f(x)=\dfrac{x^2-9x}{x^2+3}\ ;\quad I=[0;9]$

5. Dada la función $f(x)=x\sqrt{8-x^2}+3$, determine los intervalos en el cual f cumpla las condiciones de teorema de rolle, luego determine los valor o los valores de c que verifiquen dicho teorema

6. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-3x-4}{x+5}, x\in[-1,4]$, determine el valor o los valores de c que verifiquen el Teorema de Rolle en el intervalo $[-1,4]$.

7. Dada la función f definida por::

$$g(x) = \frac{x^2 + mx + 6}{(x+4)(x-6)} + 1 \qquad x \in [-3, 3].$$

Determine el valor de m para el cual se cumplen las hipótesis del teorema de Rolle y además halle todos los valores o valor de "c" que verifican el teorema.

8. Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-x-1}{x-1} & ; \quad m \leq x < 1 \\ \\ -x^2+4x & ; \quad 1 \leq x \leq 4 \end{cases}.$

Halle el valor de "m" para que la función f cumpla la condición del teorema de Rolle en todo su dominio y determine los valores de la constanre ç".

9. Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = \begin{cases} \frac{m}{x-2} - 2x & ; \quad x < -1 \\ \\ nx^2 + x - 2 & ; \quad x \geq -1 \end{cases}.$

Determine el valor de $E = m + n + 8c$ de modo que f cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-7; 5/2]$. Considere para "c", todos los valores que verifican el teorema.

10. Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = \begin{cases} mx + 2 & ; \quad -1/2 \leq x < 1 \\ \\ n - p(x-2)^2 & ; \quad 1 \leq x \leq 4 \end{cases}.$

Si $f(-1/2) = 1$, determine el valor de $E = p + m + c$ de modo que f cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en todo su dominio (Considere para "c"todos los valores que verifican el teorema).

11. Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+n} & ; \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \\ \\ x^2 + mx + 1 & ; \quad 0 < x \leq 1 \end{cases}.$

Determine el valor o los valores de la constante "c" de modo que f cumpla la hipótesis del teorema de Valor Medio en todo su dominio. (Considere para"c"todos los valores que verifican el teorema).

12. Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & ; \quad 2 \leq x < 4 \\ \\ -x^2 + 10x - b & ; \quad 4 \leq x \leq 6 \end{cases}.$

Determine el valor de $E = 5a + b - 2c$ de modo que f cumpla la hipótesis del teorema de Valor Medio en todo su dominio (Considere para "c"todos los valores que verifican el teorema).

13. Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = \begin{cases} m\sqrt{x} & ; \quad x \geq 1 \\ \\ nx^3 - x^2 + 2 & ; \quad x < 1 \end{cases}.$

Determine el valor de $E = 6c - 2(m-n)$ de modo que f cumpla la hipótesis del teorema de Valor Medio en el intervalo $[0; 4]$. (Considere para "c"todos los valores que verifican el teorema).

14. Dada la función $f(x) = |x|\,(x^2 - x + 1)$, verifique si cumple las condiciones del T.V.M en el intervalo $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ y determine el valor y valores de c que verifique dicho teorema.

15. Sea $h : R \to R$ una función diferenciable, tal que cumple $h(1) = 5$ y $h'(x) = \sqrt{x^4 + 3}$, para todo $x \in R$.Usando el teorema del valor medio verifique que se cumple que $h(2) > 7$.

16. Halle los puntos críticos y los intervalos de monotonía de las siguientes funciones

    a) $f(x) = \arctan x - \dfrac{2x}{x^2 + 1}$ *b*) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 4}$ *c*) $f(x) = e^{-x}\,(x^2 - 3)$

    d) $f(x) = \frac{3x}{4} - \ln(x^2 - 1)$ *e*) $f(x) = x \ln x$ *f*) $f(x) = 7\sqrt[6]{x} - 3 - 6\sqrt{x}$

17. Dada la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2}{x+1} & ; \quad -1 < x \leq 0 \\ \\ 1 + x \ln x & ; \quad 0 < x \leq e \end{cases} .$$

    Encuentre los intervalos de monotonía de la función.

18. Determine los valores extremos de las siguientes funciones

    a) $f(x) = x^{\frac{1}{x}}, \quad x > 0$ *b*) $f(x) = |x - 1|\,(x^2 - 1)\,, \quad -2 \leq x \leq 2$

19. Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Si $f(-2) = 2$ y la función tiene extremos relativos en $x = -1$ y $x = 2$. Halle el valor de $E = a + b + c$ y los intervalos de monotonía.

20. Dadas las siguientes funciones definidas por:

    a) $f(x) = \dfrac{(1-x)^3}{(x-2)^2}$; $f'(x) = \dfrac{(x-1)^2\,(4-x)}{(x-2)^3}$; $f''(x) = \dfrac{6\,(1-x)}{(x-2)^4}$

    b) $f(x) = \dfrac{x^3}{2-x}$; $f'(x) = \dfrac{6x^2 - 2x^3}{(2-x)^2}$; $f''(x) = \dfrac{2x\,(x^2 - 6x + 12)}{(2-x)^3}$

    c) $f(x) = \dfrac{(x+1)^{2/3}}{(x-3)^{-2}}$; $f'(x) = \dfrac{8x\,(x-3)}{3\,(x+1)^{1/3}}$; $f''(x) = \dfrac{8\,(5x^2 - 9)}{9\,(x+1)^{4/3}}$

    d) $f(x) = \dfrac{(x-2)^2}{(x+1)^2}$; $f'(x) = \dfrac{6\,(x-2)}{(x+1)^3}$; $f''(x) = \dfrac{6\,(7-2x)}{(x+1)^4}$

    Determine en cada caso:

    a) Los extremos relativos y los intervalos de monotonía

    b) Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión

La Molina, 12 de marzo de 2025