Diseño en Espacio de Estados

Control Digital Avanzado

Camilo Andres Vera Ruiz

[caverar@unal.edu.co](mailto:caverar@unal.edu.co)

1. Características de la Planta

Se trabaja con la misma planta utilizada en la prácticas anteriores, sin embargo dado que se pretende hacer control de posición, se añade un integrador, y un factor de conversión para convertir la velocidad que está en rpm, en posición en grados, teniendo como resultado la siguiente función de transferencia:

Para hacer control en variables de estado, se seleccionan los estados de: velocidad en rpm(x1) y posición en grados(x2), luego se separa el sistema en dos bloques que permitan distinguir las señales de entrada y los dos estados, en la figura 1 se muestra el diagrama de bloques correspondiente.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Figura 1: Diagrama de bloques del sistema.

A partir de la expresión de función de transferencia de cada bloque, se puede plantear una ecuación que relacione la derivada de cada estado, con respecto al mismo estado y la entrada de cada bloque, a continuación se muestran dichas expresiones:

A partir de las expresiones anteriores y teniendo en cuenta que la salida del sistema es igual al estado X2, se construye la siguiente representación en variables de estado:

Adicionalmente se tiene en cuenta que el periodo de muestreo sigue siendo el mismo, es decir 5ms, y dado que las técnicas de diseño en variables se estado, se pueden aplicar directamente en tiempo discreto, se realiza la discretización del sistema mediante la función de MATLAB c2d, usando la discretización ZOH, dando como resultado el siguiente sistema:

1. Modelo Interno y Full State Feedback

Los requerimientos del diseño, incluyen un sobre pico menor al 25% y cero error de estado estacionario para la rampa, esto implica que es necesario aprovechar el principio del modelo interno para incluir dos estados extra que permitan incluir un doble integrador, y realimentar el error, para ello se plantea el diagrama de bloques de la figura 2

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Figura 2: Bloques del modelo interno.

Este bloque se puede representar en variables de estado, de la siguiente forma:

Ambos sistemas se pueden juntar en una topología de realimentación con dos vectores de ganancias, uno para el modelo interno y otro para los estados, en la figura 3 se muestra el esquema de realimentación.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Figura 3: Realimentación de estados con modelo interno.

Finalmente se tendría una representación equivalente para el lazo abierto de este sistema, con la siguiente expresión:

Sobre este esquema, se aplican dos técnicas para calcular las ganancias (vectores fila) y que se describen a continuación.

1. Diseño por ubicación de polos

Mediante la función de MATLAB “place” que actúa de forma similar a la fórmula de Ackermann, es posible calcular las ganancias adecuadas para ubicar los polos o valores propios del sistema en cualquier lugar, aunque la documentación de la función recomienda ubicar los polos en lugares diferentes.

Con esto en mente, se selecciona de forma arbitraria en el semiplano negativo de s, un par de polos dominantes complejos conjugados, y dos polos reales de menor valor, luego se convierten a tiempo discreto mediante la formula y se simula la respuesta al paso, repitiendo el proceso varias veces con el fin de realizar un ajuste manual de los polos complejos conjugados, los cuales determinan en mayor medida la dinámica del sistema, buscando minimizar el tiempo de respuesta y obtener el sobre pico necesario.

A partir de los principios del diagrama de lugar de las raíces, se parte de la aproximación de que el componente imaginario de los polos dominantes, es el principal responsable del sobre pico, mientras que la componente real, determina la velocidad del sistema, por lo cual se ajustan estos valores por separado hasta lograr alcanzar los requerimientos, luego se realiza un ajuste fino, encontrando finalmente los siguientes valores propios en tiempo discreto, como los valores aparentemente más óptimos que se pueden encontrar con un ajuste manual.

* 0.9802+0.0039j
* 0.9802-0.0039j
* 0.8187
* 0.7985

Mediante MATLAB se calculan las ganancias requeridas para lograr estos valores propios:

En la figura 4 se muestra la respuesta al paso del lazo cerrado de todo el sistema, donde se refleja cero error de estado estacionario y sobre pico del 20% además de un tiempo de respuesta muy lento que no supone un problema con respecto al periodo de muestreo del controlador. Así mismo en la figura 5 se muestra la respuesta a la rampa, con cero error de estado estacionario.

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Figura 4: Respuesta al paso del lazo cerrado por ubicación de Polos.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Figura 5: Respuesta a la rampa del lazo cerrado por ubicación de Polos.

1. LQR

La segundo método de diseño consistió en el calculo de las ganancias optimas para una función de costo cuadrático, con una matriz diagonal de costo Q que penaliza el mal desempeño de cada estado, y un escalar R que penaliza el esfuerzo de control, es decir su saturación.

La selección de los valores de la matriz Q y el escalar R, fue de naturaleza iterativa, modificando cada uno de los parámetros, hasta que un incremento o decrecimiento favorable, ya no lograra ninguna mejora en la respuesta del sistema.

Durante el proceso de implementación que se describe más adelante, se evidenciaron problemas al implementar este controlador al observar un comportamiento oscilatorio, a pesar de que la simulación no reflejaba este comportamiento, motivo por el cual fue necesario el incremento de la robustes del controlador mediante la reducción de la matriz Q, es decir la reducción de la penalización del mal desempeño de los estados. Esto se logró añadiendo un factor escalar de 0.2 a la matriz Q, con el inesperado resultado de no presentar cambios notables en el tiempo de respuesta, sobre pico, tiempo de establecimiento, etc. Las matrices de costo halladas son las siguientes:

Mediante la función de MATLAB “dlqr” que permite ejecutar el algoritmo de optimización para calcular las ganancias de realimentación para un sistema discreto en variables de estado, se obtienen las siguientes ganancias:

En la figura 6 se muestra la respuesta al paso del lazo cerrado de todo el sistema, donde se refleja cero error de estado estacionario y sobre pico algo mayor de 20%, además de un tiempo de respuesta muy lento que no supone un problema con respecto al periodo de muestreo del controlador. Así mismo en la figura 7 se muestra la respuesta a la rampa, con cero error de estado estacionario.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Figura 6: Respuesta al paso del LQR.

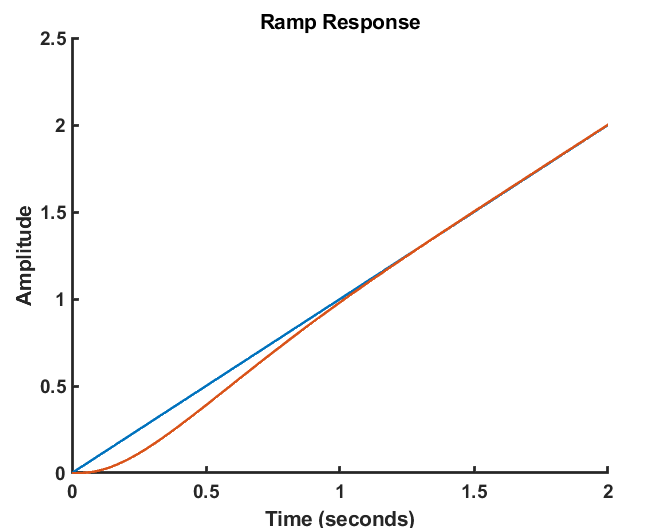


Figura 7: Respuesta a la rampa del LQR.

1. Simulaciones

Su utiliza Simulink para simular el comportamiento de todo el sistema, con el fin de verificar que la señal de control no presente saturación, dado que se esta trabajando en el dominio discreto, solo es necesario añadir un bloque de saturación en la señal de control, lo demás obedece al mismo diagrama de bloques de la figura 3. En la figura 8 se muestra este nuevo diagrama de bloques.

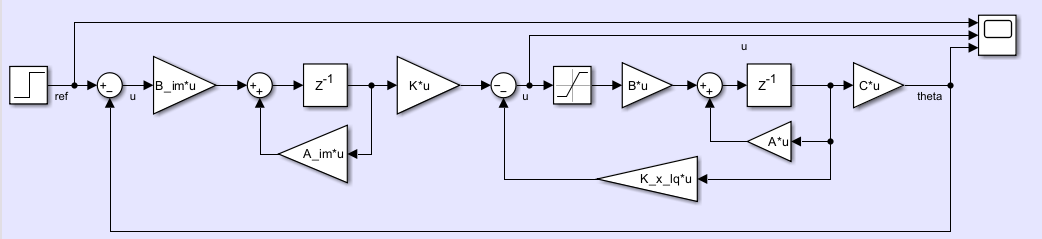


Figura 8: Diagrama de bloques de la simulación.

Se utiliza una referencia cuadrada y una rectangular, ambas de 0.125Hz variando de 0 a 50 grados, con el fin de reflejar un cambio de posición lo suficientemente grande como para notarlo audiblemente durante la etapa de implementación. De las figuras 9 a 12, se muestra las respuesta del controlador por ubicación de polos y el LQR.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamenteGráfico

Descripción generada automáticamente

a. Señal de Referencia y Salida. b. Señal de Control.

Figura 9: Respuesta de ubicación de polos a la señal cuadrada.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamenteImagen que contiene Gráfico

Descripción generada automáticamente

a. Señal de Referencia y Salida. b. Señal de Control.

Figura 10: Respuesta de ubicación de polos a la señal triangular.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamenteGráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

a. Señal de Referencia y Salida. b. Señal de Control.

Figura 11: Respuesta de LQR a la señal cuadrada.

Gráfico

Descripción generada automáticamenteGráfico

Descripción generada automáticamente

a. Señal de Referencia y Salida. b. Señal de Control.

Figura 12: Respuesta de LQR a la señal triangular.

En las anteriores figuras, se evidencia que nunca se da la saturación, es decir la señal de control nunca alcanza el límite de 1, de igual forma se cumple con el error de estado estacionario cero tanto para el paso (señal cuadrada) como para la rampa (señal triangular), con un sobre pico de alrededor del 20% para ambos controladores, cumpliendo así con los requerimientos, por lo cual se procede a realizar la implementación de los controladores.

1. Implementación y Resultados

La implementación de estos controladores fue desarrollada en un lenguaje visual de bloques, en el software de Altair Embed, por lo que solo fue necesario convertir los elementos matriciales en ganancias unitarias aplicadas a los estados, los cuales se obtienen directamente sobre valores calculados mediante el encoder, sin necesidad de contar con un observador de estados, y además se aplican otras dos ganancias a las dos salidas de un integrador doble aplicado sobre la señal de error, que permiten la aplicación del principio del modelo interno. En la figura 13 se muestra una captura de la implementación de ambos controladores en el software.

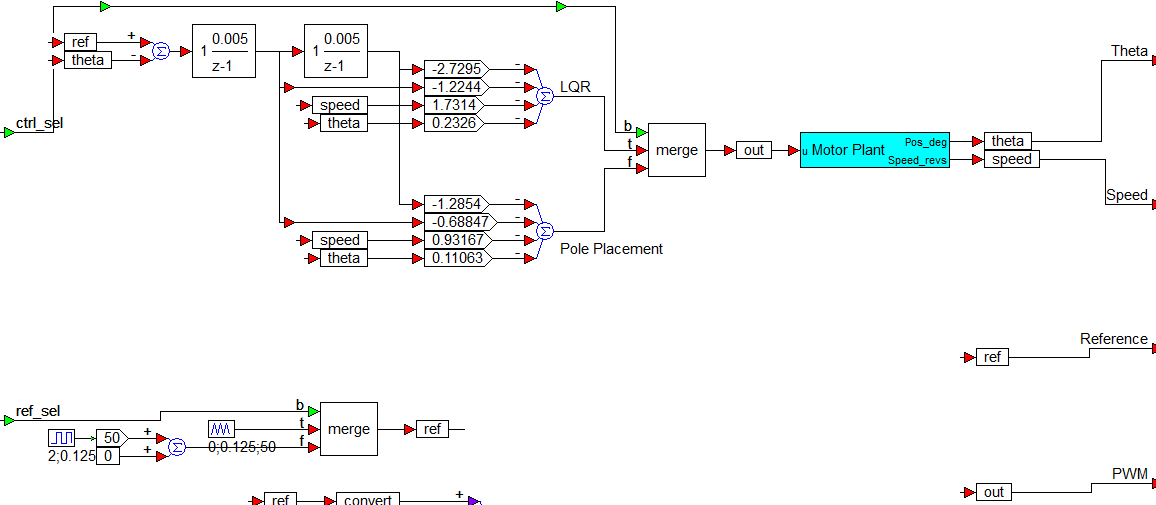


Figura 13: Implementación de Controladores.

1. Análisis y Conclusiones

Al analizar los resultados es posible concluir que:

* Todos los controladores obtenidos ya sea mediante la discretización del compensador de adelanto diseñado en tiempo continuo, así como los dos compensadores diseñados en w, con excepción de la discretización mediante el método de la invarianza del impulso, reflejan un comportamiento similar en las simulaciones con respecto a la implementación experimental, con tiempos de respuesta muy cercanos, reflejando un proceso de simulación adecuado y cumpliendo con los requerimientos de error de estado estacionario cero para el paso y la rampa, así como un sobre pico menor al 25%.
* Como era esperado dada la experiencia en la práctica anterior, la dinámica en la etapa descendiente de la señal, no está muy bien modelada, por lo cual la simulación y los datos experimentales si presentan una diferencia significativa, particularmente en el sobre pico, el cual es mucho mayor en la realidad, sin embargo este problema no se presenta para la señal triangular, donde el comportamiento del sobre pico es prácticamente el mismo para el pico ascendente y el pico descendente, e igualmente coincidente con la simulación, a tal punto que en las graficas comparativas de la señal triangular como en la figura 25 y las que le siguen, los datos experimentales están perfectamente superpuestos sobre los datos de la simulación.
* Fue más complicado lograr la estabilización del sistema mediante compensadores de adelanto usando la técnica de diseño del dominio w, dado que fue necesario usar dos compensadores, sin embargo esto tuvo un efecto positivo puesto que se obtuvo un mayor desempeño, con un sobre pico similar a los otros controladores, pero con un tiempo de estabilización mucho menor, lo cual se evidencio tanto en las simulaciones, como en la implementación en el microcontrolador.
* Al momento de implementar los controladores junto al doble integrador en el microcontrolador, fue fundamental separar cada elemento en una función de transferencia separada, dado que al juntarlos, se presentaron errores numéricos que modificaban el comportamiento esperado de los controladores, reflejando errores estacionarios diferentes de cero.