Taller de simulación numérica.
Práctica 10. Iniciación al uso de COMSOL.
Simulación de modelos 2D

P. Quintela
Facultad de Matemáticas.
Universidad de Santiago de Compostela

Curso 2021-22

Esta práctica se dedica a la simulación con COMSOL de modelos 2D. En particular, se analizarán:

- La resolución de **modelos matemáticos 2D con datos regulares y no regulares**, con especial énfasis en el concepto de distribución y en el de solución débil. Análisis de resultados cuando la solución débil es conocida.
- Una **aplicación en transferencia de calor evolutiva con simetría cilíndrica**.
- Aplicación a la **simulación de intercambiadores de calor bajo la hipótesis se simetría cilíndrica**.

Horas: expositivas 1, clases interactivas de laboratorio 4.

Ejercicio 1 *Considérese la* ***ecuación de Poisson sobre el disco unidad*** Ω,

$$-\Delta u = 1, \quad en \quad \Omega,$$

con la condición de contorno Dirichlet homogénea:

$$u = 0, \quad sobre \quad \partial\Omega.$$

Utilizar COMSOL para resolver esta ecuación elíptica lineal para distintos grados de refinamiento de la malla del dominio y comparar el resultado con la solución exacta :

$$u(x, y) = \frac{1 - x^2 - y^2}{4}.$$

Realizar los cálculos postproceso solicitados en el Ejercicio 3 de la práctica 8.

Ejercicio 2 *Considérese la* ***ecuación de Poisson sobre el disco unidad*** Ω,

$$-\Delta u = \delta\left(x, y\right), \quad en \quad \Omega,$$

siendo $\delta\left(x, y\right)$ *la función delta de Dirac centrada en el origen, y con la condición de contorno Dirichlet homogénea:*

$$u = 0, \quad sobre \quad \partial\Omega.$$

a) Comprobar que la solución débil del problema es:

$$u = -\frac{1}{2\pi}\log(r).$$

b) Utilizar MATLAB para aproximar numéricamente esta solución. Calcular la norma L^2 *del error considerando un mallado fino homogéneo y un mallado adaptativo.*

c) Idem con COMSOL.

Ejercicio 3 ***Aplicación en transferencia de calor.*** *Consideramos un cilindro hueco C de altura $h = 0{,}14m$. y base el círculo con radio exterior de $r_e = 0{,}1m$ y de radio interior $r_i = 0{,}02m$. Se considera sobre C el problema de determinar la temperatura $T(t, x, y, z)$ tal que:*

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla.(k\nabla T) = f, \text{ en } C,$$

donde:

- $\rho = 7800kg/m^3$ *es la densidad del material,*
- $C_p = 500Ws/kg\ ^oC$
- $k = 52W/m^oC$ *es la conductividad térmica y,*
- $f = 20000W/m^3$ *es la densidad de fuente de calor.*

Las condiciones de contorno sobre la pared interior son:

$$\begin{cases} k\frac{\partial T}{\partial n} = 5e5W/m^2 & \text{sobre} \quad r = r_i,\ 0{,}04m \leq z \leq 0{,}1m \\ k\frac{\partial T}{\partial n} = 0 & \text{sobre} \quad r = r_i,\ z < 0{,}04m \text{ o } z > 0{,}1m \end{cases}$$

y en el resto de las fronteras son:

$$\begin{cases} k\frac{\partial T}{\partial n} = 50\,(25 - T)\,W/m^2 & \text{sobre} \quad r = r_e, \\ k\frac{\partial T}{\partial n} = 0 & \text{sobre} \quad z = 0{,}14m, \\ T = 100^oC & \text{sobre} \quad z = 0m. \end{cases}$$

La condición inicial es $T(0, x, y, z)) = 100^oC$.

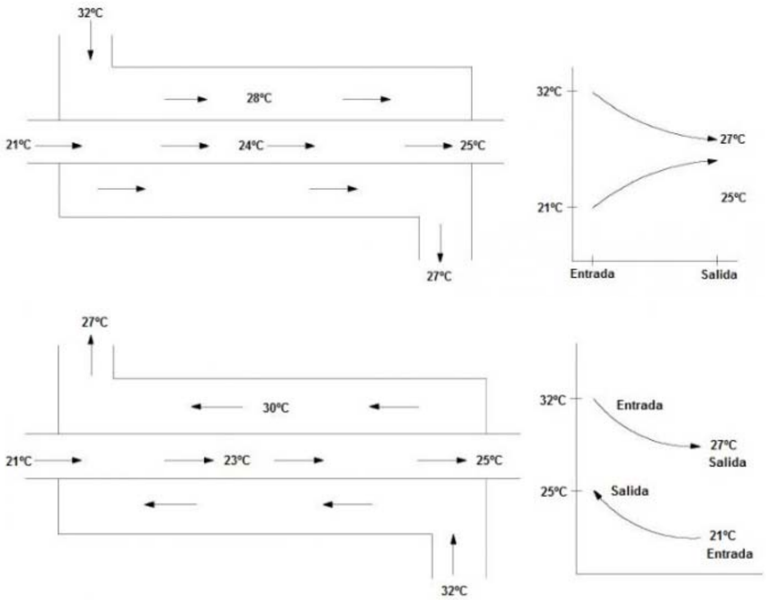
a) Utilizar el apartado a) del Ejercicio 2 de la práctica 9 para resolver con COMSOL el problema axisimétrico bidimensional obtenido en los primeros $1000sg$, considerando un parámetro de discretización $\Delta t = 10s$.

b) Representar graficamente las isotermas y el flujo de calor.

c) Calcular el flujo de calor sobre la superficie lateral exterior $r = r_e$.

d) Representar el flujo de calor sobre el plano medio del cilíndro $z = 0{,}07$ en el instante final.

Ejercicio 4 *Un intercambiador de calor es un dispositivo que facilita la transferencia de calor de una corriente fluida a otra. El caso más sencillo es el de tubos concéntricos, en los cuales se dice que hay circulación en contracorriente cuando los dos fluidos se desplazan en sentido contrario, o circulación en paralelo, cuando lo hacen en el mismo sentido. En ellos, la temperatura de cada fluido varía constantemente con la posición, de modo que también lo hace la diferencia de temperaturas entre ambos. Si la circulación es en corrientes paralelas, las temperaturas de los dos fluidos se aproximan, si bien en todo momento la temperatura del fluido caliente es siempre superior a las del frío. Si la circulación es en contracorriente, la variación de la diferencia de temperatura es menos acusada, siendo posible que el líquido caliente salga del intercambiador a una temperatura inferior a la de salida del líquido frío. Esta posibilidad permite extraer, por tanto, una mayor cantidad de calor del fluido caliente cuando la circulación es en contracorriente.*



Considérese el problema térmico estacionario asociado a un intercambiador de calor en contraflujo, consistente en dos tubos concéntricos: el tubo interno lleva una mezcla de agua/glicol y el externo agua. Considérense los siguientes datos:

- *Diámetro tubo interno:* $r_{int} = 0{,}02$ *m*
- *Diámetro tubo externo:* $r_{ext} = 0{,}04$ *m*
- *Longitud de las tuberías: 1 m*
- *Temperatura de entrada agua/glicol: 62º C*
- *Temperatura de entrada agua: 35º C*

- *Conductividad térmica agua/glicol: 0,49 W/(m.K)*
- *Densidad agua/glicol: 999,5 kg/m3*
- *Capacidad caloríca agua/glicol: 3971 J/(Kg.K)*
- *Velocidad agua/glicol: -0,00132 m/s*
- *Velocidad agua: 0,0027 m/s*

a) *Realizar la simulación del proceso de transferencia de calor con COMSOL asumiendo: Simetría axial, pérdida de calor insignificante con el entorno, y resistencia térmica de la pared de los tubos insignificantes.*

b) *Calcular las temperaturas de salida de la mezcla agua/glicol y del agua.*

c) *La diferencia de temperaturas media logarítmica.*

d) *El coeficiente global de transferencia de calor.*

Observación 5 *Sea ΔT_i la diferencia de temperaturas en el extremo i del intercambiador: $\Delta T_i = T_{c,i} - T_{f,i}$ donde los subíndices c y f hacen referencia a los valores del fluido caliente y frío, respectivamente. Se trata por tanto de una diferencia de temperaturas local en el extremo i del intercambiador. El flujo de calor total intercambiado a lo largo de la pared de contacto entre ambos fluidos es:*

$$q = \int_{\Gamma_{12}} h\,(T_c - T_f)\,d\Gamma \approx UA\Delta T_{ml},$$

siendo Γ_{12} la pared de la tubería interna que separa ambos fluidos, U el coeficiente global de transferencia de calor, A el área del tubo entre ambos fluidos ($= 2\pi r_{int} L$, siendo L la longitud del intercambiador), y ΔT_{ml} la media logarítmica de la diferencia de temperaturas en los extremos:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)}.$$