

## Práctica 10.

### Ejercicio 1.

Ver directamente en el archivo p10ej1.mph de COMSOL. Contiene todo lo que se pide en el apartado, que es:

- Norma  $L^2(\Omega)$  del error de aproximación de la solución.
- Norma  $L^2(\Omega)$  del error de aproximación del gradiente.
- Norma  $H^1(\Omega)$  del error de aproximación de la solución.

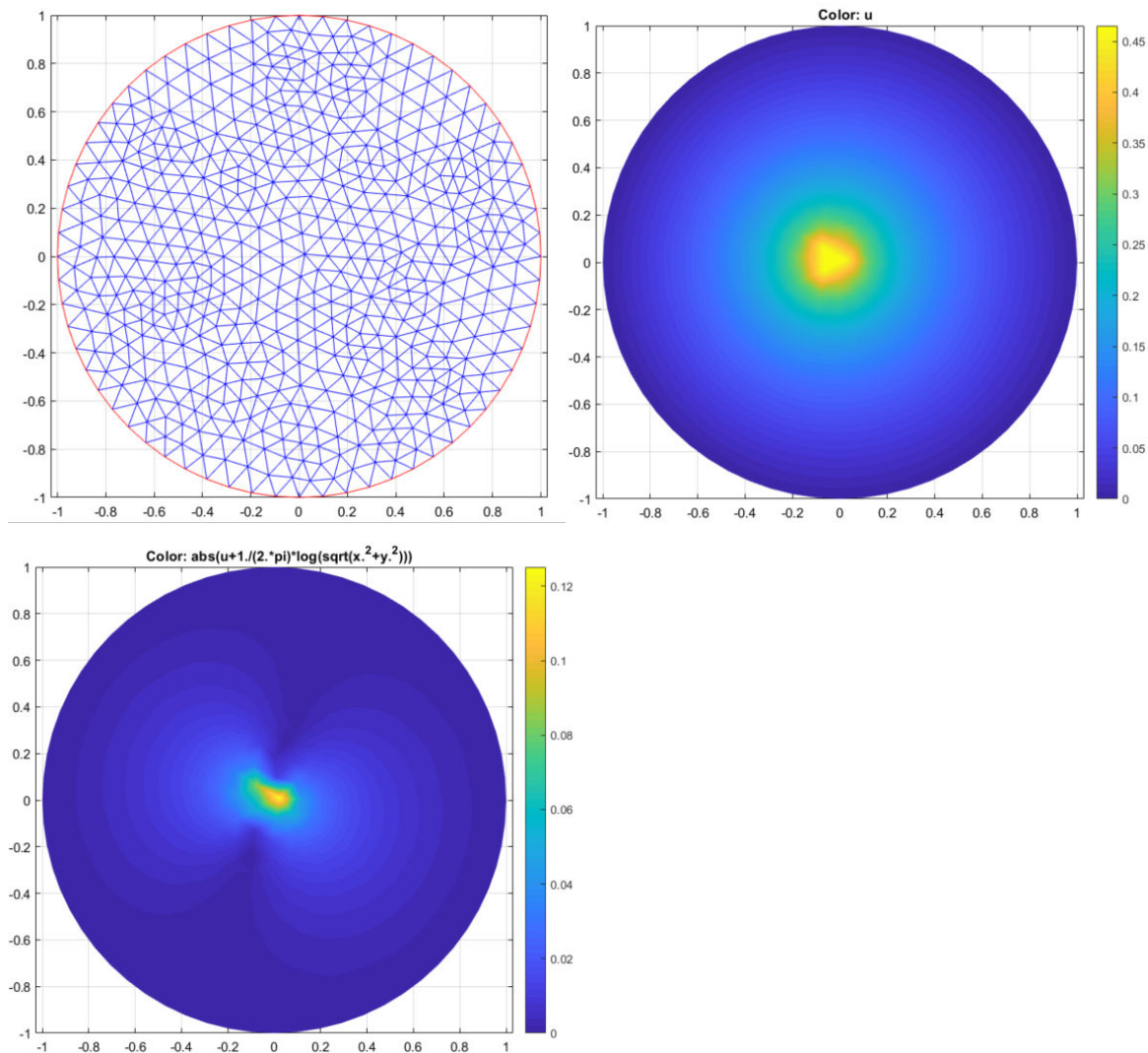
### Ejercicio 2.

a) Sabemos de la Práctica 8 que la formulación débil del problema es  $\int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \delta(r) v d\Omega = v(0)$  por las propiedades de la función  $\delta$ . Si tomamos la función  $u = -\frac{1}{2\pi} \log(r)$  podemos ver que  $\nabla u = \frac{-1}{2\pi r}$  por tanto,  $\int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v d\Omega = v(0) \iff \int_{\Omega} \frac{-1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} dr d\theta = v(0)$ , que implica  $\int_{r=0}^{r_{ext}} \frac{-1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} dr = v(0)$ , con lo cual no tenemos más que aplicar las condiciones de contorno para  $v$ .

b) Abrimos el archivo p10ej2\_MatLab.m con el *pdetool*.

```
pdetool;
```

Con el mallado homogéneo resulta, representando malla, solución y error ( $\text{abs}(u+1./(2.*\pi)*\log(\text{sqrt}(x.^2+y.^2)))$ ):

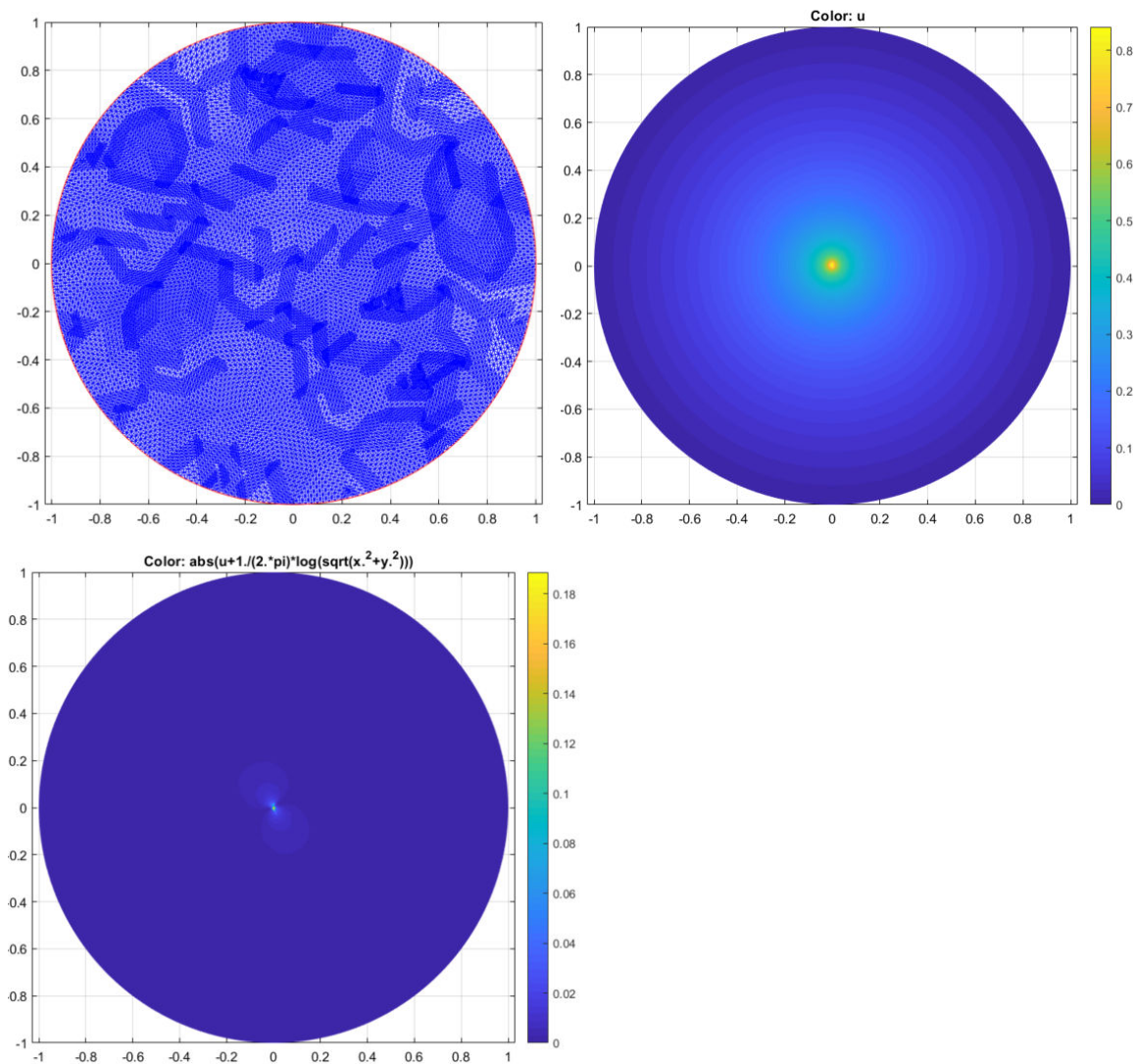


La norma  $L^2(\Omega)$  del error de aproximación de la solución para la malla homogénea es:

```
error_u=u-(1-p(1,:)).^2-p(2,:)).^2)/4;
normal2(error_u,t,p,1)
```

```
ans = 0.1070
```

El mallado adaptativo arroja una solución:



La norma  $L^2(\Omega)$  del error de aproximación de la solución para la malla adaptada es:

```
error_uad=uad-(1-pad(1,:).^2-pad(2,:).^2)/4;
normal2(error_uad,t,pad,1)
```

```
ans = 0.1070
```

c) Repetimos el trabajo con COMSOL. De nuevo, en este caso vamos a realizar todo el trabajo en el propio archivo `p10ej2_COMSOL.mph`.

## Anexo.

```
function z=normal2(u,t,p,opint)
% Función que calcula la norma L^2 de una función u definida en cada nodo
% de la malla sobre el dominio definido por la malla t en el formato de
% pdetool.
% La función u debe estar definida sobre los nodos de la malla.
% La matriz p representa las coordenadas de los nodos.
% La matriz t representa la información sobre los elementos: sus vértices y
% el dominio al que pertenecen.
```

```

% opint es la opción de integración.
% opint==1, si se utiliza la aproximación numérica del valor medio
% opint==2, si se calcula la integral exacta sobre cada elemento
% Si el número de argumentos es 3, se entiende que opint=1

if nargin==3
    opint=1;
end
if opint==2
    syms x y
    PRef=[1-x-y, x, y];
    integrando=PRef'*PRef;
    Integ1=int(integrando, 'y', 0, 1-x);
    Integ2=int(Integ1, 'x', 0, 1);
    IntegralRef=eval(Integ2);
end
nel=length(t(1,:));
z=0;
for k=1:nel
    uk=u(t(1:3,k));
    Bk=[p(:,t(2,k))-p(:,t(1,k)), p(:,t(3,k))-p(:,t(1,k))];
    if opint==1
        areak=abs(det(Bk))*0.5;
        Integralk=sum(uk.^2)/3*areak;
    else
        Integralk=abs(det(Bk))*uk'*IntegralRef*uk;
    end
    z=z+Integralk;
end
z=sqrt(z);
end

```