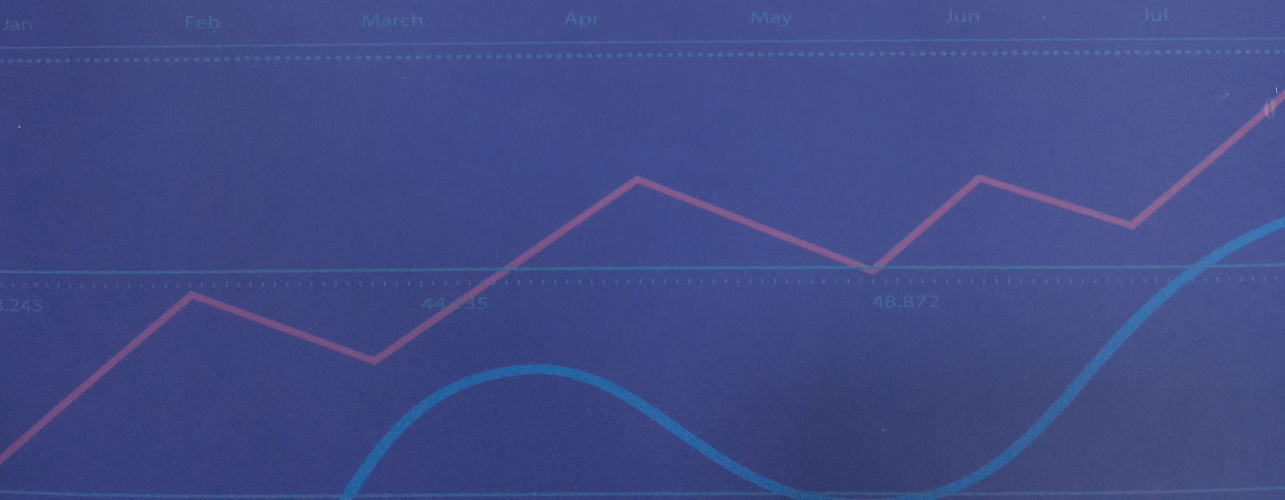


BERNARDO LEÓN CAMACHO

CARLOS ANDRÉS ZAPATA Q.

# GESTIÓN MODERNA DE PORTAFOLIO

UNA GUÍA CUANTITATIVA CON APLICACIONES EN R Y PYTHON



# **GESTIÓN MODERNA DE PORTAFOLIO**

UNA GUÍA CUANTITATIVA CON APLICACIONES  
EN R Y PYTHON

BERNARDO LEÓN CAMACHO  
CARLOS ANDRÉS ZAPATA Q.

**332.6 / L579 2023**

León Camacho, Bernardo 1966-

Gestión moderna de portafolio : una guía cuantitativa con aplicaciones en R y Python / Bernardo León Camacho y Carlos Andrés Zapata. Bogotá: Colegio de Estudios Superiores de Administración – CESA, Editorial CESA, 2023. 299 páginas.

**DESCRIPTORES:**

Administración del portafolio – Teorías

Mercado de capitales – Procesamiento electrónico de datos

Análisis de inversiones – Procesamiento electrónico de datos

Modelos de valoración de activos de capital

Riesgo (Finanzas) – Teorías

Inversiones socialmente responsables

Inversiones extranjeras

Tasa de retorno – Modelos matemáticos

© 2023 CESA - Colegio de Estudios Superiores de Administración

© 2023 Bernardo León Camacho

© 2023 Carlos Andrés Zapata Q.

ISBN impreso: 978-958-8988-79-5

ISBN digital: 978-958-8988-80-1

**Nota:** códigos disponibles en línea.

La Editorial CESA y los autores aclaran que los códigos están destinados a respaldar la teoría y los resultados del libro, por tanto, no son responsables de ninguna garantía expresa o implícita ya que: i. no garantizan que los códigos estén libres de errores y, ii. los códigos están escritos bajo determinados estándares y sin seguir una estructura general.

El uso de los códigos para otros diferentes a la verificación de los resultados del libro es responsabilidad del lector. Los autores y el editor renuncian a toda responsabilidad por daños directos o consecuentes que resulten en su uso.

Los códigos acompañantes de esta obra y otros datasets, pueden consultarse en el Repositorio de datos académicos CESA.

Editorial CESA

Casa Incolda

Diagonal 34a No. 5a-23

[www.editorialcesa.com](http://www.editorialcesa.com)

[www.cesa.edu.co](http://www.cesa.edu.co)

[editorialcesa@cesa.edu.co](mailto:editorialcesa@cesa.edu.co)

Bogotá, D.C., junio de 2023

Dirección: Editorial CESA

Corrección de estilo: José Ignacio Curcio

Diseño portada: Damaris Martínez

Composición: Carlos Andrés Zapata Q.

Impresión: Imagepriting

Todos los derechos reservados. Esta obra no puede ser reproducida sin el permiso previo escrito.

Impreso y hecho en Colombia

# Índice

Prólogo de los autores

XII

## I Selección de portafolio y evaluación de desempeño 1

### 1. Activos financieros y portafolios de inversión 3

- 1.1. Activos riesgosos: medidas de retorno y de riesgo . . . . . 5
  - 1.1.1. Tasa de retorno de los activos . . . . . 5
  - 1.1.2. Tasa de retorno del portafolio:  $R_p$  . . . . . 9
- 1.2. La medida de riesgo de los activos . . . . . 10
- 1.3. La medida de riesgo del portafolio . . . . . 11
- 1.4. Consideraciones sobre los parámetros estimados . . . . . 14

### 2. Construcción de portafolios óptimos y el modelo MV 15

- 2.1. Caso de dos activos . . . . . 17
- 2.2. El efecto de diversificación . . . . . 18
- 2.3. Portafolio óptimo para  $n$  activos . . . . . 23
- 2.4. Formulación general de la FE . . . . . 28
- 2.5. Portafolio de mínima varianza global . . . . . 30
- 2.6. Teorema de separación de fondos . . . . . 31
- 2.7. Portafolio óptimo con el activo libre de riesgo . . . . . 32
- 2.8. Restricciones en los pesos negativos . . . . . 38
- 2.9. Implementación de los modelos: un ejemplo práctico . . . . . 42
- 2.10. Limitaciones y extensiones del modelo MV . . . . . 44

### 3. Modelo de valoración CAPM y portafolio óptimo 51

- 3.1. El portafolio de mercado . . . . . 53
- 3.2. Línea del mercado de activos (LMA) y medida de riesgo sistemático 54
- 3.3. Estimación del modelo . . . . . 57
- 3.4. Descomposición de la varianza del activo . . . . . 61
- 3.5. Beta del portafolio ( $\beta_P$ ) . . . . . 62

3.6.	Modelo de mercado y portafolio óptimo . . . . .	63
3.6.1.	Modelo de mercado de Sharpe y FE . . . . .	63
3.6.2.	Modelo de Treynor y clasificación de activos . . . . .	68
3.6.3.	Portafolio óptimo de Treynor . . . . .	70
3.6.4.	Modelo de Jensen . . . . .	75
3.7.	Alcance y limitaciones del CAPM . . . . .	77
<b>4.</b>	<b>Utilidad esperada y aversión al riesgo</b>	<b>81</b>
4.1.	Incertidumbre y aversión al riesgo . . . . .	81
4.2.	Utilidad esperada y portafolio óptimo . . . . .	84
4.3.	Modelo MV y función de utilidad cuadrática . . . . .	87
4.4.	Alcance y limitaciones . . . . .	89
<b>5.</b>	<b>Medidas de <i>downside risk</i>: semivarianza, VaR y CVaR</b>	<b>93</b>
5.1.	Medidas de riesgo a la baja o <i>downside risk</i> . . . . .	94
5.1.1.	Semivarianza y la medida de Sortino . . . . .	95
5.1.2.	Valor en riesgo (VaR) . . . . .	100
5.1.3.	Valor en riesgo condicional (CVaR) . . . . .	102
<b>6.</b>	<b>La medida Omega (<math>\Omega</math>)</b>	<b>111</b>
6.1.	La medida $\Omega$ y su aplicación en el portafolio . . . . .	112
6.2.	Formulación del problema de optimización . . . . .	113
<b>7.</b>	<b>Evaluación de desempeño</b>	<b>119</b>
7.1.	Medidas basadas en el retorno del portafolio . . . . .	121
7.1.1.	Retorno activo del portafolio . . . . .	121
7.2.	Medidas basadas en la relación riesgo-retorno . . . . .	124
7.2.1.	Medida de Sharpe . . . . .	124
7.2.2.	Medida de Treynor . . . . .	126
7.2.3.	Medida de Sortino . . . . .	128
7.2.4.	Medida Omega ( $\Omega$ ) . . . . .	130
7.3.	<i>Tracking-error</i> y el coeficiente de información . . . . .	131
7.4.	Medidas de atribución . . . . .	134
7.4.1.	El modelo de atribución de Brinson . . . . .	134
7.5.	Limitaciones en la evaluación de desempeño . . . . .	137
<b>8.</b>	<b><i>Tracking-error</i> e indexación</b>	<b>139</b>
8.1.	Formulación óptima para el <i>TE</i> . . . . .	139
8.1.1.	<i>Index tracking</i> y portafolio <i>Sparse</i> . . . . .	146



<b>15. Paridad de riesgo y diversificación</b>	<b>227</b>
15.1. Contribución al riesgo . . . . .	228
15.1.1. Contribución marginal al riesgo . . . . .	230
15.1.2. Contribución total al riesgo . . . . .	231
15.2. Paridad de riesgo <i>naïve</i> . . . . .	231
15.3. Paridad de riesgo <i>vanilla</i> . . . . .	234
15.4. Formulación general: medida de concentración y aproximación convexa . . . . .	237
15.5. Máxima diversificación del portafolio . . . . .	238
15.5.1. La medida de máxima diversificación . . . . .	239
 <b>IV Portafolios socialmente responsables</b>	 <b>243</b>
<b>16. Criterios ASG y portafolio óptimo</b>	<b>245</b>
16.1. Indicadores ASG y proveedores de información . . . . .	247
16.2. Construcción del portafolio óptimo MV-ASG . . . . .	248
16.2.1. Formulación general del portafolio MV-ASG . . . . .	249
16.2.2. Portafolio óptimo de Sharpe-ASG . . . . .	252
16.2.3. Medida de eficiencia del portafolio ASG . . . . .	253
16.3. Enfoques alternativos del portafolio ASG . . . . .	254
 <b>Referencias</b>	 <b>257</b>

# Siglas

Análisis de componentes principales (ACP)  
Aproximación convexa sucesiva (SCA)  
Asociación nacional de corredores de valores automatizado (NASDAQ)  
Aversión absoluta al riesgo (ARA)  
Aversión absoluta al riesgo constante (CARA)  
Aversión absoluta al riesgo creciente (IARA)  
Aversión relativa al riesgo constante (CRRR)  
Contribución al riesgo (CR)  
Contribución marginal al riesgo (CMR)  
Contribución relativa al riesgo (CRR)  
Frontera eficiente (FE)  
*GNU Linear Programming Kit* (GLPK)  
Intensidad de carbono (CI)  
Inversión socialmente responsable (SRI)  
Kuhn-Tucker (KT)  
Línea del mercado de activos (LMA)  
Línea del mercado de capitales (LMC)  
Medía-Varianza (MV)  
Medida de diversificación (DR)  
Medida máxima de diversificación (MDR)  
Mínimos cuadrados ordinarios (MCO)  
Modelo Black-Litterman (BL)  
Modelo de valoración de activos de capital (CAPM)  
Modelo de Fama-French de tres factores (FF3)  
Modelo de Fama-French de cinco factores (FF5)  
Morgan Stanley Capital International (MSCI)  
Optimización robusta (OR)  
Paridad de riesgo (PR)  
Paridad de riesgo *naïve* (NRP)  
Paridad de riesgo *vanilla* (NRP)  
Pérdida esperada de cola (ETL)



Portafolio de mínima varianza global (PMVG)  
Portafolio tangente (PT)  
Portafolio óptimo de *tracking-error* (PoTE)  
Portafolio robusto bayesiano de Meucci (PRBM)  
Prima compensatoria por riesgo (PCR)  
Principios de inversión responsable (PIR)  
Programación cuadrática (QP)  
Programación convexa (CVX)  
Programación de cono de segundo orden (SOCP)  
Relación de información (IR)  
Retoro mínimo aceptable (MAR)  
Riesgo-retorno (RR)  
Standard & Poor's 500 (S&P 500)  
Teoría moderna de portafolio (TMP)  
*Tracking-Error* (TE)  
Valor contable (VC)  
Valor de mercado (VM)  
Valor en riesgo (VaR)  
Valor en riesgo condicional (CVaR)  
Valoración por no arbitraje (APT)

# Prólogo de los autores

El libro **Gestión moderna de portafolios: una guía cuantitativa con aplicaciones en R y Python** presenta los principales desarrollos la teoría moderna de portafolio (TMP), los cuales han permitido consolidar este campo de investigación como uno de los más desarrollados de la ciencia financiera por sus contribuciones al impulso y profundización del mercado de capitales. Para ello, se abordan inicialmente los elementos fundamentales del modelo media-varianza (MV) introducido por Markowitz en 1952, así como sus extensiones mediante la incorporación de otras medidas de riesgo o de diferentes formulaciones del problema de optimización de portafolio. En este sentido, el libro incorpora, a nivel teórico y aplicado, las principales contribuciones de la TMP durante los últimos 70 años.

El modelo MV proporcionó un enfoque para cuantificar la relación riesgo-retorno y, con ello, la construcción de portafolios de inversión diversificados. Desde la publicación del trabajo de Markowitz (1952) el modelo MV ha sido la solución dominante para la selección de portafolios óptimos. Además, su trabajo inició un amplio campo de investigación de la teoría financiera al aportar, junto con Tobin (1958) y Treynor (1961), las bases fundamentales para la construcción del modelo de valoración de activos de capital (CAPM, por sus siglas en inglés), que fue desarrollado por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966). El CAPM sostiene que los inversionistas son compensados por asumir, no el riesgo total, sino el riesgo de mercado o riesgo sistemático, ya que el riesgo específico de los activos puede diversificarse a partir de la construcción de portafolios óptimos. Desde entonces, el CAPM se convirtió en el modelo base para la valoración de los activos financieros (Treynor, 1965; Elton *et al.*, 1976).

Así mismo, se han desarrollado extensiones importantes del modelo MV para la construcción de portafolios óptimos teniendo en cuenta otras medidas de riesgo, como las medidas de riesgo a la baja o *downside risk*: la semivarianza de Sortino y Price (1994); el VaR o CVaR de Rockafellar y Uryasev (2000) y Uryasev (2000), entre otros. Todos estos desarrollos representan un avance importante de la TMP hasta inicios del siglo XXI, y son los temas que se abordan en la primera parte del libro.

Ahora bien, desde la década de los 70 los modelos de valoración se volvieron más sofisticados al involucrar tanto los aspectos intertemporales, así como la incertidumbre y otras fuentes de riesgo en el ejercicio de valoración y en la toma de decisiones de inversión. Conceptualmente el modelo CAPM es un modelo de un solo factor que toma como medida de riesgo de mercado la beta y se expande a un enfoque multifactorial del riesgo (o multibeta) para explicar los retornos de los activos y portafolios de inversión. Los trabajos de Ross (1976), a partir de la formulación teórica del modelo de valoración por no arbitraje (APT, por sus siglas en inglés) y Roll (1977) a nivel de contrastación empírica del modelo de valoración, crearon una base importante en el campo de los modelos multifactoriales que definen una alternativa al CAPM. En este contexto, se encuentran los trabajos de Fama y French (1992), Fama y French (1993), Carhart (1997), entre otros.

Además, estos desarrollos se adaptan al diseño de estrategias de inversión en el mercado financiero internacional. Solnik (1974) fue el primero en adaptar el modelo CAPM a un enfoque de aplicación global, donde el riesgo cambiario cumple un papel fundamental. Estos desarrollos, en los ámbitos de valoración y diseño de estrategias de inversión, se abordan en la parte 2 del libro.

Por otra parte, el modelo MV de Markowitz presenta algunas fallas y limitaciones que fueron identificadas por Michaud (1989), Best y Grauer (1991), Black y Litterman (1991, 1992) y Chopra y Ziemba (1993), entre otros. El modelo MV, aunque brindó las bases para la construcción de inversiones diversificadas, genera portafolios muy concentrados y presentan una alta sensibilidad a los parámetros estimados. Para superar este problema, se exponen diferentes propuestas alternativas que expanden el campo de investigación de la TMP a los enfoques de: i) optimización robusta (OR), ii) el enfoque bayesiano y iii) el enfoque de paridad de riesgo. Estos nuevos desarrollos teóricos, que serán tratados en la parte 3 del libro, definen un nuevo marco para la construcción de portafolios óptimos con una estructura mucho más robusta.

Los enfoques de OR y el bayesiano, al tener en cuenta la incertidumbre de los parámetros estimados como los retornos y las covarianzas, proporcionan una solución mucho más consistente en comparación con el modelo MV. En el primer caso, la OR como enfoque de optimización bajo incertidumbre basada en conjuntos (o *sets*) de información, representa una forma intuitiva y fácil de lidiar con la incertidumbre de los parámetros, ya que permite incorporar información adicional de las estimaciones puntuales de los retornos y de sus covarianzas, como afirman Fabozzi *et al.* (2007) y Pachamanova y Fabozzi (2012). Mientras que el enfoque bayesiano que se identifica principalmente en los trabajos de Black y Litterman (1991, 1992) y de Ledoit y Wolf (2003, 2004), genera estimaciones robustas de los retornos esperados y de la matriz de covarianzas, respectivamente.

Además, como el modelo MV solo considera el riesgo del portafolio en su conjunto, ignora la contribución al riesgo que aporta cada activo en el portafolio.

Los trabajos de Quian (2005, 2006, 2011) y Choueifaty y Coignard (2008), entre otros, han contribuido a consolidar el enfoque de paridad de riesgo (o *risk parity*) para mejorar el grado de diversificación, y han permitido reorientar la gestión de portafolios de inversión en la asignación para diferentes fuentes de riesgo.

Estos desarrollos teóricos de la TMP, así como de todas sus extensiones, tuvieron una fuerte incidencia en el desarrollo del mercado financiero. Sin embargo, en estas últimas dos décadas han empezado a surgir nuevas preocupaciones para los inversionistas y gestores de inversiones, ya que se han empezado a preocupar también por las cuestiones ambientales y sociales, así como por las consecuencias que ha traído el cambio climático. Estas preocupaciones han reorientado la forma de diseñar las estrategias de inversión y han creado un nuevo campo que se denomina “la inversión socialmente responsable o SRI”, por sus siglas en inglés. Para ello, se han adoptado los “Principios de Inversión Responsable” de las Naciones Unidas de 2006, los cuales incorporaron nuevos criterios para la gestión de inversiones que no solo tienen en cuenta los aspectos puramente financieros como el retorno esperado o el riesgo de los activos, sino también criterios ambientales (A), sociales (S) y de buen gobierno (G) o criterios ASG.

Como respuesta, el modelo MV se adapta para crear portafolios de inversión que incorporan estos nuevos criterios y permite no solo alcanzar una relación riesgo-retorno óptima sino también cumplir con las temáticas de tipo ambiental y social que ahora preocupan a los inversionistas. Los trabajos de Hirschberger *et al.* (2013), Utz *et al.* (2014), Gasser *et al.* (2017), De Spiegeleer *et al.* (2021), Cesarone *et al.* (2022), entre otros; presentan importantes contribuciones en este campo y definen un nuevo enfoque teórico que puede denominarse el modelo MV-ASG. El último capítulo del libro aborda estos desarrollos.

De esta forma, “Gestión moderna de portafolios: una guía cuantitativa con aplicaciones en R y Python” es una contribución importante en el campo de investigación de la TMP porque consolida los principales desarrollos que han dominado la teoría de portafolios y se publica en conmemoración de los 70 años de publicación del trabajo seminal de Markowitz. Como resultado, el lector encuentra los desarrollos de cada enfoque para la construcción de portafolios óptimos de inversión, y puede practicar con los ejemplos que se presentan para cada tema y utilizar los códigos de R y Python que le permitirán replicar los ejercicios de aplicación. Los ejemplos que se encuentran identificados con los iconos de R y Python, como se muestra a continuación, tienen los códigos disponibles.



Todos los ejemplos de código se pueden obtener en el Repositorio de datos académicos CESA. Sin embargo, los autores aclaramos que estos códigos están destinados a respaldar la teoría y los resultados

de este libro. Por tanto, renunciamos a cualquier garantía expresa o implícita ya que:

- i. no garantizamos que estos códigos estén libres de errores.
- ii. los códigos están escritos bajo ciertos estándares y no siguen una estructura general.

El uso de los códigos para otros fines que no sean verificar los resultados del libro queda bajo la responsabilidad del lector. Los autores y el editor renuncian a toda responsabilidad por daños directos o consecuentes que resulten en su uso.