Algoritmo basado en colonias de hormigas

Raul Torrijos y Lukas Häring

Tabla de contenidos

Tabla de contenidos

Introducción

- Algoritmo **inspirado en la naturaleza**. Encontramos *algoritmos genéticos* (GA), *redes neuronales artificiales* (ANN) o *enjambre de partículas* (PSO).

- **Basado en Inteligencia de enjambre** (comportamientos colectivos). Capaces de comunicarse entre ellos de forma **indirecta** y **local**.

- Se investigó intensivamente entre los años 1959 y 2002.

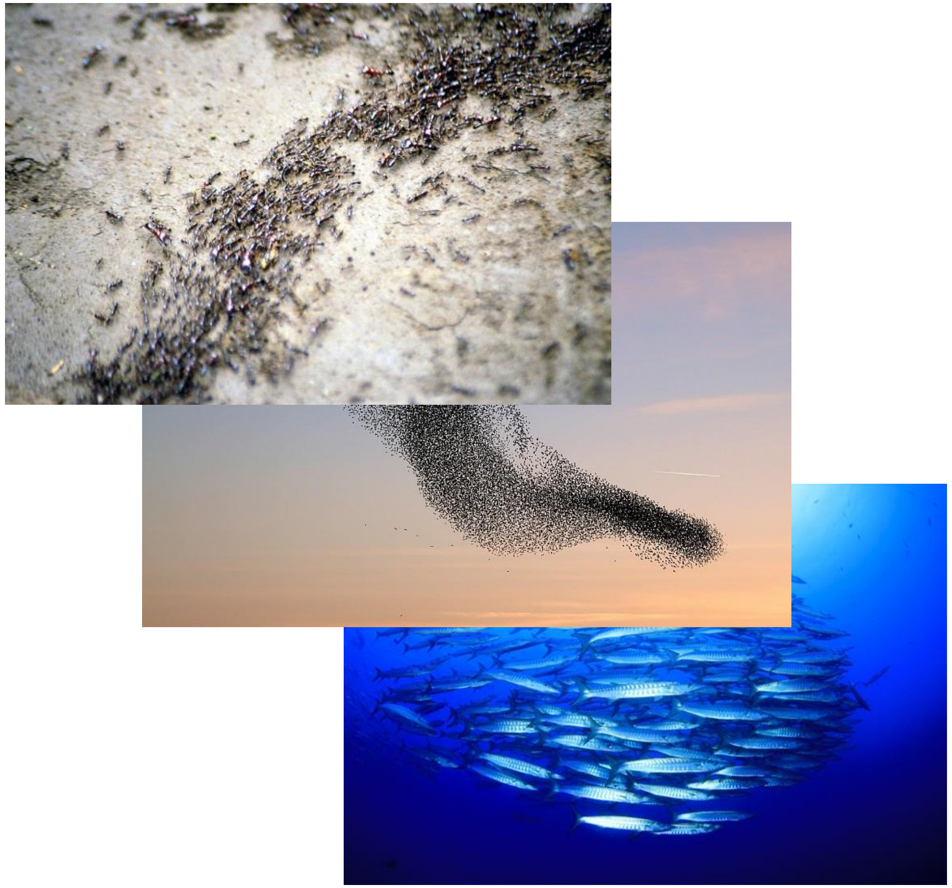


Tabla de contenidos

Historia

- *Pierre-Paul Grassé* ofreció una teoría que explicaba en 1959, el **comportamiento de las termitas**.

- *Goss, Aron, Deneubourg y Pasteels* (1989) dieron la **idea general de los futuros ACOs**.

- *Marco Dorigo*, en 1991 **aplicó** esta técnica para resolver **problemas de computación**, basándose en la teoría.

Pierre-Paul Grassé

Marco Dorigo

Tabla de contenidos

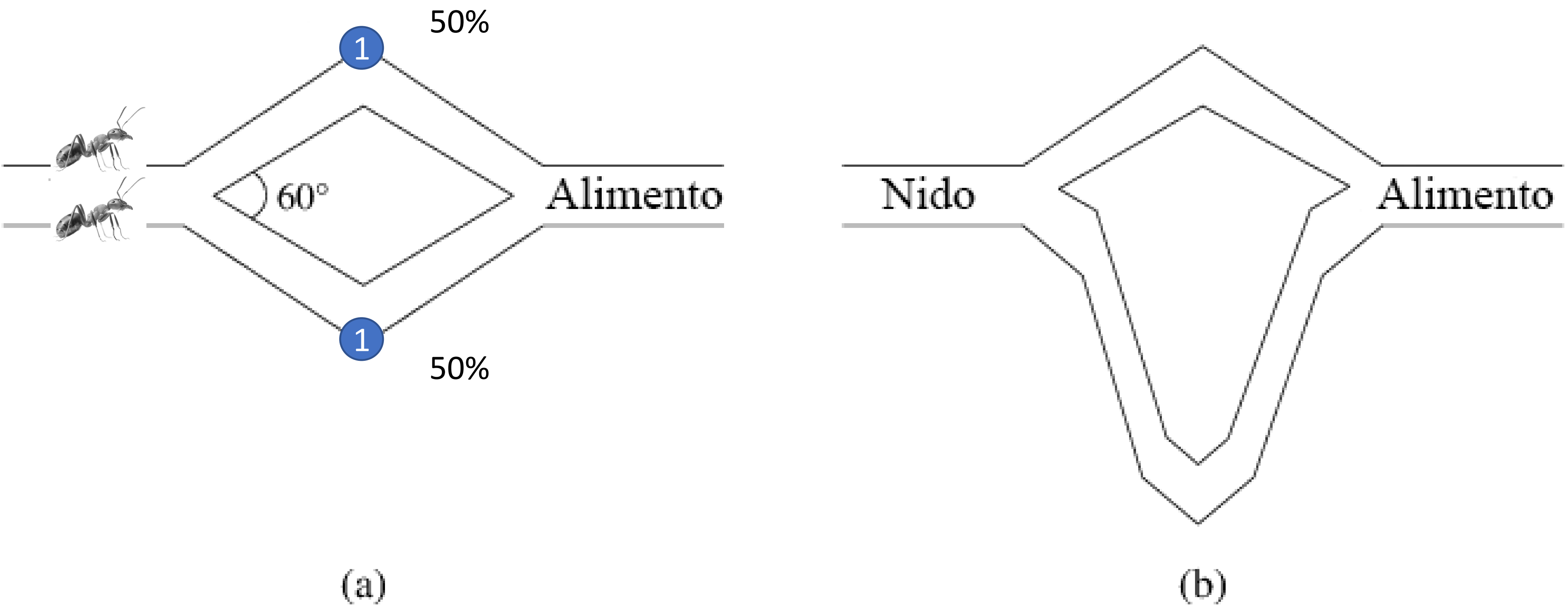
Naturaleza

Las colonias de hormigas son capaces de comunicarse entre ellas mediante la deposición de feromonas (Comunicación indirecta), utilizado principalmente para indicar el camino a las hormigas de su alrededor (Propiedad de localidad). Cuanto mayor la cantidad depositada, más probable son de coger ese camino.

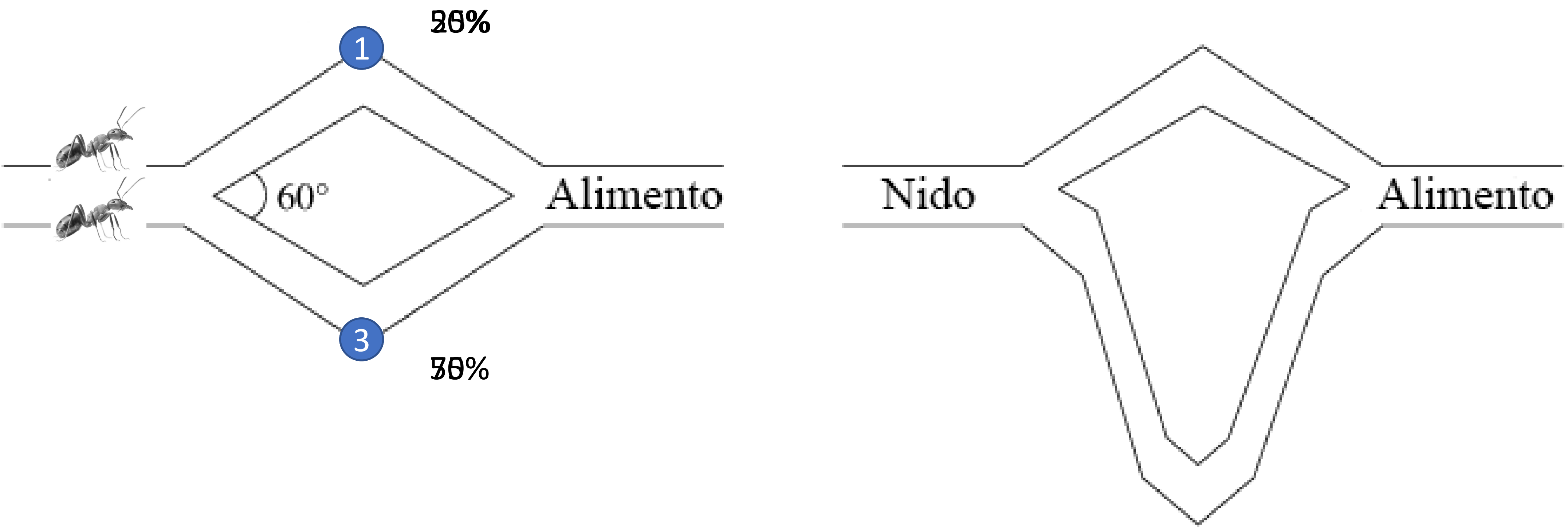
Los bancos de peces y las bandadas de pájaros son organismos más complejos. Aunque en el aire o en el agua no existen muchos obstáculos, aplican las mismas reglas. Su comunicación es visual (Comunicación indirecta), observando a los individuos de su alrededor (Propiedad de localidad).

Tabla de contenidos

“Experimento del doble puente”

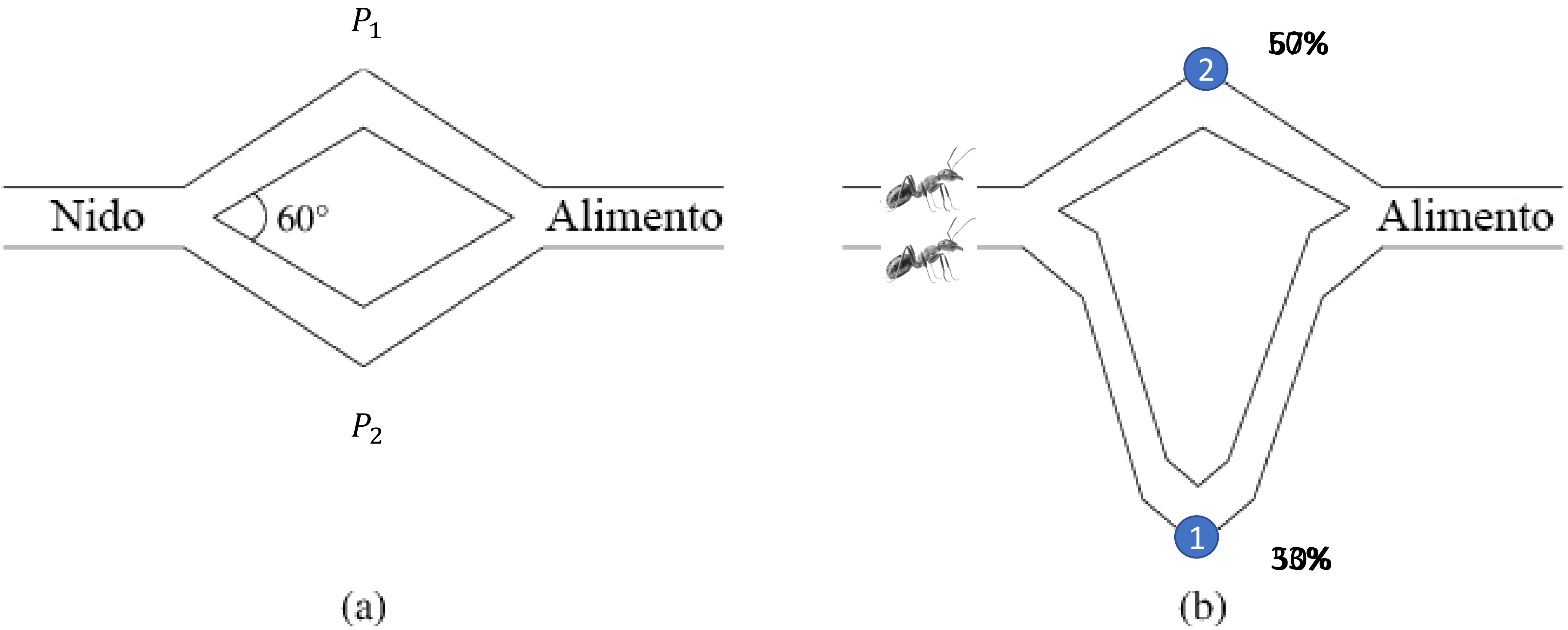


“Experimento del doble puente”



(a) (b)

“Experimento del doble puente”



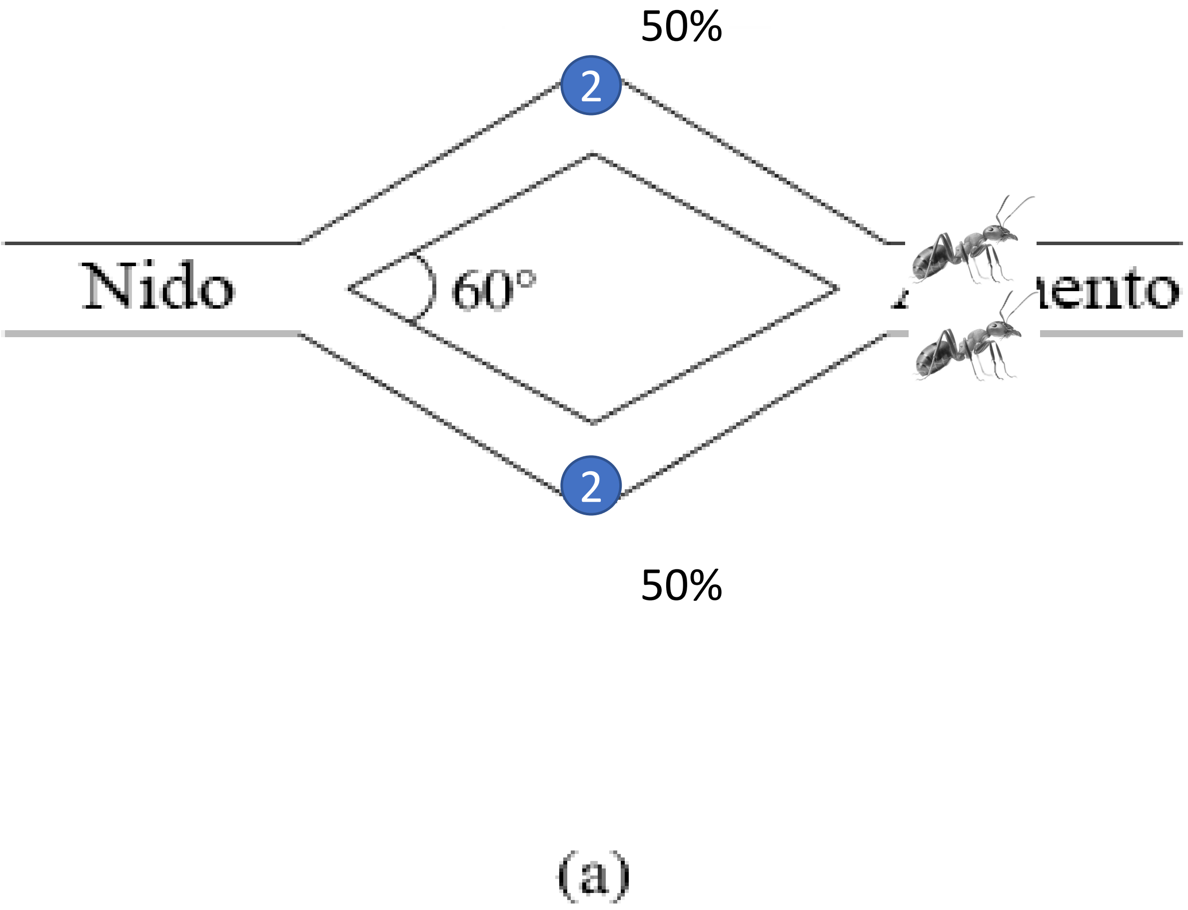
Nota 1

- Notación previa:

Notación	**Descripción**
H	Lista de todas las hormigas
$P = [p_1, \dots, p_n] : p_j \in \mathbb{N} \land j \in \{0 \dots n\}$	Lista de todos los puentes y la cantidad de feromonas
$H_j \rightarrow P_i : P_i \in P \ \land \ H_j \in H$	La hormiga j toma el puente i (incrementado 1 el nivel de feromonas)
$Ev(P)$	En todos los puentes se han evaporado una unidad de feromonas

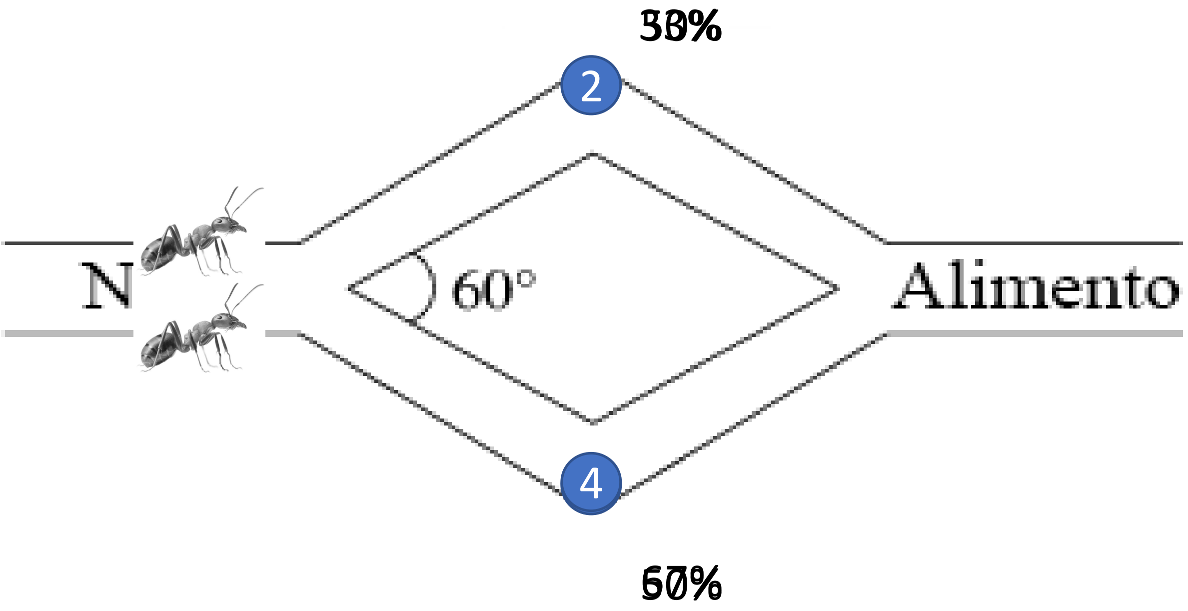
Tabla de contenidos

Evaporación de feromonas



Iteración	Ecuación
1	$H_1 \rightarrow P_1 \wedge H_2 \rightarrow P_2$
>2	$H_1 \rightarrow P_1 \wedge H_2 \rightarrow P_2$
3	$\mathbf{H_1 \rightarrow P_1 \wedge H_2 \rightarrow P_2}$
4	$\mathbf{H_1 \rightarrow P_1 \wedge H_2 \rightarrow P_2 \wedge Ev(P)}$
5	$\mathbf{H_1 \rightarrow P_1 \wedge H_2 \rightarrow P_2 \wedge Ev(P)}$

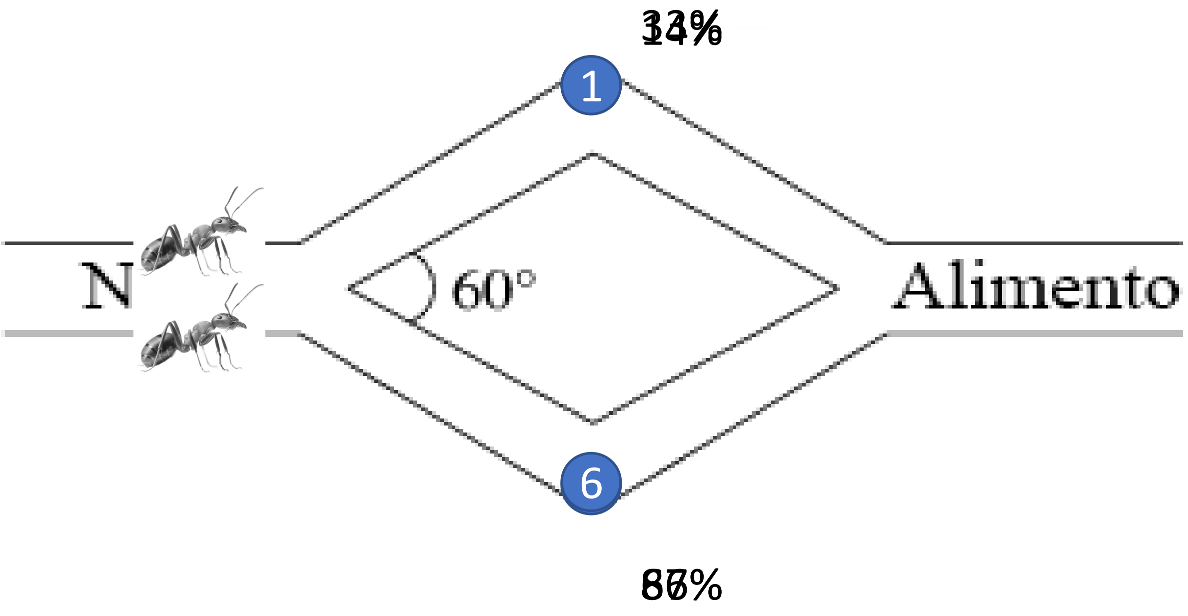
Evaporación de feromonas



(a)

Iteración	Ecuación
1	$P_1 \rightarrow H_1 \wedge P_2 \rightarrow H_2$
2	$P_1 \rightarrow H_1 \wedge P_2 \rightarrow H_2$
>3	$\mathrm{H_1} \rightarrow \mathrm{P_1} \wedge \mathrm{H_2} \rightarrow \mathrm{P_2}$
4	$\mathbf{H_1} \rightarrow \mathbf{P_1} \wedge \mathbf{H_2} \rightarrow \mathbf{P_2} \wedge \mathbf{Ev(P)}$
5	$\mathbf{H_1} \rightarrow \mathbf{P_1} \wedge \mathbf{H_2} \rightarrow \mathbf{P_2} \wedge \mathbf{Ev(P)}$

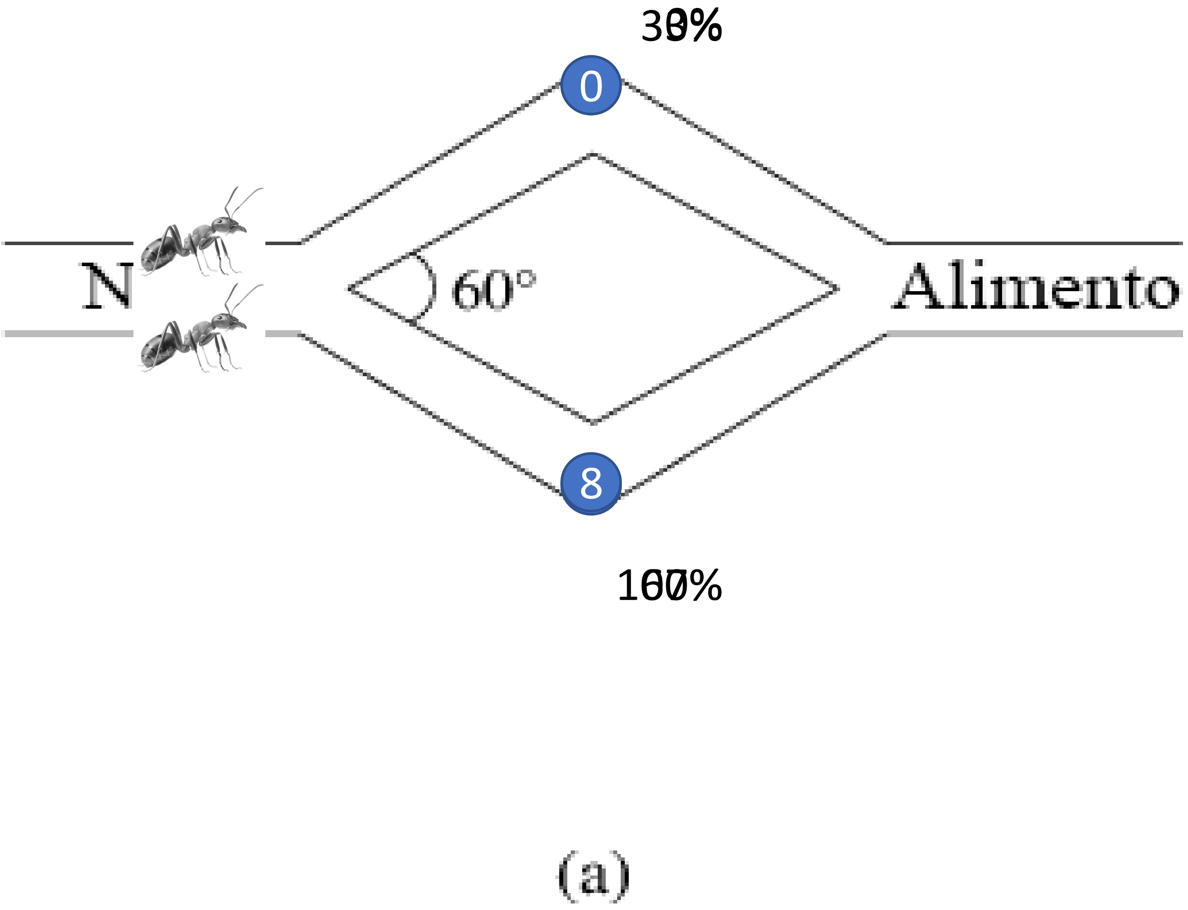
Evaporación de feromonas



(a)

Iteración	Ecuación
1	$P_1 \rightarrow H_1 \land P_2 \rightarrow H_2$
2	$P_1 \rightarrow H_1 \land P_2 \rightarrow H_2$
3	$\mathrm{H}_1 \rightarrow \mathrm{P}_1 \land \mathrm{H}_2 \rightarrow \mathrm{P}_2$
>4	$\mathrm{H}_1 \rightarrow \mathrm{P}_1 \land \mathrm{H}_2 \rightarrow \mathrm{P}_2 \land \mathrm{Ev(P)}$
5	$\mathbf{H_1 \rightarrow P_1 \land H_2 \rightarrow P_2 \land Ev(P)}$

Evaporación de feromonas



Iteración	Ecuación
1	$P_1 \rightarrow H_1 \wedge P_2 \rightarrow H_2$
2	$P_1 \rightarrow H_1 \wedge P_2 \rightarrow H_2$
3	$\mathrm{H}_1 \rightarrow \mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{H}_2 \rightarrow \mathrm{P}_2$
4	$\mathrm{H}_1 \rightarrow \mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{H}_2 \rightarrow \mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{Ev(P)}$
>5	$\mathrm{H}_1 \rightarrow \mathrm{P}_1 \wedge \mathrm{H}_2 \rightarrow \mathrm{P}_2 \wedge \mathrm{Ev(P)}$

Tabla de contenidos

Algoritmo Computacional

- Recibe el nombre de Ant System (AS).
- Algoritmo basado en el problema del viajante (TSP).
- Está basado en un modelo matemático basado en grafos pero en la implementación, matrices.
- Matriz de distancia entre ciudades.
- Matriz de feromonas de ciudades.

$$\forall i, j \; d_{i,j} = d_{j,i}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \cdots & d_{i,0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{j,0} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

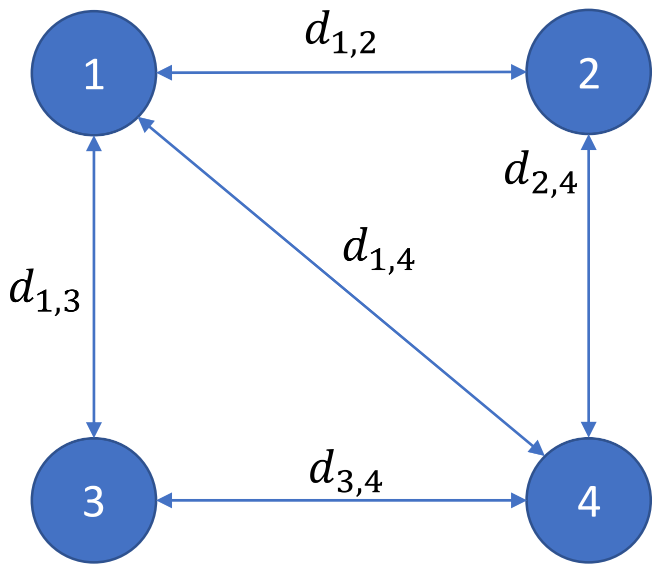


Tabla de contenidos

I. Introducción
   i. Historia
   ii. Naturaleza
II. “Experimento del puente”
   i. Evaporación de feromonas
III. Algoritmo Computacional (Ant System)
   i. Introducción Matemática
   ii. Algoritmo

Introducción Matemática

Nivel de feromonas en el nodo (i,j):

$$\tau_{\mathrm{i},j} = (1-\rho)\tau_{i,j} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_{i,j}^{k} \quad \rho \in [0,1]$$

Cantidad de feromonas en el nodo (i, j) por la hormiga k:

$$\Delta\tau_{i,j}^{k} = \begin{cases} \dfrac{1}{L_k} & \text{Si la hormiga k ha visitado el nodo (i, j)} \\ 0 & \text{En caso contrario} \end{cases}$$

Símbolo	**Definición**
ρ	Ratio de evaporación de feromonas.
L_k	Total del recorrido realizado por la hormiga k.
m	Total de hormigas

Probabilidad

Probabilidad de tomar el camino de la ciudad i hacia la ciudad j por una hormiga k:

$$p_{i,j}^{k} = \begin{cases} \dfrac{\tau_{i,j}^{\alpha} \cdot \delta_{i,j}^{\beta}}{\sum_{c \in C_i^k} \tau_c^{\alpha} \cdot \delta_c^{\beta}} & \text{Si el camino hacia } (\mathrm{i,j}) \text{ no ha sido visitado} \\ 0 & \text{Ha sido visitado} \end{cases} \; ; \quad \delta_{i,j} = \frac{1}{d_{i,j}}$$

Símbolo	Definición
$C_i^k = \{(i, j_0^k), \dots, (i, j_n^k)\}$	Caminos (pares de índices) no visitado por la hormiga k desde la ciudad i.
$d_{i,j}$	Distancia desde la ciudad i hasta la ciudad j.
α	Control de la importancia de las feromonas.
β	Control de la importancia de las distancias.