

基于混合分布的动态 RCS 统计特性建模方法

王可屹¹, 房善婷², 张玉涛², 孙进平¹

1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191

2. 中国船舶集团有限公司 第八研究院, 南京 211153

摘 要: 当目标的动态雷达散射截面 (RCS) 分布较为复杂时, 其概率密度函数难以通过精确表达式进行表示, 同时雷达对于目标的检测性能难以进行精确的计算。针对此问题, 提出了一种混合分布模型, 旨在利用多个伽马分布模型或对数正态分布模型等基础分布模型的基础上, 对复杂的 RCS 分布进行表示, 从而简化计算。针对于典型的几种动态 RCS 统计分布模型的概率密度函数及其适用场景进行了总结; 详细阐述了所提出的混合分布模型以及基于最小二乘准则的数据拟合方法; 针对三种复杂的典型目标动态 RCS 统计分布模型进行了拟合实验, 拟合优度检验结果验证了 RCS 混合分布模型的可行性与有效性。

关键词: 雷达散射截面; 混合分布; 伽马分布; 对数正态分布

文献标志码: A

中图分类号: TN95

Modeling Method for Statistical Characteristics of Dynamic RCS Based on Mixture Distribution

WANG Keyi¹, FANG Shanting², ZHANG Yutao², SUN Jinping¹

1. School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

2. No.8 Research Academy of China State Shipbuilding Co., Ltd., Nanjing 211153, China

Abstract: The probability density function is difficult to be expressed by accurate expression and the detection performance of radar is hard to precisely calculate when the dynamic RCS distribution of the target is relatively complex. To solve this problem, a hybrid distribution model is proposed in this paper, which aims to use multiple basic distribution models, such as the gamma distribution and the lognormal distribution, to represent the complex RCS distribution and simplify the calculation. Firstly, several typical dynamic RCS statistical distribution models and their applications are summarized. Secondly, the proposed hybrid distribution model is described and the fitting method based on the least squares criterion is discussed in detail. Finally, a fitting experiment is carried out for three complicated and typical dynamic RCS distribution models, and the result of fitting test verifies the feasibility and effectiveness of the hybrid RCS distribution model.

Key words: radar cross section; mixture distribution; Gamma distribution; lognormal distribution

雷达散射截面 (radar cross section, RCS), 表征了目标在雷达波照射下所产生回波强度的一种物理量。其又可称作后向散射截面, 指雷达入射方向上单位立体角内返回散射功率与目标截获的功率密度之比^[1]。由于 RCS 与照射电磁波的频率、极

化、目标的姿态与其本身的特性有关, RCS 幅值总是随时间呈现无规律起伏, 普遍采用统计建模方法分析目标动态 RCS 的起伏特性^[2]。

对于目标 RCS 的起伏特性研究, 目前已有较为常用的统计分布模型。大多数的 RCS 起伏特性

作者简介: 王可屹 (2001—), 男, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理; 房善婷 (1994—), 女, 硕士, 工程师, 研究方向为雷达数据处理; 张玉涛 (1994—), 男, 硕士, 工程师, 研究方向为雷达数据处理; 孙进平 (1975—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、数据处理、目标识别等。

均可由卡方分布进行描述,其中比较常见的起伏模型是 4 种 Swerling 模型^[3]。其对于一些导弹、飞机等目标的拟合性能很好,因此常被用于分析雷达对目标的检测性能^[4]。

除 Swerling 起伏模型外,常用的起伏模型还包括对数正态分布模型^[5]、韦布尔分布模型^[6]等。文献[7]提出了一种通用的基于混合正态分布的 RCS 统计建模方法,并通过实测数据进行统计分析,拟合优度检验结果表明混合正态分布在米波频段和厘米波频段均能实现最佳的拟合优度。文献[8]针对经典模型描述复杂航迹情况下的隐身飞机动态 RCS 统计分布特性精度不足的特点,提出了一种精度更高、拟合效果更好的改进混合对数正态分布模型。文献[9]选择了一种典型隐身飞行器作为研究目标,针对隐形目标的 RCS 数据的平均中值比会出现小于 1 的情况,提出了对数正态分布的完备情况。文献[10]针对典型隐身飞机的 RCS 统计数据,应用卡方模型、对数正态模型和勒让德多项式模型等 3 种较新起伏模型进行拟合,研究了各模型的适用性。

当目标的动态 RCS 服从常用的基础分布模型时,雷达的检测性能可以通过简单计算或查表得到。然而当目标的动态 RCS 分布更加复杂时,如服从广义伽马分布、莱斯分布等分布模型或无法以具体模型表示的分布时,计算雷达对目标的检测性能将变得更加复杂。

针对上述问题,为简化当目标动态 RCS 服从更为复杂的统计分布模型时雷达检测性能的计算,本文在两种基础的 RCS 统计分布模型,即伽马分布模型与对数正态分布模型的基础上,提出了一种通用的多参数混合分布模型,可以有效针对更为复杂的 RCS 统计分布模型进行拟合,从而将复杂 RCS 分布下雷达检测性能计算简化为多个基础分布模型的检测性能计算与加权求和。同时本文针对三种复杂 RCS 分布,完成了模型拟合及优度检验的仿真验证。

1 典型动态 RCS 统计分布模型

典型的 RCS 统计分布模型包括伽马分布、对数正态分布、韦布尔分布、莱斯分布等模型。

伽马分布模型的概率密度函数由下式给出。

$$p(\sigma; a, b) = \frac{b^a \sigma^{a-1}}{\Gamma(a)} e^{-b\sigma}, \sigma > 0 \quad (1)$$

式中: σ 为目标的动态 RCS 值; a, b 分别为伽马分布的形状参数和尺度参数,分别影响分布函数在形状以及幅度上的变化,其中 a 的值越小则目标动态 RCS 统计分布曲线起伏越剧烈; $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数。相较于其他 RCS 统计分布模型,伽马分布可以较好地描述多种类型目标 RCS 起伏的统计特性^[11]。

伽马分布作为一个双参数曲线族,对于指数分布的随机变量之和进行建模,卡方分布和指数分布可视为其特例。当 $a=1$ 时,称目标的动态 RCS 服从参数为 b 的指数分布,记作 $\text{Exp}(b)$; 当 $a=k/2, b=2$ 时,称目标的动态 RCS 值服从自由度为 k 的卡方分布,当自由度 k 为 1、2、 N 、 $2N$ (N 为积累脉冲数)时,卡方分布可简化为 Swerling I、II、III、IV 起伏模型。

与伽马分布紧密相关的分布是广义伽马分布^[12],其概率密度函数为:

$$p(\sigma; \alpha, \beta, c, \gamma) = \frac{c(\sigma - \gamma)^{c\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)\beta^{c\alpha}} e^{-\frac{(\sigma-\gamma)^c}{\beta}}, \sigma > \gamma \quad (2)$$

式中: α, c 为形状参数, β 为尺度参数, γ 为位置参数。广义伽马分布不仅能描述幅度、强度的起伏,而且还包含了一系列其他的分布,例如韦布尔分布、瑞利分布等,因此其在移动通信、语音信号处理以及 SAR 图像统计建模等方面得到了广泛的应用^[13]。

对数正态分布模型表示为由电大尺寸的不规则外形散射体组合的目标,例如大的舰船、卫星与空间飞行器等目标^[14],对于隐身飞行器模型的 RCS 分布有较好的拟合效果^[9],其概率密度函数为:

$$p(\sigma; a, b) = \frac{1}{\sigma b \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln \sigma - a)^2}{2b^2}}, \sigma > 0 \quad (3)$$

式中: σ 为目标的动态 RCS 值, a, b 分别为对数正态分布的均值和标准差。

韦布尔分布适用于表示在海杂波幅度起伏均匀、高分辨雷达和低入射角的情况下,回波幅度的分布模型,例如大下视角下的地杂波幅度与韦布尔分布更加接近^[15],其概率密度函数为:

$$p(\sigma; k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{\sigma}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{\sigma}{\lambda} \right)^k}, \sigma > 0; k > 0; \lambda > 0 \quad (4)$$

式中: σ 为目标的动态 RCS 值; k, λ 分别用来描述

平均功率的尺度参数和描述分布偏斜度的形状参数。

莱斯分布适用于描述由一个定常幅度 RCS 与多个瑞利散射子组合的目标起伏特性,对于坦克的动态 RCS 起伏特征拟合效果较卡方分布和对数正态分布更好^[16],其概率密度函数为:

$$p(\sigma; A, s) = \frac{\sigma}{s^2} e^{-\frac{\sigma^2 + A^2}{2s^2}} \cdot I_0\left(\frac{\sigma A}{s^2}\right), \sigma > 0 \quad (5)$$

式中: σ 为目标的动态 RCS 值; A 表示主信号幅度的峰值, s^2 表示子瑞利散射组合分量的功率, $I_0(\cdot)$ 为第一类零阶修正贝塞尔(Bessel)函数。

2 混合动态 RCS 统计分布模型

当目标动态 RCS 符合伽马分布或对数正态分布时,雷达的检测性能可通过简单计算或查表得到。而对于更加复杂的 RCS 统计分布,可以通过由多个伽马分布或对数正态分布模型组成的混合分布模型对其进行表示。针对此,通过引入权重参数,本文提出一种混合分布模型,其概率密度函数表达式为:

$$p(\sigma; \Theta) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot p_i(\sigma; a_i, b_i) \quad (6)$$

式中: σ 为目标的动态 RCS 值; $\Theta = [w_1, \dots, w_n; a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n]$, w_i 其中用来描述第 i 个基础分布模型分量所占的权重,且满足 $\sum_{i=1}^n w_i = 1$; 参量 a_i, b_i 分别表示第 i 个基础分布模型分量的参数。当模型分量中的参数 a_i, b_i 完全相同时,混合分布可以简化为单种基础分布模型,也即该混合分布模型是基于典型基础分布模型的丰富与扩展。

本文将基于伽马分布和对数正态分布组成的二分量混合分布模型,对其余典型 RCS 统计分布模型进行拟合。二分量混合分布模型的概率密度函数为:

$$p(\sigma; \Theta) = w_1 \cdot p_1(\sigma; a_1, b_1) + w_2 \cdot p_2(\sigma; a_2, b_2) \quad (7)$$

式中: σ 为目标的动态 RCS 值; $w_1 + w_2 = 1$; $\Theta = [a_1, b_1, a_2, b_2]$ 分别代表两基础分布模型参数,即伽马分布模型或对数正态分布模型分量的参数。具体拟合方法采用最小二乘拟合。

作为一种模型参数估计算法,最小二乘法通过最小化误差的平方和寻找数据的最佳函数匹配。使用最小二乘法求解拟合问题,估计出的未知参数可

以使得观测值(真实值)与估计值的差距最小。在此拟合问题中,估计的函数 $p(\sigma)$ 无法表示为 σ 的线性关系,而是关于 σ 的某种非线性关系,因此属于非线性最小二乘拟合问题。依据最小二乘法求解拟合问题的思想,具体代价函数可表示为:

$$L(y_i, \sigma_i; \Theta) = \sum_i [y_i - w_1 \cdot p_1(\sigma_i) - w_2 \cdot p_2(\sigma_i)]^2 \quad (8)$$

式中: σ_i, y_i 分别表示服从较复杂 RCS 统计分布的一系列目标动态 RCS 样本值及对应的概率密度; 其余参数含义与式(7)相同。利用代价函数分别对五个参数求偏导数,并令求偏导数后的表达式等于 0,求解所得到的非线性方程组即可得到该非线性最小二乘问题的最优解。

3 复杂 RCS 统计分布模型的拟合检验

以典型 RCS 统计分布模型中较为复杂的广义伽马分布、韦布尔分布以及莱斯分布为例,基于两种基础分布,即伽马分布与对数正态分布进行拟合。通过改变复杂 RCS 统计分布模型的参数,可以得到一系列相应的概率密度函数曲线。针对上述的每一种分布模型,本文均设置一组特定参数得到一个待拟合的分布模型,并在下文中对设置的具体参数进行说明。

对上述三种分布分别应用两个伽马分布模型、一个伽马分布模型和一个对数正态分布模型以及两个对数正态分布模型进行最小二乘拟合,并计算不同分布模型的拟合精度误差。

此外,本文采用 Kolmogorov-Smirnov 检验^[17](即 K-S 检验)作为非参数统计检验方法来评估拟合效果,其相比于卡方检验能更好描述较小样本集的分布拟合优度。检验统计量如式(9)所示。

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)| \quad (9)$$

式中: $F_n(x)$ 为拟合后得到的统计分布模型的概率密度函数; $F(x)$ 为样本数据的概率密度函数。 D_n 越小,则拟合效果越好。当检验统计量 D_n 小于基于样本容量 n 和显著性水平 α 所得出的临界值 $D_{n\alpha}$ 时,则称拟合后得到的混合分布模型可以良好表征样本的分布曲线。

基于最小二乘准则与基础分布模型,对广义伽马分布、韦布尔分布、莱斯分布进行拟合后的结果如图 1~图 3 所示。图中横轴代表目标动态 RCS 样

本值,纵轴代表其对应的概率密度。为使不同的拟合结果具有更明显的差异,概率密度以 10 倍对数值作为纵坐标。图例中“G”与“Ln”分别代表基础模型选用伽马分布模型或对数正态分布模型。

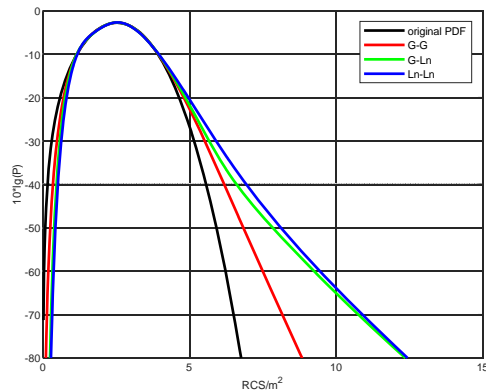


图1 广义伽马分布($\alpha=1.5, \beta=2.4, c=3, \gamma=0$)拟合结果

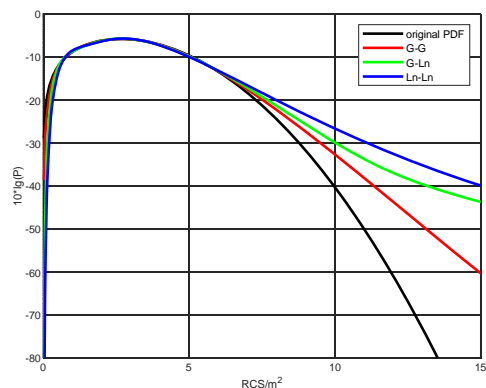


图2 韦布尔分布($k=3.5, \lambda=2.2$)的拟合结果

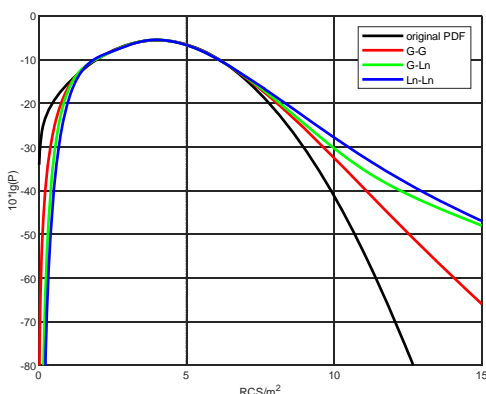


图3 莱斯分布($A=3.75, s=1.5$)的拟合结果

针对每一种混合分布模型,均由两个不同权重的基础分布模型分量组合得到。由图可以看出不论何种拟合方式,在主要部分均有良好的拟合效果,但在拖尾部分拟合效果差异较大。从拟合结果上来看:对于三种较复杂的 RCS 统计分布模型而言,

两个伽马分布模型所组成的混合分布模型拟合效果最优。表 1 给出了具体拟合的 K-S 检验结果。

表1 三种 RCS 分布模型拟合的 K-S 检验结果

单一或混合 分布模型	RCS 统计分布模型		
	广义伽马 分布	韦布尔 分布	莱斯 分布
单一伽马分布	0.037 1	0.036 0	0.050 5
单一对数正态分布	0.057 9	0.071 1	0.078 9
两个伽马分布	0.007 4	0.007 5	0.009 8
两个对数正态分布	0.015 0	0.024 0	0.020 3
伽马+对数正态分布	0.010 4	0.014 0	0.013 8

由拟合曲线以及 K-S 检验结果可知,由两个伽马分布模型所组成的混合统计分布模型对于三种 RCS 统计分布模型的拟合效果最好,描述更为精准。根据 K-S 检验准则,当 K-S 检验结果小于 0.01 时,则说明拟合精度达到了较高的要求。

由表 1 可知,针对于三种 RCS 统计分布模型,混合伽马分布模型的 K-S 检验结果分别为 0.007 4、0.007 5 和 0.009 8,均满足要求,可以实现精确的拟合。

4 结束语

本文在伽马分布模型、对数正态分布模型两种基础分布模型的基础上,通过增加基础模型分布数量的方法,提出了一种混合 RCS 统计分布模型。相比于典型的 RCS 统计分布模型,所提出的混合分布模型具有更多的参量,同时模型分布更加灵活,并可简化计算雷达对目标的检测性能。对三种复杂 RCS 统计分布模型的拟合优度检验结果验证了所提出的混合分布模型的可行性与有效性。

参考文献:

- [1] 赵英时. 遥感应用分析原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [2] 黄培康, 殷红成, 许小剑. 雷达目标特性[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [3] REN W. Consensus based formation control strategies for multi-vehicle systems [C]//2006 American Control Conference, 2006: 4237-4242.
- [4] 吴凤鸣, 余志勇, 杜兆阳, 等. 雷达探测能力评估模型研究[J]. 雷达科学与技术, 2019, 17(6): 689-694.
- [5] HEIDBREDE G R, MITCHELL R L. Detection probabilities for log-normally distributed signals[J]. IEEE

- Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1967(1): 5-13.
- [6] SHI W, SHI X W, XU L. Radar cross section (RCS) statistical characterization using weibull distribution[J]. Microw. Opt. Technol. Lett., 2013, 55: 1355-1358.
- [7] 张晨新, 林存坤, 周成, 等. 通用的雷达目标 RCS 统计建模方法[J]. 现代防御技术, 2017, 45(5): 114-119.
- [8] 马前阔, 张小宽, 宗彬锋, 等. 基于改进混合对数正态分布模型的隐身飞机动态 RCS 统计特性分析[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(1): 34-39.
- [9] 史伟强, 徐乐, 史小卫, 等. 基于完备对数正态分布模型的隐形飞行器动态 RCS 统计特性研究[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9):2121-2125.
- [10] 陈世春, 黄沛霖, 姬金祖. 典型隐身飞机的 RCS 起伏统计特性[J]. 航空学报, 2014, 35(12): 3304-3314.
- [11] 胡程, 方琳琳, 王锐, 等. 昆虫雷达散射截面特性分析[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(1): 140-153.
- [12] STACY E W, STACY E W. A generalization of the gamma distribution[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1962, 33(3): 1187-1192.
- [13] 杜耀西. 基于广义 Gamma 分布的 SAR 影像统计建模及分割研究[D]. 葫芦岛: 辽宁工程技术大学, 2022.
- [14] 许小剑, 黄培康. 雷达系统及其信息处理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010.
- [15] 高希, 杜勇, 高晓明. 雷达大下视角下地杂波特性分析[J]. 火控雷达技术, 2022, 51(3):40-45.
- [16] 刘增灿, 邓爱明, 王森. 坦克目标 RCS 统计模型分析[J]. 四川兵工学报, 2014, 35(7):13-16.
- [17] 谢政, 李建平, 陈挚. 非线性最优化理论与方法[M]. 北京:高等教育出版社, 2010:133-138.