

## Caso de Estudio 2

### IELE-4010 Procesos Estocásticos 2022-II

Profesor: Luis Felipe Giraldo

---

1. Sea  $X$  una variable aleatoria con PMF:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{\exp(-x^2)}{a}, & \text{si } x = -3, -1, 0, 1, 2 \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

- (10 puntos) Encuentre  $a$ , y  $\mathbf{E}[X]$ , y  $\text{var}(X)$ .
  - (10 puntos) Encuentre el PMF de la variable aleatoria discreta  $Z = \exp^{-(X-\mathbf{E}[X])^2}$ .
  - (10 puntos) Encuentre  $\mathbf{E}[Z]$ , y  $\text{var}(Z)$ .
2. Sea  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  variables aleatorias de Bernoulli independientes, con  $\mathbf{E}[X_i] = p_i > 0$ . Sea  $X = \sum_{i=1}^{10} X_i$ . Los valores de  $p_i$  se eligen tal que  $\mathbf{E}[X] = 5$ .
- (10 puntos) Encuentre  $\text{var}(X)$ .
  - (20 puntos) Encuentre el valor de los  $p_i$  tal que  $\text{var}(X)$  es maximizada, sujeto a que  $\mathbf{E}[X] = 5$ . Puede utilizar alguna función para optimizar en Matlab, o la teoría de multiplicadores de Lagrange para solucionar este problema. Anexe el código fuente (claro y comentado) o la demostración matemática al documento. Todo procedimiento tiene que estar justificado.
3. (20 puntos) Sea  $X_i$ , con  $i = 1, \dots, 5$  una variable de Bernoulli con media  $\mathbf{E}[X_i] = 0,3$ . Sea  $X = \sum_{i=1}^5 X_i$ . Calcule  $\mathbf{E}[X_2|X = 2]$ .  
Tenga en cuenta que  $X$  es una variable aleatoria Binomial, y que  $\{X_2 = 1\}$  se puede ver como un evento independiente al evento  $\{X_1 + X_3 + X_4 + X_5 = 1\}$  (lo cual podría ser útil para calcular  $P(X_2 = 1 \cap X = 2)$ ).
- (10 puntos) Grafique las funciones de masa de probabilidad para las variables aleatorias Bernoulli, Binomiales, Geométrica, y Poisson para diferentes valores de los parámetros correspondientes. No puede utilizar funciones predeterminadas para graficar cada una de estas funciones (por ejemplo, la función `poisspdf` de Matlab no se puede utilizar).
  - (10 puntos) El archivo `dataCaso2.txt` contiene los valores de una variable aleatoria para 10000 repeticiones de un experimento aleatorio. De esta variable aleatoria sólo se sabe que puede ser Uniforme, Geométrica o de Poisson. Utilizando estos datos, determine la frecuencia relativa de cada uno de los valores que esta variable aleatoria toma. No puede utilizar funciones predeterminadas para calcular o graficar histogramas en este caso de estudio. Determine, a ojo, la función de masa de probabilidad que usted crea mejor se le ajustaría. En una figura, muestre las gráficas traslapadas de las frecuencias relativas y esa función de masa de probabilidad que usted sugiere es la que mejor se aproxima.

Cualquier inquietud con respecto a este caso de estudio por favor escribir a [ja.burgos@uniandes.edu.co](mailto:ja.burgos@uniandes.edu.co).