

akan Tanka pour les Sioux, Mulungu pour les Bantous, l'Éternel Ciel bleu pour les Mongols, YHWH, Allah, Odin, Brahma... Depuis la nuit des temps, quel que soit le nom qui lui est donné, les croyants en parlent avec ferveur, les athées avec conviction, les agnostiques avec distance. Christoph Benzmüller est le premier à pouvoir l'affirmer avec certitude: "Dieu, dans sa définition la plus répandue en métaphysique, existe nécessairement. On ne peut penser un monde dans lequel il n'existerait pas." Cette assurance, ce chercheur de l'université de Berlin la tire des mathématiques, et de leur cœur même, la logique. Mieux: il la fonde sur la capacité de l'informatique à valider sans erreur possible les démonstrations. Parachevant des siècles de réflexions métaphysiques, son logiciel a vérifié la justesse de l'argument ontologique selon lequel l'existence de Dieu est nécessaire à tout système de pensée logique. Et l'ordinateur a parlé: "L'énoncé 'Dieu existe' est une proposition vraie au sens logique et mathématique", assène Christoph Benzmüller.

Précisons que sa démarche n'est pas portée par la foi. "Ce travail n'a pas pour but de servir une quelconque religion –aucun non-croyant ne se laissera d'ailleurs convaincre par une formule mathématique. Non, ce qui

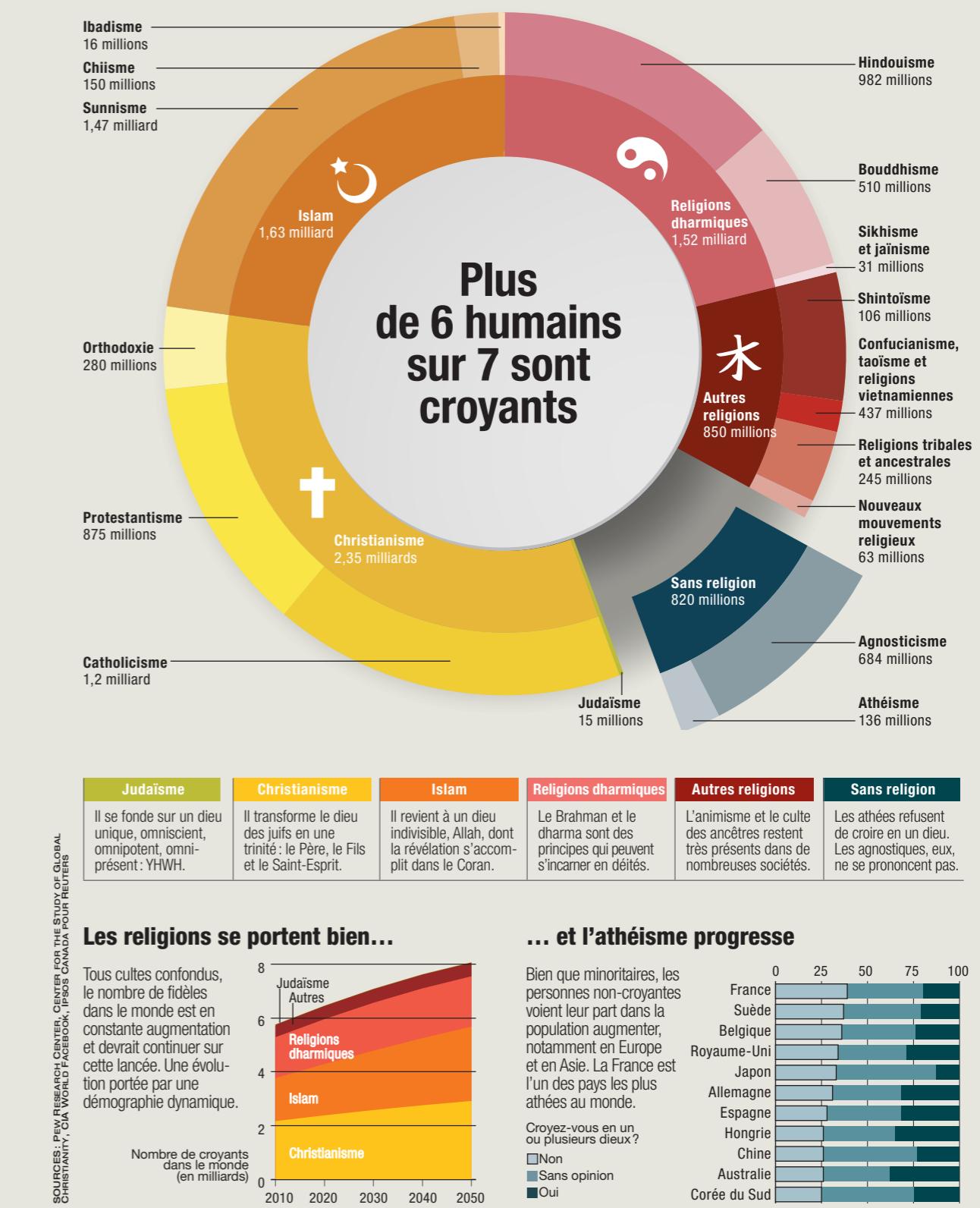
est intéressant, c'est d'investiguer la cohérence d'un concept, qu'on l'appelle Dieu ou non. Cela permet d'en apprendre plus sur les croyances qui y sont rattachées." Ajoutons que cela ne concerne pas un Dieu à l'apparence définie –vieux, barbu et sage, bien souvent– ni un être dont la nature engendre forcément une action, tantôt créatrice, tantôt destructrice. "Cette démonstration prouve l'existence logico-mathématique d'une entité abstraite présentant certaines propriétés, mais pas celle qui déclenche l'amour, et encore moins le fanatisme", commente Shahid Rahman, mathématicien et philosophe à l'université de Lille.

Soulignons surtout que ce travail ne valide pas la pertinence de la foi, mais sa cohérence. Le théorème n'affirme pas que Dieu existe réellement. Juste qu'il est irrationnel de dire qu'il n'existe pas. Ce qui, en soi, est déjà renversant... Cette analyse des structures logiques de nos croyances permet de voir cette figure qui berce depuis toujours l'humanité –qui la hante, diraient d'autres – dans toute sa singularité. C'est un fait: que l'on y croie ou pas, Dieu a un statut bien supérieur aux autres entités peuplant notre esprit.

Prenez la licorne. Cette sorte de cheval cornu, apparu durant l'Antiquité, continue à vivre à travers la littérature et l'imaginaire enfantin. Certes, son existence n'est pas impossible –aucun principe évolutif n'interdit la sélection naturelle d'un tel animal. Mais tout esprit adulte et raisonnable est amené à penser que c'est un être totalement imaginaire. Il n'en va pas de même pour Dieu. L'argument ontologique le démontre: son existence dans notre esprit n'est pas seulement possible, mais nécessaire. Croire en Dieu, ce n'est donc pas comme croire aux licornes. Le concept a toujours

L.DESRAYAUD - Y.DIRIAISON - SHUTTERSTOCK

La démarche n'est pas portée par la foi. Le théorème n'affirme pas que Dieu existe réellement. Juste qu'il est irrationnel de dire qu'il n'existe pas



→ été là, présent dans la nature avant même qu'on ne le formalise, à la manière du théorème de Pythagore. Contrairement à notre cheval cornu, aux lutins et autres trolls, Dieu n'est pas né de l'imagination, mais de la logique. "Il y a une différence fondamentale entre un objet imaginaire comme la licorne et Dieu : l'être d'une licorne inclut des contradictions, alors que les propriétés de l'être divin dont l'existence est ici démontrée n'en présentent aucune, dans les conditions de la logique", souligne Baptiste Mélès, chercheur en logique et philosophie de l'informatique au CNRS.

UNE QUÊTE PHILOSOPHIQUE

Cela fait plus de mille ans que cette nécessité de l'existence divine est pressentie. Si les prémisses en sont attribuées au philosophe latin Boèce, c'est la formulation du moine bénédictin du XI^e siècle Anselme de Cantorbéry qui rend l'entreprise célèbre (*voir p. 72-73*). Que d'encre elle a fait couler ! Elle a été retravaillée par Descartes, Hegel et Leibniz, débattue par Pascal, Kant et Spinoza, mais elle a toujours tourné autour d'un argument à la simplicité déconcertante : "Dieu a toutes les perfections, or l'existence est une perfection, donc Dieu existe."

Plus littéraires que logiques, de tels arguments peuvent sembler du domaine de la discussion philosophique, bien loin d'une approche logico-mathématique. C'est sans compter Kurt Gödel. Ce pur logicien est célèbre pour avoir prouvé, au début des années 1930, qu'il existe des vérités mathématiques non démontrables. Jusqu'alors, on pouvait croire que toute difficulté était surmontable. Eh bien non ! En s'appuyant sur le langage formel de la logique moderne, le mathématicien autrichien démontre que certaines vérités ne peuvent être atteintes. Auréolé d'un prestige inégalable, Kurt Gödel commence à travailler sur la fameuse

LA MÉTAPHYSIQUE COMPUTATIONNELLE MÊLE TROIS DISCIPLINES

Elle s'intéresse aux concepts de la métaphysique...

En particulier ceux de la théologie, où les divinités sont étudiées suivant un raisonnement logique, et non à travers une expérience mystique.

... dans le langage des mathématiques...

En particulier celui de la logique formelle, où le raisonnement et son interprétation sont énoncés à travers un calcul symbolique.

... en utilisant la puissance de l'informatique

En particulier les méthodes de vérification par ordinateur, qui permettent de s'assurer que chaque étape d'un raisonnement est juste, sans erreur possible.



CHRISTOPH BENZMÜLLER

Chercheur en philosophie et mathématiques à l'université de Berlin

L'énoncé 'Dieu existe' est une proposition vraie au sens logique et mathématique

preuve ontologique à partir des années 1940, d'abord à Vienne, puis à Princeton, aux États-Unis.

Car contrairement à ce prédisait Kant, qui déclarait "*close etachevée*" la logique philosophique traditionnelle, celle-ci n'a en fait jamais cessé d'évoluer et s'est même métamorphosée à la fin du XIX^e siècle, après son union avec les mathématiques formelles. Le mathématicien allemand Gottlob Frege a notamment conçu, en 1879, un des premiers langages formalisés qui permettent de vérifier un raisonnement philosophique de la même manière qu'un calcul arithmétique. Suivi, en 1910, par le logicien américain Clarence Lewis, précurseur

logique modale explose au cours des décennies suivantes. "Des concepts tels que 'nécessité' ou 'possibilité', utilisés en théologie et en logique, acquièrent alors la respectabilité attachée à la calculabilité ou à tous les objets calculables, qui font autorité dans le milieu des sciences", commente le philosophe Frédéric Nef. Kurt Gödel s'attache donc à traduire Dieu dans ce langage de la logique modale, suivant les règles du système logique K.

"En termes de rigueur, ce sont les moins suspectes car elles répondent au plus grand nombre de contraintes logiques", souligne Baptiste Mélès. Gödel s'inspire des raisonnements théologiques de Leibniz, précurseur

MAX POWER

de ces langages modernes, notamment de son concept de "perfections", qu'il transforme en "propriétés positives" – Dieu est alors défini comme celui qui les possède toutes. Il cherche les meilleures axiomes, les postulats les plus minimalistes et féconds. Et, après des décennies de travail solitaire, il finit par être satisfait de son résultat.

Sa preuve ontologique circule pour la première fois en 1970 dans les couloirs de son université : 12 lignes cabalistiques contenant 5 axiomes, 3 définitions, 3 théorèmes et 1 corollaire (*voir p. 71*), menant à la conclusion que le mathématicien, selon la légende, aurait résumée à sa mère avec ces quelques mots tendres sur

une carte postale : "Maman, tu vas être contente, Dieu existe !" Cette démonstration sera publiée officiellement en 1987, neuf ans après sa mort.

UN LOGICIEL INFALLIBLE

Sauf qu'elle n'a pas mis fin à l'interminable débat commencé quinze siècles plus tôt... Si simple, concise et élégante soit-elle, elle a été à présent mise en doute et même modifiée par différents logiciens, en particulier sur le choix des axiomes, mais aussi l'exactitude de la preuve. C'est que, en logique, chaque étape apporte quantité de sous-problèmes plus complexes les uns que les autres. "De nombreuses théories manquent de

précision", pointe Christoph Benzmüller. Car une hypothèse repose en grande partie sur l'intuition du chercheur. Et à l'époque de Gödel, certaines vérifications exigeaient un temps et une méthode encore hors de portée. "Comme un nouveau pied de nez de la part d'une entité qui semble devoir rester inaccessible, le débat paraissait condamné à s'éterniser..."

C'est là qu'interviennent les travaux de Christoph Benzmüller, spécialiste des outils de vérification automatique des preuves mathématiques. Ces logiciels qui permettent de valider chacune des étapes des raisonnements sont devenus ultra-puissants. → "Grâce aux outils informatiques,

→ nous pouvons vérifier la cohérence d'une proposition logique en très peu de temps", acquiesce le chercheur. À la croisée de la logique traditionnelle, des mathématiques et de l'informatique, le chercheur trace avec Edward Zalta, de l'université Stanford, les contours d'une nouvelle discipline: la métaphysique computationnelle, "une première étape dans la construction d'une interface entre systèmes informatiques et concepts métaphysiques". En 2013, son logiciel, Leo-II, est fin prêt. Le rêve du philosophe allemand Gottfried Wilhelm Leibniz de faire de la logique un calcul algorithmique mécaniquement décidable n'est plus hors de portée. Et quel meilleur baptême que de se confronter au plus métaphysique de tous les concepts?

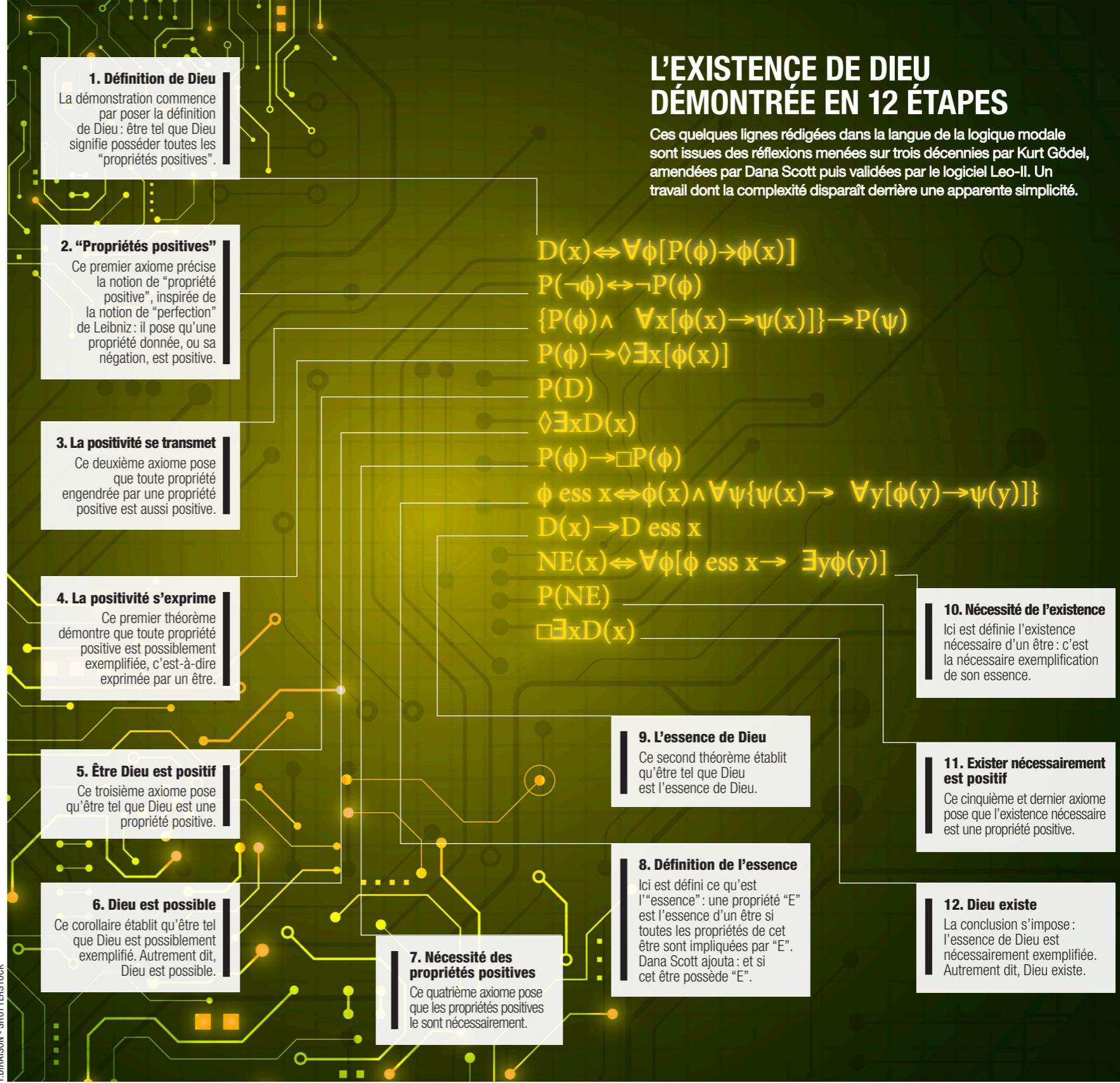
LA MORT DU LIBRE ARBITRE

Le chercheur commence par encoder dans son logiciel la preuve ontologique de Gödel, dans sa forme symbolique telle qu'elle est présentée sur le manuscrit d'origine. Il appuie sur une touche et, en quelques secondes, le résultat tombe: Gödel s'est trompé! Le théorème est inconsistant, les axiomes ne tiennent pas, la conclusion "Dieu existe" n'est pas valide... Stupéfaction! Pas un seul des nombreux philosophes, logiciens et

Et le diable, dans tout ça?

Si Dieu passe brillamment le test de l'existence, qu'en est-il de son satané antagoniste? Nous avons soumis la question à Christoph Benzmüller, qui s'est amusé à la passer au crible de la métaphysique computationnelle: "Ajoutons à la démonstration qu'une propriété est négative si et seulement si elle n'est pas positive, et définissons une entité comme étant le diable si et seulement si elle possède toutes les propriétés négatives." En quelques millisecondes, le logiciel Leo-II a rendu sa conclusion: l'existence du diable n'est pas possible! "Etre tel que l'on est" est une propriété positive, donc 'ne pas être tel que l'on est' est une propriété négative logiquement possédée par le diable. Or il ne peut exister d'entité qui n'est pas identique à elle-même", commente le chercheur.

Y. DURIAZON - SHUTTERSTOCK



QUINZE SIÈCLES DE CHEMINEMENT

V^e
BOÈCE

Philosophe et homme politique latin, Boèce (480-524) est le premier à proposer un argument ontologique. En usant de la logique aristotélicienne, il écrit que "rien ne peut se penser de plus grand que Dieu" et conclut que la vision chrétienne de la nature divine est correcte.

XI^e
ANSELME
DE CANTORBÉRY

C'est la formalisation de saint Anselme de Cantorbéry (1033-1109) qui rend la preuve ontologique célèbre. S'inspirant des écrits de Boèce, ce moine bénédictin conclut en cinq propositions logiques que l'existence de Dieu ne peut pas se limiter au seul intellect, mais qu'il existe dans la réalité.

XVII^e
DESCARTES

Le philosophe et mathématicien français René Descartes (1596-1650) réduit l'argument à trois propositions. Surtout, il définit Dieu par le terme "parfait", et l'existence comme étant une propriété inhérente à la perfection, préfigurant ainsi les travaux de Leibniz et Gödel.

XVIII^e
LEIBNIZ

La perfection telle que décrite par Descartes ne satisfait pas le philosophe allemand Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Il la transforme en des perfections, que Dieu posséderait toutes. Dieu commence à être perçu comme un objet mathématique doté de propriétés.

1970
GÖDEL

Le logicien autrichien Kurt Gödel (1906-1978) transforme le concept de perfections en propriétés positives. Il écrit une démonstration de l'existence de Dieu en langage mathématique, celui de la logique modale.

2018

À l'aide de son logiciel de vérification des preuves mathématiques, l'informaticien Christoph Benzmüller valide des versions légèrement modifiées de l'argument ontologique de Gödel.

→ arbitre. Une telle conclusion ne convient pas à Christoph Benzmüller: "Certains chercheurs pensent que Gödel était satisfait de cet effondrement modal. Mais il me paraît incohérent d'utiliser un certain type de logique pour prouver un raisonnement, et d'admettre avec sa conclusion que cette même logique s'effondre."

AU FINAL, SEUL L'HUMAIN DÉCIDE

Le logicien se penche alors sur deux variantes de la théorie de Gödel. Celle développée dans les années 1990 par le philosophe Curtis Anderson, professeur à l'université de Californie, qui modifie le premier axiome de façon à ce que la négation d'une propriété négative, comme la fainéantise, ne donne pas forcément une propriété positive, instaurant le concept de propriétés "indifférentes". Et celle de Melvin Fitting, philosophe américain –qui reformule en 2002 le travail de Gödel dans un ordre supérieur de logique permettant de distinguer, par exemple pour le mot "chat", la désignation de celui de la voisine et celle de l'espèce en général. Christoph Benzmüller entre dans son logiciel de métaphysique computationnelle ces deux théorèmes reformulés. Et le résultat, publié il y a deux ans, est sans équivoque: ils sont validés,

sans effondrement modal cette fois. Ouf! le libre arbitre est préservé. La quête ontologique a atteint son terme.

Mais justement, en parlant de libre arbitre: que faire d'une telle vérité? Ne reste-t-il plus qu'à admettre l'existence de ce Dieu logico-computationnel, non pas par foi, mais par raison? "Il faut prendre ce travail hors normes avec un peu de distance, prévient Gérard Huet, logicien à l'Inria. 'Dieu existe, on en a une preuve': c'est effectivement la conclusion de Gödel. Mais si l'on voulait être plus précis, nous devrions dire que 'l'union de toutes les essences positives est une notion cohérente'."

À ce titre, Dieu a un statut assez proche de concepts mathématiques dont la cohérence a été démontrée. "Celui de nombre réel est extrêmement fécond, mais pour autant, il me semble illusoire de chercher à savoir s'ils existent réellement", compare Olivier Gasquet, chercheur à l'Institut de recherche en informatique de Toulouse. Autrement dit, ce travail n'éclaire pas tant Dieu que l'idée que l'on s'en fait. "Il faut s'entendre sur la définition de départ, c'est-à-dire sur les axiomes logiques. Et cela, seul l'humain peut le décider. L'ordinateur ne peut pas, seul, aboutir à l'existence de Dieu", pointe Shahid Rahman.



Kurt Gödel à l'université Princeton, en 1956.