集与点集　§.1 集与运算　集合种类、基本运算、德摩根律.

§.2 映射.　映射相关定义(原像…)

特征函数：$\chi_E = \begin{cases} 1, & x \in E \\ 0, & x \notin E. \end{cases}$

—— 映射(对等). $A \sim B$.

Define. $A \sim N$，则A为可列集.

Theorem. 2.1　∀无限集必有可列子集

↳　∀无限集必与一个真子集对等

Theorem. 2.2　可列个可列集的并仍可列

ex.　A无限，B可列. 则 $A \cup B \sim A$.

$[0,1]$ 不可列 (0~1的无理数不可列)

§1.3. 一维开闭集.

Define. 开集：每一点都是内点.

↳ ~~开集的任意交并仍是开集~~. 任意并、有限交仍是开集

Define. 聚点：$\exists \{a_k\} \in E$，$a_k \neq a$，$a_k \to a$. (a不一定在E中).

Define. 导集：E的所有聚点.(E')；闭包：$E \cup E'$ ($\bar{E}$).

Theorem. 3.2　E是闭集 $\Leftrightarrow$ $E' \subset E$

Theorem. 3.3　∀集合导集都是闭集 ⟶ 任意交，有限并仍是闭集.

Theorem. 3.4　(i) $A \subset B$，则 $A' \subset B'$

(ii) $(A \cup B)' = A' \cup B'$

ex. 开集的原像是开集

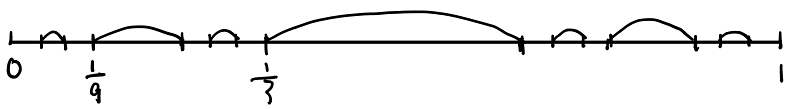
§1.4. 构造开集

Theorem. G非空有界开集, $\forall x_0 \in G$, $\exists(\alpha,\beta)$: $x_0 \in (\alpha,\beta)$且

$$\left.\begin{array}{l}(i)\ (\alpha,\beta)\subset G \\ (ii)\ \alpha \overline{\in} G,\ \beta \overline{\in} G\end{array}\right\}\text{构成区间}$$

Theorem. 4.1. 有界非空开集G可表示为至多可列个互不相交的构成区间的并 $G=\bigcup\limits_k(\alpha_k,\beta_k)$.

ex. 康托尔三分集



§1.5 集的势

define. 彼此对等的集有相同的势

ex. 可列集势为 $\aleph_0$, A的势写作 $\bar{\bar{A}}$

Theorem. 5.2 (伯恩斯坦定理) λ,μ是2个势, 若 $\lambda\le\mu$ 且 $\lambda\ge\mu$, 则 $\lambda=\mu$.

ex. (1) A的一切子集势 $2^{\bar{\bar{A}}}$, 则 $2^{\bar{\bar{A}}} > \bar{\bar{A}}$

(2). $[0,1] \backsim [0,1;0,1]$ * $[0,1]$势为 $\aleph$

(3). $[0,1] \backsim (-\infty,\infty)$

(4). 康托尔三分集 $\backsim [0,1]$

define. 序公理 (Page 31) 了解