

章6. 数据的最小二乘拟合

线性最小二乘拟合
(离散的最佳平方逼近)

Chebyshev 多项式作基函数
三角多项式作基函数 (离散 Fourier)

Chebyshev 插值多项式

近似最佳一致逼近 (切比雪夫插值点)

式子 解法

易计算函数 \rightarrow 难计算反函数

章5. 函数逼近

$$f(x) \approx \varphi(x) = \sum_{j=0}^n c_j \varphi_j(x)$$

一致逼近 \rightarrow 最佳一致逼近多项式
(交错点组)

平方逼近 \rightarrow 最佳平方逼近 (函数)
(法方程组)

广义 Fourier 级数

函数按正交多项式展开 \leftarrow 正交多项式系

Chebyshev 多项式* Legendre 多项式
...
Laguerre Hermite

x_0, x_1, \dots, x_n

观测点 \rightarrow 函数 (近似)

$$\gamma_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} w_{n+1}(x)$$

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) l_i(x)$$

章4. 插值法

Lagrange 插值多项式 \rightarrow 线性插值 $n=1$
抛物线插值 $n=2$

Newton 插值公式 \rightarrow Newton 前差 $w_{n+1} = (s-s_0) \dots (s-s_n)$
(均差表) \rightarrow Newton 后差 $w_{n+1} = (t-t_0) \dots (t-t_n)$

$$\gamma_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} w_{n+1}(x)$$

样条插值 \rightarrow 分段线性
分段抛物线

三次样条 \rightarrow 自然三次样条
完备三次样条
 \downarrow
Lagrange 三次样条

Hermite 插值公式

章7. 数值积分

$$I(f) = \int_a^b f(x) W(x) dx$$

$$I_n(f) = \sum_{i=1}^{n+1} A_i f(x_i)$$

代数精度

$$I(p(x)) = I_n(p(x))$$

插值求积公式: A_i 取 Lagrange 插值: $A_i = \int_a^b l_i(x) W(x) dx$ *

Newton-Cotes 型求积公式

Gauss 型求积公式 *

梯形求积公式*, Simpson 公式*

两点 Gauss 求积公式

Gauss-Legendre 求积公式

复合梯形公式*

复合 Simpson 公式*

两点复合 Gauss 求积

变步长梯形公式

自适应 Simpson 积分法.

Romberg 积分法 *

* $[a, b]$ 区间的限制与 $W(x)$ 的选取

区间二分法

章8. 解非线性方程组

$$f(x) = 0.$$

不动点迭代 (Picard 迭代)

$$x_k = g(x_{k-1})$$

Aitken 加速方法 (公式)

Steffensen 迭代法.

收敛阶数

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p} = C$$

Newton-Raphson 方法

解非线性方程组的 Newton 法

线性插值法 (割线法)

