

# Projet : Problème de coloration d'un graphe

---

## 1 Présentation

Un graphe est une liste de sommets reliés par des arêtes. Le problème de coloration d'un graphe consiste à attribuer une couleur à chaque sommet sous la contrainte que deux sommets reliés par une arête doivent avoir deux couleurs différentes. On représentera la couleur par un entier. Vous pouvez vous reporter à la page wikipedia correspondante pour plus d'informations.

Dans ce travail, on veut utiliser au plus  $N \in \mathbb{N}^*$  couleurs, plus ce nombre est petit, plus la coloration utilisée est performante. Pour un graphe donné et pour  $N$  donné, on cherche à calculer une coloration pour le graphe. Nous utiliserons pour cela un algorithme de backtracking. Nous étudierons ensuite une application de ce problème à la résolution d'une grille de sudoku. Dans la suite, la couleur d'un sommet est représentée par un entier entre 0 et  $N - 1$ .

On propose l'algorithme de backtracking suivant :

---

**Algorithm 1** Algorithme de backtracking pour la coloration d'un graphe.

---

1. On initialise un tableau associant à chaque sommet le nombre de ses voisins et un tableau contenant le nombre de couleurs disponibles pour chaque sommet.
  2. On appelle une fonction récursive qui fait les opérations suivantes :
  3. On considère le sommet ayant le moins de couleurs possibles. En cas d'égalité, on choisit celui qui a le plus de voisins (en cas de deuxième égalité, le choix est arbitraire).
  4. On donne à ce sommet la plus petite couleur possible et on met à jour le tableau des couleurs disponibles. On appelle ensuite de manière récursive cette même fonction. Si cet appel renvoie une valeur *false*, alors on lance un autre appel avec la couleur possible suivante. Si un des appels renvoie *true*, alors on renvoie *true*. Sinon on renvoie *false*.
  5. Si le premier appel de la fonction récursive renvoie *true* alors c'est qu'on a trouvé une solution au problème. S'il renvoie *false* c'est qu'il n'y a pas de solution possible.
-

			1
3		4	
	3		
2			

Difficulty rating ★★★★★

FIGURE 1 – Un mini sudoku. Les mêmes règles s’appliquent. Les chiffres vont de 1 à 4.

**Application à la résolution d’un sudoku :** Le sudoku classique (neuf carrés de neuf cases) peut être représenté comme un cas particulier de problème de coloration. En effet, chaque case correspond à un sommet d’un graphe avec une couleur allant de 1 à 9. Les contraintes sont que deux cases dans un même carré, ou sur une même ligne, ou sur une même colonne ne peuvent pas avoir la même couleur. Il faut donc relier les sommets correspondant à ces cases par des arêtes et appliquer l’algorithme de coloration. On pourra utiliser l’héritage pour récupérer la structure développée dans la première partie du projet. Notons également que dans le cas du sudoku, on part d’un graphe déjà partiellement coloré. Si on le souhaite, on pourra dans un premier temps travailler sur un mini-sudoku (voir Figure 1).