

S.C.No.—2009302

B. Sc. (Hons.) EXAMINATION,

Dec. 2024

(Third Semester)

(Main/Re-appear)

MATHEMATICS

BHM-232

Partial Differential Equations

*Time : 3 Hours*

*Maximum Marks : 60*

**Note :** Attempt *Five* questions in all, selecting *one* question from each Section. Q. No. 9 is compulsory.

प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है ।

## Section I

### खण्ड I

1. (a) Form a partial differential equation by eliminating the function 'f' from  
 $f(x+y+z, x^2+y^2-z^2)=0$ . 6

$f(x+y+z, x^2+y^2-z^2)=0$  से फलन 'f' को लुप्त कर आंशिक अवकल समीकरण बनाइए ।

- (b) Solve : 6

$$(z-y)p + (x-z)q = y-x$$

हल कीजिए :

$$(z-y)p + (x-z)q = y-x$$

2. (a) Find the complete integral of  
 $(p^2 + q^2)x = pz$  using Charpit's method. 6

चारपिट विधि का उपयोग करके  
 $(p^2 + q^2)x = pz$  का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए ।

- (b) Find the complete integral of  $p_1x_1 + p_2x_2 = p_3^2$  by using Jacobi's method. 6

जैकोबी विधि का उपयोग करके  $p_1x_1 + p_2x_2 = p_3^2$  का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए ।

## Section II

### खण्ड II

3. (a) Solve the equation : 6

$$(2D^2 - 5DD' + 2D'^2)z = 5\sin(2x + y)$$

समीकरण हल कीजिए :

$$(2D^2 - 5DD' + 2D'^2)z = 5\sin(2x + y)$$

- (b) Solve : 6

$$r + (a + b)s + abt = xy$$

हल कीजिए :

$$r + (a + b)s + abt = xy$$

4. (a) Solve : 6

$$(D^2 - D'^2 + D + 3D' - 2)z = e^{x-y} - x^2y$$

हल कीजिए :

$$(D^2 - D'^2 + D + 3D' - 2)z = e^{x-y} - x^2y$$

(b) Solve : 6

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{x^3} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{y^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{y^3} \frac{\partial z}{\partial y}$$

हल कीजिए :

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{x^3} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{y^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{y^3} \frac{\partial z}{\partial y}$$

### Section III

#### खण्ड III

5. (a) Reduce the following equation to canonical form and hence solve it :

$$z_{xx} = z_{yy} \quad 6$$

निम्नलिखित समीकरण को विहित रूप में समानयन कीजिए और अतः इसे हल कीजिए :

$$z_{xx} = z_{yy}$$



(b) Classify and reduce the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad x \neq 0 \text{ to canonical form.}$$

6

समीकरण  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad x \neq 0$  को वर्गीकृत कीजिए और विहित रूप में समानयन कीजिए।

6. (a) Solve :

6

$$r + 5s + 6t = 0$$

हल कीजिए :

$$r + 5s + 6t = 0$$

(b) Solve :

6

$$2s + (rt - s^2) = 1$$

हल कीजिए :

$$2s + (rt - s^2) = 1$$

## Section IV

### खण्ड IV

7. (a) Define characteristic equation and find the characteristic of : 6

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

अभिलाक्षणिक समीकरण को परिभाषित कीजिए और इसकी अभिलाक्षणिकता ज्ञात कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

- (b) Solve one dimensional heat equation by the method of separation of variable. 6  
चर पृथक्करण विधि द्वारा एक आयामी ऊष्मा समीकरण हल कीजिए ।

8. Find the deflection  $u(x, y, t)$  of a square membrane of each side unity, if the initial velocity is zero and the initial deflection is  $A \sin \pi x \sin 2\pi y$ . 12

प्रत्येक पक्ष एकता की एक वर्ग झिल्ली का विक्षेप  $u(x, y, t)$  ज्ञात कीजिए, यदि प्रारंभिक वेग शून्य है और प्रारंभिक विक्षेप  $A \sin \pi x \sin 2\pi y$  है ।

### Compulsory Question

#### अनिवार्य प्रश्न

9. (a) Find the partial differential equation of planes having equal  $x$  and  $y$  intercepts.  
समान  $x$  और  $y$  अवरोधन वाले समतलों का आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए ।

- (b) Find  $k$ , so that given system is compatible :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 7x + 18y - 1, \frac{\partial z}{\partial y} = 9kx + 11y - 2$$

$k$  ज्ञात कीजिए, ताकि दी गई प्रणाली संगत हो :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 7x + 18y - 1, \frac{\partial z}{\partial y} = 9kx + 11y - 2$$

- (c) Solve :

$$(D^2 - DD' - 2D)z = 0$$

हल कीजिए :

$$(D^2 - DD' - 2D)z = 0$$

- (d) Classify the differential equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 6 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 9 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

अवकल समीकरण को वर्गीकृत कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 6 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 9 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

- (e) Write one dimensional wave and diffusion equation.

एक आयामी तरंग और प्रसार समीकरण लिखिए ।

- (f) Solve :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \cos(2x + 2y)$$

by direct integration.

निम्न को प्रत्यक्ष समाकलन द्वारा हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \cos(2x + 2y)$$