

(UG584)

Roll No.

S.C.No.—2009202

B.Sc. (Hons.) EXAMINATION, 2024

(Second Semester)

(Main)

MATHEMATICS

BHM-122

Ordinary Differential Equation

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 60

Note : Attempt *Five* questions in all. Q. No. 9 is compulsory. All questions carry equal marks.

कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

1. (a) Find necessary and sufficient condition that the equation $Mdx + Ndy = 0$ may be exact. 6

आवश्यक और पर्याप्त शर्त ज्ञात कीजिए कि समीकरण $Mdx + Ndy = 0$ सटीक हो ।

(b) Solve the given differential equation : 6

$$\begin{aligned} (x^4 y^4 + x^2 y^2 + xy) y dx + \\ (x^4 y^4 - x^2 y^2 + xy) x dy = 0 \end{aligned}$$

दिए गए अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\begin{aligned} (x^4 y^4 + x^2 y^2 + xy) y dx + \\ (x^4 y^4 - x^2 y^2 + xy) x dy = 0 \end{aligned}$$

2. (a) Solve the differential equation : 6

$$16x^2 + 2p^2 y - p^3 x = 0$$

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$16x^2 + 2p^2 y - p^3 x = 0$$

(b) Obtain the complete primitive and the singular solution of : 6

$$x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 2y \frac{dy}{dx} + 4x = 0$$

निम्न के पूर्ण आदिम और विचित्र हल प्राप्त कीजिए :

$$x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 2y \frac{dy}{dx} + 4x = 0$$

3. (a) Find the orthogonal trajectories of

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2 + k} = 1, \text{ where } k \text{ is a parameter.}$$

6

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2 + k} = 1 \text{ के ऑर्थोगोनल प्रक्षेप वक्र}$$

ज्ञात कीजिए, जहाँ k एक प्राचल है ।

- (b) Solve the differential equation : 6

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = \sin 2x$$

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = \sin 2x$$

4. (a) Solve the differential equation : 6

$$(D^2 - 4D + 3)y = e^x \cos 2x + \cos 3x$$

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(D^2 - 4D + 3)y = e^x \cos 2x + \cos 3x$$

(b) Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

5. (a) Solve $\sin^2 x \frac{d^2 y}{dx^2} = 2y$, given that

$y = \cot x$ is a solution.

6

$\sin^2 x \frac{d^2 y}{dx^2} = 2y$ को हल कीजिए, दिया गया

है कि $y = \cot x$ एक हल है ।

(b) Solve the given equation by removing the first derivative :

6

$$(x^3 - 2x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x^2 \frac{dy}{dx} - 12(x-2)y = 0$$

पहले अवकलज को हटाकर दिए गए समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^3 - 2x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x^2 \frac{dy}{dx} - 12(x-2)y = 0$$

6. (a) Solve :

6

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + (4x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 4x^3 y = 2x^3$$

by changing the independent variable.

निम्न के स्वतंत्र चर को बदलकर हल कीजिए :

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + (4x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 4x^3 y = 2x^3$$

(b) Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + b^2 y = \operatorname{cosec}(bx)$$

by the method of variation of parameter.

6

प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + b^2 y = \operatorname{cosec}(bx)$$

7. (a) Solve the simultaneous equations

$$t \frac{dx}{dt} + y = 0, \quad t \frac{dy}{dt} + x = 0 \quad \text{given that}$$

$$x(1) = 1 \text{ and } y(-1) = 0.$$

6

युगपत समीकरण $t \frac{dx}{dt} + y = 0$, $t \frac{dy}{dt} + x = 0$

को हल कीजिए । दिया गया है कि $x(1) = 1$

और $y(-1) = 0$ ।

(b) Solve the simultaneous equations : 6

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{-y(z^2 + x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 + y^2)}$$

युगपत समीकरणों को हल कीजिए :

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{-y(z^2 + x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 + y^2)}$$

8. (a) Solve the total differential equation : 6

$$2yzdx + zxdy - xy(1+z)dz = 0$$

कुल अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$2yzdx + zxdy - xy(1+z)dz = 0$$

(b) Solve : 6

$$(y^2 + yz)dx + (xz + z^2)dy + (y^2 - xy)dz = 0$$

हल कीजिए :

$$(y^2 + yz)dx + (xz + z^2)dy + (y^2 - xy)dz = 0$$

9. (i) Find the value of α , assuming that the differential $(\alpha \cos y - 2xy^2 + y^4)dx - (2x^2y - 4xy^3 + \sin y)dy = 0$ is exact. 2

$$(\alpha \cos y - 2xy^2 + y^4)dx - (2x^2y - 4xy^3 + \sin y)dy = 0$$

α का मान ज्ञात कीजिए । यह मानते हुए कि अवकल :

$$(\alpha \cos y - 2xy^2 + y^4)dx - (2x^2y - 4xy^3 + \sin y)dy = 0$$

सटीक है ।

- (ii) Solve the Clairaut's equation : 2

$$\sin px \cos y = \cos px \sin y + p$$

क्लैरॉट के समीकरण :

$$\sin px \cos y = \cos px \sin y + p$$

को हल कीजिए ।

(iii) Find PI of the equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sin ax. \quad 2$$

समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sin ax$ का PI ज्ञात कीजिए ।

(iv) Solve the equation : 2

$$\frac{dx}{z} = \frac{dy}{-z} = \frac{dz}{y}$$

समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dx}{z} = \frac{dy}{-z} = \frac{dz}{y}$$

(v) Verify that given equation is exact : 2

$$(yz \log z) dx - (zx \log z) dy + xy dz = 0$$

सत्यापित कीजिए कि दिया गया समीकरण सटीक है :

$$(yz \log z) dx - (zx \log z) dy + xy dz = 0$$

(vi) Define :

2

- (a) Integrating factor of a differential equations.
- (b) Singular solution of a differential equation.

परिभाषित कीजिए :

- (अ) अवकल समीकरणों का समाकल कारक
- (ब) अवकल समीकरण का विचित्र हल ।