

S.C.No.—M/22/2001114

B. A. EXAMINATION, 2022

(First Semester) (Re-appear)

MATHEMATICS

Solid Geometry

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 26

Note : Attempt *Five* questions all. All questions carry equal marks.

कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

Unit I**इकाई I**

1. (a) Find the length of the axes, the eccentricity and the equations of the axes of the conic

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 + 4x + 12y - 4 = 0$$

शांकव $5x^2 + 6xy + 5y^2 + 4x + 12y - 4 = 0$ के अक्षों के समीकरण, उत्केंद्रता तथा अक्षों की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

- (b) Trace the conic : **5.2**

$$9x^2 - 6xy + 17y^2 + 30x - 74y + 17 = 0$$

शांकव :

$9x^2 - 6xy + 17y^2 + 30x - 74y + 17 = 0$ को ट्रेस कीजिए ।

2. (a) Prove that in general two parabolas can be drawn through four given points.

सिद्ध कीजिए कि सामान्य रूप में दो परवलय दिए गए चार बिन्दुओं से खींचे जा सकते हैं ।

- (b) Prove that locus of the pole of a given straight line w.r.t. a system of confocal conic is a straight line. **5.2**

सिद्ध कीजिए कि दी गई सरल रेखा के ध्रुव का बिंदु पथ कोन फोकल शांकव के निकाय के विशेष संदर्भ में एक सरल रेखा है ।

Unit II

इकाई II

3. (a) Find the equations of the spheres which pass through the points $(4,1,0)$, $(2,-3,4)$, $(1,0,0)$ and touch the plane

$$2x + 2y - z = 11$$

गोले के समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु $(4, 1, 0)$, $(2, -3, 4)$ तथा $(1, 0, 0)$ से गुजरते हैं तथा समतल $2x + 2y - z = 11$ को स्पर्श करते हैं ।

- (b) Find the limiting points of the co-axial system of spheres :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 6 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 6 = 0. \quad 5.2$$

गोलों $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 6 = 0$,

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 6 = 0$$

के समाक्षीय प्रणाली का सीमित बिंदु ज्ञात कीजिए ।

4. (a) Find the equation of the right circular cone whose vertex is at the origin, axis the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, and which has a vertical angle of 60° .

उस लम्ब वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूल बिंदु पर है, अक्ष रेखा

$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ है, और जिसका ऊर्ध्वाधर कोण 60° है ।

- (b) Find the equation of the right circular cylinder whose generators are parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and passes through $x^2 + y^2 = 16, z = 0$. 5.2

उस लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए

जिसकी जनक रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ के समान्तर है तथा $x^2 + y^2 = 16, z = 0$ से गुजरता है ।

Unit III

इकाई III

5. (a) Find the equation of the tangent planes to $2x^2 - 6y^2 + 3z^2 = 5$ which passes through the lines $x + 9y - 3z = 0$, $3x - 3y + 6z - 5 = 0$.

स्पर्श रेखा समतलों $2x^2 - 6y^2 + 3z^2 = 5$ का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखाओं $x + 9y - 3z = 0$, $3x - 3y + 6z - 5 = 0$ से गुजरता है ।

- (b) Find the equation of the polar of the line $\frac{x-1}{5} = \frac{y-3}{7} = \frac{z+5}{2}$ w.r.t the conicoid $x^2 + 3y^2 - 7z^2 - 21 = 0$ in symmetrical form. **5.2**

रेखा $\frac{x-1}{5} = \frac{y-3}{7} = \frac{z+5}{2}$ के ध्रुव का समीकरण सममितीय रूप में कोनिकॉयड $x^2 + 3y^2 - 7z^2 - 21 = 0$ के संदर्भ में ज्ञात कीजिए ।

6. (a) Find the lengths of semi-axis of the sections of the paraboloid $2x^2 + y^2 - z = 0$ by the plane $x + 2y + z = 4$.

समतल $x + 2y + z = 4$ द्वारा परवलय $2x^2 + y^2 - z = 0$ के खण्डों की अर्धअक्ष की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

- (b) Find the equation of the enveloping cylinder of the conicoid $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 1$ whose generators are parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$. **5.2**

कॉनिकॉयड $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 1$ के एनवेलपिंग बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें जनक रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$ के समानान्तर हैं ।

Unit IV

इकाई IV

7. (a) Prove that the normals from (α, β, γ) to the paraboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ lie on the

$$\text{cone } \frac{\alpha}{x-\alpha} - \frac{\beta}{y-\beta} + \frac{a^2-b^2}{z-\gamma} = 0.$$

सिद्ध कीजिए कि (α, β, γ) से परवलय

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z \quad \text{तक} \quad \text{नॉर्मल्स} \quad \text{शंकु}$$

$$\frac{\alpha}{x-\alpha} - \frac{\beta}{y-\beta} + \frac{a^2-b^2}{z-\gamma} = 0 \quad \text{पर हैं ।}$$

- (b) Find the equations of the generating lines of the hyperboloid $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$ which pass through the point $(-1, 0, 3)$. **5.2**

अतिपरवलय $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$ की उत्पन्न करने वाली रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(-1, 0, 3)$ के माध्यम से गुजरता है।

8. (a) Show that the two confocal paraboloids cut everywhere at right angles.

दर्शाइए कि दो कॉन्फोकल पैराबॉलॉयड समकोण पर प्रत्येक जगह काटता है।

- (b) Find the co-ordinates of the vertex and equation to the axis of the hyperbolic paraboloid : **5.2**

$$4x^2 - y^2 - z^2 + 2yz - 8x - 4y + 8z - 2 = 0.$$

अतिशयोक्तिपूर्ण परवलयिक :

$$4x^2 - y^2 - z^2 + 2yz - 8x - 4y + 8z - 2 = 0$$

अक्ष के शीर्ष और समीकरण ज्ञात कीजिए।

Unit V

इकाई V

9. (a) Define Enveloping Cone. **1.04**

एनवलपिंग शंकु की परिभाषा दीजिए।

- (b) Find the centre and radius of the sphere :

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$$

1.04

गोले $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$ के केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- (c) Define Conjugate points. **1.04**

संयुग्म बिंदुओं की परिभाषा दीजिए।

- (d) Find the nature of the conic : **1.04**

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 + 4x + 12y - 4 = 0$$

शांकव $5x^2 + 6xy + 5y^2 + 4x + 12y - 4 = 0$ की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

- (e) Define co-axial system of spheres. **1.04**

गोलों की समाक्षीय प्रणाली को परिभाषित कीजिए।