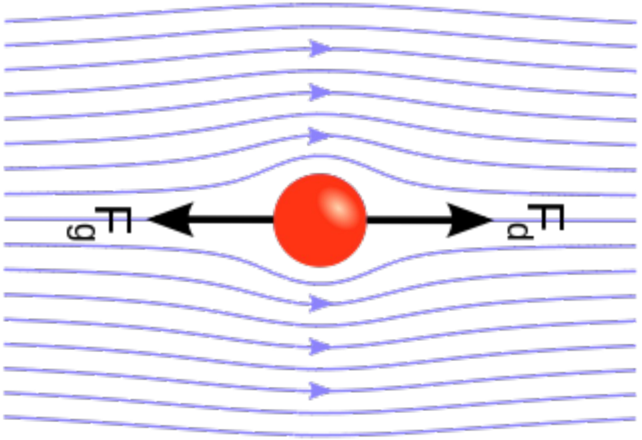
Una legge di forza passiva:

La resistenza viscosa (o attrito viscoso)

La resistenza viscosa o attrito viscoso



Un corpo che si muova in un liquido incontra una resistenza all'avanzamento.

Attenzione: la resistenza di un liquido ha una vasta fenomenologia che dipende dalla velocità e dalle dimensioni del corpo. In questo caso consideriamo velocità molto basse e/o oggetti piccoli, riservandoci di rendere più quantitativi questi requisiti.

La resistenza dipende anche dalla forma del corpo. Nel caso di corpi sferici, è nota una soluzione:

Legge di Stokes:

$\vec{F} = -6\pi r\,\eta\vec{v}$ per una sfera di raggio r

η è la viscosità del fluido

$\vec{F} = -b\,\vec{v}$ per un corpo di forma generica

in generale, b dipende da η.

La viscosità si misura in Pa s

La resistenza viscosa o attrito viscoso

Otteniamo le equazioni del moto per una goccia di acqua in caduta a partire dal secondo principio:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_v = m\vec{a}\,; \qquad \vec{F}_p = m\vec{g}\,; \qquad \vec{F}_v = -b\vec{v}$$

proiettando su z

$$-b v_z - m g = m a_z = m \dot{v}_z$$

cambiamo variabile in $u = v_z + \frac{m g}{b}\,; \qquad v_z = u - \frac{m g}{b}\,; \qquad \dot{v}_z = \dot{u}$

$$-b u = m \dot{u}$$

La resistenza viscosa o attrito viscoso

Otteniamo le equazioni del moto per una goccia di acqua in caduta a partire dal secondo principio:

$$-b\,u=m\frac{du}{dt}; \qquad -\frac{b}{m}dt=\frac{du}{u}; \qquad -\frac{b}{m}\int_0^T dt=\int_{U_0}^{U}\frac{du}{u}$$

$$\frac{-b}{m}T=[\log u]_{U_0}^{U}=\log\frac{U}{U_0}$$

$$\frac{U}{U_0}=e^{-\frac{b}{m}T}; \qquad U=U_0e^{-\frac{b}{m}T}; \qquad v_z+\frac{mg}{b}=U_0e^{-\frac{b}{m}T}; \qquad v_z=\frac{-mg}{b}+U_0e^{-\frac{b}{m}T}$$

La costante si fissa con la condizione iniziale, per esempio partenza da goccia ferma in z:

$$v_z(0)=\frac{-mg}{b}+U_0=0\Rightarrow U_0=\frac{mg}{b}$$

$$v_z(t)=\frac{mg}{b}\left(e^{-\frac{b}{m}t}-1\right)$$

La resistenza viscosa o attrito viscoso

Diamo qualche numero

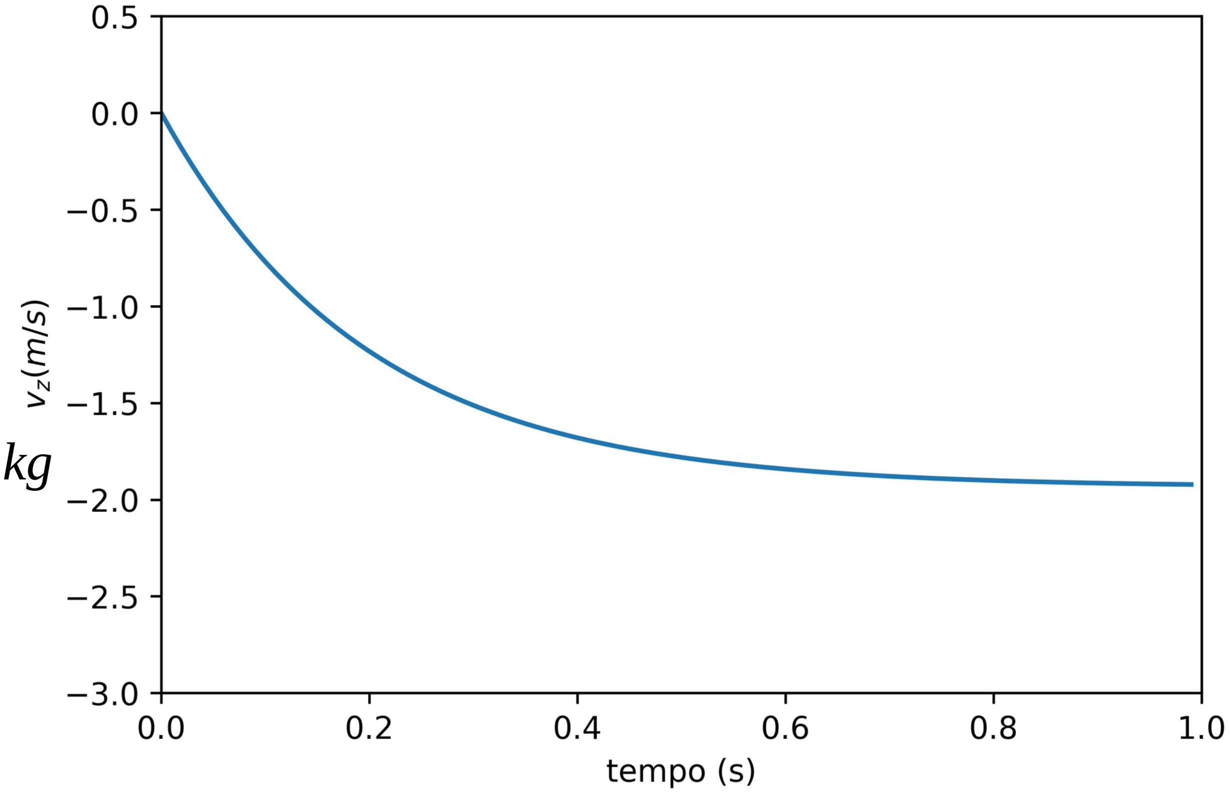
$$\eta_{aria} = 18.03 \times 10^{-6} \frac{N\,s}{m^2}$$

$$\rho_{acqua} = 1\,g/cm^3$$

$$r_{goccia} = 4\,mm$$

$$m_{goccia} = \rho_{acqua} \frac{4}{3} \pi r^3 = 2.7 \times 10^{-7}\,kg$$

$$v_{asintotica} = \frac{-m g}{b} = -1.93\,m/s$$



Resistenza di un fluido in regime turbolento

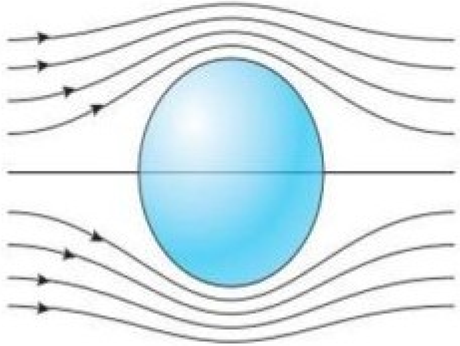
Il caso di resistenza viscosa vale solo per oggetti “piccoli” e “lenti”. Questi concetti non hanno senso assoluto, ma vanno resi quantitativi.

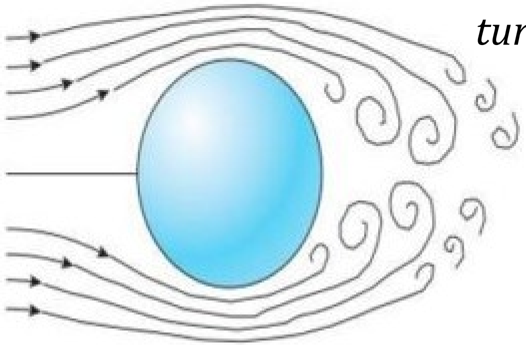
La resistenza viscosa predomina quando il moto è *laminare*, ossia si svolge come se le particelle del fluido scorressero in lamine le une sulle altre, e le “lamine” rimangono attaccate al corpo che avanza.

Tuttavia, quando la velocità relativa aumenta molto, per inerzia le particelle del fluido finiscono per staccarsi dal corpo.
Lo spazio, che rimarrebbe vuoto, viene subito riempito, ma in maniera caotica.

Nella scia del corpo il moto diventa *turbolento* e si formano vortici.

La resistenza non è più dovuta soltanto all’effetto di “freno” della viscosità, ma c’è uno sbilancio di pressione tra fronte e retro del corpo.





Resistenza di un fluido in regime turbolento

Il numero di Reynolds è un numero adimensionale, che rende conto di quanto il moto possa essere considerato laminare e quanto turbolento

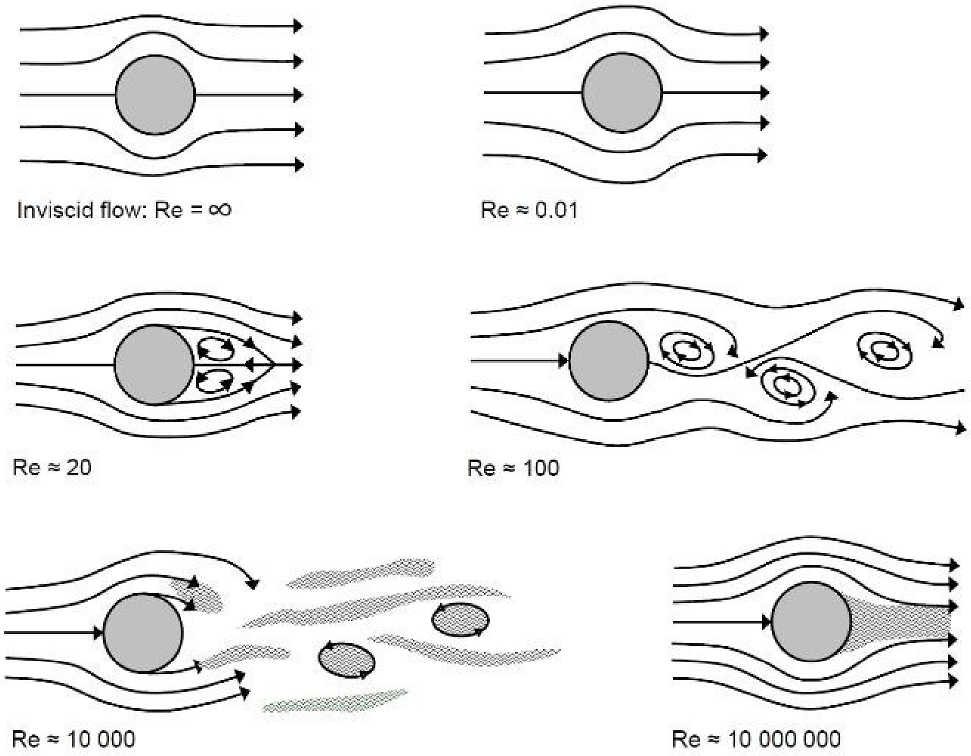
$$R = \frac{\rho v D}{\eta}$$

ρ densità del mezzo

η viscosità del mezzo

v velocità del corpo

D una lunghezza caratteristica del problema



Resistenza di un fluido in regime turbolento

In regime di moto turbolento, la resistenza è data da

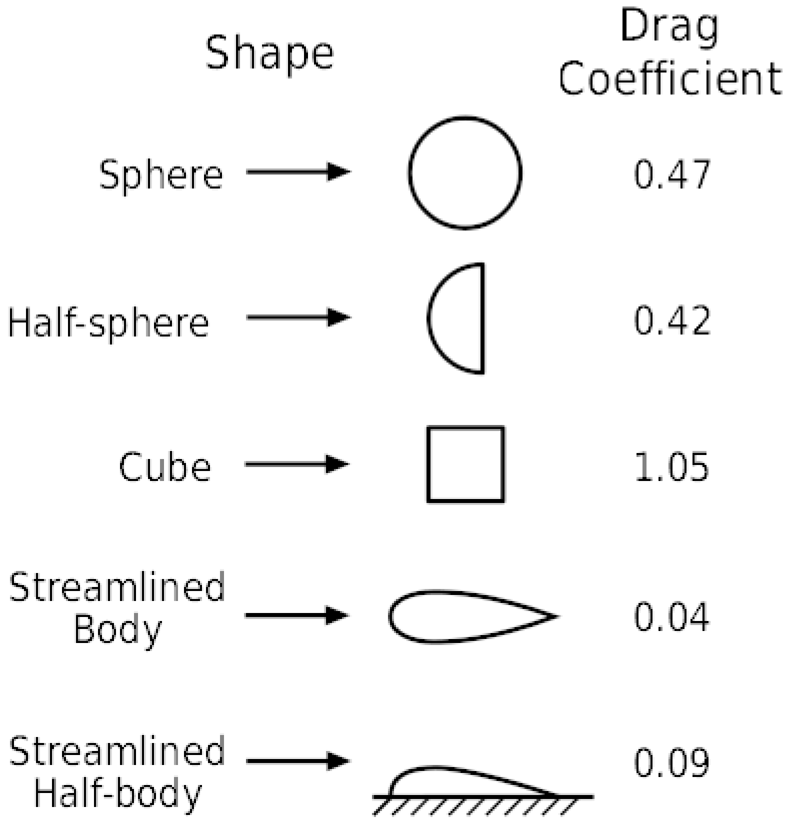
$$F_r = \frac{1}{2}\rho S C_x v^2$$

S area della sezione trasversa
C_x (o C_d coefficiente di resistenza)

Il coefficiente di resistenza dipende dalla forma, e in definitiva da quanto i filetti fluidi rimangono attaccati al corpo

La resistenza non dipende più dalla viscosità!

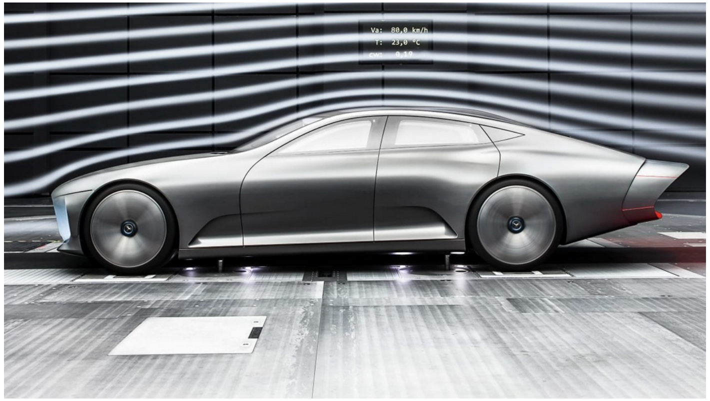
La resistenza cresce con il quadrato della velocità!

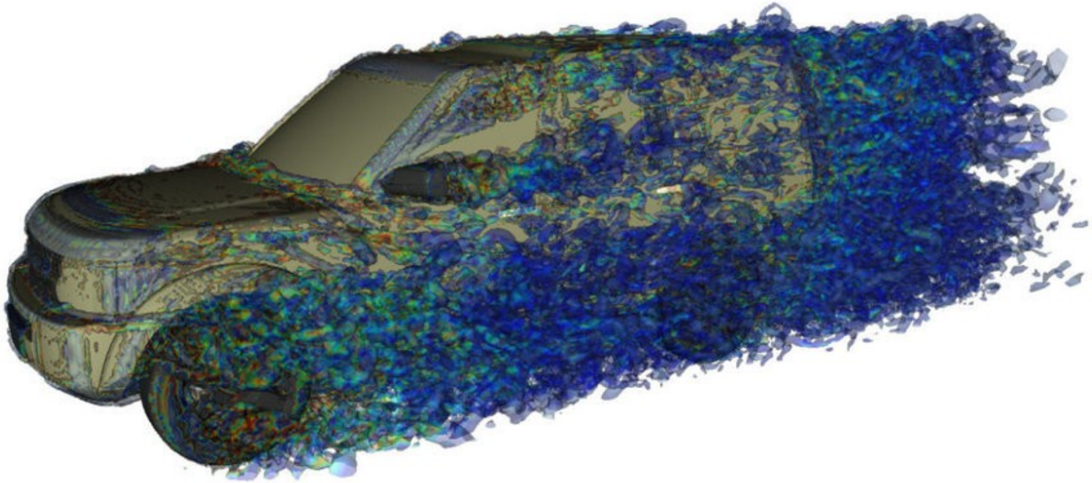


Resistenza di un fluido in regime turbolento

Questi effetti si vedono bene nel moto delle navi,

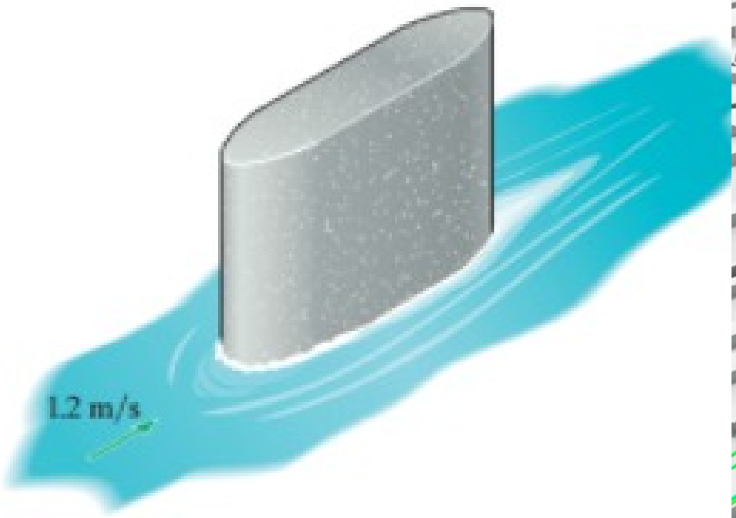
delle automobili e degli aerei...

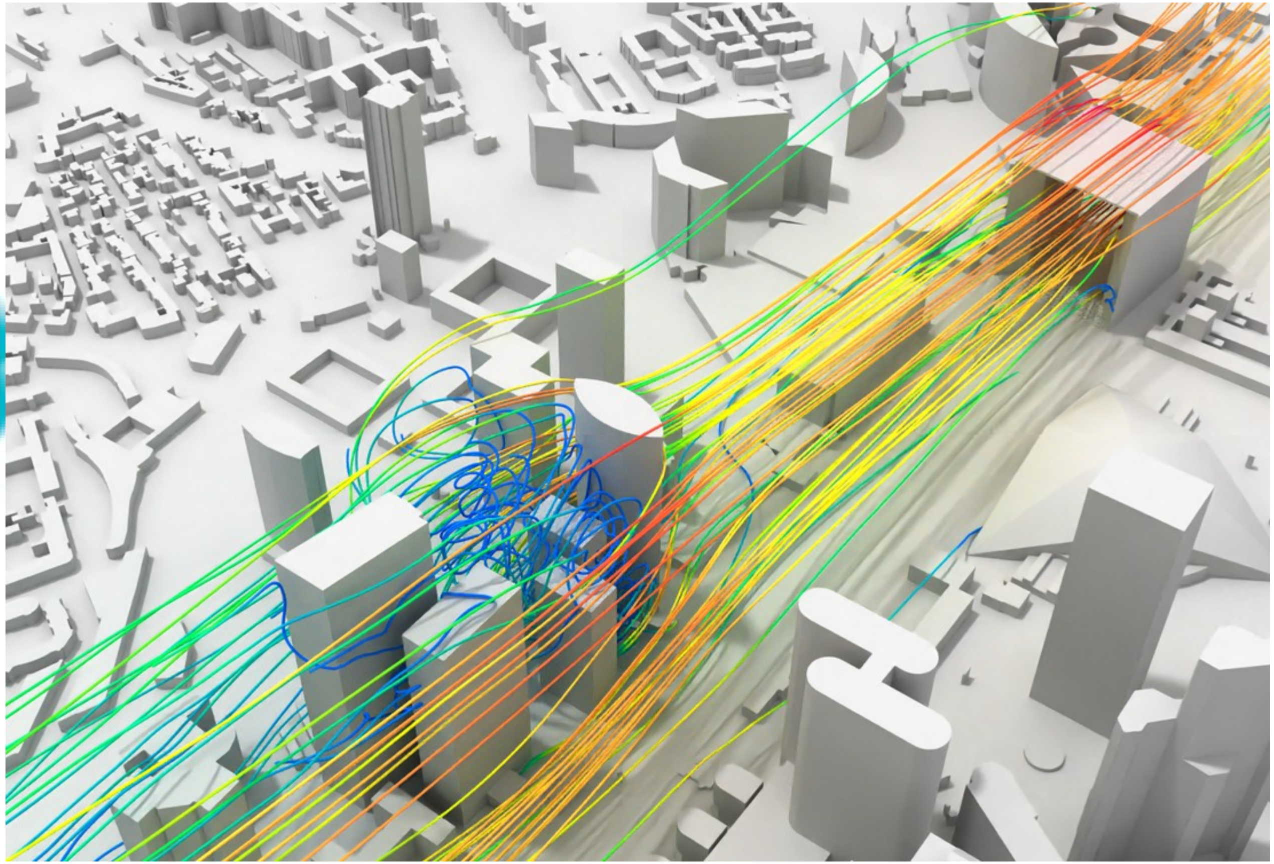




Resistenza di un fluido in regime turbolento

...ma anche di ponti e grattacieli!





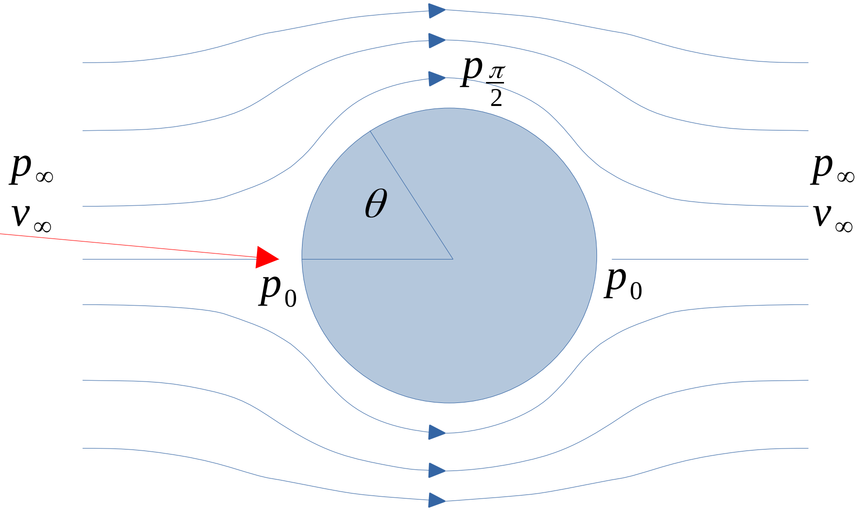
Resistenza idrodinamica e paradosso di d'Alembert

Consideriamo un cilindro infinito che avanzi in un liquido perfetto (non viscoso)

Il campo di pressione è perfettamente simmetrico:

nessuna resistenza!

Al punto di ristagno si ha:



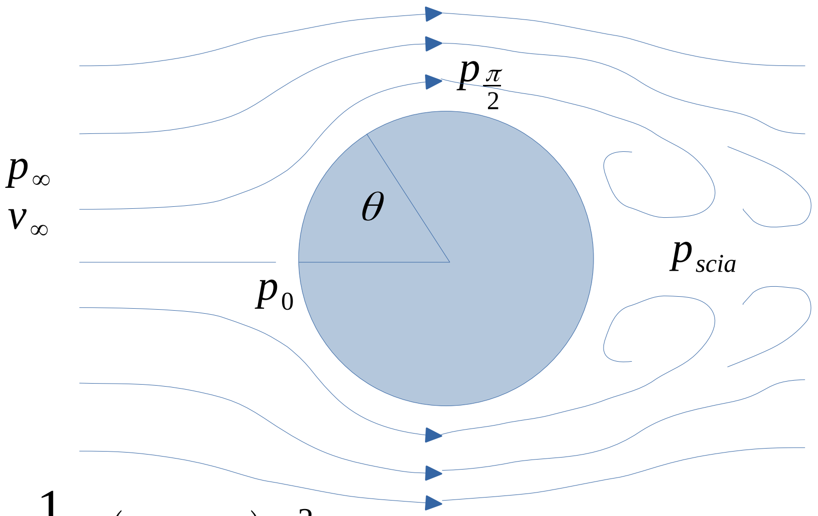
$$p_0 = p_\infty + \frac{\rho}{2} v_\infty^2$$

In generale, $p_0 > p(\theta)$

$p_\infty > p\left(\frac{\pi}{2}\right)$ similmente all'effetto Venturi

Resistenza idrodinamica in regime turbolento

In regime turbolento si ha il distacco dei filetti fluidi. L'energia cinetica viene dissipata in attrito nei vortici.



Al punto di ristagno si ha: $p_0 = p_\infty + \frac{\rho}{2} v_\infty^2$

Nella scia invece: $p_{scia} = p_\infty + k_d \frac{\rho}{2} v_\infty^2$

Lo sbilancio di pressione è

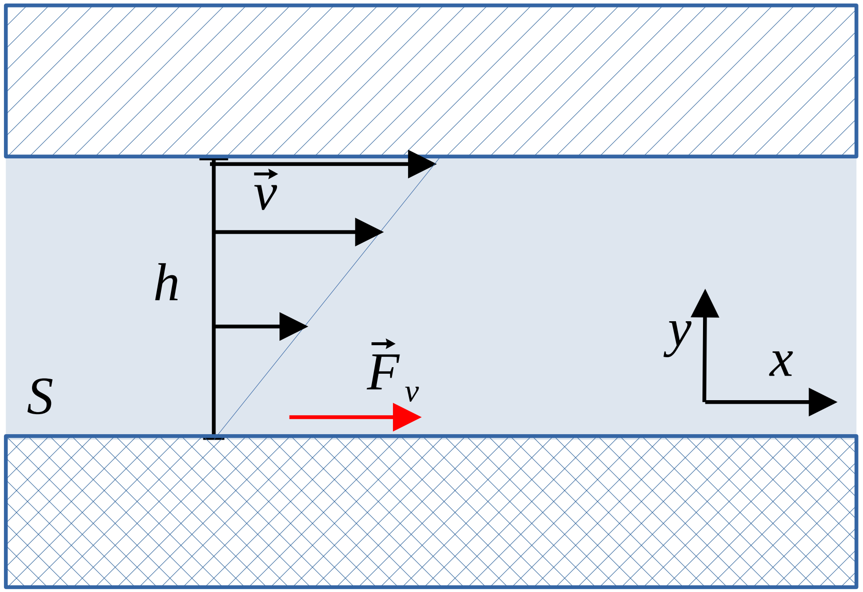
$$p_0 - p_{scia} = p_\infty + \frac{\rho}{2} v_\infty^2 - p_\infty - k_d \frac{\rho}{2} v_\infty^2 = \frac{\rho}{2} v_\infty^2 (1 - k_d) = \frac{1}{2} \rho (1 - k_d) v_\infty^2$$

La forza netta è: $F_d = S(p_0 - p_{scia}) = \frac{1}{2} \rho S (1 - k_d) v_\infty^2 = \frac{1}{2} \rho S C_d v_\infty^2$

Fluidi Newtoniani e viscosità

I fluidi "newtoniani" presentano il modello più semplice di effetto della viscosità.

Consideriamo due piastre rettangolari, di area *S*, con un fluido newtoniano intrappolato nello spessore *h* tra di esse. Se la velocità relativa è **v**, lo sforzo esercitato su ciascuna tenderà a trascinarla nella stessa direzione e verso dell'altra e avrà modulo:



$$\tau = \sigma_t = \frac{F_v}{S} = \eta \frac{\Delta v}{h}$$

Il coefficiente η è comunemente detto *viscosità* del fluido.

$$\tau = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

Esistono altri modelli di sforzo più complicati!