



## Moto rettilineo uniforme

Moto rettilineo uniforme

È il moto più semplice dopo la quiete

Traiettoria: una retta. Conseguenza: direzione costante.

Velocità: costante. Conseguenza: verso costante, e quindi anche velocità vettoriale costante.

$$s(t) = s_0 + v(t - t_0); \quad (\text{o anche } s(t) = s_0 + vt) \\ \text{quindi } \dot{s} = v = \text{cost.}$$

Inoltre:

$$\text{vers } \vec{v} = \hat{v} = \text{cost.}$$

$$\vec{v} = v \hat{v} = \text{cost.}$$

$$v_x = \text{cost}, v_y = \text{cost}, v_z = \text{cost.}$$

Moto rettilineo uniforme

In termini vettoriali:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0); \quad (\text{o anche } \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}t)$$

Verifichiamo che effettivamente sia l'equazione per un moto rettilineo uniforme.

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \text{cost.}$$

Quindi sono costanti direzione e verso, e modulo della velocità. Verifichiamo che la traiettoria sia una retta. Dobbiamo eliminare il tempo. Supponiamo che:

$$v_x \neq 0$$

Naturalmente, possiamo scegliere una coordinata diversa se necessario.

Moto rettilineo uniforme

Otteniamo

$$x = x_0 + v_x(t - t_0) \Rightarrow t - t_0 = \frac{x - x_0}{v_x} \Rightarrow t;$$

$$y = y_0 + v_y(t - t_0) = y_0 + \frac{v_y}{v_x}(x - x_0)$$

$$z = z_0 + v_z(t - t_0) = z_0 + \frac{v_z}{v_x}(x - x_0)$$

Le ultime due sono ben note equazioni della retta nei piani  $xy$  e  $xz$ . In particolare, se scegliamo l'asse  $x$  lungo la traiettoria, otteniamo  $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$  oppure  $x(t) = x_0 + vt$

Per l'accelerazione, poiché

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \text{cost.}$$

Otteniamo

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \text{ m/s}^2$$



## Moto rettilineo uniformemente accelerato

Moto rettilineo uniformemente accelerato

Traiettoria: ancora una retta. Conseguenza: direzione della velocità costante.

Accelerazione tangenziale (è l'unica non nulla) costante:  $\ddot{s} = \frac{d^2 s}{dt^2} = a = \text{cost.}$

Quindi  $\frac{d v}{d t} = a \Rightarrow v(t) = a(t - t_0) + v_0; \quad (\text{o anche } v(t) = at + v_0)$

Osserviamo che  $\frac{d}{dt}(c_2 t^2) = 2 c_2 t; \frac{d}{dt}(c_1 t) = c_1; \frac{d}{dt} c_0 = 0$

Se pongo

$$s(t) = c_2 t^2 + c_1 t + c_0$$

posso ottenere i valori dei coefficienti per confronto.

Moto rettilineo uniformemente accelerato

Se pongo

$$s(t) = c_2 t^2 + c_1 t + c_0$$

$$\frac{ds}{dt} = 2c_2 t + c_1$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = 2c_2 = a \Rightarrow c_2 = \frac{a}{2}$$

$$\frac{ds}{dt} = at + c_1 \Rightarrow c_1 = v_0$$

$$s(t) = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + c_0 \Rightarrow s(0) = c_0$$

$$s(t) = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + s_0$$

oppure

$$s(t) = \frac{a}{2} (t - t_0)^2 + v_0 (t - t_0) + s_0$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

L'accelerazione (vettoriale) è costante:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= (at + v_0)\hat{v} \\ \vec{a}(t) &= a\hat{v}\end{aligned}$$

Per le equazioni vettoriali si ha:

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{a}{2}t^2 + v_0 t\right)\hat{v} + \vec{r}_0$$

La traiettoria è ancora una retta perché l'unico vettore variabile ha sempre la stessa direzione (volendo si può essere più formali, ma non è utile in questo caso)

Moto rettilineo uniformemente accelerato

Caso particolare: moto dei gravi

Sulla Terra, al livello del mare, tutti i corpi sono accelerati verso il centro della Terra (ossia verso il basso) con un'accelerazione di modulo  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

Un corpo che viene lasciato cadere da fermo da un'altezza  $h$  si muove in linea retta verso il basso.

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$

Se poniamo  $z = 0 \text{ m}$  al suolo, abbiamo

$$0 = -\frac{1}{2}gt_{\text{suolo}}^2 + h \Rightarrow t_{\text{suolo}} = \sqrt{2h/g}$$

e per la velocità

$$v_z(t) = -gt$$

nel momento del contatto al suolo

$$v_{\text{suolo}} = \sqrt{2gh}$$

Profondità di un pozzo:

$$h = \frac{1}{2}gt_{\text{fondo}}^2$$