Una legge di forza attiva:

La forza peso

Forza costante

La legge di forza è

$$\vec{F} = cost\,.$$

Da questo segue:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} = cost\,.$$

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\,\vec{F} = cost\,.$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{1}{m}\,\vec{F}\,t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\,t + \frac{1}{2\,m}\,\vec{F}\,t^2$$

Il moto è quindi parabolico (come il moto del proiettile); nel caso particolare in cui la velocità iniziale sia nulla o diretta come la forza, si ha il moto uniformemente accelerato.

Forza costante

Un caso particolare è quello della **forza peso**

La forza peso è una semplificazione dell'attrazione gravitazionale, valida per piccole regioni di spazio, nelle quali si possa scrivere:

$$\vec{F} = m_g \vec{g} = cost\,.$$

L'accelerazione ***g*** è un vettore diretto verso il basso (centro della Terra) e di modulo mediamente uguale a 9,81 m/s^2.

La costante $\mathbf{m_g}$ si chiama massa gravitazionale del punto materiale ed ha le stesse dimensioni fisiche della massa inerziale. Numericamente, è stato verificato che i loro valori coincidono. Questo ha condotto a riflessioni più profonde, sfociate poi nella Teoria della Relatività Generale.

Forza peso

La legge di forza è

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Da questo segue:

$$m\vec{g} = m\vec{a} = cost\,.$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

Abbiamo già visto che il moto risultante è parabolico o rettilineo uniformemente accelerato.

Il Primo principio della dinamica e i sistemi di riferimento inerziali

Dato un punto materiale <u>su cui non agiscano forze reali</u>, è sempre possibile trovare un sistema di riferimento, detto sistema di riferimento inerziale, nel quale il punto permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

Questo principio viene spesso sintetizzato come:

Un punto materiale su cui non agiscano forze permane nel suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme

Tuttavia, in questa formulazione si ignora la necessità di scegliere un sistema di riferimento inerziale.

Il primo principio della dinamica, o principio di inerzia, vale <u>solo nei sistemi di riferimento inerziali</u>

Detto diversamente:

I sistemi di riferimento inerziali sono quelli in cui vale il principio di inerzia

Se conosco un sistema di riferimento inerziale, un qualsiasi altro sistema di riferimento che si muove rispetto al primo di moto rettilineo uniforme è anch'esso inerziale.

Spesso si legge che i sistemi di riferimento inerziali sono quelli che si muovono gli uni rispetto agli altri di moto rettilineo uniforme. Questo è <u>sbagliato</u>. Se ho due sistemi inerziali, è vero che si muovono di moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro, ma anche due sistemi accelerati possono avere un moto reciproco che sia rettilineo uniforme.
<u>La definizione corretta è quella in grassetto sopra.</u>

Il Secondo principio della dinamica e la definizione quantitativa di forza

L'accelerazione di un punto materiale è proporzionale alla risultante (somma) di tutte le forze che agiscono sul punto materiale, secondo una costante di proporzionalità che è una caratteristica invariabile del punto materiale, detta <u>massa inerziale</u> (o semplicemente massa).

La massa inerziale si misura in kg nel SI (Sistema Internazionale)

Il modulo delle forze si misura in N (Newton) nel SI

1 N = 1 kg m /s^2

[F]=[M][L][T^{-2}]

Spesso si usa il kgp (chilogrammo-peso), ma è un'unità non ufficiale e molto scomoda perché obbliga a continue conversioni

1 kgp = 9,81 N

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

oppure

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = m\vec{a}$$

Il Secondo principio della dinamica e la definizione quantitativa di forza

Le implicazioni del Secondo principio sono profonde:

- Le forze hanno carattere **vettoriale** (ossia modulo, direzione e verso).
- L'accelerazione deve sempre esistere, quindi sono esclusi i moti che hanno discontinuità nella posizione e/o nella velocità. Questo scarta tutti i moti non fisici.
- Il Secondo principio è anche un programma di lavoro: qualsiasi descrizione delle azioni sui punti materiali (e tra punti materiali) deve obbligatoriamente essere effettuata soltanto ricorrendo ad opportune leggi di forza.

  Questa non è l'unica scelta possibile. Per esigenze particolari, si può formulare la meccanica anche con altri strumenti matematici, ma noi useremo la descrizione Newtoniana, ossia mediante le forze. In effetti, è la più intuitiva. Si dimostra che tutte le altre descrivono gli stessi fenomeni, quindi sono equivalenti.
- Le forze sono un modello di descrizione della realtà. Le varie leggi di forza che vedremo possono nascere da osservazioni sperimentali o da trattazione matematica (è il caso delle forze apparenti). Tuttavia, tutte le forze hanno effetti tangibili sull'accelerazione del punto materiale.
- La massa è invariabile, ed è sempre la stessa per uno stesso punto materiale quali che siano le sue vicissitudini. La massa è **la quantità di materia di un corpo**.

Il Secondo principio della dinamica e la quantità di moto

Si può introdurre una nuova grandezza: la **quantità di moto** del punto materiale, così definita:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La quantità di moto si misura in kg m/s

$[p]=[M][L][T^{-1}]$

La quantità di moto è molto utile nella trattazione degli urti e dei sistemi isolati

In molte branche della fisica avanzata, la quantità di moto sostituisce completamente la velocità nella trattazione

Richiami ed argomenti correlati

Moto rettilineo uniformemente accelerato

Traiettoria: ancora una retta. Conseguenza: direzione della velocità costante.

Accelerazione tangenziale (è l'unica non nulla) costante: $\ddot{s}=\frac{d^2 s}{dt^2}=a=cost\,.$

Quindi $\frac{dv}{dt}=a \Rightarrow v(t)=a(t-t_0)+v_0;\qquad (o\,anche\,v(t)=at+v_0)$

Osserviamo che $\frac{d}{dt}(c_2 t^2)=2c_2 t;\,\frac{d}{dt}(c_1 t)=c_1;\,\frac{d}{dt}c_0=0$

Se pongo

$$s(t)=c_2 t^2+c_1 t+c_0$$

posso ottenere i valori dei coefficienti per confronto.

Moto rettilineo uniformemente accelerato

Se pongo

$$s(t)=c_2 t^2+c_1 t+c_0$$

$$\frac{ds}{dt}=2c_2 t+c_1$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2}=2c_2=a \Rightarrow c_2=\frac{a}{2}$$

$$\frac{ds}{dt}=at+c_1 \Rightarrow c_1=v_0$$

$$s(t)=\frac{a}{2}t^2+v_0 t+c_0 \Rightarrow s(0)=c_0$$

$$s(t)=\frac{a}{2}t^2+v_0 t+s_0$$

oppure

$$s(t)=\frac{a}{2}(t-t_0)^2+v_0(t-t_0)+s_0$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

L'accelerazione (vettoriale) è costante:

$$\vec{v}(t)=(a\,t+v_0)\hat{v}$$
$$\vec{a}(t)=a\,\hat{v}$$

Per le equazioni vettoriali si ha:

$$\vec{r}(t)=\left(\frac{a}{2}t^2+v_0 t\right)\hat{v}+\vec{r}_0$$

La traiettoria è ancora una retta perché l'unico vettore variabile ha sempre la stessa direzione (volendo si può essere più formali, ma non è utile in questo caso)

Moto rettilineo uniformemente accelerato

Caso particolare: moto dei gravi

Sulla Terra, al livello del mare, tutti i corpi sono accelerati verso il centro della Terra (ossia verso il basso) con un'accelerazione di modulo $g = 9.81\ m/s^2$.

Un corpo che viene lasciato cadere da fermo da un'altezza h si muove in linea retta verso il basso.

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h$$

Se poniamo $z = 0\ m$ al suolo, abbiamo

$$0 = -\frac{1}{2} g t_{suolo}^2 + h \Rightarrow t_{suolo} = \sqrt{2h/g}$$

e per la velocità

$$v_z(t) = -g t$$

nel momento del contatto al suolo $v_{suolo} = \sqrt{2gh}$ Profondità di un pozzo: $h = \frac{1}{2} g t_{fondo}^2$

Energia potenziale e forze conservative

Vediamo subito alcune energie potenziali per fissare le idee:

- Energia potenziale della forza peso:

$$U(x,y,z)=mgz+cost.$$

$$\vec{F}=-grad\,U=-\vec{\nabla}U=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial U}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right)=0\,\hat{i}+0\,\hat{j}-mg\,\hat{k}=-mg\,\hat{k}$$

- Energia potenziale della forza elastica (1 dimensione)

$$U(x,y,z)=\frac{1}{2}kx^2+cost.$$

$$\vec{F}=-grad\,U=-\vec{\nabla}U=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial U}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right)=-kx\,\hat{i}+0\,\hat{j}+0\,\hat{k}=-kx\,\hat{i}$$

Applicazioni dell'energia potenziale

- Caduta di un grave

$$U_i = m g h + cost.; \quad v_i = 0; \quad K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 = 0$$

$$U_f = 0 + cost.; \quad K_f + U_f = K_i + U_i; \quad K_f = K_i + U_i - U_f = m g h; \quad \frac{1}{2} m v_f^2 = m g h$$

$$v_f = \sqrt{2 g h}$$

- Forza costante lungo *x* (diversa dalla forza peso):

$$U = -A x + cost.; \quad F_x = A$$

Applicazioni dell'energia potenziale

Energia potenziale della forza peso

Lo "zero" si può impostare dovunque si voglia, ma una volta fissato non può essere spostato

Il profilo del rilievo è proprio uguale al profilo dell'energia potenziale