Moto armonico

Moto armonico

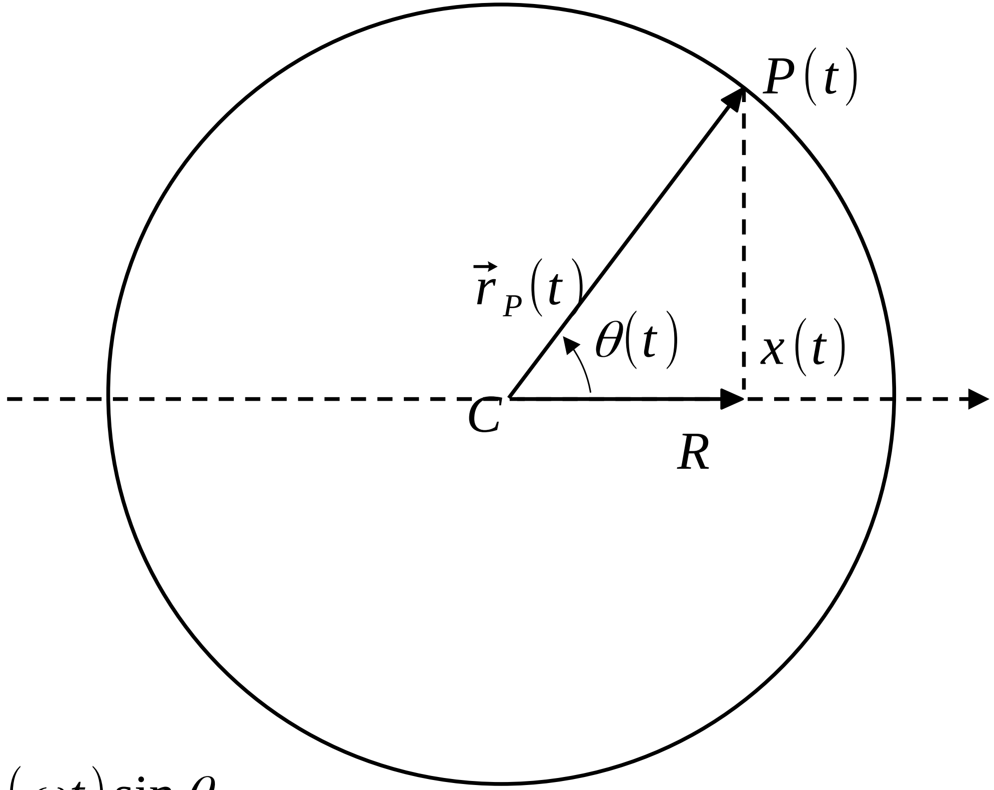
Proiettiamo il moto circolare uniforme su un asse.

Abbiamo già eseguito questo calcolo:

$$x(t) = R\cos(\omega t + \theta_0)$$

Si può anche usare la formula di addizione e ottenere:

$$x(t) = R\cos(\omega t)\cos\theta_0 - R\sin(\omega t)\sin\theta_0$$
$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$
$$A = R\cos\theta_0 ; B = -R\sin\theta_0$$
$$R = \sqrt{A^2 + B^2} ; \theta_0 = -\arctan\frac{B}{A}$$



In alternativa possiamo considerare

$$y(t) = R\sin(\omega t + \theta_0) = R\sin(\omega t)\cos\theta_0 + R\cos(\omega t)\sin\theta_0$$
$$y(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) ; \theta_0 = \arctan\frac{B}{A} ; R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Moto armonico

Il moto armonico è un moto **rettilineo vario** *(=con accelerazione variabile)*

Terminologia

$$x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0)$$
$$\theta = \omega t + \theta_0 \ \text{Fase}\,(rad)$$
$$A = \text{Ampiezza o Elongazione massima}\,(m)$$
$$\omega = \text{Pulsazione}\,(rad/s)$$
$$\theta_0 = \text{Costante di fase}\,(rad)$$
$$f = \frac{\omega}{2\pi}\ \text{Frequenza}\,(Hz)$$
$$T = \frac{1}{f}\ \text{Periodo}\,(s)$$

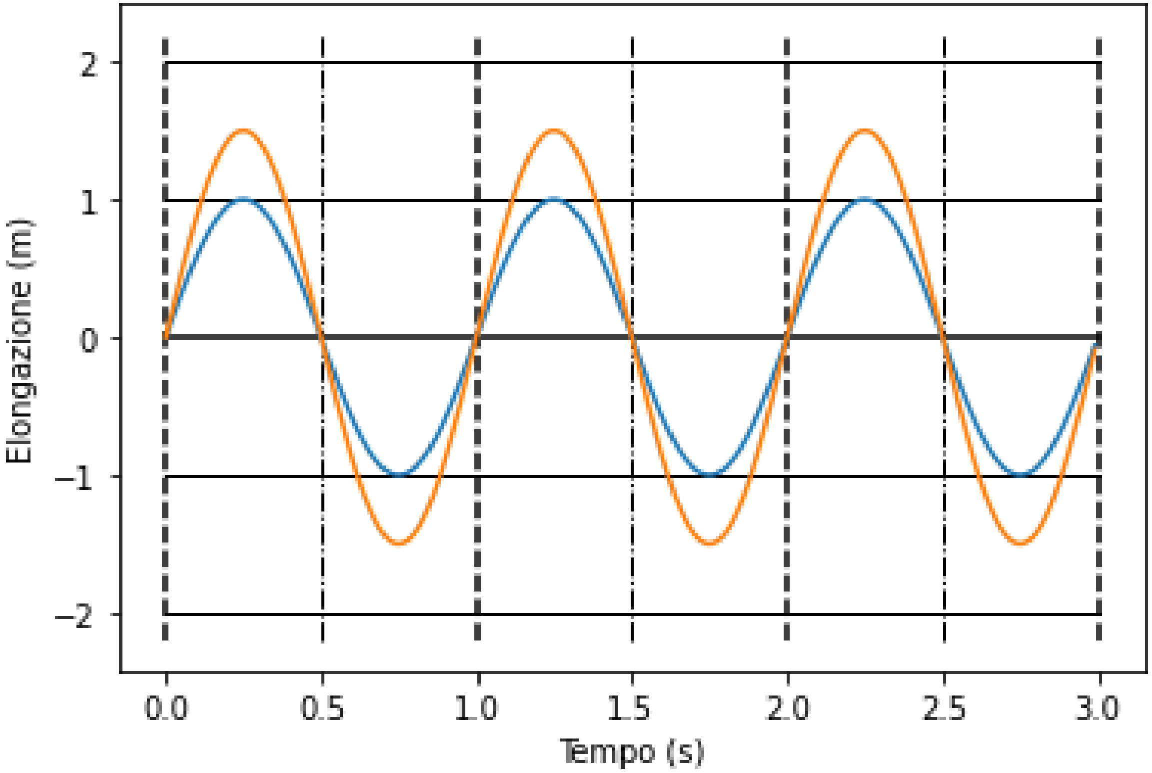
Moto armonico

Il moto armonico è un moto **rettilineo vario** *(=con accelerazione variabile)*

Due moti armonici **<u>con la stessa frequenza</u>** possono essere:

- **In fase**:
  in questo caso con diversa ampiezza

$$x_1(t) = R_1 \sin(\omega t)$$
$$x_2(t) = R_2 \sin(\omega t)$$



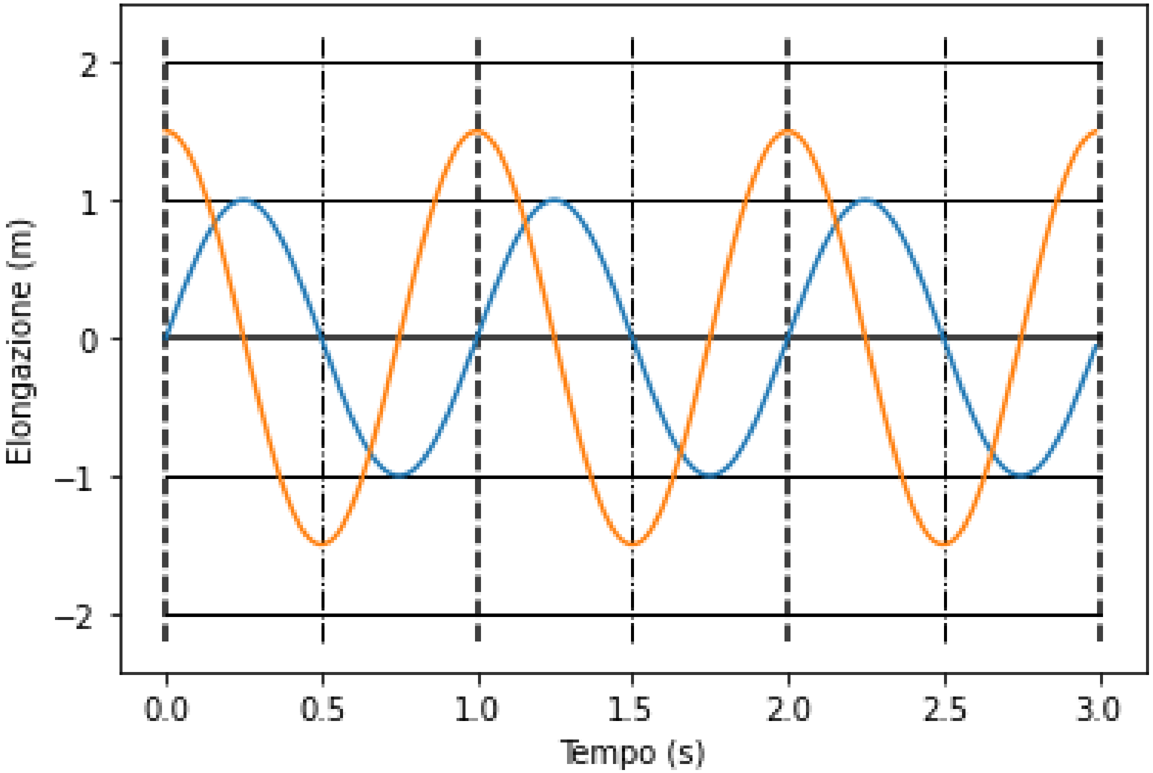
Moto armonico

Il moto armonico è un moto **rettilineo vario** *(=con accelerazione variabile)*

Due moti armonici **con la stessa frequenza** possono essere:

- In fase
- **In quadratura di fase**:

$$x_1(t)=R_1\sin(\omega t)$$
$$x_2(t)=R_2\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=$$
$$=R_2\cos(\omega t)$$



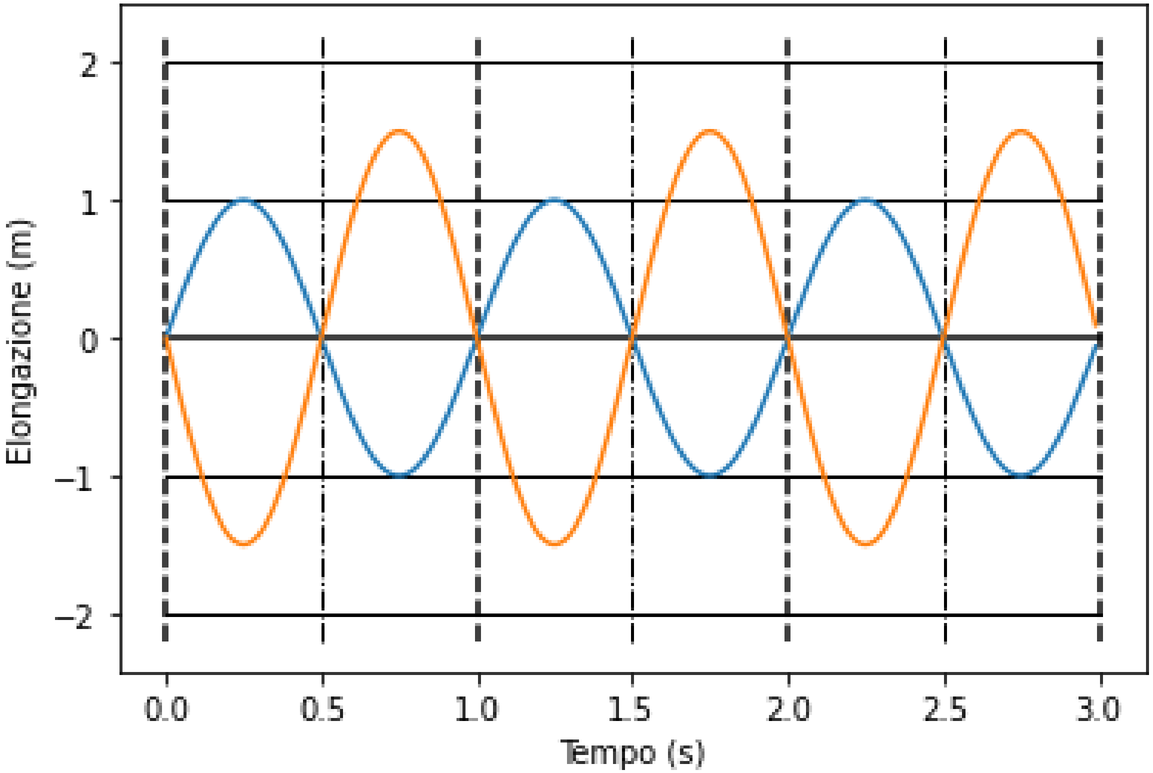
Moto armonico

Il moto armonico è un moto **rettilineo vario** *(=con accelerazione variabile)*

Due moti armonici **con la stessa frequenza** possono essere:

- In fase
- In quadratura di fase:
- **In opposizione di fase (o in controfase):**

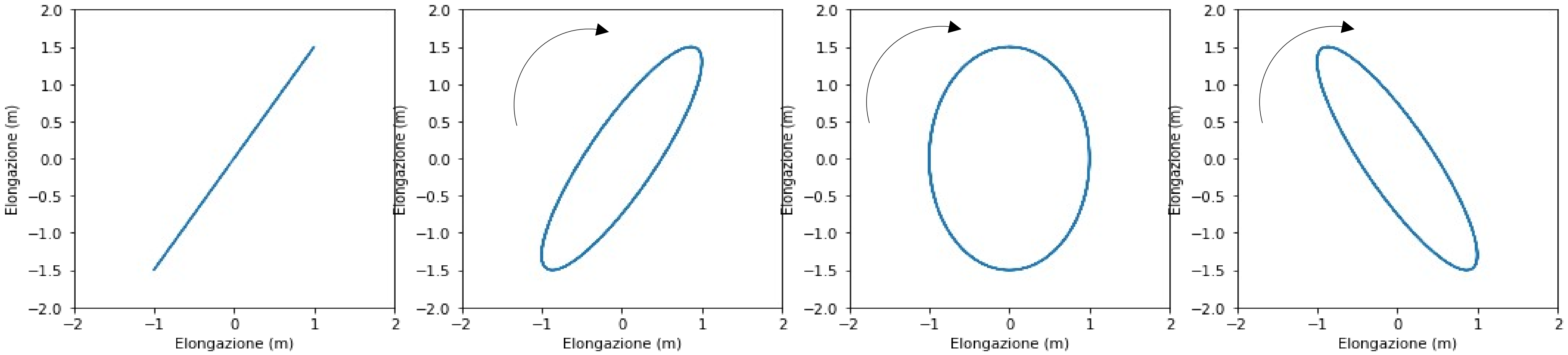
$$x_1(t) = R_1 \sin(\omega t)$$
$$x_2(t) = R_2 \sin(\omega t + \pi) =$$
$$= -R_2 \sin(\omega t)$$



Composizione di moti armonici

Impostiamo un moto armonico su un asse e un altro moto con la stessa frequenza sull'altro asse

$$x(t)=R_1\sin(\omega t);\ y(t)=R_2\sin(\omega t+\Delta\theta)$$



$R_1=1$, $R_2=1.5$, $\Delta\theta=0$

$R_1=1$, $R_2=1.5$, $\Delta\theta=\frac{\pi}{6}$

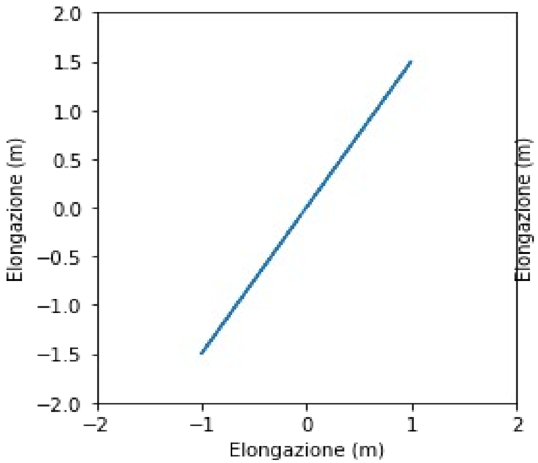
$R_1=1$, $R_2=1.5$, $\Delta\theta=\frac{\pi}{2}$

$R_1=1$, $R_2=1.5$, $\Delta\theta=\frac{5\pi}{6}$

Composizione di moti armonici

Impostiamo un moto armonico su un asse e un altro moto con la stessa frequenza sull'altro asse

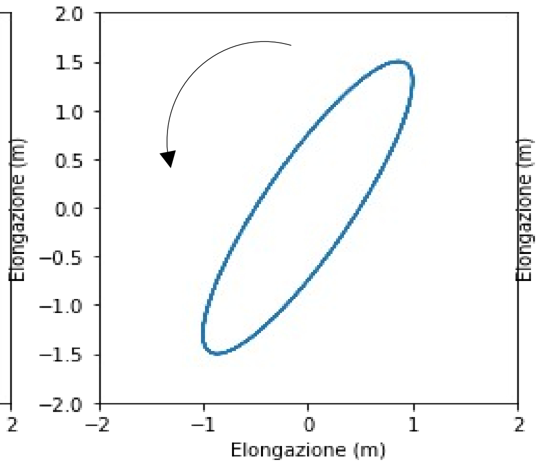
$$x(t)=R_1\sin(\omega t);\; y(t)=R_2\sin(\omega t-\Delta\theta)$$



$R_1=1$

$R_2=1.5$

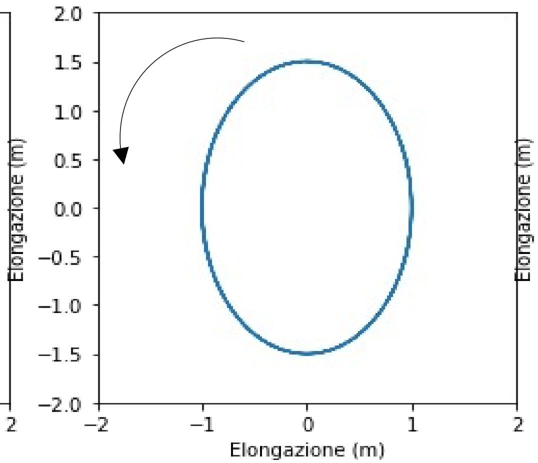
$\Delta\theta=0$



$R_1=1$

$R_2=1.5$

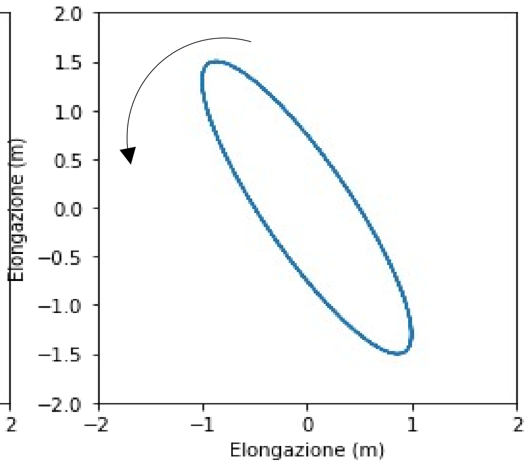
$\Delta\theta=\frac{\pi}{6}$



$R_1=1$

$R_2=1.5$

$\Delta\theta=\frac{\pi}{2}$



$R_1=1$

$R_2=1.5$

$\Delta\theta=\frac{5\pi}{6}$

Moto armonico

È la **soluzione generale** dell’**Equazione Differenziale Lineare Ordinaria Del secondo ordine Omogenea A coefficienti costanti**

$$\frac{d^2 x}{d t} + \omega^2 x = 0$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Qualunque sia il significato fisico delle grandezze qui rappresentate, la soluzione è **sempre** del tipo

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

Moto armonico

Nota bene:

$$
\begin{aligned}
x(t) &= A\sin(\omega t + \theta_0) \\
\dot{x}(t) &= \omega A\cos(\omega t + \theta_0) \\
\ddot{x}(t) &= -\omega^2 A\sin(\omega t + \theta_0)
\end{aligned}
$$

La velocità è in quadratura di fase rispetto alla posizione

L’accelerazione è in quadratura di fase rispetto alla velocità ed in opposizione rispetto alla posizione

Alla massima elongazione (in un verso e nell’altro) corrisponde il massimo dell’accelerazione e la velocità si annulla

La velocità è massima al passaggio per lo zero (posizione di riposo), dove si annulla anche l’accelerazione