
Entre neuronas, amigos y aviones: arquitectura y resiliencia en redes reales

Carlos Brutomeso

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Ramiro Santamaria

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Resumen

Las redes complejas constituyen un marco fundamental para modelar sistemas interconectados en dominios tan diversos como la biología, las redes sociales y el transporte. Este trabajo analiza tres redes reales representativas de distintas naturalezas —la red neuronal de *Caenorhabditis elegans* (*C. elegans*), la red de amistades de Facebook y la red de vuelos entre aeropuertos de Estados Unidos— con el objetivo de explorar cómo la función y las restricciones específicas de cada sistema se reflejan en su estructura topológica, organización comunitaria y resiliencia estructural. Para ello, se formularon hipótesis sobre modularidad, centralización y robustez, que fueron evaluadas mediante comparaciones con modelos prototipo (Erdős–Rényi, Watts–Strogatz, Barabási–Albert y Holme–Kim), análisis de medidas de centralidad, estudios de tolerancia a fallos aleatorios y ataques dirigidos, y detección de comunidades mediante los algoritmos de Louvain y Girvan–Newman. Los resultados muestran que *C. elegans* presenta una arquitectura eficiente de tipo pequeño mundo, con modularidad intermedia y alta resiliencia; Facebook exhibe una jerarquía nodal marcada, elevada modularidad y fuerte vulnerabilidad ante ataques selectivos; y la red de aeropuertos revela una estructura altamente centralizada, eficiente pero extremadamente frágil ante la eliminación de nodos críticos. En conjunto, los hallazgos refuerzan la noción de que la arquitectura de las redes reales responde a principios adaptativos que equilibran eficiencia, cohesión y robustez bajo restricciones funcionales concretas.

1. Introducción

Las redes complejas constituyen un paradigma fundamental para la modelización de sistemas interconectados en múltiples disciplinas, desde las ciencias naturales hasta las ciencias sociales [9, 2]. La abstracción de fenómenos tan diversos como circuitos neuronales, vínculos de amistad o infraestructuras de transporte en términos de nodos y enlaces ha permitido identificar propiedades estructurales universales —como la existencia de hubs, la presencia de comunidades o la propiedad de pequeño mundo¹— que resultan cruciales para comprender su funcionamiento y resiliencia estructural.

El presente trabajo aborda el análisis comparativo de tres redes reales de naturaleza diversa: la red de conexiones neuronales de *Caenorhabditis elegans* (*C. elegans*), la red de amistades de Facebook y la red de vuelos entre aeropuertos de Estados Unidos. Esta selección responde a un criterio de diversidad funcional: mientras *C. elegans* constituye un sistema biológico cuyo diseño responde a exigencias evolutivas de eficiencia y redundancia, Facebook representa una red social construida por agregación espontánea de vínculos entre individuos, y Aeropuertos configura una red de transporte optimizada bajo restricciones geográficas y operativas. El análisis conjunto de estas redes permite explorar cómo la función de un sistema condiciona su arquitectura topológica, su robustez ante fallos y su capacidad de organización interna.

En una primera instancia, se explora la correspondencia entre las redes reales y modelos prototipo clásicos: Erdős–Rényi [4], Watts–Strogatz [9], Barabási–Albert [2] y Holme–Kim [7]. Estos modelos permiten establecer líneas base que capturan aspectos fundamentales de las redes —aleatoriedad, transitividad, crecimiento preferencial o formación de triángulos— contra los cuales contrastar las propiedades empíricas. Se plantearon hipótesis específicas basadas en literatura previa: que Facebook exhibiría un comportamiento libre de escala² [8], que *C. elegans* manifestaría propiedades de pequeño mundo [9], y que Aeropuertos se alejaría de todos los modelos por la influencia de su geografía subyacente [6]. Las comparaciones se sustentaron en métricas globales como la distribución de grados, el coeficiente de clustering medio y la longitud de camino promedio.

En una segunda línea de análisis se abordaron las medidas de centralidad, con el objetivo de identificar patrones diferenciales en la distribución de importancia nodal. Para las redes no dirigidas se emplearon el grado y la intermediación; para Aeropuertos, se consideraron también el in-degree y el PageRank, acorde a su naturaleza dirigida y ponderada. La expectativa era encontrar una alta concentración de conectividad en Aeropuertos, una jerarquía intermedia en Facebook, y una distribución más homogénea en *C. elegans*, coherente con los principios de robustez evolutiva.

La tercera dimensión del estudio evaluó la robustez estructural de las redes frente a fallos aleatorios y ataques dirigidos. A partir de trabajos seminales sobre vulnerabilidad en redes heterogéneas [1], se formuló la hipótesis de que redes con hubs prominentes —como Facebook y Aeropuertos— serían tolerantes a fallos aleatorios pero frágiles ante eliminaciones selectivas. En contraste, *C. elegans* se esperaba más resiliente, dada su arquitectura distribuida. La robustez se cuantificó a partir de la evolución del tamaño relativo de la componente gigante bajo distintos esquemas de remoción de nodos.

Por último, se examinó la estructura mesoscópica mediante algoritmos de detección de comunidades. Se aplicaron el método de Louvain [3], orientado a la maximización de la modularidad, y una variante acelerada del algoritmo de Girvan–Newman [5], basado en la eliminación iterativa de aristas con alta intermediación. Se anticipó una fuerte compartimentalización en Facebook, una modularidad intermedia en *C. elegans* asociada a funciones neuronales especializadas, y una modularidad reducida en Aeropuertos, condicionada por limitaciones operativas y geográficas.

Los resultados obtenidos validan en gran medida las hipótesis planteadas. *C. elegans* exhibe un balance entre clustering elevado y trayectorias cortas, reafirmando su carácter de red eficiente y robusta. Facebook presenta una modularidad comunitaria clara pero también una elevada vulnerabilidad ante ataques selectivos. Aeropuertos, por su parte, se estructura en torno a hubs estratégicos que maximizan la conectividad bajo fuertes restricciones, pero comprometen la robustez ante perturbaciones dirigidas.

¹Una red exhibe la propiedad de pequeño mundo (*small world*) si combina una longitud de camino promedio baja con un coeficiente de clustering alto, es decir, si los nodos están altamente interconectados localmente pero pueden alcanzarse entre sí mediante trayectorias cortas a nivel global.

²Una red libre de escala (*scale-free*) se caracteriza por una distribución de grados que sigue una ley de potencias, lo que implica que existen unos pocos nodos con un número muy alto de conexiones (hubs), mientras que la mayoría de los nodos tienen pocas conexiones. Este patrón es típico de muchos sistemas reales como Internet o redes sociales.

En conjunto, el análisis permite articular múltiples escalas —global, nodal y mesoscópica— para ofrecer una caracterización integral de la relación entre función, topología y dinámica en redes reales. Los patrones observados refuerzan la idea de que las redes complejas no emergen de forma azarosa, sino como soluciones adaptativas que resuelven tensiones entre eficiencia, redundancia y especialización, moldeadas por el entorno funcional en el que se desarrollan.

El trabajo se organiza del siguiente modo. En la Sección 2, se describen en detalle las tres redes reales analizadas, incluyendo sus características topológicas básicas y representaciones matriciales que ilustran su estructura interna. La Sección 3 presenta las métricas y algoritmos empleados para caracterizar las redes desde una perspectiva global, nodal y mesoscópica. En la Sección 4, se discuten los resultados obtenidos en torno a cuatro ejes principales: la adecuación de modelos generativos clásicos (Sección 4.1), el análisis de centralidad (Sección 4.2), la evaluación de robustez estructural ante fallos aleatorios y ataques dirigidos (Sección 4.3), y la detección de comunidades (Sección 4.4). Finalmente, la Sección 5 sintetiza los hallazgos más relevantes y propone líneas futuras de investigación.

2. Descripción de los datasets

Para el análisis comparativo de redes reales, se seleccionaron tres datasets que representan sistemas de distinta naturaleza y escala: una red biológica, una red social y una red de infraestructura. Cada uno de estos grafos exhibe propiedades estructurales particulares que motivaron las hipótesis formuladas en la introducción, y cuya exploración inicial se presenta en la Figura 1 mediante sus matrices de adyacencia binaria. Esta visualización permite identificar, a simple vista, patrones de conectividad distintivos en cada dominio.

La red biológica corresponde al conectoma del organismo *Caenorhabditis elegans*, un nematodo modelo en neurociencia por ser el único ser vivo cuyo sistema nervioso ha sido completamente mapeado. Este grafo no dirigido y ponderado contiene 297 nodos y 2148 aristas, donde los nodos representan neuronas y los enlaces, la cantidad de conexiones sinápticas entre ellas. La inclusión de pesos refleja la intensidad relativa de las conexiones neuronales. La matriz binaria (Figura 1a), filtrada para mostrar el 25 % superior de los pesos, evidencia una estructura densamente conectada, con bloques diagonales sugerentes de módulos funcionales y algunos nodos de alta conectividad central. Esta organización visual refuerza la hipótesis de una red altamente modular, con clustering significativo y redundancia estructural, coherente con su función crítica en la supervivencia del organismo.

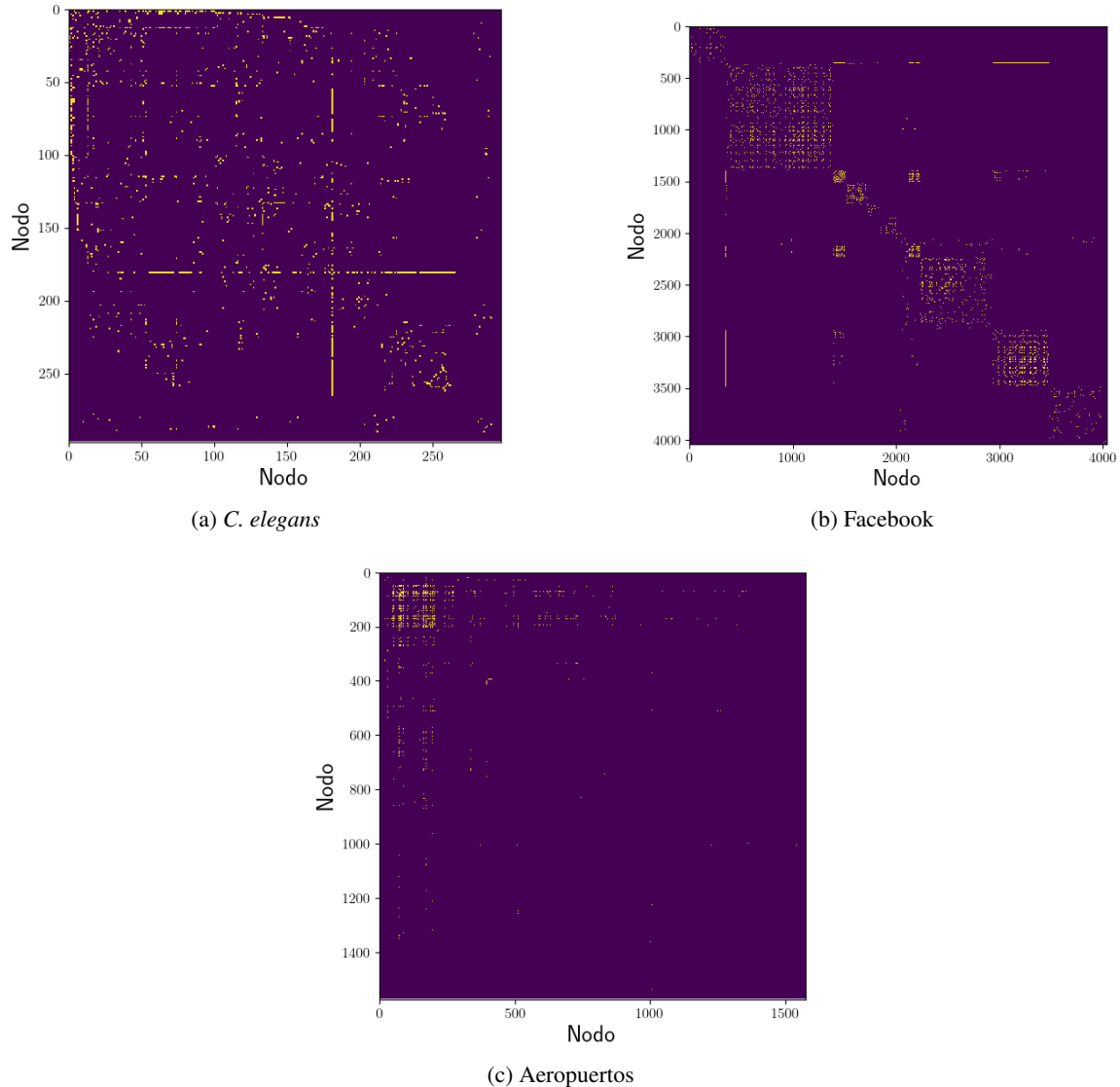
En el ámbito social, se analizó la red de amistades de Facebook. Se trata de un grafo no dirigido ni ponderado que vincula 4039 usuarios a través de 88234 relaciones recíprocas. Su conectividad global completa habilita el estudio de métricas estructurales sin necesidad de considerar componentes separadas. La matriz de adyacencia binaria, en la Figura 1b, revela un patrón característico de redes sociales reales: presencia de bloques compactos —posiblemente comunidades—, núcleos densos y la coexistencia de nodos periféricos. Este entramado heterogéneo apunta a una distribución de grado fuertemente sesgada, típica de redes libres de escala, donde unos pocos hubs concentran gran parte de los enlaces mientras la mayoría de los nodos mantiene una conectividad modesta. Además, el solapamiento visual entre bloques densos en la matriz sugiere la existencia de comunidades parcialmente interconectadas. En este tipo de redes, suele observarse una fuerte cohesión interna dentro de grupos locales —posiblemente vinculados por afinidad social, geográfica o de intereses—, junto con la presencia de enlaces estratégicos que permiten mantener una conectividad eficiente a nivel global. Este patrón sugiere una organización optimizada para facilitar la circulación de información sin requerir una conectividad uniforme entre todos los nodos.

La tercera red representa el sistema de transporte aéreo de Estados Unidos, modelado como un grafo dirigido y ponderado con 1574 nodos y 28236 aristas, donde cada nodo corresponde a un aeropuerto y cada enlace dirigido a una ruta de vuelo, ponderada por su frecuencia. A diferencia de las redes anteriores, esta no forma una única estructura cohesiva, ya que no es ni fuertemente ni débilmente conexa. Esto indica la existencia de componentes desconectados entre sí, es decir, grupos de aeropuertos que no están conectados por trayectorias de vuelos —ni siquiera si se ignora la dirección de los enlaces—. Esta fragmentación podría estar asociada a restricciones geográficas, económicas o regulatorias que limitan la interconectividad del sistema. Al filtrar las conexiones para visualizar únicamente el 25 % más intensas, su matriz de adyacencia en la Figura 1c que muestra un patrón altamente disperso, con acumulaciones locales de enlaces alrededor de ciertos nodos clave. Este patrón es indicativo de una arquitectura jerárquica dominada por hubs regionales y nacionales, que concentran la mayoría del tráfico y conectan subredes periféricas. Tal organización parece eficiente para

maximizar la cobertura y minimizar los costos operativos, aunque podría implicar cierto nivel de vulnerabilidad estructural ante ataques selectivos, especialmente si los hubs principales se ven comprometidos.

Estas representaciones iniciales permiten anticipar diferencias marcadas en la topología de cada sistema. Mientras *C. elegans* muestra una arquitectura densa y modular adaptada a una función biológica crítica, Facebook revela una estructura social heterogénea con comunidades superpuestas y nodos centrales dominantes, y la red de Aeropuertos destaca por su organización jerárquica en torno a nodos clave. Esta diversidad estructural constituye un punto de partida fundamental para contrastar cómo distintas funciones y restricciones del sistema se traducen en patrones observables de conectividad, centralidad y organización mesoscópica en redes complejas.

Figura 1: Matrices de adyacencia binaria



Notas: La figura presenta las matrices de adyacencia binaria de los tres grafos analizados: (a) *C. elegans*, (b) Facebook y (c) Aeropuertos. En los casos de *C. elegans* y Aeropuertos se muestran sólo las conexiones más relevantes en las redes ponderadas (top 25 % de pesos). En el caso de Facebook, se muestra la matriz binaria original ya que es un grafo no pesado. Los colores indican únicamente la presencia (valor 1, en amarillo) o ausencia (valor 0, en violeta oscuro) de enlaces entre nodos. Como se trata de matrices binarias, el gradiente visual no implica distintas intensidades de conexión.

3. Métodos

Con el propósito de contrastar las propiedades estructurales de las redes reales analizadas con modelos teóricos ampliamente utilizados en el estudio de grafos, se construyeron versiones sintéticas equivalentes mediante cuatro modelos prototipo: Erdős–Rényi, Watts–Strogatz, Barabási–Albert y Holme–Kim. Dado que el foco del análisis se centra en métricas estructurales globales —como el coeficiente de clustering y la longitud promedio de los caminos más cortos—, todas las redes fueron tratadas como no dirigidas, no ponderadas y sin autoenlaces. En los casos de *C. elegans* y Aeropuertos, se eliminó explícitamente la información de pesos, y se trabajó únicamente con la componente fuertemente conexa más grande. A partir de estas subredes, se construyeron sus respectivas versiones no dirigidas, a fin de asegurar la consistencia de las métricas y la comparabilidad con los modelos prototipo.

Los modelos seleccionados representan mecanismos generativos fundamentales en la literatura de redes complejas. El modelo de Erdős–Rényi genera conexiones entre pares de nodos con una probabilidad fija, dando lugar a redes aleatorias con baja estructura local. Watts–Strogatz introduce la posibilidad de reconectar enlaces en una red regular, lo que permite obtener redes con alto clustering y caminos relativamente cortos, capturando la estructura de pequeño mundo. Barabási–Albert incorpora un mecanismo de crecimiento preferencial, que conduce a distribuciones de grado con colas pesadas y la emergencia de nodos altamente conectados o hubs. Finalmente, el modelo de Holme–Kim extiende a Barabási–Albert mediante un mecanismo de cierre triádico, lo que permite aumentar el clustering local sin modificar sustancialmente la heterogeneidad en los grados.

Cada red real fue acompañada por la generación de réplicas sintéticas mediante modelos prototipo, cuyas parametrizaciones fueron calibradas para preservar propiedades estructurales básicas comparables. Para el modelo de Erdős–Rényi, se fijó el número de nodos igual al de la red real y se utilizó una probabilidad de conexión $p = \frac{2m}{n(n-1)}$, donde n y m representan, respectivamente, el número de nodos y de enlaces de la red empírica, garantizando así una densidad promedio equivalente. En el caso de Watts–Strogatz, se adoptó un número de vecinos inicial $k = \lfloor \frac{2m}{n} \rfloor$ y una probabilidad de reconexión $p = 0,1$, siguiendo configuraciones estándar que permiten obtener redes con alto coeficiente de clustering y caminos cortos. Para el modelo de Barabási–Albert, caracterizado por un mecanismo de crecimiento preferencial, se utilizó $m = \lfloor \frac{m}{n} \rfloor$ como número de enlaces añadidos por nodo, lo que permite reproducir distribuciones de grado heterogéneas con la presencia de hubs. Finalmente, en el modelo de Holme–Kim, que introduce mecanismos de cierre triádico sobre la base del crecimiento preferencial, se mantuvo la misma parametrización de m que en Barabási–Albert y se incorporó una probabilidad de cierre $p = 0,3$, con el objetivo de incrementar el clustering local sin alterar significativamente la distribución de grados.

Sobre cada red real y sus respectivos modelos asociados se calcularon tres métricas estructurales principales: el grado promedio, que indica el nivel general de conectividad de los nodos; el coeficiente de clustering promedio, que refleja la tendencia local a formar triángulos o estructuras cohesivas; y la longitud promedio de los caminos más cortos, entendida como la distancia media —en número de aristas— entre pares de nodos alcanzables. En el caso de redes de gran tamaño, como Facebook, se implementó una estimación aproximada de esta última métrica mediante el muestreo aleatorio de 1000 pares de nodos, con el fin de reducir el costo computacional sin afectar de forma sustantiva la representatividad de los resultados. Complementariamente, se analizó la distribución de grados de las redes reales y sus contrapartes sintéticas mediante histogramas de frecuencia normalizados. Este análisis permitió evaluar de manera cualitativa la forma de las distribuciones de conectividad, capturando aspectos como la dispersión en los grados, la presencia de colas pesadas o la existencia de nodos altamente conectados (hubs). Las diferencias observadas en estas distribuciones ofrecieron una base interpretativa adicional para identificar las limitaciones de cada modelo al momento de reproducir estructuras empíricas.

En una segunda etapa, se abordó el análisis de la relevancia estructural de los nodos a través del cálculo de medidas de centralidad adaptadas a las características topológicas de cada red. El objetivo de esta sección fue identificar nodos críticos para la organización del sistema, tanto por su conectividad directa como por su rol en el flujo de información a lo largo de la red. En las redes no dirigidas —*C. elegans* y Facebook— se calcularon dos métricas clásicas. La centralidad de grado, que contabiliza el número de conexiones directas de un nodo, fue utilizada como proxy de su importancia local inmediata. Paralelamente, se evaluó la centralidad de intermediación, entendida como la proporción de caminos más cortos que atraviesan un nodo, reflejando así su capacidad de control sobre los flujos estructurales en la red. Dado el tamaño de Facebook, la intermediación se estimó mediante un muestreo aleatorio de 500 nodos, balanceando precisión y costos computacionales. En la red dirigida de Aeropuertos, se calcularon el in-degree, intermediación y se agregó el PageRank. El in-degree

cuantifica la cantidad de conexiones entrantes de cada aeropuerto, mientras que el PageRank pondera no solo la cantidad sino también la calidad estructural de las conexiones recibidas, asignando mayor importancia a vínculos provenientes de nodos relevantes. Esta combinación resulta especialmente adecuada para sistemas de transporte, donde los flujos no son homogéneos y la conectividad estructural es crítica.

Para facilitar la interpretación de las métricas, se generaron representaciones gráficas específicas para cada red. En todas ellas, el tamaño de los nodos se escaló en función del grado o del in-degree, mientras que el color de los nodos codificó la intermediación o el PageRank, utilizando el mapa de color viridis, perceptualmente uniforme y apto para impresiones monocromáticas. Las posiciones nodales fueron asignadas mediante el algoritmo de *spring layout* en *C. elegans*, y a partir de posiciones precomputadas para Facebook y Aeropuertos, con el objetivo de preservar la estabilidad visual entre visualizaciones. Además, los nodos fueron dibujados en orden creciente de centralidad de grado, reduciendo la superposición visual y resaltando de manera efectiva a los nodos estructuralmente más relevantes. Esta estrategia de análisis permitió explorar de manera complementaria el rol de los nodos desde perspectivas locales y globales, y sentó las bases para la posterior evaluación de robustez estructural frente a perturbaciones selectivas.

Posteriormente, se analizó la robustez estructural de las redes frente a la eliminación progresiva de nodos, contemplando dos escenarios diferenciados: fallos aleatorios y ataques dirigidos. El procedimiento consistió en eliminar nodos de manera iterativa, en bloques correspondientes al 5 % del total de nodos iniciales, hasta alcanzar la remoción acumulada del 100 % de la red. Se implementaron dos estrategias: una selección aleatoria de nodos, garantizando la reproducibilidad mediante fijación de semilla aleatoria, y una eliminación dirigida basada en el orden decreciente de centralidad. Para los grafos no dirigidos —*C. elegans* y Facebook— la prioridad en los ataques dirigidos se definió en función de la centralidad de grado. En la red dirigida de Aeropuertos se utilizó la centralidad de in-degree como criterio de remoción. En cada etapa de eliminación, se registró el tamaño relativo de la componente gigante, definido como la fracción de nodos contenidos en la componente conexa más grande (o en la componente débilmente conexa en el caso de redes dirigidas) respecto del número de nodos originales. El análisis se implementó de manera independiente para cada red y para cada modalidad de ataque, permitiendo caracterizar la dinámica de fragmentación de las redes bajo distintos tipos de perturbaciones. Como se discute en secciones posteriores, esta estrategia permitió comparar la resiliencia estructural inherente de cada red, destacando que las redes con hubs prominentes tienden a ser robustas ante fallos aleatorios pero vulnerables frente a ataques dirigidos, mientras que estructuras más homogéneas exhiben patrones de colapso más progresivos.

Finalmente, se analizó la estructura mesoscópica de las redes mediante técnicas de detección de comunidades, implementando dos estrategias complementarias: el algoritmo de Louvain y el algoritmo de Girvan-Newman. Ambos métodos permiten identificar agrupamientos internos dentro de las redes, aunque basados en principios computacionales diferentes. Por un lado, el algoritmo de Louvain optimiza heurísticamente la modularidad de la partición, una medida que cuantifica el contraste entre la densidad de enlaces intra-comunidad y la densidad esperada en un grafo aleatorio de similar distribución de grados. A través de un procedimiento de agregación local iterativa, Louvain permite detectar comunidades jerárquicas de forma eficiente, siendo especialmente adecuado para redes de tamaño mediano a grande o con múltiples niveles organizativos. Mientras que, el método de Girvan-Newman, en contraste, se basa en la eliminación progresiva de aristas que canalizan un mayor flujo de caminos más cortos, bajo la hipótesis de que tales aristas suelen conectar diferentes comunidades. Dado que la recalibración de las intermediaciones después de cada eliminación resulta computacionalmente costosa, se implementó una versión acelerada que incorpora dos adaptaciones: el cálculo aproximado de intermediación a partir de un subconjunto de nodos seleccionados aleatoriamente, y la eliminación simultánea de múltiples aristas de alta intermediación en cada iteración. Aunque estas adaptaciones reducen la precisión respecto del método original, permiten aplicar Girvan-Newman en redes más grandes en tiempos razonables.

4. Resultados y discusión

4.1. Comparación con modelos prototipo

La Tabla 1 presenta la comparación entre las redes reales y los modelos prototipo clásicos de Erdős-Rényi, Watts-Strogatz, Barabási-Albert y Holme-Kim. Se consideraron tres métricas globales: el grado promedio, como medida básica de conectividad; el coeficiente de clustering promedio, que captura la tendencia de los nodos a formar triángulos; y la longitud de camino promedio, utilizada como indicador de eficiencia global en la transmisión de información.

La red de *C. elegans* exhibe características consistentes con una estructura de tipo *small-world*, combinando un coeficiente de clustering moderadamente alto (0.292) con una baja longitud de camino promedio (2.455). Esta configuración sugiere una arquitectura que podría favorecer tanto la integración global como la cohesión local. El grado promedio (14.465) se ubica dentro del rango reproducido por los modelos generativos, lo que permite controlar este parámetro y centrar el análisis comparativo en las propiedades de segundo orden. Entre los modelos considerados, Watts-Strogatz logra aproximar el nivel de clustering observado, aunque presenta una longitud de camino promedio sensiblemente mayor (2.990), lo que limita su ajuste a la eficiencia estructural de la red empírica. El modelo Holme-Kim, al introducir mecanismos de cierre triádico sobre un esquema de crecimiento preferencial, ofrece un compromiso intermedio entre ambas dimensiones. En contraste, los modelos Erdős-Rényi y Barabási-Albert tienden a subestimar la densidad de conexiones locales, lo que sugiere limitaciones a la hora de capturar adecuadamente las propiedades de pequeño mundo presentes en redes neuronales reales.

La red de Facebook presenta un coeficiente de clustering muy alto (0.606), que no logra ser replicado por ninguno de los modelos evaluados. Si bien el modelo Barabási-Albert reproduce correctamente el grado promedio (43.691), genera un clustering muy bajo (0.038), lejos del valor observado en la red real. Este modelo se basa en un mecanismo de crecimiento preferencial, donde los nuevos nodos tienden a conectarse con aquellos que ya tienen muchas conexiones, generando hubs y una estructura jerárquica. Aunque este proceso explica parte de la distribución de grados en la red, no captura adecuadamente la cohesión local. Además, la longitud de camino promedio en Facebook (3.643) resulta mayor a la esperada bajo los modelos generativos, lo que sugiere la existencia de comunidades densas y estructuras modulares que no son bien representadas por los prototipos estándar.

La red de Aeropuertos combina un coeficiente de clustering alto (0.505) con una longitud de camino promedio moderada (3.190), lo que sugiere una arquitectura parcialmente compatible con las propiedades de redes tipo *small-world*. Esta configuración refleja un equilibrio entre eficiencia global en el transporte y redundancia local en la conectividad. Entre los modelos prototipo, Watts-Strogatz logra una aproximación razonable a ambas métricas, mientras que Holme-Kim mejora el clustering respecto de Barabási-Albert, pero aún subestima el valor empírico. Estos resultados son coherentes con la hipótesis de que los sistemas de transporte se organizan en torno a hubs estratégicos para maximizar la cobertura con trayectorias relativamente cortas, sin descuidar la conectividad regional.

La Figura 2 profundiza el análisis comparativo entre las redes reales y los modelos generativos mediante el estudio de la distribución de grado p_k . En los paneles de la izquierda, se presentan histogramas en escala lineal que permiten visualizar la concentración global de grados en las redes empíricas y simuladas. Los paneles de la derecha, por su parte, representan la misma distribución en escala log-log, con foco en la cola, para contrastar la presencia de hubs y la posible adherencia a leyes de potencias. Cabe destacar que los gráficos log-log sólo incluyen las comparaciones con los modelos de Barabási-Albert y Holme-Kim, ya que estos son los únicos que generan distribuciones con colas pesadas teóricamente compatibles con un comportamiento libre de escala. En contraste, los modelos de Erdős-Rényi y Watts-Strogatz presentan distribuciones de grado de tipo Poisson o con soporte acotado, que no resultan informativas en ese tipo de escala.

Tabla 1: Comparación de métricas entre grafos reales y prototipos

Red	Modelo	Grado promedio	Clustering	Camino promedio
<i>C. elegans</i>	Real	14.465	0.292	2.455
	Erdős-Rényi	14.411	0.063	2.295
	Watts-Strogatz	14.000	0.527	2.891
	Barabási-Albert	13.670	0.134	2.319
	Holme-Kim	13.562	0.220	2.263
<i>Facebook</i>	Real	43.691	0.606	3.684
	Erdős-Rényi	43.354	0.011	2.603
	Watts-Strogatz	44.000	0.535	2.977
	Barabási-Albert	43.760	0.038	2.258
	Holme-Kim	43.578	0.093	2.363
<i>Aeropuertos</i>	Real	21.901	0.505	3.14
	Erdős-Rényi	21.874	0.014	2.714
	Watts-Strogatz	22.000	0.524	3.282
	Barabási-Albert	21.846	0.044	2.619
	Holme-Kim	21.752	0.109	2.581

Notas: La tabla compara tres métricas estructurales (grado promedio, coeficiente de clustering y longitud de camino promedio) entre grafos reales (*C. elegans*, Facebook, y Aeropuertos) y sus respectivas versiones simuladas utilizando cuatro modelos prototipos de redes: Erdős-Rényi, Watts-Strogatz, Barabási-Albert y Holme-Kim.

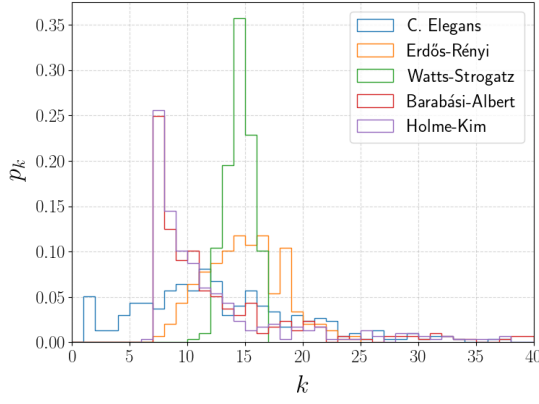
En el caso de *C. elegans*, se observa de la Figura 2a una distribución de grados moderadamente dispersa, con una ligera cola pesada que no es capturada por los modelos de Erdős-Rényi ni Watts-Strogatz, cuyas distribuciones son más acotadas y simétricas. Los modelos de Barabási-Albert y Holme-Kim, al incorporar crecimiento preferencial, logran capturar parcialmente la presencia de nodos con alto grado, aunque no replican la distribución completa ni su densidad local en los rangos intermedios. En la gráfica log-log, puede observarse que si bien la red real presenta cierta linealidad en la cola, esta es menos pronunciada y más ruidosa que en los modelos teóricos.

La red de Facebook, en cambio, exhibe una fuerte heterogeneidad estructural. Su histograma de grado (Figura 2c) muestra una distribución asimétrica, con una acumulación significativa de nodos de bajo grado, pero también una proporción relevante de hubs altamente conectados. Esta estructura no es reproducida por los modelos de Erdős-Rényi ni Watts-Strogatz, y aunque los modelos de crecimiento preferencial (Barabási-Albert y Holme-Kim) ofrecen un mejor ajuste en la cola, no logran capturar adecuadamente el resto de la distribución. La red real presenta una caída más lenta en la cola, característica de una estructura libre de escala, pero con una transición más suave que la predicha por los modelos. Esto sugiere que, si bien el crecimiento preferencial puede explicar parcialmente la aparición de nodos altamente conectados, otros factores —como límites sociales en la cantidad de vínculos mantenidos o la aparición de comunidades densas— intervienen en la formación de la red, modulando su grado de jerarquía y complejidad estructural.

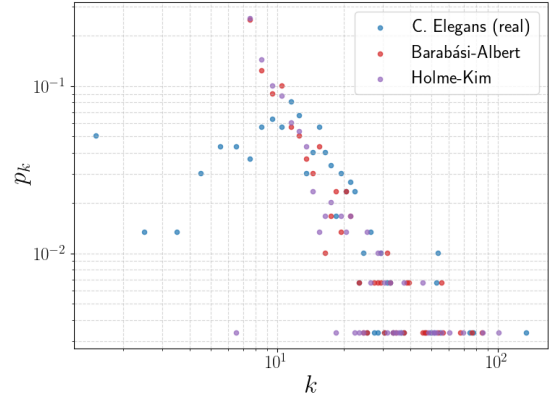
En la red de Aeropuertos, el histograma en la Figura 2e revela una combinación de nodos periféricos poco conectados con unos pocos hubs extremadamente centrales. Aunque los modelos de Holme-Kim y Barabási-Albert simulan adecuadamente la existencia de estos nodos dominantes, no consiguen replicar la densidad de nodos con grados bajos ni la abrupta caída de la distribución. En la visualización log-log de la Figura 2f, esta discrepancia se hace evidente: si bien la red empírica sugiere una jerarquía pronunciada, su estructura no responde estrictamente a una ley de potencias, lo que puede indicar la influencia de restricciones contextuales, como la geografía o la regulación del transporte.

En conjunto, estos resultados refuerzan la idea de que las redes reales tienden a combinar jerarquía, heterogeneidad estructural y cohesión local de formas más complejas que las anticipadas por los modelos clásicos. Aunque los modelos con crecimiento preferencial logran aproximar ciertas características de las colas, ninguno de ellos captura completamente la estructura interna de las redes empíricas, lo que sugiere la necesidad de incorporar mecanismos adicionales —como restricciones geográficas, modularidad funcional o atributos nodales— para una modelización más precisa.

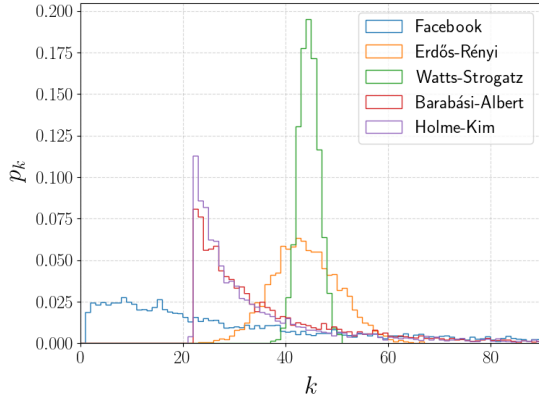
Figura 2: Histogramas de la distribución de grado de redes reales y prototipos.



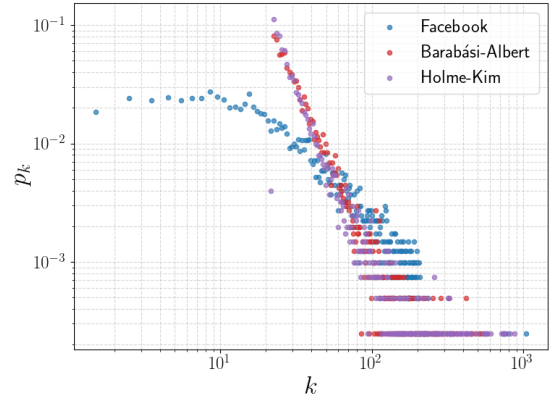
(a) *C. Elegans*



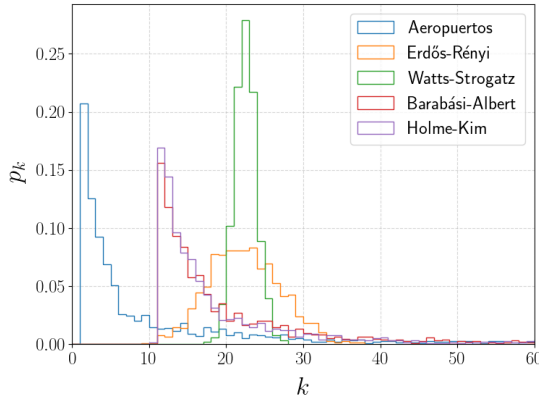
(b) *C. Elegans*



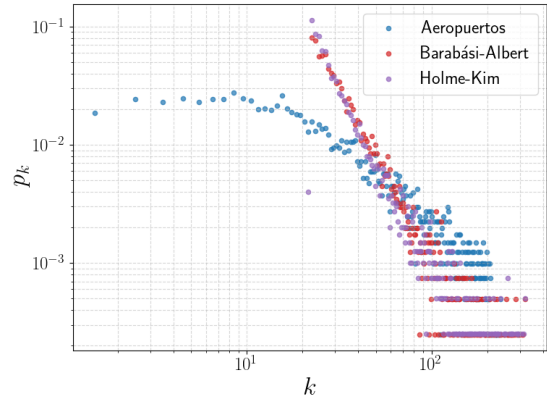
(c) Facebook



(d) Facebook



(e) Aeropuertos



(f) Aeropuertos

Notas: La figura muestra la distribución de grado p_k para las redes reales (*C. Elegans*, Facebook y Aeropuertos) y sus respectivos modelos generativos. Las gráficas de la izquierda ((a), (c) y (e)) presentan histogramas en escala lineal, mientras que las de la derecha ((b), (d) y (f)) usan escala log-log para comparar la cola de la distribución con los modelos Barabási-Albert y Holme-Kim.

4.2. Centralidad de los nodos

Con el objetivo de explorar cómo se distribuyen las posiciones estructuralmente relevantes dentro de cada red, se calcularon diferentes métricas de centralidad adaptadas a las propiedades topológicas y direccionales de cada grafo. En las redes no dirigidas —*C. elegans* y Facebook— se aplicaron la centralidad de grado y la intermediación (betweenness), mientras que en la red dirigida de Aeropuertos se emplearon el in-degree, intermediación y el PageRank. Estas métricas permiten capturar distintas dimensiones de la relevancia estructural: el grado y el in-degree reflejan la conectividad directa de un nodo; la intermediación identifica nodos que se sitúan en trayectorias geodésicas entre pares de nodos, actuando como “puentes” o cuellos de botella; y el PageRank pondera la importancia de un nodo considerando la calidad estructural de sus conexiones entrantes.

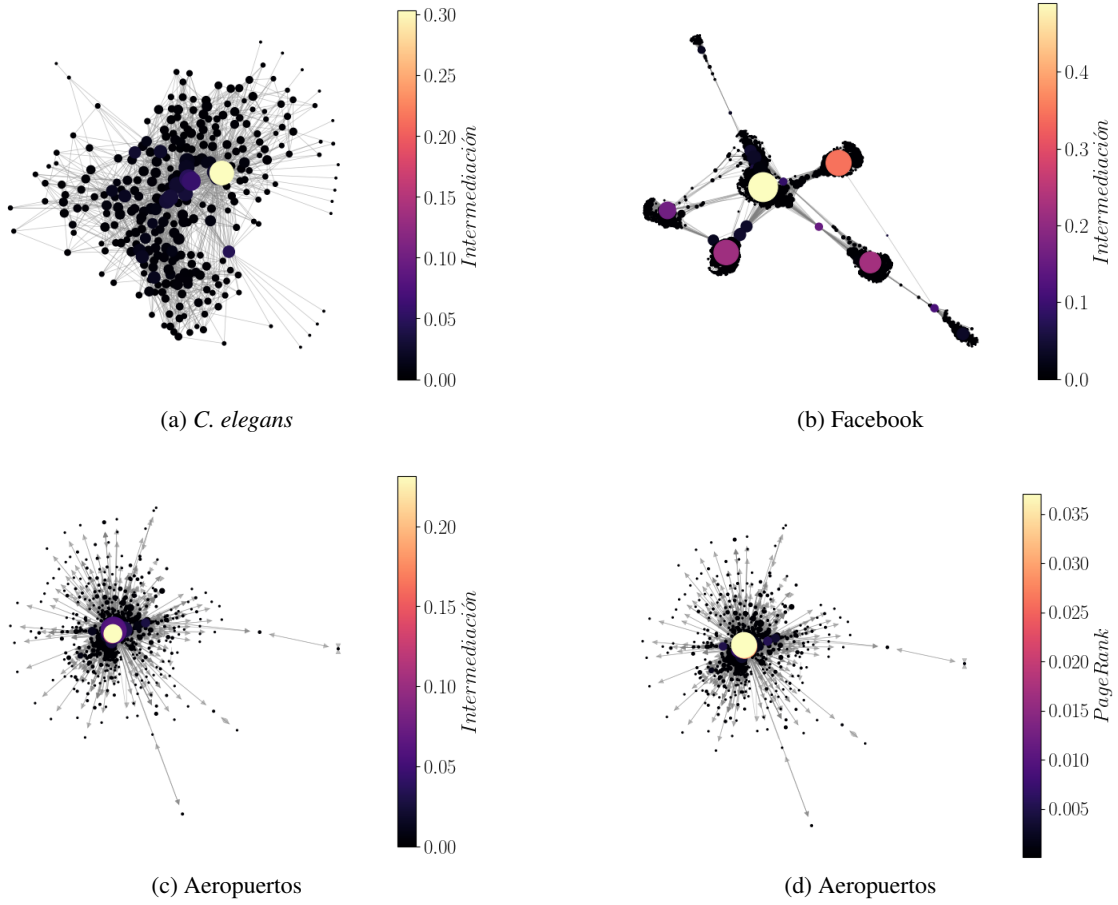
En la red neuronal de *C. elegans*, las visualizaciones en la Figura 3a evidencian una organización descentralizada con múltiples nodos medianamente conectados. Aunque se identifican algunos nodos de grado alto, no se observa una dominancia estructural clara. En cambio, la intermediación permite distinguir neuronas que, sin ser las más conectadas, ocupan posiciones clave en términos de flujo estructural. Esta disociación entre grado e intermediación sugiere la existencia de nodos funcionalmente especializados, cuya importancia radica en articular regiones del grafo más que en su densidad de enlaces. El patrón observado podría ser consistente con principios de eficiencia y redundancia propios de sistemas biológicos, una topología que favorece la transmisión eficaz de señales nerviosas sin depender exclusivamente de unos pocos nodos críticos, lo que otorga resiliencia ante fallos locales.

En el grafo de Facebook, la centralidad revela una jerarquía mucho más pronunciada. Como se muestra en la Figura 3b, existen nodos que concentran simultáneamente un grado muy alto y valores elevados de intermediación, lo que indica que actúan como puntos de articulación entre comunidades densamente conectadas. Estos nodos pueden interpretarse como usuarios socialmente prominentes —quizás conectores intergrupales o figuras con múltiples círculos de amistad— que facilitan la comunicación entre sectores que de otro modo estarían débilmente conectados. En contraste, la mayoría de los usuarios se ubica en regiones periféricas del grafo, con valores bajos de ambas métricas. Esta distribución desigual podría surgir de dinámicas de crecimiento preferencial, donde la probabilidad de generar nuevas conexiones se ve reforzada por la centralidad preexistente. La topología resultante refleja no solo una acumulación estructural de enlaces, sino también una segmentación social en comunidades fuertemente cohesionadas pero dependientes de intermediarios estratégicos para mantener la cohesión global.

La red de Aeropuertos exhibe la mayor concentración de centralidad entre los tres casos analizados, como notamos en las Figuras 3c y 3d. Las métricas de in-degree, intermediación y PageRank muestran cómo unos pocos nodos —correspondientes a aeropuertos nacionales o internacionales de alto tráfico— concentran gran parte de la conectividad estructural. Sin embargo, el PageRank permite ir más allá del conteo de vuelos entrantes: al ponderar la calidad de los nodos de origen, destaca también ciertos aeropuertos intermedios con conexiones a hubs relevantes. Esto sugiere que la centralidad en redes de transporte no depende únicamente del volumen de conexiones, sino también del posicionamiento estratégico en la red global. La estructura visual, con enlaces que convergen hacia un núcleo denso y periféricos débilmente conectados, revela una arquitectura intencionalmente optimizada para eficiencia operativa. No obstante, esta configuración también podría implicar una fragilidad latente, en la medida en que el funcionamiento global depende críticamente del buen desempeño de unos pocos hubs.

Más allá de las diferencias métricas, el análisis de centralidad permite inferir estilos organizativos adaptados a funciones específicas. *C. elegans* prioriza una distribución más equilibrada, posiblemente orientada a mantener continuidad funcional bajo perturbaciones; Facebook estructura su red sobre intermediarios que centralizan el flujo entre grupos sociales; y Aeropuertos optimiza conectividad y cobertura global a través de una lógica jerárquica. Estas configuraciones no sólo reflejan propiedades topológicas sino también restricciones y objetivos del sistema subyacente. En conjunto, los resultados muestran que la centralidad no debe entenderse como un atributo unidimensional, sino como una expresión estructural de las distintas formas en que las redes organizan su funcionamiento interno.

Figura 3: Visualización de centralidades en las tres redes analizadas.



Notas: La figura muestra visualizaciones de centralidades para las redes de *C. elegans*, Facebook y Aeropuertos. En cada grafo, el tamaño de los nodos es proporcional al grado (o al in-degree en el caso de Aeropuertos) y el color representa una medida de centralidad: intermediación para *C. elegans*, Facebook y Aeropuertos (panel c), y PageRank para Aeropuertos (panel d).

4.3. Robustez estructural

Con el objetivo de evaluar la estabilidad de las redes ante perturbaciones estructurales, se analizaron tres escenarios clásicos: fallos aleatorios, ataques dirigidos a los nodos de mayor grado y ataques dirigidos a los nodos con mayor centralidad de intermediación. En todos los casos, se observó la evolución del tamaño relativo de la componente gigante $P_{\infty}(f)/P_{\infty}(0)$ frente a la fracción f de nodos eliminados (Figura 4).

En primer lugar, la Figura 4a evidencia que bajo fallos aleatorios —es decir, la eliminación de nodos seleccionados al azar— todas las redes presentan una disminución progresiva del tamaño de la componente gigante. Sin embargo, *C. elegans* se destaca por su alta resiliencia. Incluso tras eliminar una proporción considerable de nodos, mantiene una fracción sustancial de conectividad. Este comportamiento puede atribuirse a su distribución de grado más homogénea, sin una fuerte dependencia de hubs. Las redes de Facebook y Aeropuertos, en cambio, muestran una caída más rápida del tamaño de la componente gigante, lo que indica una menor tolerancia relativa a este tipo de fallos. No obstante, ninguna de las tres redes colapsa de manera abrupta, lo que sugiere cierto grado de robustez inherente ante perturbaciones no dirigidas.

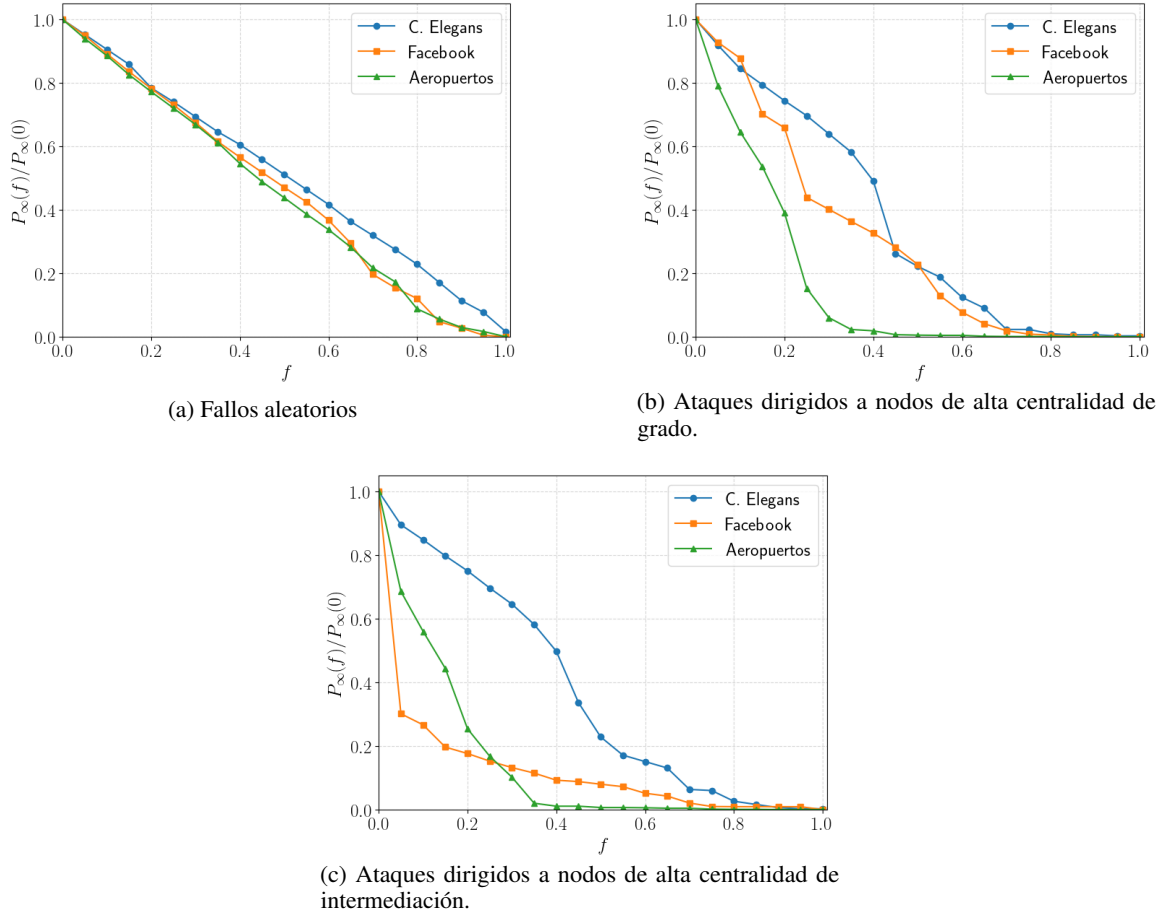
El panorama cambia drásticamente en la Figura 4b, donde se analizan ataques dirigidos a nodos con mayor grado. En este caso, Aeropuertos exhibe una fragilidad extrema: la remoción del 5–10 % de los nodos más conectados genera una rápida fragmentación del grafo. Facebook también muestra una alta vulnerabilidad,

aunque su caída es algo más gradual. En contraste, *C. elegans* mantiene una mayor capacidad de resistencia, reflejando una estructura menos jerárquica y, posiblemente, más redundante en términos de conectividad.

La Figura 4c profundiza esta idea al mostrar el efecto de eliminar nodos con alta centralidad de intermediación. Esta métrica, al capturar nodos que actúan como puentes entre comunidades, es particularmente reveladora para redes con modularidad marcada. Los resultados indican que Facebook es la más sensible a este tipo de ataque: con apenas un 5 % de los nodos eliminados, su componente gigante se reduce por debajo del 30 %. Aeropuertos también sufre una caída significativa, aunque algo más gradual. Por su parte, *C. elegans* resiste mejor esta perturbación, evidenciando nuevamente una organización menos dependiente de nodos articuladores individuales. Esta diferencia coincide con la visualización de centralidades presentada previamente en la Figura 3b, donde se destacaba el rol clave de pocos nodos para mantener la cohesión de la red social.

En conjunto, los resultados confirman que la heterogeneidad topológica condiciona fuertemente la vulnerabilidad estructural de las redes. Aquellas con hubs prominentes, como Facebook y Aeropuertos, combinan una buena tolerancia a fallos aleatorios con una marcada fragilidad ante ataques selectivos. Por el contrario, estructuras más homogéneas, como la de *C. elegans*, presentan una resiliencia más equilibrada frente a ambos tipos de perturbaciones. Esta evidencia refuerza la idea de que la robustez de una red no depende únicamente del número de conexiones, sino también de su distribución, redundancia y organización funcional.

Figura 4: Evolución del tamaño relativo de la componente gigante frente a fallos aleatorios y ataques dirigidos



Notas: La figura muestra cómo evoluciona el tamaño relativo de la componente gigante $P_{\infty}(f)/P_{\infty}(0)$ frente a la eliminación progresiva de nodos según tres escenarios: (a) fallos aleatorios, (b) ataques dirigidos a nodos con mayor grado, y (c) ataques dirigidos a nodos con mayor centralidad de intermediación. Las redes de Facebook y Aeropuertos son particularmente vulnerables a ataques dirigidos, colapsando rápidamente ante la eliminación de pocos nodos clave, mientras que *C. elegans* muestra una mayor robustez estructural en todos los casos.

4.4. Estructura comunitaria

Para caracterizar la organización mesoestructural de las redes analizadas, se aplicaron dos algoritmos de detección de comunidades: el método de Louvain, basado en la optimización heurística de la modularidad [3], y Girvan-Newman, que se apoya en la eliminación iterativa de aristas con alta centralidad de intermediación [5]. Esta comparación permite evaluar cómo distintas estrategias algorítmicas capturan la compartimentalización interna de redes reales con estructuras y funciones divergentes. Las particiones obtenidas se visualizan en la Figura 5, y los valores de modularidad se resumen en el Tabla 2.

En la red biológica de *C. elegans*, Louvain identifica una estructura compuesta por seis comunidades y una modularidad intermedia (0.491). Esta partición revela módulos densamente conectados que podrían reflejar agrupamientos funcionales de neuronas, consistentes con la noción de especialización parcial dentro de un sistema altamente integrado. En cambio, Girvan-Newman produce una división en nueve grupos con modularidad inferior (0.282), lo que sugiere que la estrategia de remoción de enlaces centrales no logra aislar bloques funcionales robustos, probablemente debido a la distribución más homogénea del grafo y la ausencia de hubs extremos.

La red social de Facebook presenta una compartimentalización más pronunciada. Louvain detecta 16 comunidades con una modularidad muy elevada (0.835), lo que evidencia una fuerte estructura de clústeres sociales con alta densidad interna y conectividad externa limitada. Esta segmentación coincide visualmente con la presencia de comunidades bien definidas, un rasgo común en redes sociales humanas. Por su parte, Girvan-Newman alcanza una partición similar en cantidad de grupos (15), aunque con una modularidad ligeramente menor (0.708). Esto refleja que, si bien el algoritmo logra capturar la segmentación general de la red, su eficiencia es menor para preservar la cohesión interna de los grupos, en parte por la presencia de nodos con doble rol —hubs y conectores— cuya eliminación fragmenta prematuramente la red.

En la red de Aeropuertos, los resultados son más tenues. Louvain detecta 14 comunidades con modularidad moderada (0.273), identificando agrupamientos que podrían corresponderse con regiones geográficas o corredores logísticos. Aunque las comunidades son menos evidentes visualmente, el algoritmo logra identificar cierta estructura jerárquica. En cambio, Girvan-Newman muestra un desempeño deficiente: produce 12 comunidades con una modularidad extremadamente baja (0.007), lo que indica que las divisiones generadas carecen de cohesión interna y responden más a la eliminación aleatoria de enlaces críticos que a bloques reales de interacción. Esto puede deberse a la fuerte centralización de esta red, donde la remoción de enlaces de intermediación no aísla subgrupos funcionales sino que simplemente fragmenta rutas clave.

Los resultados muestran que la capacidad de los algoritmos para detectar comunidades está fuertemente condicionada por la topología de la red. Louvain, al basarse en la optimización global de una función objetivo, logra adaptarse mejor a redes con distintas densidades, escalas y niveles de jerarquía. Por el contrario, Girvan-Newman, pese a su valor didáctico y teórico, pierde efectividad en grafos densos o fuertemente jerarquizados, como Aeropuertos y, en menor medida, Facebook. Además, su costo computacional lo vuelve poco práctico en redes grandes. En respuesta a estas limitaciones, se implementó una versión acelerada con remoción por lotes y cálculo aproximado de intermediación, lo que permitió aplicarlo en los tres casos, aunque a costa de una menor calidad de las particiones. En conjunto, los patrones detectados refuerzan la relación entre función y modularidad. Las redes biológicas como *C. elegans* presentan una modularidad intermedia, acorde a su balance entre integración y especialización; las redes sociales como Facebook muestran una modularidad elevada, reflejo de afinidades grupales fuertes; y las redes logísticas como Aeropuertos tienden a una modularidad baja, donde la eficiencia del flujo predomina sobre la compartimentalización.

Tabla 2: Modularidad obtenida mediante Louvain y Girvan-Newman en cada red.

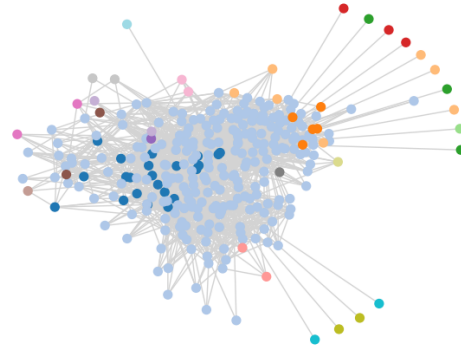
Red	Louvain		Girvan-Newman	
	Comunidades	Modularidad	Comunidades	Modularidad
<i>C. Elegans</i>	6	0.491	9	0.282
Facebook	16	0.835	15	0.708
Aeropuertos	14	0.273	12	0.007

Notas: La tabla muestra la cantidad de comunidades detectadas y los valores de modularidad obtenidos con los algoritmos de Louvain y Girvan-Newman para las redes analizadas.

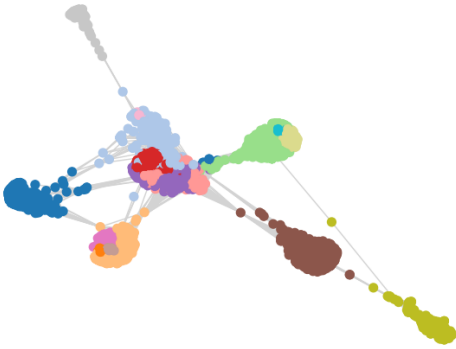
Figura 5: Detección de comunidades utilizando Louvain y Girvan-Newman en cada una de las redes analizadas.



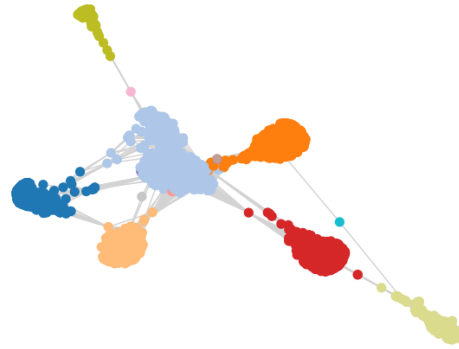
(a) *C. elegans* - Comunidades detectadas con Louvain.



(b) *C. elegans* - Comunidades detectadas con Girvan-Newman.



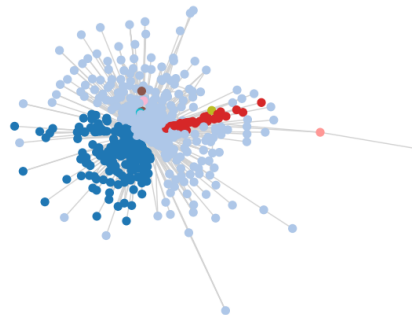
(c) Facebook - Comunidades detectadas con Louvain.



(d) Facebook - Comunidades detectadas con Girvan-Newman.



(e) Aeropuertos - Comunidades detectadas con Louvain.



Aeropuertos - Comunidades detectadas con Girvan-Newman

(f) Aeropuertos - Comunidades detectadas con Girvan-Newman.

Notas: La figura presenta la detección de comunidades en las redes de *C. elegans*, Facebook y Aeropuertos, utilizando los algoritmos de Louvain y Girvan-Newman. Dado que la recalibración de las intermediaciones después de cada eliminación resulta computacionalmente costosa en el algoritmo de Girvan-Newman, se implementó una versión acelerada que incorpora dos adaptaciones: el cálculo aproximado de intermediación a partir de un subconjunto de nodos seleccionados aleatoriamente, y la eliminación simultánea de múltiples aristas de alta intermediación en cada iteración. Aunque estas adaptaciones reducen la precisión respecto del método original, permiten aplicar Girvan-Newman en redes más grandes en tiempos razonables.

5. Conclusiones

El análisis comparativo de las tres redes reales consideradas permitió identificar patrones estructurales diferenciados que reflejan, de manera consistente, las funciones específicas que cada sistema está diseñado para cumplir. La red neuronal de *C. elegans* mostró propiedades compatibles con una organización de tipo *small-world*, al combinar un coeficiente de clustering moderadamente alto con caminos cortos entre pares de nodos. Esta topología favorece la eficiencia en la transmisión de señales, a la vez que preserva cierta redundancia estructural. La distribución relativamente homogénea de sus métricas de centralidad y su elevada resiliencia ante perturbaciones refuerzan la hipótesis de una arquitectura adaptada evolutivamente a las demandas de un sistema biológico crítico, donde la continuidad funcional frente a fallos es esencial.

La red social de Facebook, en contraste, exhibió una estructura marcadamente jerárquica, con hubs de altísima centralidad que conectan múltiples comunidades densamente interconectadas. Este patrón favorece una modularidad elevada, pero conlleva una vulnerabilidad considerable frente a ataques dirigidos a nodos centrales. La diferenciación entre grado e intermediación revela la existencia de nodos estratégicos que, sin ser los más conectados, desempeñan un rol clave en la cohesión de la red. Estos resultados son consistentes con fenómenos sociales como la centralidad reputacional o la influencia distribuida en círculos sociales múltiples.

La red de aeropuertos de Estados Unidos, por su parte, mostró una fuerte centralización en torno a un reducido conjunto de hubs, responsables de articular el tráfico aéreo a nivel nacional. Su estructura presenta una eficiencia global elevada, pero también una fragilidad significativa: la eliminación de unos pocos nodos de alto in-degree fragmenta rápidamente la red. La modularidad detectada, aunque menor que en Facebook, sugiere una segmentación geográfica coherente con la lógica operativa del transporte aéreo, donde los hubs regionales cumplen un rol intermedio entre la dispersión local y la articulación global.

En relación con los modelos generativos clásicos, se constató que ninguna de las redes puede ser descripta de forma satisfactoria por un único prototipo. El modelo de Watts–Strogatz reproduce adecuadamente algunas propiedades de *C. elegans*, mientras que Barabási–Albert y Holme–Kim capturan parcialmente la presencia de hubs en Facebook y Aeropuertos. Sin embargo, las discrepancias en las distribuciones de grado, los niveles de modularidad y la respuesta a perturbaciones estructurales evidencian que los modelos estándar no logran replicar integralmente la complejidad observada en redes reales.

La comparación de algoritmos de detección de comunidades aportó una mirada mesoestructural complementaria. Louvain logró identificar particiones coherentes y modularidades elevadas, especialmente en la red de Facebook, donde su capacidad para capturar estructuras jerárquicas y densas fue notable. Por el contrario, Girvan–Newman, aun con una implementación acelerada, resultó menos adecuado. Su capacidad para identificar comunidades estructuradas se vio limitada en grafos densos o con hubs prominentes, como Aeropuertos y Facebook. En estos casos, el método generó fragmentaciones que no reflejan particiones funcionales claras.

En conjunto, los resultados obtenidos refuerzan la idea de que la arquitectura de una red real emerge como resultado de adaptaciones no triviales a restricciones y objetivos específicos —ya sean biológicos, sociales o logísticos—. La integración de análisis globales, nodales y comunitarios permitió caracterizar de forma profunda y comparativa las propiedades topológicas de los sistemas estudiados. A futuro, se abren líneas de investigación prometedoras que incluyen la incorporación de dinámicas sobre las redes (como propagación de señales o flujos), la evolución temporal de su estructura, y el análisis de nuevas bases de datos que permitan generalizar los hallazgos a otros dominios de sistemas complejos.

Referencias

- [1] Réka Albert, Hawoong Jeong, and Albert-László Barabási. Error and attack tolerance of complex networks. *Nature*, 406(6794):378–382, July 2000. ISSN 1476-4687. doi: 10.1038/35019019. URL <http://dx.doi.org/10.1038/35019019>.
- [2] Albert-Laszlo Barabasi and Reka Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286(5439):509–512, October 1999. ISSN 1095-9203. doi: 10.1126/science.286.5439.509. URL <http://dx.doi.org/10.1126/science.286.5439.509>.
- [3] Vincent D Blondel, Jean-Loup Guillaume, Renaud Lambiotte, and Etienne Lefebvre. Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008(10):P10008, October 2008. ISSN 1742-5468. doi: 10.1088/1742-5468/2008/10/p10008. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1742-5468/2008/10/p10008>.
- [4] P. Erdős and A. Rényi. On random graphs i. *Publicationes Mathematicae Debrecen*, 6:290, 1959.
- [5] M. Girvan and M. E. J. Newman. Community structure in social and biological networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(12):7821–7826, June 2002. ISSN 1091-6490. doi: 10.1073/pnas.122653799. URL <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.122653799>.
- [6] R. Guimerà, S. Mossa, A. Turttschi, and L. A. N. Amaral. The worldwide air transportation network: Anomalous centrality, community structure, and cities’ global roles. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102(22):7794–7799, May 2005. ISSN 1091-6490. doi: 10.1073/pnas.0407994102. URL <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.0407994102>.
- [7] Petter Holme and Beom Jun Kim. Growing scale-free networks with tunable clustering. *Phys. Rev. E*, 65:026107, Jan 2002. doi: 10.1103/PhysRevE.65.026107. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.65.026107>.
- [8] Alan Mislove, Massimiliano Marcon, Krishna P. Gummadi, Peter Druschel, and Bobby Bhattacharjee. Measurement and analysis of online social networks. *Proceedings of the 7th ACM SIGCOMM Conference on Internet Measurement*, page 29–42, 2007. doi: 10.1145/1298306.1298311. URL <https://doi.org/10.1145/1298306.1298311>.
- [9] Duncan J. Watts and Steven H. Strogatz. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *Nature*, 393(6684):440–442, 1998. doi: 10.1038/30918.