



# 正弦定理和余弦定理

# 高考对本章的考查趋势

(1)斜三角形的边角关系以选择题或填空题给出一小题或难度较小的解答题；

(2)斜三角形的边角关系与解析几何、立体几何、实际应用联系起来组成中档题。

# 正弦定理

(1) 正弦定理:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(其中R为该三角形外接圆的半径)

(2) 常见变形公式:  ~~$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$~~  (角化边)

$$\sin A = \frac{a}{2R} \quad (\text{边化角})$$

~~$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$~~  (比例)

# 余弦定理

(1) 余弦定理:

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C\end{aligned}$$

(2) 常见变形公式:  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

(边角互化, 求角, 判别角)

# 常见求解问题

问题一：三角形中的边角运算

问题二：三角形的形状判断

问题三：三角形的面积求解

# 三角形的边角运算

1、在 $\triangle ABC$ 中，已知 $b=12$ ， $A=30^\circ$ ， $B=120^\circ$ ，  
则 $a=$   $4\sqrt{3}$ 。

2、在 $\triangle ABC$ 中， $b=\sqrt{3}$ ， $B=60^\circ$ ， $c=1$ ，  
则此三角形有（ **A** ）  
A. 一解      B. 两解      C. 无解      D. 不确定

3、在 $\triangle ABC$ 中，若 $a=3$ ， $b=4$ ， $c=\sqrt{37}$ ，  
则这个三角形中最大角为 $120^\circ$ 。

4、已知 $\triangle ABC$ 中， $a=4$ ， $b=6$ ， $C=60^\circ$ ，  
则 $c=$   $2\sqrt{7}$ 。



可归纳出——

解斜三角形的类型：

①已知两角和任一边，求其他两边和

求角时要注意用“大边  
对大角”进行取舍。

②已知两边和一边的对角，求第三边和其他两角，用正弦定理。

③已知三边求三角，用余弦定理。

④已知两边和它的夹角，求第三边和其他两个角，用余弦定理。

要数形结合，画图分析边角关系，合理使用公式。

# 三角形的形状判断

(1) 在 $\triangle ABC$ 中,  $a\cos A = b\cos B$ , 判断三角形的形状。

思路: 转化成单一的角关系或边长的关系

(2) 在 $\triangle ABC$ 中,  $a=5$ ,  $b=6$ ,  $c=8$ ,  $\triangle ABC$ 的形状是 ( C )

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 都有可能

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{5^2 + 6^2 - 8^2}{2 \times 5 \times 6} = \frac{25 + 36 - 64}{60} = \frac{-3}{60} = -\frac{1}{20} < 0$$



# 三角形的面积求解

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$$

~~三角形的面积求解~~

~~三角形的面积求解~~

## 随堂 练习

1、在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\sin A: \sin B: \sin C=5: 7: 8$ ,

则 $B= 120^{\circ}$

2、已知 $\triangle ABC$ 中， $\sin A: \sin B: \sin C=5: 7: 8$ ，则 $B$

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{3}{4}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3、已知 $\triangle ABC$ 中， $\sin A: \sin B: \sin C=5: 7: 8$ ，则 $B$

10、求 $\triangle ABC$ 的面积

20、求 $\triangle ABC$ 的外接圆半径

# 小结

**熟记:**正、余弦定理及其变形, 三角形面积公式, **合理采用公式** (求边、外接圆半径、角、面积等)

**活用:** 灵活运用定理, 实现**边角转化** (判别三角形形状等)

**注重:** 数形结合与转化思想

谢谢指导  
!