



机器人学中的状态估计

Timothy Barfoot 著 高翔, 谢晓佳等 译

Slides by Xiang Gao

2020年春



第8讲 位姿和点的估计问题

- 光束平差法
- SLAM



内容回顾

- 前面我们介绍了
 - 通常向量空间的状态估计理论
 - 三维空间的矩阵李群
- 本节课与下节课
 - 该领域内的一些典型问题比如点云配准/SLAM等
 - 上一节重点介绍了点云配准，尤其是ICP的几种解法
 - 本节我们带上Pose，介绍SLAM类方法



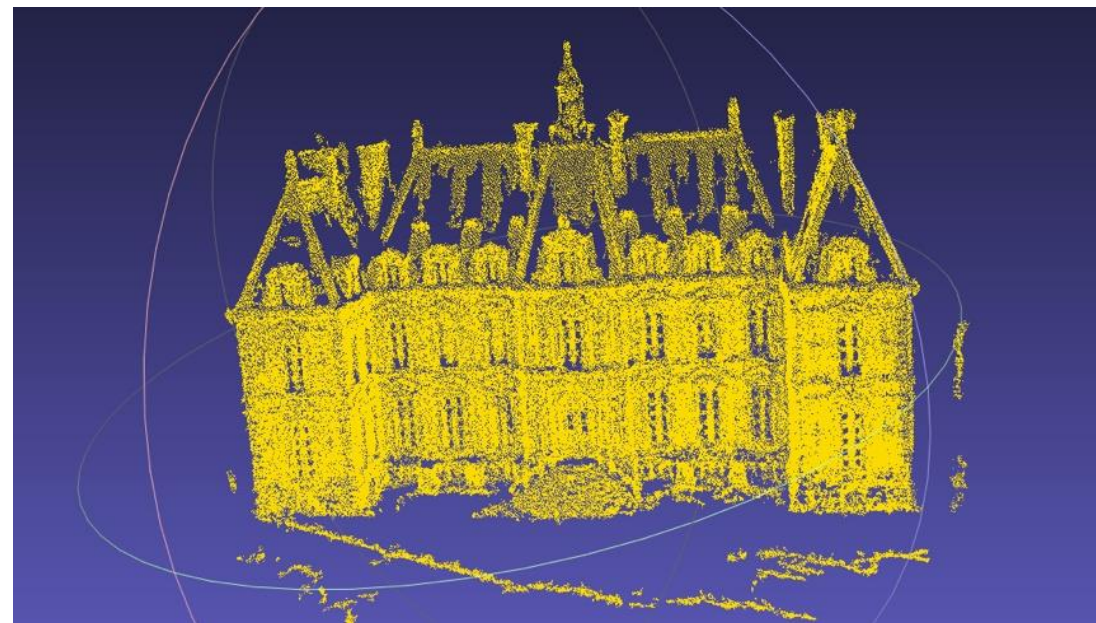
第8讲 位姿和点的估计问题

- 光束平差法
- SLAM



光束平差法

- 光束平差法 (Bundle Adjustment)
 - 最早用于航拍图像拼接中
 - 随着计算机视觉的发展, 出现在越来越多的商业软件里
- “光束”是指点通过相机光心, 落在成像平面上的过程
- “平差”是指误差均分, 这个概念在测绘学中也用到
- 下面从状态估计角度介绍光束平差法





光束平差法

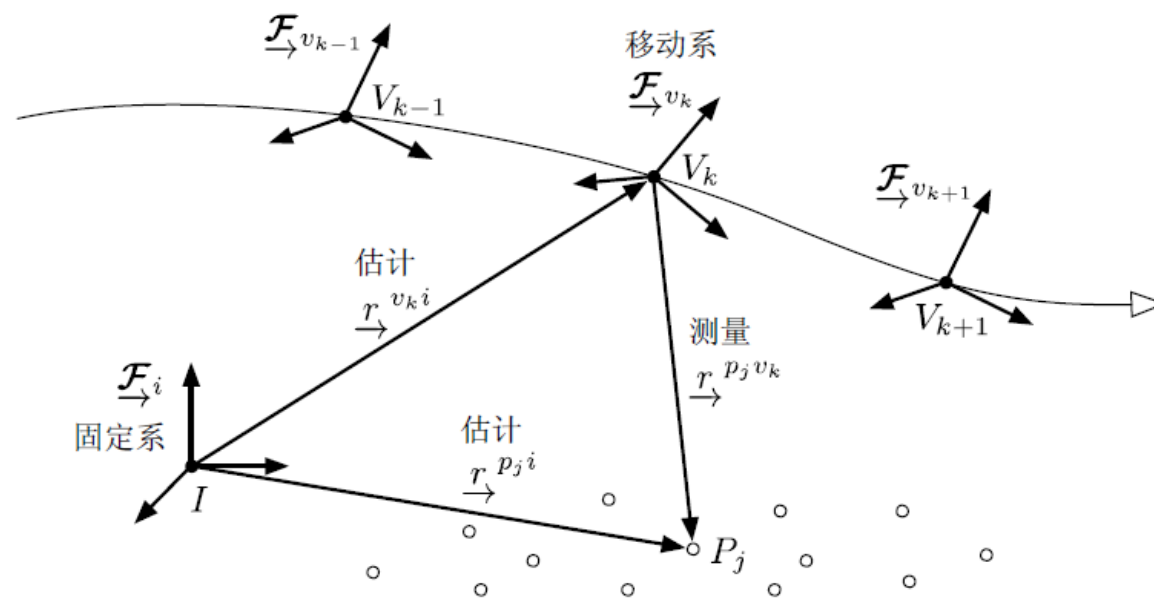
- 问题: $T_k = T_{v_k i}$: 机器人在 k 时刻的变换矩阵

$$p_j = \begin{bmatrix} r_i^{p_j i} \\ 1 \end{bmatrix} : \text{第 } j \text{ 个路标点的齐次坐标}$$

- 待估计的状态整体为:

$$x = \{T_1, \dots, T_K, p_1, \dots, p_M\}$$

- 即所有时刻的Pose与Point
 - 在上节课里, 假设Point坐标是已知的





光束平差法

- 测量模型

- 我们考虑非线性的测量模型（如相机），而不是像上节课那样，直接测量点的位置
- 定义测量模型：

$$y_{jk} = g(x_{jk}) + n_{jk} \quad n_{jk} \sim \mathcal{N}(0, R_{jk})$$

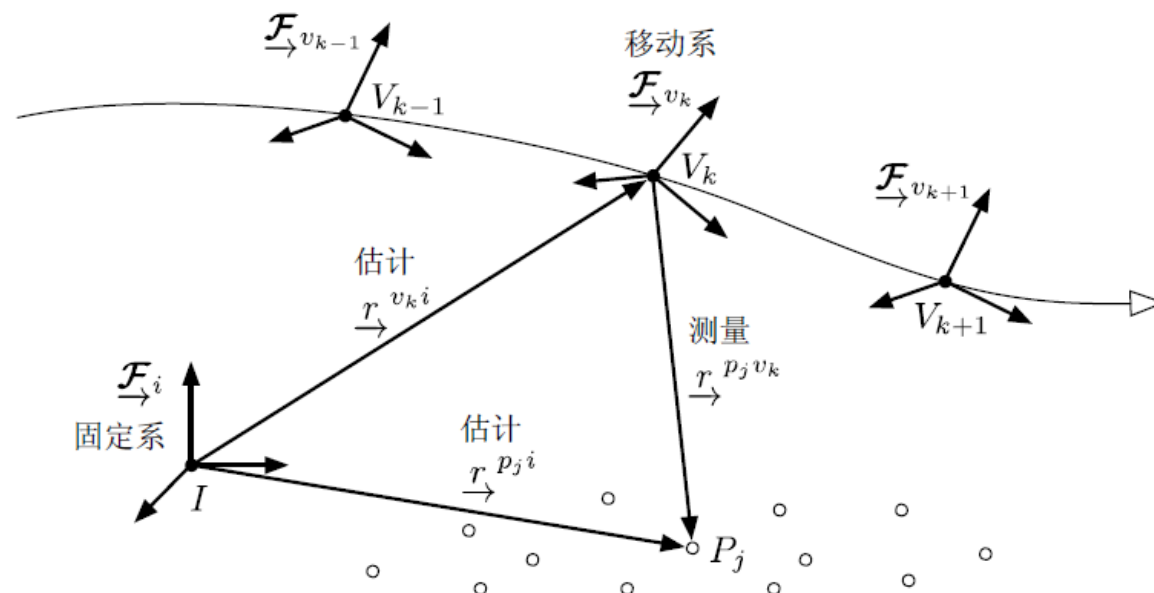
- 测量中有两处非线性

- 一是把点从世界系变换到当前机器人系
- 二是对机器人系下的3D点进行测量

$$z(x_{jk}) = T_k p_j \quad g(x_{jk}) = s(z(x_{jk}))$$

坐标变换

相机投影





光束平差法

- 对非线性测量模型进行基于扰动的线性化
- 因为一阶的实在太简单了，所以这里用了二阶的扰动：

$$T_k = \exp(\epsilon_k^\wedge) T_{\text{op},k} \approx \left(1 + \epsilon_k^\wedge + \frac{1}{2} \epsilon_k^\wedge \epsilon_k^\wedge\right) T_{\text{op},k}$$

$$p_j = p_{\text{op},j} + D \zeta_j$$

其中：

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- 我们表达整体的状态量与扰动量：

$$x_{\text{op}} = \{T_{\text{op},1}, \dots, T_{\text{op},K}, p_{\text{op},1}, \dots, p_{\text{op},M}\}$$

$$\delta x = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_K \\ \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_M \end{bmatrix}$$

某一次观测：

$$\delta x_{jk} = \begin{bmatrix} \epsilon_k \\ \zeta_j \end{bmatrix}$$



光束平差法

- 对于一次观测，扰动后为：

$$\begin{aligned}
 z(x_{jk}) &\approx \left(1 + \epsilon_k^\wedge + \frac{1}{2} \epsilon_k^\wedge \epsilon_k^\wedge\right) T_{\text{op},k} (p_{\text{op},j} + D\zeta_j) \\
 &\approx T_{\text{op},k} p_{\text{op},j} + \epsilon_k^\wedge T_{\text{op},k} p_{\text{op},j} + T_{\text{op},k} D\zeta_j \\
 &\quad + \frac{1}{2} \epsilon_k^\wedge \epsilon_k^\wedge T_{\text{op},k} p_{\text{op},j} + \epsilon_k^\wedge T_{\text{op},k} D\zeta_j \\
 &= z(x_{\text{op},jk}) + Z_{jk} \delta x_{jk} + \frac{1}{2} \sum_i \underbrace{1_i \delta x_{jk}^\text{T} \mathcal{Z}_{ijk} \delta x_{jk}}_{\text{标量}}
 \end{aligned}$$

□ 三阶以上舍去

习题：推导此处一阶与二阶项系数

其中：

$$z(x_{\text{op},jk}) = T_{\text{op},k} p_{\text{op},j}$$

$$Z_{jk} = \begin{bmatrix} (T_{\text{op},k} p_{\text{op},j})^\odot & T_{\text{op},k} D \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{Z}_{ijk} = \begin{bmatrix} 1_i^\odot (T_{\text{op},k} p_{\text{op},j})^\odot & 1_i^\odot T_{\text{op},k} D \\ (1_i^\odot T_{\text{op},k} D)^\text{T} & 0 \end{bmatrix}$$

点圈与空心圈算子：

$$\begin{bmatrix} \epsilon \\ \eta \end{bmatrix}^\odot = \begin{bmatrix} \eta \mathbf{1} & -\epsilon^\wedge \\ 0^\text{T} & 0^\text{T} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \epsilon \\ \eta \end{bmatrix}^\ominus = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \epsilon \\ -\epsilon^\wedge & 0 \end{bmatrix}$$



光束平差法

- 应用相机模型：

$$\begin{aligned}
 g(x_{jk}) &= s(z(x_{jk})) \\
 &\approx s\left(z_{\text{op},jk} + \underbrace{Z_{jk}\delta x_{jk} + \frac{1}{2}\sum_m 1_m \delta x_{jk}^T \mathbf{Z}_{mjk} \delta x_{jk}}_{\delta z_{jk}}\right) \\
 &\approx s(z_{\text{op},jk}) + S_{jk} \delta z_{jk} + \frac{1}{2} \sum_i 1_i^T \delta z_{jk}^T \mathbf{S}_{ijk} \delta z_{jk} \\
 &= s(z_{\text{op},jk}) + \sum_i 1_i (1_i^T S_{jk}) \left(Z_{jk} \delta x_{jk} + \frac{1}{2} \sum_m 1_m \delta x_{jk}^T \mathbf{Z}_{mjk} \delta x_{jk} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_i 1_i \left(Z_{jk} \delta x_{jk} + \frac{1}{2} \sum_m 1_m \delta x_{jk}^T \mathbf{Z}_{mjk} \delta x_{jk} \right)^T \\
 &\quad \times \mathbf{S}_{ijk} \left(Z_{jk} \delta x_{jk} + \frac{1}{2} \sum_m 1_m \delta x_{jk}^T \mathbf{Z}_{mjk} \delta x_{jk} \right) \\
 &\approx g(x_{\text{op},jk}) + G_{jk} \delta x_{jk} + \frac{1}{2} \sum_i 1_i \delta x_{jk}^T \underbrace{\mathbf{G}_{ijk}}_{\text{标量}} \delta x_{jk}
 \end{aligned}$$

其中：

$$\begin{aligned}
 g(x_{\text{op},jk}) &= s(z(x_{\text{op},jk})) \\
 G_{jk} &= S_{jk} Z_{jk} \\
 S_{jk} &= \left. \frac{\partial s}{\partial z} \right|_{z(x_{\text{op},jk})} \\
 \mathbf{G}_{ijk} &= Z_{jk}^T \mathbf{S}_{ijk} Z_{jk} + \sum_m \underbrace{1_i^T S_{jk} 1_m}_{\text{标量}} \mathbf{Z}_{mjk} \\
 \mathbf{S}_{ijk} &= \left. \frac{\partial^2 s_i}{\partial z \partial z^T} \right|_{z(x_{\text{op},jk})}
 \end{aligned}$$

(更常见的) 一阶近似：

$$g(x_{jk}) \approx g(x_{\text{op},jk}) + G_{jk} \delta x_{jk}$$



光束平差法

- 线性化之后，可以推导滤波器或者最优化解
- 在有运动方程时，可以类比上一讲，推导EKF与MAP解；
- 无运动方程时，是一个纯BA问题，我们推导最大似然解（无运动先验）

- 误差：

$$e_{y,jk}(x) = y_{jk} - g(x_{jk})$$

- 目标函数：

$$J(x) = \frac{1}{2} \sum_{j,k} e_{y,jk}(x)^T R_{jk}^{-1} e_{y,jk}(x)$$



光束平差法

- 牛顿法：
 - 对误差函数进行二阶泰勒展开

$$e_{y,jk}(x) \approx \underbrace{y_{jk} - g(x_{\text{op},jk})}_{e_{y,jk}(x_{\text{op}})} - G_{jk}\delta x_{jk} - \frac{1}{2} \sum_i 1_i \delta x_{jk}^T \mathcal{G}_{ijk} \delta x_{jk}$$

- 合并刚才的相机投影与坐标变换，可以把上式写成：

$$J(x) \approx J(x_{\text{op}}) - b^T \delta x + \frac{1}{2} \delta x^T A \delta x$$

$$b = \sum_{j,k} P_{jk}^T G_{jk}^T R_{jk}^{-1} e_{y,jk}(x_{\text{op}}) \quad A = \sum_{j,k} P_{jk}^T \left(G_{jk}^T R_{jk}^{-1} G_{jk} - \overbrace{\sum_i 1_i^T R_{jk}^{-1} e_{y,jk}(x_{\text{op}}) \mathcal{G}_{ijk}}^{\text{高斯-牛顿法则忽略这一项}} \right) P_{jk}$$

其中： P_{jk} 为投影矩阵 标量

$$\delta x_{jk} = P_{jk} \delta x$$



光束平差法

- 牛顿法推出的A矩阵（即Hessian）为对称正定矩阵，在高斯牛顿法中会被忽略
- 在重投影误差较小时，这项基本可以忽略；
- 但如果较大（离最优解远），那么可以用它来改善收敛速度
 - 然而，虽然收敛快，但每步的计算变多了
- MLE线性方程： $A\delta x^* = b$ 解得扰动后，更新当前估计

$$T_{\text{op},k} \leftarrow \exp\left(\epsilon_k^{\star\wedge}\right) T_{\text{op},k}$$

$$p_{\text{op},j} \leftarrow p_{\text{op},j} + D\zeta_j^{\star}$$



光束平差法

- 高斯-牛顿法: $A\delta x^* = b$

其中:
$$b = \sum_{j,k} P_{jk}^T G_{jk}^T R_{jk}^{-1} e_{y,jk}(x_{\text{op}})$$

$$A = \sum_{j,k} P_{jk}^T G_{jk}^T R_{jk}^{-1} G_{jk} P_{jk}$$

$$\delta x_{jk} = P_{jk} \delta x$$

- 可以不算二阶导数: $\underbrace{G^T R^{-1} G}_{A} \delta x^* = \underbrace{G^T R^{-1} e_y}_{b}(x_{\text{op}})$



光束平差法

- 稀疏性与边缘化
- 在BA中，上述线性方程的解并不是稠密的
 - 这是由于每次观测只关联一个点和一个Pose
- 线性方程的求解过程中，把Pose与Point的变量进行分块：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta x_1^* \\ \delta x_2^* \end{bmatrix}}_{\delta x^*} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}}_b \quad \text{其中 } x_1 \text{ 为 Pose 部分, } x_2 \text{ 为 Point 部分}$$

- 那么实际上，由于纯BA中不存在Pose-Pose和Point-Point类型的观测，该矩阵有稀疏结构



光束平差法

- 这种矩阵称为箭头状 (Arrow-head) 矩阵，对应的平差法称为Sparse Bundle Adjustment

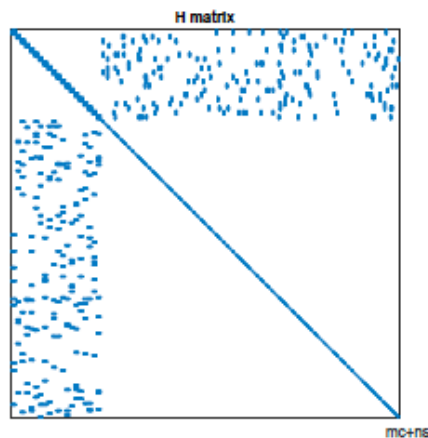


图 10-8 一般情况下的 H 矩阵。



- 解SBA可以用Schur方法和Cholesky方法

$$A = \begin{bmatrix} * & & & & * & * & * & * & * & * & * & * \\ & * & & & & & & & & & & \\ & & * & & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & & \\ & & & & * & & & & & & & \\ & & & & & \ddots & & & & & & \\ & & & & & & * & & & & & \\ & & & & & & & \ddots & & & & \\ & & & & & & & & * & & & \\ & & & & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & & & & * & \\ & & & & & & & & & & & * \end{bmatrix} \begin{matrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_k \\ \vdots \\ \epsilon_K \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & \dots & * & * & \dots & * & * & * & * \\ * & * & * & * & & * & * & & * & * & * & * \\ * & * & * & * & & * & * & & * & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & * & * & \dots & * & * & \dots & * & * & * & * \\ * & * & * & * & & * & * & & * & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & * & * & \dots & * & * & \dots & * & * & * & * \\ * & * & * & * & & * & * & & * & * & * & * \end{bmatrix} \begin{matrix} \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_j \\ \vdots \\ \zeta_M \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \epsilon_1 & \dots & \epsilon_k & \dots & \epsilon_K & \zeta_1 & \dots & \zeta_j & \dots & \zeta_M \end{matrix}$$



光束平差法

- Schur法:

- 原问题:
$$\underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta x_1^* \\ \delta x_2^* \end{bmatrix}}_{\delta x^*} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}}_b$$
 左右同乘:
$$\begin{bmatrix} 1 & -A_{12}A_{22}^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 得到:
$$\begin{bmatrix} A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{12}^T & 0 \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1^* \\ \delta x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 - A_{12}A_{22}^{-1}b_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

- 于是可以先解第一个, 再解第二个
- 第一个中的A22逆并不难算, 因为A22是一个对角块矩阵

- 注意本书用的Schur法稍有不同
- 只有左侧的一半, 大部分书和论文里还有右侧一半



光束平差法

- Cholesky法
- 对A阵进行Cholesky分解:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix}}_A = \underbrace{\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & U_{22} \end{bmatrix}}_U \underbrace{\begin{bmatrix} U_{11}^T & 0 \\ U_{12}^T & U_{22}^T \end{bmatrix}}_{U^T}$$

- 乘法的展开:

所以U的各个块都很好算，于是解：

$U_{22}U_{22}^T = A_{22}$: 由于 A_{22} 是分对角块矩阵，
很容易通过 Cholesky 分解计算 U_{22}

$$Uc = b$$

得到c，再解：

$U_{12}U_{22}^T = A_{12}$: 由于 U_{22} 是分对角块矩阵，
很容易计算 U_{12}

$$U^T \delta x^* = c$$

得到扰动量即可

$U_{11}U_{11}^T + U_{12}U_{12}^T = A_{11}$: 由于 δx_1^* 元素较少，
很容易通过 Cholesky 分解计算 U_{11}



光束平差法

- Cholesky法也可以换种方式求解：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix}}_A = \underbrace{\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & U_{22} \end{bmatrix}}_U \underbrace{\begin{bmatrix} U_{11}^T & 0 \\ U_{12}^T & U_{22}^T \end{bmatrix}}_{U^T} \quad \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & U_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} U_{11}^{-1} & -U_{11}^{-1}U_{12}U_{22}^{-1} \\ 0 & U_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

- 于是解：

$$U^T \delta x^* = U^{-1} b$$

- 即

$$\begin{bmatrix} U_{11}^T & 0 \\ U_{12}^T & U_{22}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1^* \\ \delta x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11}^{-1} (b_1 - U_{12}U_{22}^{-1}b_2) \\ U_{22}^{-1}b_2 \end{bmatrix}$$

- 整体上和Schur法大同小异



第8讲 位姿和点的估计问题

- 光束平差法
- SLAM



SLAM

- 通常的SLAM除了包含测量方程之外，还会有运动方程
- 增量/批量/滑窗的方式处理SLAM问题都是很常用的
- 这里介绍以李群李代数来处理的方法

• 状态变量: $x = \{T_0, \dots, T_K, p_1, \dots, p_M\}$

• 运动: $\bar{T}_k = \underbrace{\exp(\Delta t_k \bar{\omega}_k^\wedge)}_{\Xi_k} \bar{T}_{k-1}$ 测量: $y = \{y_{10}, \dots, y_{M0}, \dots, y_{1K}, \dots, y_{MK}\}$

$\delta \xi_k = \underbrace{\exp(\Delta t_k \bar{\omega}_k^\wedge)}_{\text{Ad}(\Xi_k)} \delta \xi_{k-1} + w_k$



SLAM

• 运动误差:

$$e_{v,k}(x) = \begin{cases} \ln(\check{T}_0 T_0^{-1})^\vee & k = 0 \\ \ln(\Xi_k T_{k-1} T_k^{-1})^\vee & k = 1, \dots, K \end{cases}$$

• 线性化:

$$\begin{aligned} e_{v,k}(x) &= \ln(\Xi_k T_{k-1} T_k^{-1})^\vee \\ &= \ln(\Xi_k \exp(\epsilon_{k-1}^\wedge) T_{\text{op},k-1} T_{\text{op},k}^{-1} \exp(-\epsilon_k^\wedge))^\vee \\ &= \ln\left(\underbrace{\Xi_k T_{\text{op},k-1} T_{\text{op},k}^{-1}}_{\exp(e_{v,k}(x_{\text{op}})^\wedge)} \exp((\text{Ad}(T_{\text{op},k} T_{\text{op},k-1}^{-1}) \epsilon_{k-1})^\wedge) \exp(-\epsilon_k^\wedge)\right)^\vee \\ &\approx e_{v,k}(x_{\text{op}}) + \underbrace{\text{Ad}(T_{\text{op},k} T_{\text{op},k-1}^{-1})}_{F_{k-1}} \epsilon_{k-1} - \epsilon_k \end{aligned}$$



SLAM

- 测量误差: $e_{y,jk}(x_{\text{op}}) = y_{jk} - s(T_{\text{op},k}p_{\text{op},j})$
- 线性化:
$$e_{y,jk}(x) \approx \underbrace{y_{jk} - g(x_{\text{op},jk})}_{e_{y,jk}(x_{\text{op}})} - G_{jk}\delta x_{jk} - \frac{1}{2}\sum_i 1_i \delta x_{jk}^T \mathcal{G}_{ijk} \delta x_{jk}$$
- 保留一阶, 那么: $G_{1,jk} = S_{jk}(T_{\text{op},k}p_{\text{op},j})^\odot$ $G_{2,jk} = S_{jk}T_{\text{op},k}D$

对Pose的
对Point的



SLAM

- 对于整个问题，定义以下整体变量：

$$\delta x_1 = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_K \end{bmatrix}, \quad \delta x_2 = \begin{bmatrix} \zeta_0 \\ \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_M \end{bmatrix}, \quad \delta x = \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix}$$

$$e_v(x_{\text{op}}) = \begin{bmatrix} e_{v,0}(x_{\text{op}}) \\ e_{v,1}(x_{\text{op}}) \\ \vdots \\ e_{v,K}(x_{\text{op}}) \end{bmatrix}, \quad e_y(x_{\text{op}}) = \begin{bmatrix} e_{y,10}(x_{\text{op}}) \\ e_{y,20}(x_{\text{op}}) \\ \vdots \\ e_{y,MK}(x_{\text{op}}) \end{bmatrix}, \quad e(x_{\text{op}}) = \begin{bmatrix} e_v(x_{\text{op}}) \\ e_y(x_{\text{op}}) \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ -F_0 & 1 & & & \\ & -F_1 & \ddots & & \\ & & \ddots & 1 & \\ & & & -F_{K-1} & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} G_{1,10} & & & & \\ \vdots & & & & \\ G_{1,M0} & & & & \\ & G_{1,11} & & & \\ & \vdots & & & \\ & G_{1,M1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & \ddots & & \\ & & & G_{1,1K} & \\ & & & \vdots & \\ & & & G_{1,MK} & \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} G_{2,10} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & G_{2,M0} & & \\ & G_{2,11} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & G_{2,M1} & \\ & & & \vdots & \\ & & & G_{2,1K} & \\ & & & \ddots & \\ & & & & G_{2,MK} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} F^{-1} & 0 \\ G_1 & G_2 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

$$Q = \text{diag}(\check{P}_0, Q_1, \dots, Q_K), \quad R = \text{diag}(R_{10}, R_{20}, \dots, R_{MK})$$



SLAM

- 那么目标函数的线性方程变为: $A\delta x^* = b$
- 其中: $A = H^T W^{-1} H, \quad b = H^T W^{-1} e(x_{\text{op}})$
- 这也就是类似Bundle Adjustment中的大矩阵方程求解
- 用求解结果更新状态变量: $T_{\text{op},k} \leftarrow \exp(\epsilon_k^*) T_{\text{op},k}, \quad p_{\text{op},j} \leftarrow p_{\text{op},j} + D\zeta_j^*$



SLAM

- SLAM的稀疏性
- 由于运动方程只引入相邻时刻Pose-Pose类型的约束，因此在分块时：

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix} = H^T W^{-1} H$$

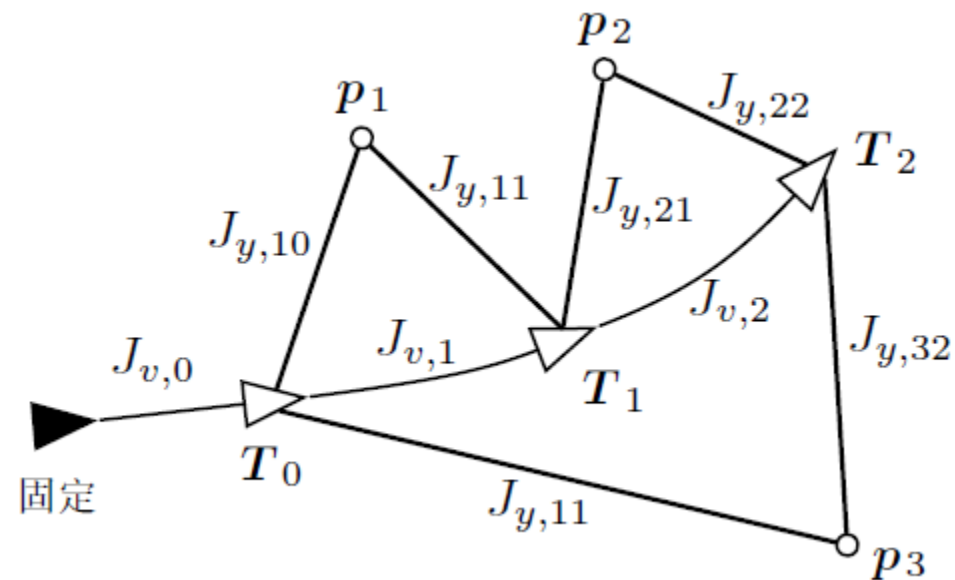
$$= \begin{bmatrix} F^{-T} Q^{-1} F^{-1} + G_1^T R^{-1} G_1 & G_1^T R^{-1} G_2 \\ G_2^T R^{-1} G_1 & G_2^T R^{-1} G_2 \end{bmatrix}$$

- 仅使得A11变为三对角块矩阵，A12、A22均不动
- 即使考虑回环检测，也只是使A11变为稠密矩阵，仍然可以使用前面所述的Sparse方法



SLAM

- SLAM例子:
- 这种把SLAM问题用图结构来表示的方法称为图优化方法, 一个图对应一个SBA问题
- 图结构与Hessian稀疏结构对应
- 图优化是目前SLAM里用到的主流方法
- 本书介绍的SLAM模型也是SLAM里最为简单的一种模型





习题

理论部分：

推导P9页一次项系数与二次项系数

论述题（大作业）：

给定一个综合的自动驾驶SLAM问题，含有传感器为：

- RTK
- IMU
- 车速计
- 激光传感器

请建立离散场景下车辆SLAM问题的数学模型，给出批量状态估计的MAP解法，使用矩阵李群方法，推导其线性化后模型（可以认为各传感器已符合某个给定的时间同步方案）。

该问题有一定的自由发挥空间，大家可以自己定义系统级别的处理方式。例如，IMU部分可以先与车速组合，得到相对运动估计，再作为系统相对运动的一次观测；或者也可以将IMU原始数据模型考虑进来，估计自身参数。



最后想和大家分享的话



最后想和大家分享的话

- 本门课程已至尾声，通过本课程的学习，我们完成了：
 - 对书上重点内容的深入介绍与亲自推导
 - 熟悉了LG/NLNG系统下的状态估计原理
 - 熟悉了三维空间李群李代数的处理方式
 - 能够自己完成一些公式的推导，对实际问题，能够找到合适的理论进行分析、解决
- 虽然这个课程
 - 全是公式
 - 没有好看图片（不像CV类或点云类课程）
 - 非常难懂
- 但实际上我们也完整地学习下来了
- 再回过头看前面几章，是什么感觉？

仿佛就像一场悬疑电影。初看时杂乱无章，每个人物都是凭空出现，每个情节都没有来由，然而当答案揭晓，蓦然回看，它们正以最合适的顺序放在那里，不偏不倚。

世上无难事，只要肯登攀。



谢谢!

Thanks for your attention!