CÁLCULO I

FISCHER STEFAN

EMGE - Escola de Engenharia de Minas Gerais

8 de fevereiro de 2024

fischer.stefan@academico.emge.edu.br

Dom Helder
ESCOLA SUPERIOR

fischer.stefan@academico.emge.edu.br

Calculo I - Ciência da Computação

Esta aula é desenhada exclusivamente para o cálculo de derivadas. Os tópicos cobertos nesta aula e próxima serão:

- Definição de Derivada.
- Interpretação da Derivada.
- Fórmulas de diferenciação.
- Regras do Produto e Quociente
- Derivadas de funções Trigonométricas.
- Derivadas de funções Exponenciais e Logarítmicas
- Regra da Cadeia – A Regra da Cadeia é uma das mais importantes regras de diferenciação e nos permitirá calcular uma ampla variedade de funções.

Definição

Vamos começar com a definição formal de derivadas.

Definition

A derivada de $f(x)$ em relação a x é a função $f'(x)$ e está defineda como,

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Example

Dada a função $f(x) = x^2$, conseguiremos $f'(x) = 2x$ como a derivada de $f(x)$. Aplicando a definição,

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \Rightarrow$$

Exemplo

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{2xh + h^2}{h} \Rightarrow f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{h(2x + h)}{h} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} 2x + h \Rightarrow f'(x) = 2x$$

Exemplo

Example

Encontre a reta tangente à curva $f(x) = 15 - 2x^2$ em $x = 1$.
Sabemos que paa encontrar a equação de uma reta precisaremos de dois pontos nesta reta ou um único ponto e o seu coeficiente angular. A reta tangente e o gráfico da função devem se tocar em $x = 1$ de tal forma que o ponto $(1, f(1)) = (1, 13)$ pertença a ambos $f(x)$ e à reta tangente. A Figura 1 no dá uma boa idéia de o que está acontecendo na vizinhança de $x = 1$

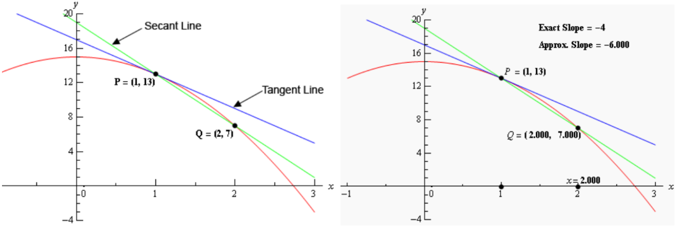

Figura: Calculando a reta tangente à curva $f(x) = 15 - 2x^2$

Considerando que a equação da reta tangente pode ser escrita como $y = ax + b$ onde a representa o coeficiente angular da reta e b onde a reta intercepta o eixo y,

Exemplo

fischer.stefan@academico.emge.edu.br

Seja a função $s(t) = t^2 - 5t + 6$ descrevendo o movimento de um objeto.

- Encontre a equação da reta tangente em $t = 4$.
- Pensando sobre o significado do valor que calculamos no item anterior, como você pode explicar o movimento do objeto quando $t = 4$?

Fórmulas

1. $f(x) = x^n \Rightarrow \; f'(x) = nx^{n-1}$
2. $f(x) = a^x \Rightarrow \; f'(x) = a^x \ln a$
3. $f(x) = e^x \Rightarrow \; f'(x) = e^x$
4. $f(x) = \log_a(x) \Rightarrow \; f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
5. $f(x) = \ln(x) \Rightarrow \; f'(x) = \dfrac{1}{x}$
6. $f(x) = \sin(x) \Rightarrow \; f'(x) = \cos(x)$
7. $f(x) = \cos(x) \Rightarrow \; f'(x) = -\sin(x)$
8. $f(x) = \tan(x) \Rightarrow \; f'(x) = \ldots$

Properties

1. $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$

2. $(f(x) * g(x))' = f'(x) * g(x) + g'(x) * f(x)$

3. $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x) * g(x) - g'(x) * f(x)}{g(x)^2}$

fischer.stefan@academico.emge.edu.br